

---

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ  
ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

---

АГЕНТ-ОРИЕНТИРОВАННАЯ МНОГОРЕГИОНАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ  
“ЗАТРАТЫ–ВЫПУСК” РОССИЙСКОЙ ЭКОНОМИКИ<sup>1</sup>

© 2016 г. В.И. Суслов, Д.А. Доможиров, Н.М. Ибрагимов, В.С. Костин,  
Л.В. Мельникова, А.А. Щиплаков

(Новосибирск)

В статье впервые представлены концепция и пилотная версия агент-ориентированной межрегиональной модели “затраты–выпуск” российской экономики (АОММ). В этой модели экономические взаимодействия в пространстве осуществляются независимыми агентами в условиях ограниченной информации, что соответствует современнойнеравновесной парадигме моделирования экономики. Представляемая модель отличается от известных агент-ориентированных моделей тем, что: 1) представляет экономику в целом, а не отдельный сегмент рынка; 2) явным образом учитывает географическое размещение агентов; 3) совместима с действующей нормативной моделью (межрегиональной моделью “затраты–выпуск”) и основана на реальной информации. Специальное внимание уделено эволюции концепции равновесия в моделировании экономических систем, в частности пространственной экономики, алгоритму поиска равновесия и возможности его изучения. Представлены результаты экспериментальных расчетов по изучению сходимости модели к состоянию квазиравновесия.

**Ключевые слова:** агент-ориентированные модели, взаимодействие агентов, экономическое пространство, равновесие.

**Классификация JEL:** C63, R1, D58.

ВВЕДЕНИЕ

Стремительно возрастающая сложность взаимосвязей и динамики современной экономики, порождающая множественные и неустойчивые равновесные состояния экономических систем и неопределенность ожиданий экономических агентов, требует адекватного отражения в экономико-математических моделях. Ученые соглашаются в том, что в рамках неоклассического подхода к анализу и моделированию экономики, использующего упрощенные стандартные модели, отражение данных свойств современной экономики остается нерешенной проблемой (Krugman, 2009; Stiglitz, 2011; Caballero, 2010). При движении экономической теории за рамки равновесной парадигмы открывается перспектива адекватного представления динамики и структурного развития экономических систем. Тогда классическая концепция общего равновесия оказывается частным случаем в числе множества возможных траекторий функционирования экономической системы. Средства реализациинеравновесной парадигмы находятся в рамках агент-ориентированного подхода к моделированию социально-экономических систем, который активно развивается в настоящее время, хотя пионерные работы в этой области появились в начале 1970-х годов. Это модель сегрегации пространства Т. Шеллинга, нобелевского лауреата 2005 г. (Schelling, 1971), и модель экономики взаимодействующих агентов Г. Фоллмера (Follmer, 1974). В нашей стране агент-ориентированное моделирование продвигается работами ученых ЦЭМИ РАН (Макаров, Бахтизин, 2013).

Агент-ориентированные модели (далее – АО-модели) замечательны тем, что представляют собой смену парадигмы в экономическом мышлении. Старая неоклассическая парадигма основана на следующих допущениях: 1) рациональность экономических агентов, имеющих чет-

<sup>1</sup> Исследование выполнено в рамках Программы Президиума РАН № 31 “Роль пространства в модернизации России: природный и социально-экономический потенциал” (Проект “Новая парадигма моделирования экономического пространства”).

кие цели и оптимизирующих свое поведение; 2) гомогенность агентов, их свойств и поведения; 3) убывающая отдача от масштаба, убывающая предельная полезность и продуктивность. Данная парадигма сосредоточивается на состоянии долгосрочного равновесия системы, что в условиях ограничений по вычислительным мощностям позволяет исследователю ограничиваться изучением поведения агента-представителя в рамках вычислимых и трактуемых моделей.

Современная парадигма допускает адаптивное, а не рациональное поведение агентов; разнообразие свойств агентов; кумулятивные положительные обратные связи и возрастающую отдачу от масштаба, порождающие экспоненциальный самоподдерживающийся рост, так что экономическая система может не прийти к равновесию. Это означает, что экономика определяется уже не как наука об использовании редких ресурсов, которые можно по-разному использовать для удовлетворения потребностей людей (Robbins, 1932), а как “наука о намеренных и непреднамеренных последствиях индивидуальных действий во внешней среде, характеризующейся ограниченностью ресурсов, которая и требует, и принуждает к взаимодействию” (Gallegati, Richiardi, 2011). Таким образом, отказ от старой парадигмы экономического мышления неизбежно приводит нас к дезагрегированному агент-ориентированному подходу с ограниченной рациональностью агентов в условиях несовершенной информации.

