ЭКОНОМИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ, 2017, том 53, № 4, с. 13–25

РЕГИОНАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ

ХАРАКТЕРИЗАЦИЯ РАЗВИТИЯ РЕГИОНАЛЬНОЙ ЭКОНОМИКИ С УЧЕТОМ МАКРОЭКОНОМИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ И УСЛОВИЙ*

© 2017 г. А.К. Черкашин[i], А.В. Мядзелец[ii]

Аннотация. Рассматривается возможность объективной оценки инвариантных характеристик социально-экономического развития территорий на региональном уровне с помощью функций первых интегралов решений дифференциальных уравнений связи макроэкономических показателей. Уравнения модели выводятся из формулы касательного преобразования Лежандра аналитических функций связи показателей при естественных ограничениях, учитывающих постоянство региональной среды экономической деятельности. Средовые параметры и связанные с ними интегральные характеристики отражают генетические особенности региональной системы и имеют смысл скрытых экономических показателей, учитывающих состояние инфраструктуры, производства и управления. Они позволяют оценивать и сравнивать территории по потенциалу развития экономики. Модель реализована на примере количественного анализа связи внутренних инвестиций в экономику с объемами промышленного и сельскохозяйственного производства регионов Российской Федерации за период 1999–2012 гг. На основе модели выявлены разные виды общих и региональных инвариантов, которые служат критериями совершенства экономического взаимодействия. Учет средовых смещений в расчетах, индивидуальных для каждого региона, и оценка их влияния на значение региональной оценочной функции позволяет провести диагностику экономического состояния регионов и проанализировать эффективность инвестиционных вложений в промышленность и сельское хозяйство.

Ключевые слова: факторы и условия производства, инвариантные характеристики, первые интегралы, касательные преобразования, средовые параметры, экономическая диагностика, эффективность инвестиций.

Классификация JEL: C31, C51, C52.

Одна из основных задач науки – характеризация объектов исследований, т.е. выявление их характерных признаков и отличительных особенностей, включая оценку влияющих факторов и условий и поиск инвариантов изучаемых систем – устойчивых свойств и значений, не изменяющихся при различного рода преобразованиях. Такой подход широко распространен в математике и физике при решении фундаментальных проблем, при формировании теоретического базиса знаний. Он позволяет сформулировать законы сохранения вещества и энергии, провести идентификацию и классификацию объектов, их сравнение, оценить потенциалы существования и развития, выявить моменты изменений состояния систем. Без однозначного сопоставления показателей разных периодов и регионов невозможен анализ, прогноз, моделирование, планирование или управление экономикой на макро- и на микроуровнях (Zaznobin, 2010). В экономике основным инвариантом является стоимость эквивалентных по качеству товаров, выраженная в их цене в инвариантных платежных единицах измерения и обмена и позволяющая проводить количественные расчеты разной сложности. В познавательном смысле инвариантными являются наборы исходных данных, независимых от способов их научной интерпретации, что необходимо для обеспечения сравнительного статистического анализа.

Различаются качественные (общие) инварианты содержания понятий и аксиом, сохраняющиеся при выводе согласно логическому закону тождества. В теории они имеют универсальные

*Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 16-02-00570(а)) “Инновационное развитие, территориальная организация и рост качества жизни населения в Сибирских и Арктических регионах России”.

[i] **Александр Константинович Черкашин** – д. г. н., профессор, зав. лабораторией теоретической географии, Институт географии им. В.Б. Сочавы СО РАН; Иркутск, cherk@mail.icc.ru.

[ii] **Анастасия Викторовна Мядзелец** – к.г.н., старший научный сотрудник, Институт географии им. В.Б. Сочавы СО РАН; Иркутск, anastasia@irigs.irk.ru.

свойства, и на их основе производятся новые знания. Такие инварианты задают фундаментальные принципы, нарушение которых приводит к негативным результатам, а следование им – к устойчивому положительному эффекту. К числу общих инвариантов относятся главные аспекты существования региональной экономической системы, которые соответствуют генетическим особенностям национальной и региональной моделей экономики (Кольцов, 2011), обусловленным географической и исторической средой. В (Пилясов, 2014) рассматривается инвариант как соотношение устойчивых оппозиций дихотомии территориального развития.

Выделяются также масштабные инварианты пространственно-временных рядов данных, структурные инварианты схем связей типа фрактальных сетей и количественные инварианты в виде коэффициентов моделей и обобщенных показателей эффективности производств, стоимости и полезности товаров. Предполагается, что количественные величины в пространственно-временных границах сохранения качества состояния территориальных объектов имеют постоянные значения, и смена состояния на новое, сопряженное с трансформацией систем, влечет за собой дискретное изменение этих количественных характеристик.

Разные аспекты инвариантности обсуждаются в классических работах П. Самуэльсона (Самуэльсон, 2003, 2004; Samuelson, 1964), в частности проблемы, связанные с экономическими индексами, кривыми безразличия, количественными инвариантами, оптимальными значениями и др. Подходы, связанные с инвариантностью, развиваются в методах индикативного планирования, диагностики развития экономики, экономической метрологии и квалиметрии и коррелированы с проблемами оценки состояния и агрегирования с расчетом интегральных показателей развития производств, отраслей и регионов.

Большое внимание экономической инвариантности уделяется в работе (Sato, Ramachandran, 2014). В ней применяются математические методы теории групп Ли для определения инвариантности экономических моделей и выделения первых интегралов решения дифференциальных уравнений для получения своеобразных законов сохранения показателей, в частности постоянства соотношения “доход/богатство” вдоль траекторий уравнений экономических моделей Самуэльсона и фон Неймана. Также рассматриваются модели рынков с возмущениями, вызванными изменением внешних факторов и политическим вмешательством в бизнес-процесс.

В данной статье исследуются дифференциальные уравнения связи экономических показателей с выделением первых интегралов решений уравнений и соответствующих инвариантов функций связи этих показателей для характеризации состояния региональных экономик с использованием временных рядов статистических данных.

Математическое моделирование. Будем исходить из гипотезы существования аналитической зависимости $z = z(x)$, связывающей обобщенный экономический аддитивный массовый показатель (потенциал) z с набором $x = \{x_i\}$, $i = 1,...,n$ входных факторов (экстенсивных потенциалов), определяющих величину этого выходного показателя. Для такой зависимости справедливо прямое $z(x) \to f(a)$, $a = \{a_i\}$ и обратное $f(a) \to z(x)$ касательные преобразования Лежандра

$$z(x) = \sum_{i=1}^{n} a_i x_i + f(a), \quad a_i = \frac{\partial z}{\partial x_i}, \quad x_i = -\frac{\partial f}{\partial a_i}, \tag{1}$$

где a_i – показатель чувствительности (интенсивный потенциал); $E_i = a_i x_i / z$ – эластичность z по фактору i.

Согласно (1) двойственная $z(x)$ функция $f(a)$ содержит полную информацию о зависимости $z(x)$, т.е. является ее своеобразной генетической основой, вид которой можно восстановить обратным преобразованием $f(a) \to z(x)$ по соотношению (1). Анализ разных рядов данных (Черкашин, 2005) позволяет находить $f(a)$ в линейной форме $f(a) = z_0 - \sum_{i=1}^{n} a_i x_{0i}$, где $x_0 = \{x_{0i}\}$ – в общем случае переменная величина, но может быть постоянной на ограниченных временных или пространственных интервалах. Тогда выражение (1) преобразуется к виду

$$z(x) - z_0 = \sum_{i=1}^{n} a_i (x_i - x_{0i}) + \varepsilon, \tag{2}$$

где ε – ошибка аппроксимации.

Предполагается, что в естественном состоянии $\varepsilon \to 0$, поэтому величина ε может трактоваться как возмущение или управление описываемой системой $z(x)$. Уравнение (2) имеет тривиальное решение: $z = z_0, x_i = x_{0i}$, – его часто рассматривают как равновесное, вследствие чего состояние (z_0, x_0) предлагается трактовать как набор характеристик среды, включая аддитивное управление. Вектор переменных x понимается как набор факторов, а вектор постоянных x_0 как набор условий формирования итоговой, интегральной величины $z(x)$. Двойственная ей функция

$$f(a) = z_0 - \sum_{i=1}^{n} a_i x_{0i} \tag{3}$$

через набор устойчивых средовых показателей (z_0, x_0) отражает генетические особенности системы, которые можно, например, рассматривать в качестве особой формы инвариантности – типа национальной модели экономики (Кольцов, 2011). Имеет смысл набор (z_0, x_0) трактовать как скрытые экономические показатели, контекст наблюдаемых закономерностей связи, в совокупности учитывающих состояние инфраструктуры и управления, научно-технический прогресс, наличие свободных производственных мощностей, товарных запасов и т.д.

Выражение (2) при $\varepsilon \to 0$ в пространстве координат x представляет собой пучок гиперплоскостей P_l, вращающихся вокруг инвариантных средовых показателей (z_0, x_0) при изменении весовых коэффициентов a. Последовательные переходы $P_1 \to P_2$ образуют группу преобразований зависимостей (2), которые параметризирует набор значений (z_0, x_0, a) и функций (3) от этих значений. Уравнение (2) обладает симметрией изменения по характеристикам системы и ее среды $z(x) - \sum_{i=1}^{n} a_i x_i = z_0 - \sum_{i=1}^{n} a_i x_{0i}$, а также симметрией относительно перемены местами аргументов x_i и функции z. При $a = 0$ функция достигает экстремального значения $z(x) = z_0$, соответствующего характеристике состояния среды.

Заменой $w(x) = z(x) - z_0$, $y_i = x_i - x_{0i}$ при постоянных значениях (z_0, x_0) переходим к смещенным относительно (z_0, x_0) переменным:

$$w(y) = \sum_{i=1}^{n} a_i y_i, \quad w(y) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial w}{\partial y_i} y_i. \tag{4}$$

Здесь y_i имеет смысл свободного потенциала, выделенного из среды, активная часть переменных уравнения (2). Величину y_i можно считать реальным, а x_i – номинальным (наблюдаемым) показателями. Первое равенство (4) – линейное по наборам переменных a и x соотношение, второе – эквивалентное ему дифференциальное уравнение Эйлера для однородных функций $w(sy) = sw(y)$. Это уравнение обладает многими интересными свойствами (Черкашин, 2005), и в силу его универсальности – отсутствия неизвестных коэффициентов – решения приводят к фундаментальным и частным закономерностям из разных областей науки. Например, в физике они применяются в теории размерности, на основе которой формируются базовые физические соотношения.

Преобразование (1) в смещенных координатах (4) является вырожденным $f(a) = 0$, на основе которых обратным касательным преобразованием невозможно восстановить зависимость $w(y)$. Конкретизация закономерностей (4) начинается с введения в уравнение средовых характеристик (z_0, x_0) с переходом к генетическому выражению (3), развертывающему $f(a)$ через характеристики местной среды (z_0, x_0) и изменения двойственных переменных чувствительности a.

В математической экономике решениями $w(y)$ уравнения (4) являются разного рода метрики типа эвклидовой $w(y) = \left(\sum_{i=1}^{n} c_i y_i^2\right)^{1/2}$ или линейной $w(y) = \sum_{i=1}^{n} c_i y_i$, где c_i – постоянные коэффициенты. Линейные формулы широко используются в балансовых соотношениях, например в моделях межотраслевого баланса, а также при расчетах интегральных показателей. Широко известна функция Кобба–Дугласа $w = A y_1^{\alpha} y_2^{\beta}$ (при $\alpha + \beta = 1$), связывающая объемы производства w с влияющими на них факторами производства: затратами труда y_1 и капитала y_2

(A – технологический коэффициент, α – коэффициент эластичности по труду, β – коэффициент эластичности по капиталу).

Уравнения (1)—(4) в экономической интерпретации устанавливают универсальную связь экономического эффекта $z(x)$ с набором факторов производства $x = \{x_i\}$, где x_i имеет смысл наличных ресурсов (номинальная величина), x_{0i} – накопленных резервов (связанная или характерная величина), $y_i = x_i - x_{0i}$ – доступных к использованию и используемых ресурсов (реальная величина воздействия фактора). При расчетах эффекта в основном используются реальные значения факторов y_i, хотя формирование резервов также имеет определяющее значение, особенно в ресурсной экономике, соответствующей тривиальному решению уравнений $x_i = x_{0i}$ с рентным эффектом $z(x) = z_0$, детерминированным совокупностью условий природной, производственной и рыночной среды $z_0(x_0)$.