Моделирование российской экономики требует учитывать фактор пространства, что значительно усложняет представление об экономической структуре и динамике, поскольку даже малые изменения в пространственных системах могут серьезно повлиять на динамические процессы. При этом моделирование пространства невозможно без нарушения условий неоклассической парадигмы о совершенной конкуренции и постоянной отдаче от масштаба (Starret, 1978). Реализация новой парадигмы экономического мышления применительно к пространству требует выполнения таких условий к аналитическим инструментам, как явный учет пространственного фактора, а также непротиворечивость и возможность интеграции с существующими микро-, мезо- и макромоделями принятия решений. Эту возможность предоставляют пространственные АО-модели. Их преимуществом является возможность представления асимметричного пространства любой конфигурации, что позволяет исследовать как свойства возникающих пространственных систем, так и пути их возникновения, что весьма актуально для современной российской экономики, в которой процесс принятия решений о размещении производства значительно децентрализован, а степень взаимозависимости регионов и интенсивность их взаимодействий с внешним рынком могут меняться. Пространство выступает в АО-моделях как атрибут агентов и внешней среды, компонента взаимодействия, определяющий фактор масштаба, средство коммуникации и проверки результатов модели (Stanilov, 2012).

Наибольшее число пространственных АО-моделей реализовано в области городского и сельскохозяйственного землепользования, транспорта и экологии. Полномасштабные макроэкономические модели с учетом пространственного фактора редки и не используют явное представление пространства и реальные данные: это мультирегиональные модели Eurace@UNIBI (Dawid, Harting, Neugart, 2013) и LAGOM RegIO (Wolf, Fürst et al., 2013).

Авторы статьи ставят перед собой цель создать модельный аппарат, обеспечивающий детализированное представление пространственного фактора и сохраняющий преемственность и возможность интеграции с существующими макромоделями принятия решений. Центральное место в нем должна занимать модель со следующими свойствами:

- 1) агент-ориентированная, с набором типов агентов, охватывающих основные виды экономической деятельности;
- 2) функционирование модели экономики привязано к детализированной модели пространства (геоинформационной системе);
- 3) численный состав агентов каждого типа и масштаб их деятельности сопоставим с числом и масштабом деятельности реальных экономических субъектов;
- 4) модель позволяет включать реальные объекты пространства в модель (капитальные, инфраструктурные объекты, природные ресурсы и т.п.);
- 5) принятие решений агентами – участниками экономической деятельности имеет в основе микроэкономические модели и различные ограничения рациональности;

6) принятие решений агентами-регуляторами имеет в основе нормативные мезомодели экономического пространства (пространственные модели “затраты–выпуск”);

7) рыночные и поведенческие механизмы не противоречат классическим конструкциям экономического равновесия и более того – обобщают их.

Далее изложение выстроено в следующем порядке. В разд. 1 показано историческое развитие концепции общего равновесия; разд. 2 представляет концепцию агент-ориентированной межрегиональной модели “затраты–выпуск”, являющейся частью проектируемого модельно-программного комплекса принятия решений, и знакомит с пилотной версией модели малой размерности; разд. 3 содержит результаты первых экспериментальных расчетов по изучению сходимости модели к состоянию квазиравновесия.

## 1. ЭВОЛЮЦИЯ КОНЦЕПЦИИ ОБЩЕГО РАВНОВЕСИЯ

Развитие концепции общего равновесия прошло путь от классической версии до обобщенного подхода, допускающего равновесные инеравновесные состояния экономики. Концепция Вальрасова равновесия до конца XX в. развивалась в направлении усложнения, т.е. ослабления исходных условий, обобщенного представления времени, состояний системы, роста числа агентов, вариативности свойств равновесия. Жесткие предпосылки данной парадигмы обеспечивают математическую разрешимость таких известных макроэкономических моделей, как модели “затраты–выпуск” и модели общего вычислимого равновесия (CGE).

*Равновесие в классических и неоклассических моделях.* В. Леонтьев представлял свои модели “затраты–выпуск” как инструмент для изучения взаимозависимости между разными частями национальной экономики на основе теории общего экономического равновесия. Тем не менее, как показано в работе (Akhabbar, Lallement, 2010), вопрос об интерпретации его моделей в терминах Вальрасова равновесия остается дискуссионным. Решением леонтьевской модели являются объемы выпуска товаров, которые отвечают изменению внешнего спроса и таким образом обеспечивают структурное макроэкономическое равновесие экономической системы при фиксированных ценах и неизменных технологических коэффициентах. Это решение определяется технологическими взаимосвязями между отраслями в большей степени, чем условиями рыночного равновесия. Достижение равновесия через изменения количества товаров при неизменных ценах нередко рассматривается как частный случай обобщенного равновесия, которое достигается путем изменения и объемов выпуска, и цен, а баланс между производством и потреблением можно интерпретировать как допустимую замену баланса между спросом и предложением.