Объем реализации $w(y)$ зависит от издержек производства по каждому ресурсу y_i по формуле (4), принимающей во внимание экономию y_{0i} средств вплоть до состояния $y_{0i} = 0$, или $x_i = x_{0i}$. С учетом структуры расходов $p_i = y_i / w$ и показателя ресурсоемкости $b_i = 1/a_i = \partial y_i / \partial w$ уравнение (3) преобразуется в инвариантную функцию вида $\sum_{i=1}^{n} p_i / b_i = 1$. Сумма $\sum_{i=1}^{n} p_i = \gamma$ больше суммы долей издержек $\sum_{i=1}^{n} p_{0i} = 1$ на величину нормы прибыли $\gamma - 1$. Данный инвариант указывает на то, что технологические условия b_i и структура издержек p_i должны быть согласованы.

Для решения уравнение (4) представляется в симметричном виде (Камке, 1971):

$$\frac{dw}{w} = \frac{dy_1}{y_1} = \ldots \frac{dy_i}{y_i} = \ldots \frac{dy_n}{y_n}. \tag{5}$$

Комбинируя попарно равенства из (5), находим n независимых решений – первых интегралов k вида $k_{ij} = \frac{y_j}{y_i}, k_i = \frac{y_i}{w}$. В обобщенном смысле первый интеграл выражает устойчивую связь, соотношение оппозиций, противоположностей, априорно независимых параметров системы. Переменные k_{ij} и k_i на любых решениях уравнений (4) и (5) удовлетворяют соотношению

$$\frac{\partial k_j}{\partial w} w + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial k_j}{\partial y_i} y_i = 0, \tag{6}$$

т.е. являются однородными функциями нулевого порядка, в частности рассматриваются в качестве однородных координат организации исследуемой системы $z = z(x)$, поскольку всякое решение уравнения (4) является функцией этих координат $\Phi(k) = 0$. Любая функция от первых интегралов удовлетворяет (6), т.е. также становится первым интегралом. Однородные координаты в экономических исследованиях удобны тем, что определяемая ими система не меняется при умножении всех координат на одно и то же ненулевое число, что важно, например, при изменении масштаба цен или размеров производства. Многие экономические показатели являются относительными, т.е. по сути однородными, но в общем случае необходимо принимать во внимание средовое смещение показателей, что делает оценку индексов более точной, приближенной к постоянному значению первых интегралов.

В качестве примера рассмотрим ситуацию с соотношением изменения цены товара k_{21} и курса валют k_{32}, приняв в качестве аддитивных показателей y_1 – массу товарной нефти (объемы производства в баррелях за вычетом накопления резервов и внутреннего потребления x_{01}, предложение), y_2 – свободную долларовую массу на покупку нефти (спрос), y_3 – свободную рублевую массу (доходы от продажи нефти и др.). Функция первых интегралов $k_{21} = y_2 / y_1$ и $k_{31} = y_3 / y_2$ находится в виде линейного уравнения (7а), которое дает соотношение смещенных показателей (7б):

$$k_{32} = -ck_{21} + c_0, \tag{7а}$$

$$\frac{y_3}{y_2} = -c\frac{y_2}{y_1} + c_0. \tag{7б}$$

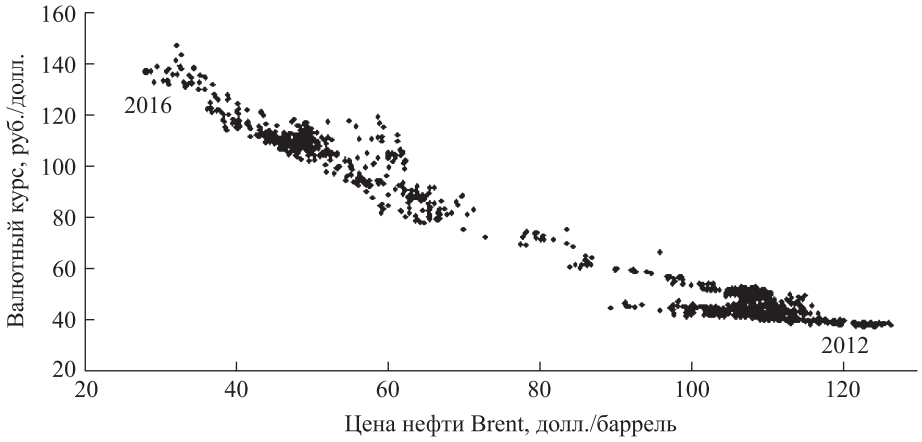

Рис. 1. Совместное изменение курса доллара и цены нефти марки Brent в 2012–2016 гг.

Здесь c_0 – критическое значение курса (при $k_{21} = 0$ или $c = 0$), c_0 / c – критическое значение цены (при $k_{32} = 0$).

Зависимость курса рубля k_{32} от цены нефти k_{21} с начала 2012 г. имеет сложную структуру (рис. 1). Первый период до конца 2012 г. удовлетворяет уравнению связи $k_{32} = -0{,}125k_{21} + 45{,}0$, $R = -0{,}84$. Второй период характеризуется низкой волатильностью цены и курса ($R = -0{,}18$). С конца августа 2014 г. происходило падение мировых цен на нефть, и коррелированно увеличивалась курсовая стоимость доллара: $k_{32} = -0{,}547k_{21} + 90{,}3$, $R = -0{,}90$. В целом фиксируется отрицательная связь цены и курса, что согласно (7) определяет рост курса с уменьшением спроса y_2 и внутреннего потребления x_{01} и увеличением производства y_1 при недефицитных потенциалах $y_1 > 0$, $y_2 > 0$.