В моделях CGE поведение экономических агентов определяется оптимизацией их целевых функций: максимизацией полезности правительств и домохозяйств и максимизацией прибыли или минимизацией издержек фирм. Цены на каждый товар и фактор производства определяются таким образом, чтобы спрос всех агентов не превысил объема предложения. Тем самым используется допущение об общем рыночном равновесии. Ограничения CGE-моделей известны: в частности, принцип оптимизации применен к небольшому числу хорошо определенных аналитических форм функций, выбираемых создателем модели; CGE-модели сосредоточены на состояниях устойчивого равновесия; они основываются на данных, собираемых в специальных базах, которые содержат отрегулированную экономическую информацию с целью приспособить реальную экономику к неоклассическим парадигмам (Грассини, 2009).

Развитие концепции равновесия не могло игнорировать проблемы взаимодействия между агентами рынка и достижения баланса интересов между ними. Как отмечал В.Л. Макаров, равновесие в этом смысле стало похожим на решение игры многих лиц. Понятие экономического равновесия, введенного Эрроу–Дебре, объединило определение решения игры многих лиц, предложенное Нэшем, и определение материального баланса Вальраса–Вальда (Макаров, 1982).

Такой подход к равновесию позволил исследовать взаимодействие регионов в пространственной экономике. В работах (Васильев, Суслов, 2009, 2010) устанавливаются достаточно общие условия существования равновесия Вальраса для моделей межрегионального взаимодействия, представляющие собой упрощенные версии традиционных требований отсутствия “рога изоби-

лия” и выполнения условия Слейтера для допустимых множеств участников. В оптимизационной межрегиональной межотраслевой модели (ОММ) равновесным является такое Парето-оптимальное состояние, в котором во всех регионах сальдо межрегионального обмена (сальдо бюджетов) во внутренних ценах нулевые. Факт достижимости равновесия, т.е. сходимости рыночного процесса, весьма нетривиален и доказывается при достаточно жестких предположениях относительно характера внутри- и межрегиональных отношений.

В настоящее время экономическая теория движется за пределы равновесной парадигмы. Исследователи изучают возможные реакции агентов на создаваемые ими структуры. Ставится вопрос о том, как ведет себя экономика вне равновесного состояния – придет ли она к простому однородному равновесию, или будет демонстрировать непрерывно изменяющееся поведение, или создаст структуры, которые не являются устойчивыми.

*Внеравновесный подход к моделированию.* Признаком новой научной парадигмы является возможность решать те задачи, которые в рамках старой парадигмы оставались неразрешимыми. К проблемам, которые остаются недоопределенными в рамках статического анализа, относятся поиск равновесия и выбор ожиданий. В условиях положительных обратных связей или возрастающей отдачи от масштаба, т.е. в условиях невыпуклости, возможно множество равновесных состояний. Обобщенный внеравновесный подход к моделированию множественности равновесий предполагает рассмотрение процесса во времени (как динамического процесса) – со случайными событиями, с положительными обратными связями. В таком динамическом процессе малые события накапливаются, усиливаются обратными связями и могут повлиять на выбор решения. Проблема выбора равновесия формулируется иначе – как динамический процесс со случайными событиями, а внеравновесный подход позволяет решить проблему неопределенности равновесия.

Обобщенный подход позволяет решить проблемы “самоотносимости”, когда агенты пытаются сформировать ожидания результата, который сам является функцией их ожиданий. В рамках данного подхода можно наблюдать процесс формирования ожиданий вне равновесия индуктивным, агент-ориентированным путем, когда агенты, обладающие свойством обучаемости, могут тестировать и выбирать лучшие модели ожидания. Вне равновесия ожидания могут быть несогласными с результатами их осуществления, а в ситуации равновесия – не будут противоречить результатам. Таким образом, если допустить, что ожидания формируются, то неопределенность ожиданий исчезает.

Теория общего равновесия может рассматриваться как частный случай более общей внеравновесной парадигмы. Внеравновесные системы могут сходиться к непротиворечивым структурам, не требующим дальнейшего приспособления. Тогда стандартное равновесие оказывается частным случаем неравновесия. Отсюда следует, что внеравновесная экономика не конкурирует с теорией равновесия, но допускает такой исход. Более того, неравновесие нельзя определить, не используя концепцию равновесия.