Согласно (7а) в качестве инварианта можно принять величину $c_0 = k_{32} + ck_{21}$, которая при $c = 0{,}54$ имеет значение $c_0 = 91{,}1$ с наименьшей волатильностью 3,2% на интервале 2012–2016 гг. Отсюда критической для экономики стран – потребителей нефти будет цена на уровне 168,8 долл. (при $k_{32} = 0$), а для экономики России – курс 91,1 руб. (при $k_{21} = 0$). Величина $\Phi = k_{32} + ck_{21} - c_0$ колеблется вокруг 0 и статистически от него не отличается, что отражает закон сохранения функции $\Phi(k) = 0$ первых интегралов. Сильные отклонения значения c_0 от инвариантного указывают на критические моменты в экономической истории общества. Максимум отрицательных отклонений приходится на июнь 2012 г., апрель 2013 г. и апрель 2015 г., положительных – на февраль 2015 г. и январь 2016 г., что связано с изменением макроэкономической ситуации, усилением зависимости сравниваемых показателей (7) по величине $c = -dk_{32} / dk_{21}$ при относительном постоянстве величины c_0.

Из этого примера видно, что постоянство первых интегралов, как исходных, так и комбинированных, позволяет выявлять закономерные связи между экономическими показателями. Для примера рассмотрим случай инвариантности значений $k_i = y_i / w$. Учет этой константы в уравнении (4) дает равенство

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial w}{\partial y_i} k_i = \sum_{i=1}^{n} a_i k_i = 1, \quad k_i = -v_i / v, \tag{8}$$

которое соответствует уравнению

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\sum_{i=1}^{n} v_i \frac{\partial w}{\partial y_i} \tag{9}$$

переноса некоторой массы w по состояниям y_i с постоянной скоростью $v_i = \partial y_i / \partial t$ и ее изменению с постоянной скоростью $v = \partial w / \partial t$. Таким образом, первый интеграл в данном случае выражает соотношения скоростей изменения разных показателей.

Выявленные соотношения предлагается использовать для экономической диагностики регионов и разработки методов экономической квалиметрии.

Диагностика инвестиций в региональную экономику. Конкретная задача исследования состоит в выделении разного уровня инвариантов зависимости валовых внутренних инвестиций $z(x)$ от объемов выпуска продукции промышленными x_1 и сельскохозяйственными x_2 отраслями регионов России, за исключением Москвы и Санкт-Петербурга, где нет сельского хозяйства. Расчеты основаны на показателях (в текущих ценах) социально-экономического и демографического состояния и развития территорий из базы данных отчетов Госкомстата России за 2000–2012 гг.

В данном случае коэффициенты a_i в уравнении (2) имеют смысл показателя акселерации инвестиционного процесса. Значения x_{01}, x_{02} определяются накоплением и расходованием резервов товарной массы и резервов ее производства. Величины y_1 и y_2 характеризуют активную часть производства, влияющую на рост инвестиций. Значения x_{01}, x_{02} считаются индикаторами условий развития экономики, влияющими на величину z_0 и на изменение инвестиционного потока. Предполагается, что объемы производства y_i раскрываются через производственные функции факторов используемого капитала и рабочей силы – функции, удовлетворяющие уравнению (4).

Первые интегралы уравнения (4) для зависимости $w(y)$ соответствуют отношениям $k_1 = y_1 / w$, $k_2 = y_2 / w$, $k = k_1 + k_2$ и $k_{12} = y_1 / y_2 = k_1 / k_2$. Первые два являются статическими частными мультипликаторами для инвестиций в промышленность и сельское хозяйство региона, третье – общий суммарный мультипликатор. В номинальных показателях (в текущих ценах) эти соотношения представлены линейной зависимостью (рис. 2):

$$x_1 = k_1 z + \beta_1, \quad x_2 = k_2 z + \beta_2, \quad \beta_1 = -k_1 z_0 + x_{01}, \quad \beta_2 = -k_2 z_0 + x_{02}. \tag{10}$$

На исследуемом временном интервале реализуется линейная комбинация первых интегралов: $\Phi(k) = 1 - \alpha_1 k_1 - \alpha_2 k_2 = 0$. Она соответствует линейной зависимости $z = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \beta$, коэффициенты которой определяются методом регрессионного анализа (РА) (см. Приложение). Для большинства регионов коэффициент множественной корреляции $R > 0{,}9$, что указывает на устойчивое выполнения условия $\varepsilon \to 0$. Для вычисления средовых показателей z_0, x_{01}, x_{02} проводится скользящий РА по трем точкам с расчетом текущих значений коэффициентов акселерации $a_1, a_2, f(a)$, из связи которых методом РА рассчитываются искомые показатели в качестве коэффициентов уравнения $f(a) = z_0 - \sum_{i=1}^{2} a_i x_{0i}$ при $R > 0{,}8$ (см. Приложение). Величина $f(a)$ колеблется в основном вокруг значения $f(a) \approx \beta$, причем ее изменения отражают территориальную специфику. Она заметно повысилась в большей части регионов после социально-экономического кризиса 2008 г., а к 2012 г. приобрела отрицательные значения. На основе этих данных можно предполагать, что относительно низкая статистическая оценка функции преобразования $f(a)$ указывает на лучшую инвестиционную ситуацию.

Мультипликаторы восстанавливаются как коэффициенты парной регрессии (10). Эта линейная зависимость для регионов на исследованном временном интервале остается относительно устойчивой, т.е. первые интегралы имеют инвариантные значения. Коэффициенты регрессии β_1 и β_2 зависят от значений мультипликаторов и резервов экономического развития x_{01}, x_{02} и z_0, т.е. интегрально характеризуют территорию. Например, для экономики Алтайского края частные мультипликаторы равны по промышленности $k_1 = 2{,}8$ ($\beta_1 = 23$ млрд руб.) и сельскому хозяйству – $k_2 = 1{,}0$ ($\beta_2 = 22$ млрд руб.) при $R = 0{,}98$.

Скорость изменения экономических показателей определяется из линейной регрессии $x_1 = v_1 t + x_1(0)$, $z_1 = vt + z(0)$, где $z(0)$ – примерные инвестиции первого года рассматриваемого интервала времени. Частный динамический мультипликатор по Алтайскому краю рассчитывается из соотношений $k_1 = v_1 / v = 2{,}9$, $k_2 = v_2 / v = 1{,}0$; в данном случае он незначительно отличается от приведенных выше статистических значений. Рассчитанные значения $k_1 = v_1 / v$ для промышленности хорошо коррелируют ($R = 0{,}95$) со статистически определенными значениями для уравнения (10). Для $k_2 = v_2 / v$ сельскохозяйственного производства такая зависимость не выражена.

Основные статистические показатели по регионам, вычисленные по моделям, представлены в Приложении. Согласно соотношению (8) величина $h = a_1 k_1 + a_2 k_2$ должна иметь значение, близкое к инвариантному $h = 1$; в 91% случаев она находится в интервале 0,8–1,0. Выходящие за

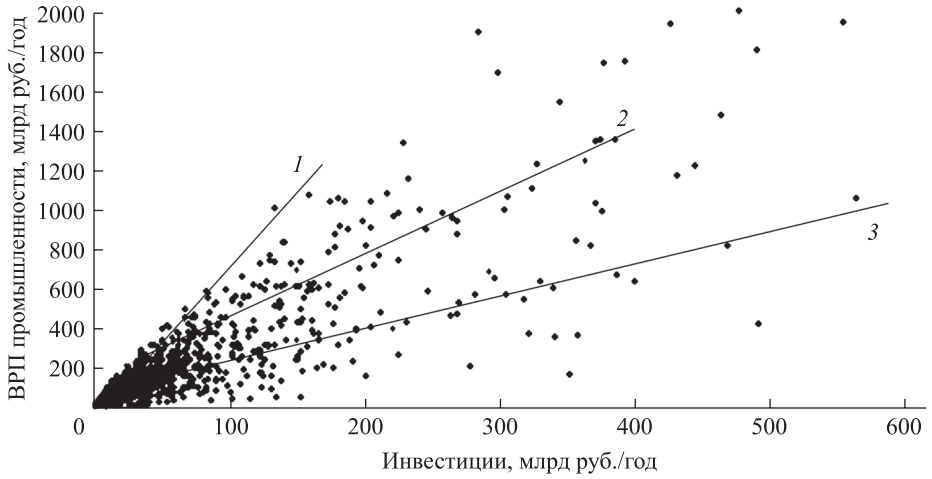

Рис. 2. Зависимость объема валового регионального продукта промышленного производства $x_1(t)$ от валовых внутренних инвестиций $z(t)$ в экономику регионов России в 2005–2012 гг. Прямые линии выделяют связи этих показателей для Пермского (1), Красноярского (2) и Краснодарского (3) краев.

этот интервал значения характеризуют, например, Ненецкий и Чукотский автономные округа. В целом имеется тесная линейная зависимость коэффициента множественной корреляции R для уравнения (4) от величины h ($h = 1{,}7\,R - 0{,}7$), т.е. региональные значения h указывают на степень совершенства межотраслевых связей. Более того – большинство региональных экономик близки к инвариантному значению соотношения (8) акселераторов и мультипликаторов промышленного и сельскохозяйственного производства.

Рассчитанное по данным Приложения по формуле (3) значение $f(a)$ постоянно меньше статистического (первая колонка) на величину 850 млн руб. В силу этой линейной зависимости обе величины могут использоваться в качестве показателя эффективности региональных экономик: чем ниже значение $f(a)$, тем лучше развивается экономика и по масштабу, и по уровню освоения инвестиций. Расчетный способ интересней в том смысле, что он позволяет варьировать значения акселераторов и средовых параметров инвестиций и производств. По наименьшему отрицательному значению $f(a)$ на первом месте находится Свердловская область, далее следуют крупные региональные экономики России: Тюменская область, Красноярский край, Нижегородская и Иркутская области, Приморский и Хабаровский края, Сахалинская и Самарская области и т.д. По условиям инвестирования z_0 преимущества имеют Тюменская, Ростовская, Свердловская и Московская области, а также Республика Татарстан, где обеспечивается благоприятное сочетание институциональных мер и вложений в инфраструктуру соответствующего региона.

Имеет смысл отдельно выделить производственную среду $V = z_0 - f(a) = \sum_{i=1}^{2} a_i x_{0i}$, характеризующую инвестиционную привлекательность территорий. По этому показателю в первых ранговых позициях регионов происходит изменение – одни субъекты Российской Федерации замещают другие. Доминирует Тюменская область, добавляются Республика Татарстан и Ростовская область, а также Ханты-Мансийский и Ямало-Ненецкий автономные округа.

Величина V зависит от масштаба экономики региона, поэтому для сравнительного анализа эффективности инвестирования производства лучше перейти к относительной величине – среднему значению коэффициента акселерации $a = V / x_0 = \sum_{i=1}^{2} a_i x_{0i} / x_0$, $x_0 = x_{01} + x_{02}$: чем выше величина a, тем масштабнее влияние роста суммарного объема производства (ВРП) на увеличение объема инвестиций. В лидерах по этому показателю находятся Сахалинская область, Чеченская Республика и Дагестан, другие республики Северного Кавказа и автономные округа России, где инвестиции соответствуют низким объемам производства.

Относительная эффективность инвестиций оценивается суммарным мультипликатором k. Этот показатель находится в обратной зависимости от среднего акселератора a (рис. 3), поэтому первые по величине a территории оказываются последними по отдаче инвестиций k.

Еще один относительный показатель $\tau = -V / v = [z_0 - f(a)] / v$ имеет смысл характерного времени и изменяется вокруг среднего значения 6,7 лет с коэффициентом вариации 50% по регионам. Этот регионально устойчивый показатель определяет при существующих темпах роста v инвестиций в регионе – время накопления потенциала развития, выше которого возникает дополнительный эффект роста инвестиций. Этот процесс медленней всего происходит в Чукотском и Ненецком автономных округах, в Ростовской и Рязанских областях. Быстро формируются условия для инвестиций в Псковской, Новгородской и Ленинградской областях северо-запада России, в Краснодарском крае и Республике Адыгея на юге европейской части страны.