Внеравновесный подход неизбежно требует индивидуального описания алгоритмов поведения агентов, их обучения и реакции. Требования неоднородности агентов и обновления алгоритмов, реализуемых в машинных вычислениях, неминуемо приводят к агент-ориентированному подходу. Возрастает роль компьютерных вычислений, поскольку для большинства агент-ориентированных симуляций аналитическая постановка является крайне сложной.

*Равновесие в агент-ориентированных моделях экономики.* В экономической литературе по АО-моделированию экономических систем трудно выделить общепринятое определение равновесия. Однако исходя из концепции внеравновесной экономики *его не должно быть по определению*. Тем не менее исследователей интересует возникновение равновесия как частный случай в рамках принятой парадигмы. Определения равновесия в АО-моделях зависят от контекста конкретной модели, но в целом они строятся на ослаблении или отрицании отдельных элементов классической парадигмы.

По мнению Л. Тесфатсион, несмотря на различия контекстов, все определения содержат одну ключевую идею: система находится в равновесии, если все воздействия на систему взаимно погашают друг друга настолько, что система находится в неизмененном состоянии. В этом ключевом определении отсутствуют концепции единственности, оптимальности или стабильности

по отношению к внешним возмущающим воздействиям. Как только установлено существование равновесия, можно дальше исследовать природу этого частного равновесия: его уникальность, оптимальность и стабильность (Tesfatsion, 2006). Следует признать, что данный подход соответствует методологии большинства исследователей, разработавших действующие АО-модели.

Иллюстративная модель Л. Тесфатсион – ACE Trading World (ACE – агент-ориентированная вычислительная экономика) – описывает двухсекторную децентрализованную экономику, которая может прийти к стационарной форме равновесия только в крайней ситуации, когда все фирмы становятся банкротами, а потребители умирают из-за недостатка товаров. Исключая этот надуманный случай, экономика в данной модели не может остаться в неизменном состоянии по следующим причинам: 1) фирмы используют распределения вероятностей выбора для определения своих оферт; 2) фирмы обучаются (обновляют распределения вероятностей выбора); 3) мощности фирм меняются в ответ на изменения условий по прибыли; 4) в случае безразличия к выбору агенты используют рандомизацию. Более перспективными представляются такие концепции равновесия в АО-экономике, которые включают только одно “неизменяемое условие”, касающееся глобальных свойств этой экономики. Эти условия могут фиксировать во времени мощность экономики как число фирм и потребителей; структуру экономики – как уровни производственных мощностей фирм, сетевую структуру торговли, темпы роста производственных мощностей, объемов производства и потребления, – т.е. предписывать стационарную траекторию роста экономики; и, наконец, требовать непрерывную сбалансированность (“расчищение”) рынка.

Для того чтобы получить приблизительные оценки названных свойств экономики, Л. Тесфатсион дополнительно ослабляет условия. Например, пусть эталонный путь  $E^*$  – множество всех возможных траекторий состояний системы, характеризующейся свойством непрерывной сбалансированности рынков. Тогда для любого уровня допустимого отклонения  $\tau$  можно определить  $\tau$ -окрестность эталонного пути  $E^*$  как набор всех траекторий, отклоняющихся от  $E^*$  не более чем на  $\tau$ . В таком случае для любой начальной спецификации модели можно провести множественные вычислительные эксперименты с генерацией псевдослучайных значений, чтобы оценить вероятность (возможно, нулевую), с которой искусственная экономика входит в эту окрестность и остается в ней.

Д. Гатти подчеркивает, что в АО-моделях условие равновесия не предполагается изначально и не накладывается путем обращения к валльрасовскому аукционисту. Напротив, модельер допускает, что рыночное поведение возникало естественным образом из локальных действий взаимодействующих участников (Gatti, Gaffeo, Gallegati, 2010). Тем не менее, хотя в целом предполагается, что рынки систематически находятся вне равновесия, некоторые рынки могут находиться в равновесии или сходиться к статистическому равновесию. Опыт реализации нескольких макроэкономических АО-моделей демонстрирует, что проявляется тенденция к самоорганизации их агрегированных переменных (в частности, объема ВВП) в устойчивую конфигурацию (квазиустойчивого состояния или устойчивого равновесного роста) (Gatti, 2013).