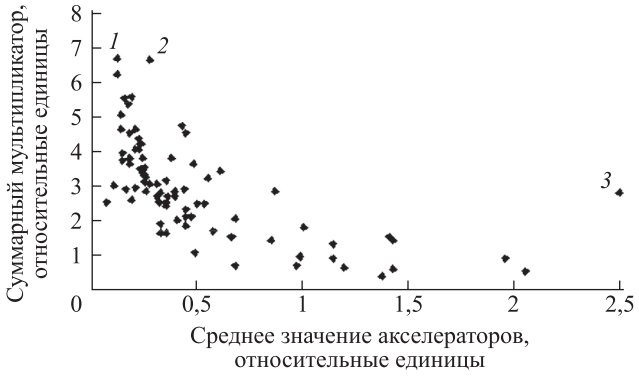

Рис. 3. Обратная зависимость значений суммарного мультипликатора k от величины среднего значения акселераторов a по регионам России, включая Костромскую (1), Омскую (2) и Сахалинскую (3) области

Обсуждение результатов и выводы. Поиск инвариантных характеристик экономических связей основан на абстрактных математических соотношениях, в данном случае – преобразовании Лежандра, действие которых ограничивается естественными требованиями приведения зависимостей к простейшему линейному виду уравнения Эйлера для однородных функций первого порядка, для чего необходимы минимизация ошибок линеаризации и постоянство параметров условий, учитывающих средовой сдвиг экономических показателей. Это преобразование происходит аналогично тому, как уравнение потокового движения (9) формально определяется производной Лагранжа $\frac{dw}{dt} = \frac{\partial w}{\partial t} + \sum_{i=1}^{n} v_i \frac{\partial w}{\partial y_i}$ при условии $dw / dt = 0$ и постоянстве скоростей v_i. Естественными ограничениями выделяются временные периоды и пространственные области, где выполняются эти формальные требования, что индивидуально через средовые сдвиги характеризует ситуацию, например, сложившуюся в экономике конкретного региона.

На примере зависимости размеров ежегодных внутренних инвестиций от объемов промышленного и сельскохозяйственного производства регионов показано, что такие связи удовлетворительно аппроксимируются линейным соотношениями (2) с постоянными характеристиками среды, что статистически обосновывает правильность принятых ограничительных гипотез. Показано, что в лучших экономических ситуациях функция преобразования Лежандра $f(a)$ вида (3) минимизирует свое значение, так что от особенностей этой квалиметрической функции зависит характер экономического развития территории.

В рассмотренных экономических моделях выявляются два типа инвариантных характеристик. Первые связаны с формальными особенностями уравнений, в которых экономические показатели в сочетании приводят к постоянным значениям в соотношениях структуры производственных расходов и показателей ресурсоемкости, суммы эластичности по факторам производства или в линейной форме – связи мультипликаторов с акселераторами (8). Выделяется инвариантность первых интегралов и их функциональных композиций, что продемонстрировано на примере соотношения между ценой нефти и валютным курсом рубля. Эти типы инвариантов могут служить критериями совершенства экономического взаимодействия и для оценки вычислительных погрешностей.

Инвариантные свойства проявляются, когда в расчетах учитываются средовые смещения x_0, – индивидуальные для каждого региона и влияющие на значение оценочной функции $f(a)$ – генетической основы финансово-экономического состояния экономики территории. Изменяя различными способами значения средовых условий, уменьшая давление местной экономической среды через совершенствование управления и инфраструктуры территории, появляется возможность стимулировать рост эффективности региональной экономики. Однако главный положительный эффект основан на инициативе предпринимателей, позволяющей оторваться из сформировавшейся местной среды x_0, подняться над горизонтом сложившихся условий хозяйственной деятельности.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Изменение параметров уравнения (2) по субъектам Российской Федерации

Регион	$f(a)$	α_1	α_2	z_0	x_{01}	x_{02}	k_1	k_2	v	v_1	v_2	h
Алтайский край	−6241	0,37	−0,07	15220	75357	42898	2,81	0,97	5955	17386	6136	0,98
Амурская область	−33184	−0,61	7,43	17457	17492	8423	0,73	0,19	8876	7107	1755	0,95
Архангельская область	33163	0,61	−7,75	29693	129671	6762	1,74	0,04	10903	24128	548	0,75
Ненецкий АО	−23535	−0,43	216	36255	52230	392	1,30	0,00	4058	15151	47	0,48
Астраханская область	−1160	0,30	2,01	30197	39441	8325	1,25	0,29	5839	7599	1769	0,95
Белгородская область	−3746	0,29	−0,08	5552	48816	18378	3,67	0,95	10598	40056	10275	0,98
Брянская область	−20529	−0,04	2,13	7584	64829	14413	2,04	0,49	3733	8340	1917	0,96
Владимирская область	−6473	0,23	0,25	30532	161407	16604	3,78	0,28	4879	19163	1428	0,96
Волгоградская область	−12189	0,08	0,89	36818	225105	36915	4,97	0,63	8438	43871	5528	0,97
Вологодская область	−5558	0,36	−1,62	38002	255299	16858	2,80	0,10	9176	29734	1127	0,85
Воронежская область	−23315	0,48	0,45	61964	134767	46682	1,52	0,57	12862	20376	7473	0,98
Еврейская АО	−5647	0,73	3,42	3904	3516	3435	0,20	0,18	1940	502	434	0,77
Забайкальский край	−28976	−0,18	6,10	29075	30600	10352	1,23	0,19	4344	5619	883	0,95
Ивановская область	2482	0,46	−1,42	17172	63594	9410	2,67	0,25	2568	7594	719	0,88
Иркутская область	−66067	−0,15	6,55	79793	344234	27725	2,63	0,20	12275	36656	2748	0,90
Кабардино-Балкарская Республика	−1659	0,39	0,24	9348	12193	15505	1,71	0,99	1499	2745	1684	0,92
Калининградская область	−7399	0,05	3,29	18712	53748	7052	4,49	0,23	5936	27351	1407	0,97
Калужская область	−17552	0,09	2,51	25999	84184	14205	4,31	0,22	6786	29513	1649	0,96
Камчатский край	−10965	0,60	1,45	11328	23849	2434	1,32	0,10	2615	3444	339	0,95
Карачаево-Черкесская Республика	−503	0,23	0,43	10080	18729	15322	2,00	1,07	1234	2520	1426	0,92
Кемеровская область	9402	0,36	−3,33	83374	490411	32072	3,83	0,13	17447	71849	2574	0,96
Кировская область	−2032	0,38	−0,39	7777	73747	20966	2,68	0,31	3594	10617	1284	0,90
Костромская область	−443	0,05	0,78	2935	20114	7640	6,12	0,57	1172	9008	845	0,77
Краснодарский край	−26688	2,01	−1,66	16421	65532	56468	0,70	0,94	53919	41214	16452	−0,2
Красноярский край	−89201	0,16	3,64	27678	563630	46904	2,40	0,15	26828	69680	4417	0,93