Г. Джинтис в работе (Gintis, 2007) предложил модель, основанную на переосмыслении концепции Вальрасова динамического равновесия. Г. Джинтис показал, что нестабильность процесса схождения к равновесию является результатом общедоступности информации о ценах, что приводит к избыточной корреляции поведения экономических агентов. В условиях, когда цены становятся информацией ограниченного доступа, в экономиках, характеризующихся нестабильностью процесса схождения к равновесию, достигается динамика со свойством глобально устойчивого стационарного состояния.

В АО-модели многоотраслевой Вальрасовой экономики производства и обмена, разработанной Г. Джинтисом, информация о ценах не является общедоступной. Описанная этой моделью экономика отличается правдоподобной динамикой схождения к равновесию, в ходе которого цены и количества товаров сходятся к равновесным значениям, со стохастической ошибкой, размер которой достаточно широко варьирует вокруг нуля на нерегулярных интервалах – даже в отсутствие глобальных шоков в системе (Gintis, 2007). Позднее автор более строго показал, что Вальрасово равновесие нужно трактовать как комплексную динамическую систему, которую можно анализировать с помощью эволюционной теории игр. Экономика общего равновесия мо-

делируется как пошаговая эволюционная игра, в которой стратегия каждого агента – это вектор цен, определяющих спрос и предложение агента, и набор приемлемых для него сделок. При достаточно большом числе агентов результирующая динамическая система может быть достаточно близко аппроксимирована конечным марковским процессом. Стационарное распределение этого марковского процесса аппроксимирует Вальрасово равновесие (Mandel, Gintis, 2014).

Подход Г. Джинтиса был положен в основу семейства макроэкономических АО-моделей LAGOM, представляющих тип экономики Эрроу–Дебре (Arrow–Debreu model), которая основана на действиях экономических агентов и допускает возможность накопления капитала и эндогенного технического прогресса. Результаты демонстрируют, что микроповедение агентов с ограниченной рациональностью может привести к возникновению равновесия на макроуровне при условии, что с помощью генетических или эволюционных механизмов происходят некие формы коллективной оптимизации. Решающими для схождения к равновесию и его стабильности являются такие свойства внераавновесной динамики, как масштаб времени, относительная скорость приспособления цен и объемов производства, скорость проявления ожиданий, неявная размерность времени, встроенная в механизмы принятия решений. Ключевым фактором адекватности модели оказывается непротиворечивость модельного и эмпирического времени. В ходе компьютерных симуляций были получены множественные равновесия, причем переход от одного состояния к другому происходит эндогенно (Mandel, 2012).

Разработчики модели Eurase @ Unibi (Европейская мультиагентная экономическая модель) в ходе компьютерных симуляций получили эндогенную циклическую динамику, соответствующую деловым циклам и являющуюся результатом неполной координации взаимодействий агентов на рынке, взаимного влияния оптимистичных ожиданий спроса на восходящей фазе цикла, структуры инвестиций, объемов продаж и других микропеременных (Dawid, Gemkow et al., 2014).

М. Ленгник с помощью своей макроэкономической АО-модели получил близкое к равновесию состояние с приемлемым уровнем безработицы (5%); он также продемонстрировал, что цикличность оказывается эндогенным свойством АО-моделей (Lengnick, 2013). Д. Гатти с соавторами построили макроэкономическую АО-модель Mark1, в которой происходит переход из одного квазиравновесного состояния в другое, начиная с 4000-го шага. Множественные эксперименты показали, что модель устойчиво демонстрирует описанные долгосрочные множественные квазиравновесия. На переход от одного состояния к другому влияет уровень финансовой уязвимости фирм, измеряемый коэффициентом финансового левереджа (Grazzini, Assenza, Gatti, 2012).

Таким образом, несмотря на декларируемый отказ от концепции общего равновесия, разработчики макроэкономических АО-моделей сосредоточиваются в первую очередь на равновесных и квазиравновесных результатах компьютерных экспериментов, которые демонстрируют, что начинает проявляться тенденция к самоорганизации агрегированных переменных АО-моделей в устойчивую конфигурацию квазистойчивого состояния или устойчивого равновесного роста. Они обычно изучают свойства внераавновесной динамики, решающие для схождения к равновесию и обеспечивающие его стабильность. Специальное внимание уделяется устойчивости получаемых равновесных состояний. Способность модели воспроизвести динамику, близкую к реально наблюдаемой, расценивается как свидетельство ее адекватности.