Регион	$f(a)$	α_1	α_2	z_0	x_{01}	x_{02}	k_1	k_2	v	v_1	v_2	h
Курганская область	–9263	0,07	1,28	21 209	63 943	22 718	1,87	0,60	2810	6043	1827	0,90
Курская область	–6955	0,19	0,51	39 000	154 620	39 403	3,00	0,80	4837	15 121	3954	0,97
Ленинградская область	–6720	0,67	–1,32	37 489	109 335	25 741	1,74	0,14	25 118	45 003	3757	0,98
Липецкая область	–19 649	0,13	1,49	67 266	330 217	38 100	3,01	0,36	9008	29 163	3409	0,91
Магаданская область	–3525	0,25	4,84	2545	18 495	808	2,48	0,07	1568	3837	124	0,97
Московская область	83 946	0,37	–3,05	197 297	720 591	53 177	3,59	0,14	36 606	143 734	5853	0,92
Мурманская область	–12 151	0,07	14,82	13 749	99 997	1740	3,21	0,05	3931	13 770	200	0,93
Нижегородская область	–68 823	0,12	3,94	74 490	275 769	25 232	3,52	0,14	20 066	74 223	2909	0,95
Новгородская область	–2750	0,36	–0,14	6301	28 035	5270	2,75	0,28	3465	10 078	1042	0,94
Новосибирская область	–28 420	0,36	0,81	68 950	179 663	39 709	2,07	0,25	12 358	27 249	3329	0,96
Омская область	330	0,13	0,27	67 307	198 631	45 319	6,17	0,47	7795	49 807	4090	0,95
Оренбургская область	–17 924	0,13	1,05	48 237	325 128	42 901	4,09	0,43	10 349	44 458	4577	0,97
Орловская область	–8081	0,09	1,00	13 984	42 559	19 055	1,91	0,77	2679	5701	2234	0,94
Пензенская область	–9785	0,36	0,79	38 004	80 040	28 278	1,62	0,49	5423	9197	2760	0,96
Пермский край	40 512	0,20	–2,16	110 298	568 715	24 053	6,06	0,14	11 646	76 061	1801	0,90
Приморский край	–63 728	1,31	1,16	25 447	78 550	13 417	0,60	0,08	12 830	1794	18 398	0,89
Псковская область	3494	0,53	–1,27	6280	30 281	9219	2,29	0,22	5201	542	2024	0,93
Республика Адыгея	–2211	–0,31	1,89	1449	2994	2428	1,34	0,72	1898	998	1296	0,96
Республика Алтай	–782	2,69	0,06	2935	937	2848	0,34	0,60	867	313	559	0,94
Республика Башкортостан	–25 215	0,09	1,28	76 670	663 887	74 140	4,65	0,42	15 513	79 260	7130	0,94
Республика Бурятия	–4567	0,56	–0,17	13 298	36 820	7949	1,74	0,24	3043	5662	847	0,94
Республика Дагестан	–26 525	2,82	0,76	9168	6696	18 344	0,25	0,34	12 287	3236	4457	0,97
Республика Ингушетия	–836	1,51	0,80	3796	1248	2643	0,35	0,27	666	258	261	0,75
Республика Калмыкия	2640	–0,51	0,71	8695	1818	2503	0,30	1,25	632	291	1176	0,74
Республика Карелия	864	0,23	0,23	18 167	70 957	3646	4,08	0,11	1930	8089	234	0,96
Республика Коми	–20 394	0,52	0,27	76 827	213 346	5307	1,79	0,03	14 470	28 802	492	0,93
Республика Марий Эл	–1469	0,33	0,04	12 400	40 390	15 801	2,91	0,63	2291	6793	1517	0,99
Республика Мордовия	–7818	0,23	0,81	25 764	79 238	30 544	2,04	0,65	3931	8187	2576	0,99

Регион	$f(a)$	α_1	α_2	z_0	x_{01}	x_{02}	k_1	k_2	v	v_1	v_2	h
Республика Саха (Якутия)	1802	0,16	4,86	94563	124061	12714	0,63	0,07	18642	22671	1948	0,42
Республика Северная Осетия	–3536	0,13	0,99	4641	17121	8245	0,79	0,85	1724	1599	1530	0,94
Республика Татарстан	–16420	0,33	–0,16	231977	940610	114974	3,17	0,30	32251	103498	10099	0,99
Республика Тыва	749	2,21	–1,73	5072	4561	4299	0,70	0,36	672	550	315	0,92
Республика Хакасия	–3667	0,31	0,28	4354	27210	3533	2,66	0,17	2592	8159	533	0,88
Ростовская область	–13368	0,11	1,01	217056	527547	135986	2,56	0,63	15360	42253	10331	0,91
Рязанская область	–20245	–0,04	2,55	52584	109662	22952	2,79	0,41	4604	14009	2047	0,95
Самарская область	–39451	0,12	2,21	65938	486047	28940	4,44	0,21	14413	66220	3105	0,98
Саратовская область	–6535	0,35	–0,02	26601	127176	53948	2,90	0,72	8015	23708	5908	0,99
Сахалинская область	–44708	–0,05	30,48	83133	46830	4548	2,75	0,03	13825	43478	506	0,88
Свердловская область	–161505	–0,03	9,59	168318	846203	39066	3,66	0,11	26769	102685	3016	0,92
Смоленская область	5911	0,51	–2,27	46510	82280	10958	2,72	0,19	4283	12808	966	0,95
Ставропольский край	–6006	0,44	0,13	41277	91574	54485	2,01	0,79	8468	17493	6938	0,98
Тамбовская область	–15076	0,18	1,31	23827	40966	27118	1,07	0,61	5889	6431	3649	0,98
Тверская область	–17834	0,26	1,91	11273	44521	10692	2,34	0,15	6479	16702	1081	0,91
Томская область	–24450	0,04	5,62	91108	214186	18845	2,34	0,15	8236	20968	1318	0,95
Тульская область	–9052	0,23	0,12	47775	230305	24783	3,81	0,26	6210	25988	1815	0,89
Тюменская область	–106196	0,07	18,63	322552	692088	17157	3,37	0,04	99693	349885	4105	0,97
Ханты-Мансийский АО	–12656	0,13	39,34	205984	965149	1677	4,34	0,01	46491	210205	487	0,97
Ямало-Ненецкий АО	–9978	0,11	249,93	147222	156508	449	1,78	0,00	36736	70479	120	0,97
Удмуртская Республика	–1143	0,23	–0,19	19716	104180	16841	4,76	0,62	4379	21929	2891	0,96
Ульяновская область	–14520	0,31	0,98	23846	94783	15375	2,14	0,29	5493	12386	1630	0,95
Хабаровский край	–55396	0,48	6,69	77543	100980	16032	0,82	0,08	12834	11355	1161	0,94
Челябинская область	–10383	0,11	1,11	113939	731484	57195	5,18	0,38	14307	76938	5629	0,96
Чеченская Республика	–2873	1,69	1,93	30634	8963	7405	0,27	0,27	4367	1130	1218	0,97
Чувашская Республика	–8723	0,31	0,72	36757	108136	19041	2,31	0,38	4852	11360	1886	0,99
Чукотский АО	1823	0,05	10,82	11873	11100	515	2,80	0,04	773	3846	51	0,53
Ярославская область	–2353	0,40	–0,95	33197	127238	15342	2,90	0,22	5311	15836	1240	0,95

Примечание. Рассчитано по данным Госкомстата России за 2000–2012 гг.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Камке Э. (1971). Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука.

Кольцов В.В. (2011). Инварианты российской экономики. В сборнике научных трудов по материалам международной научно-практической Интернет-конференции. Т. 10. Одесса, Черноморье. [Электронный ресурс] Режим доступа: http://www.sworld.com.ua/index.php/ru/economy/economic-theory-and-history/2990-koltsov-bb, свободный. Загл. с экрана. Яз. рус. (дата обращения: январь 2017 г.).

Пилясов А.Н. (2014). Северная футурология: следующие двадцать лет // *Арктика*: *экология и экономика*. № 4. С. 93–101.

Самуэльсон П. (2003). Основания экономического анализа. М.: Экономическая школа.

Самуэльсон П. (2004). Общественные кривые безразличия // *Вехи экономической мысли*. Т. 4. Экономика благосостояния и общественный выбор. М.: Экономическая школа. С. 135–164.

Черкашин А.К. (2005). Полисистемное моделирование. Новосибирск: Наука.

Samuelson P.A. (1964). Tax Deductibility of Economic Depreciation to Insure Invariant Valuations // *Journal of Political Economy*. Vol. 72. No. 6. P. 604–606.

Sato R., Ramachandran R.V. (2014). Symmetry and Economic Invariance. Tokyo: Springer.

Zaznobin V. (2010). Price-List Invariant in Credit and Finance System // *New Europe*. No. 906 (October, 10–16). P. 4–5.

Поступила в редакцию
22.10.2015 г.

REFERENCES (With English translation or transliteration)

Cherkashin A.K. (2005). Polysystem Modeling. Novosibirsk: Nauka (in Russian).

Kamke E. (1971). Handbook on Ordinary Differential Equations. Moscow: Nauka (in Russian).

Koltsov V.V. (2011). Invariants of the Russian Economy. In: "Collected Scientific Articles of International Scientific-Practical Internet-Conference Proceedings". Vol. 10. Odessa, Chernomorye. Available at: http://www.sworld.com.ua/index.php/ru/economy/economic-theory-and-history/2990-koltsov-bb (accessed: January 2017) (in Russian).

Pilyasov A.N. (2014). The Northern Futurology: the Next Two Decades. *Arctic: Ecology and Economics*, 4(16), 93–101 (in Russian).

Samuelson P. (2003). Foundations of Economic Analysis. Moscow: Economic School (in Russian).

Samuelson P. (2004). Social Indifference Curves. In: *"Markers of Economic Thought"*. Vol. 4. "Economics of Well-Being and Social Choice". Moscow: Economic School, 135–164 (in Russian).

Samuelson P.A. (1964). Tax Deductibility of Economic Depreciation to Insure Invariant Valuations. *Journal of Political Economy*, 72, 6, 604–606.

Sato R., Ramachandran R.V. (2014). Symmetry and Economic Invariance. Tokyo: Springer.

Zaznobin V. (2010). Price-List Invariant in Credit and Finance System. *New Europe*, 906 (October, 10–16), 4–5.

Received 22.10.15

CHARACTERIZATION OF REGIONAL ECONOMIC DEVELOPMENT IN RESPONSE TO MACROECONOMIC FACTORS AND CONDITIONS*

A.K. Cherkashin[i], A.V. Myadzelets[ii]

Abstract. The opportunity of objective evaluation of invariant characteristics of socio-economic development of regional level territories is considered. The first integral functions of solutions of differential equations on macroeconomic parameters are used for the evaluation. Model equations are established from the Legendre tangential transformation formula of analytic functions under some natural limitations that take into account the persistence of the regional environment of economic activity. Economic environment parameters and connected integral characteristics reveal genetic peculiarities of a regional system. They are some latent economic indices taking into account the local infrastructure, production and management. The indices allow assessing and comparing territories on their potential of economic development. The model is realized for quantitative analysis of the connections of the domestic investments with industrial and agricultural production volume for the regions of Russian Federation for the period 1999–2012. Different types of general and regional invariants are determined as criteria of economic interaction efficiency using the model. Analysis of investment efficiency into the industry and agriculture and economic diagnostics of the regions are carried out based on calculated value of economic environmental transformations and their effect on the evaluation function.

Keywords: production factors and conditions, invariant characteristics, first integrals, tangential transformations, economic environment parameters, economic diagnostics, investment efficiency.

JEL Classification: C31, C51, C52.

* Research was done with financial support from RFBR, project "Innovative development, territorial organization and life quality increase of population in Siberian and Arctic regions of Russia", No. 16-02-00570(a).

[i] **Alexander K. Cherkashin** – Doct. Sc. (Geography), Professor in Geoinformatics, Head of Laboratory of Theoretical Geography, V.B. Sochava Institute of Geography SB RAS; Russia, Irkutsk, cherk@mail.icc.ru.

[ii] **Anastasia V. Myadzelets** – Cand. Sc. (Geography), Senior research officer, Laboratory of Theoretical Geography, V.B. Sochava Institute of Geography SB RAS; Russia, Irkutsk, anastasia@irigs.irk.ru.