## 2. КОНЦЕПЦИЯ АГЕНТ-ОРИЕНТИРОВАННОЙ МЕЖРЕГИОНАЛЬНОЙ МОДЕЛИ “ЗАТРАТЫ-ВЫПУСК”

Основной целью настоящей статьи является представление агент-ориентированной межрегиональной модели “затраты–выпуск” (АОМММ), разрабатываемой авторами в рамках проекта “Новая парадигма моделирования экономического пространства” Программы Президиума РАН № 31. Эта модель является базовым элементом проектируемого программного комплекса, включающего также геоинформационную систему и модель принятия решений типа “затраты–выпуск”. Структура комплекса предполагает, что центральная АО-модель получает информацию из ГИС на входы, и подает выходную информацию на входы модели “затраты–выпуск”. Входная информация включает параметры агентов, привязанные к географическим координатам. В про-

цессе реализации модели микроэкономические агенты (фирмы, домохозяйства и власти) независимо решают собственные задачи во взаимодействии друг с другом, что приводит к изменениям макропараметров многорегионального экономического пространства страны. Полученные макроэкономические параметры используются в модели принятия решений с целью анализа вариантов региональной и промышленной политики и для других прикладных задач.

Главные особенности представляемой АО-модели сводятся к следующим. Прежде всего *представление равновесия* в модели близко к концепции Вальрасова равновесия как комплексной динамической системы, предложенной Г. Джинтисом в уже упомянутых работах, где экономика стохастически сходится к равновесию в результате действий множества агентов в условиях ограниченной информации о ценах. Отличие нашей модели состоит в том, что *ограниченная рациональность агентов* реализована за счет неполноты информации в принятии решений агентами, а также за счет стохастической ошибки, заложенной в моделях поведения. *Представление пространства* отличается от описанных ранее пространственных АО-моделей тем, что пространственный фактор учтен явно, путем включения географических координат в число параметров агентов и вычисления на этой базе расстояний между ними. Такой подход обеспечивает максимальную детализацию пространства по сравнению, например, с простой маркировкой агентов по региону происхождения, как это сделано в модели *Lagom RegIO* (Wolf, Fürst et al., 2013). Кроме того, отличительным свойством АОМММ является ее *преемственность* по отношению к используемым авторами аналитическим моделям, а именно – непротиворечивость и возможность интеграции с действующими мультирегиональными моделями “затраты–выпуск” (Ершов, Мельникова, Суслов, 2009). Наконец, модели свойственны *масштабируемость и возможность усложнения*; они обеспечиваются прикладным протоколом обмена сообщениями, согласно которому функционирует рынок. Это позволяет увеличивать число участников рынка, число самих рынков, вводить новые типы агентов и объектов экономического пространства.

С математической точки зрения АО-модели являются рекурсивными системами, в которых переменные состояния агентов в каждый момент времени функционально зависят от их предыдущих состояний и параметров. Представление АО-моделей оказывается нетривиальной задачей в силу того, что способом их реализации является компьютерное симулирование, уровень абстракции которого (по распространенному мнению) занимает промежуточное положение между математической записью и верbalным описанием (Ostrom, 1988). Согласно другой точке зрения, АО-моделирование целиком относится к области математики, АО-модели потенциально могут быть решены аналитически, но с ростом числа параметров и функциональных форм, объема взаимодействий и сложности функций математические выражения АО-моделей быстро становятся неосуществимыми (Gallegati, Richiardi, 2011).

Отмеченная проблема неизбежно возникает в детализированных АО-моделях больших систем, предполагающих сильную зависимость поведения модели от исходной спецификации. В отличие от традиционных, аналитически решаемых, моделей, полностью формализуемых в виде уравнений, АО-модели требуют как содержательного описания взаимосвязей, поведения и свойств агентов, принципов реакции, так и формальной записи элементарных блоков модели в виде подмоделей.

Задачу описания АО-моделей существенно облегчает стандартизация представления. В последнее время среди специалистов по АО-моделированию широкое признание получил “ОДД-протокол” (т.е. протокол “Обзор, дизайн, детали”), впервые предложенный В. Гриммом с группой соавторов в 2006 г. (Grimm и др., 2006). ОДД-протокол характеризуется следующей структурой: 1) обзор (цель, переменные состояния и шкалы, обзор процесса и расписание); 2) дизайн (основные принципы, эмерджентность, адаптация, задачи, обучение, предвидение, опознавание, взаимодействие, стохастика, коллективы, наблюдение); 3) детали (инициализация, входные данные, подмодели) (Railsback, Grimm, 2011). Соблюдение основных параметров данного стандарта обеспечивает сопоставимость и полноту представления разных АО-моделей, в чем они до сих пор проигрывали традиционным, основанным на уравнениях математическим моделям. Представляя АОМММ, авторы сочли полезным присоединиться к использованию протокола “Обзор, дизайн, детали” в части общей структуры и логики изложения. Первая и вторая части протокола – “Обзор” и “Дизайн” – описывают концептуальный проект модели, а третья часть – “Детали” – детализирует действующую пилотную версию АОМММ малой размерности.

## 2.1. Обзор АОМММ

*Обоснование.* В качестве объекта рассматривается многорегиональное экономическое пространство страны во взаимодействии с внешним миром. Пространство является физическим, положение объекта в пространстве задается географическими координатами. Основная гипотеза состоит в том, что решения агентов на микроуровне приводят к пространственным изменениям макроэкономики. Микроэкономическим прапрототипом модели служит модель Эрроу–Дебре с леонтьевскими технологиями, а ближайшим макроэкономическим прототипом (с точки зрения теоретической конструкции) является модель стохастически сходящегося равновесия Джинтиса. Модель предполагается использовать как виртуальный полигон для оценки эффектов промышленной и пространственной политики. Модель предоставит возможность исследовать такие проблемы, как изучение факторов, ограничивающих и стимулирующих экономический рост регионов, оценка качества структуры региональной экономики, ретроспективное моделирование процессов освоения восточных регионов России.

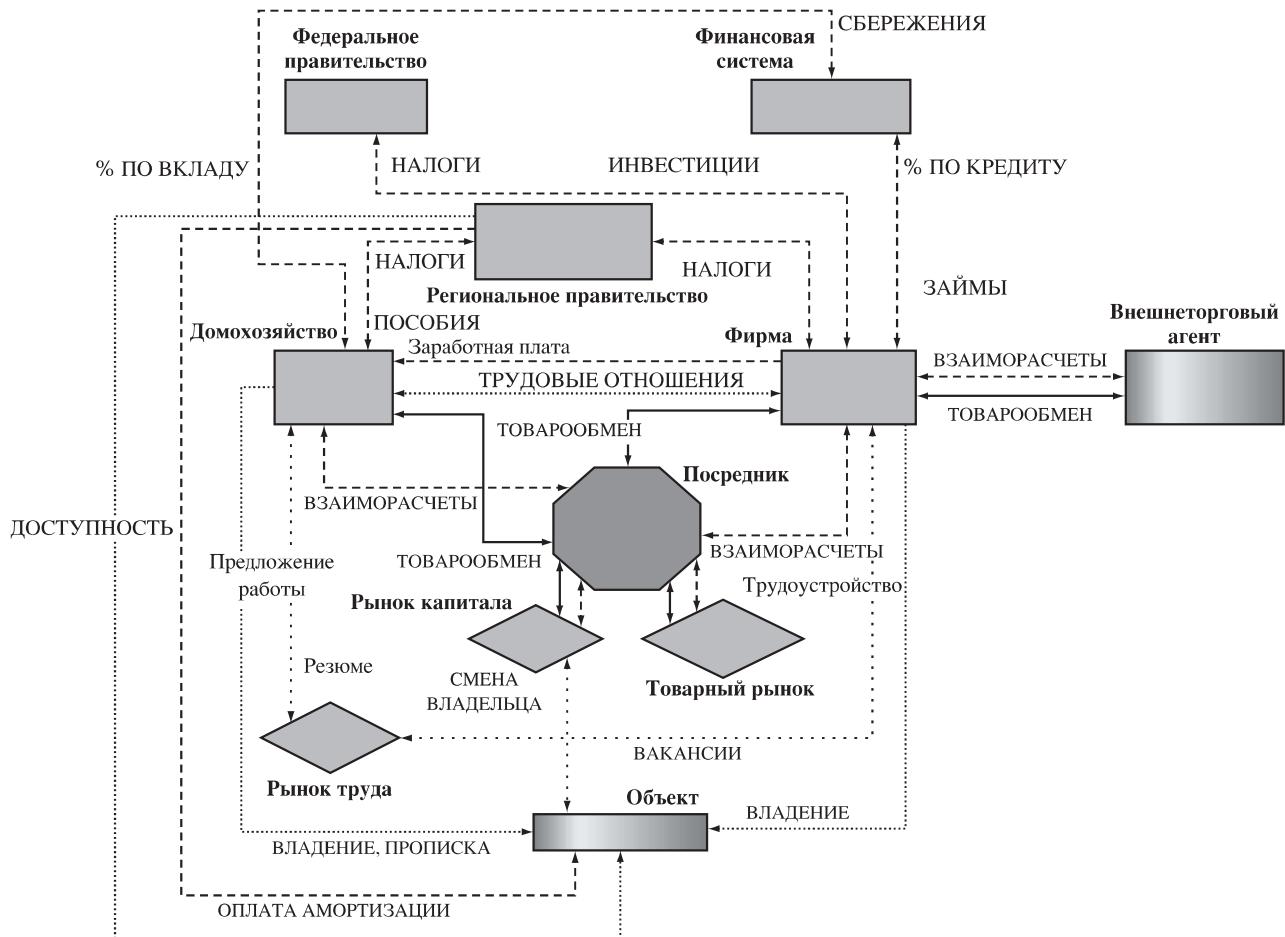
*Агенты и их взаимодействия.* В экономике имеются агенты следующих типов: фирмы, домохозяйства, внешнеторговые агенты, товарные рынки, рынок труда. Фирмы производят продукцию в монопродуктовых отраслях. Фирмы выходят на товарные рынки в качестве продавцов своей продукции, а также в качестве покупателей необходимых производственных факторов. Домохозяйства получают дивидендный доход от работы фирм, потребляют продукты в соответствии со своей функцией полезности и доходами, получают заработную плату от работы в фирмах или пособие по безработице. Домохозяйства выходят на товарные рынки в качестве покупателей, закупая потребляемые блага. Товарные рынки выполняют координационные функции, помогая агентам осуществлять торговлю. Внешнеторговые агенты выходят на товарные рынки в качестве покупателей и продавцов, причем цены покупки и продажи фиксированы и существенно отличаются друг от друга. В текущей реализации модели нет такого агента, как правительство. Некоторые функции правительства выполняет экономическая система в целом: перераспределение денежных средств (трансферты домохозяйствам, сбор налогов, уравновешивание внешней торговли) и сбор статистической информации. Домохозяйства выходят на рынок труда в поисках работы. Выбор места работы домохозяйство определяет из взаимного расположения в пространстве, необходимости пользоваться транспортом для перемещения между жильем и местом работы и величиной соответствующих издержек в денежном и временном выражении, а также с ситуацией на рынке труда. Фирмы корректируют количество рабочей силы исходя из своего спроса на труд и выходят на рынок труда в качестве работодателей.

Основные типы агентов и виды взаимоотношений проектируемой АОМММ схематически показаны на рис. 1.

## 2.2. Дизайн АОМММ

*Порядок событий в модели.* Внутри одного периода работы модели происходят следующие события:

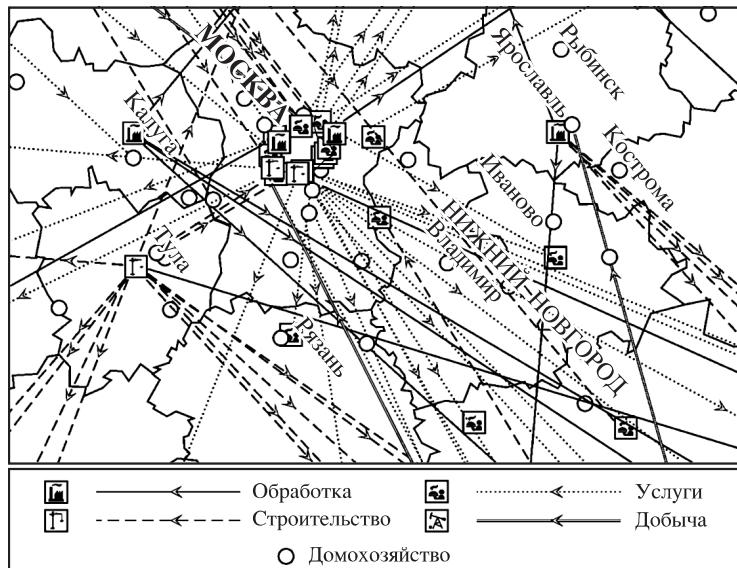
- объявляется начало периода; соответствующие переменные устанавливаются на нужных уровнях;
- бюджет производит трансферты;
- домохозяйства строят планы (выбирают доли потребления по секторам);
- фирмы строят планы (выбирают цены на свою продукцию и объемы производства);
- фирмы выставляют свои “пакеты” (цена, количество товара) на соответствующие рынки;
- домохозяйства сравнивают цены (с учетом транспортных тарифов) разных “пакетов” и делают заказы по “пакетам” в пределах доступных количеств;
- рынки удовлетворяют заказы; если заказов на “пакет” с избытком, их удовлетворяют пропорционально;
- рынок сообщает фирмам, реализован ли их пакет и какой был на него спрос; фирмы меняют прибыль;
- фирмы корректируют свою информацию о спросе;



**Рис. 1.** Основные типы агентов и схема взаимоотношений в АОМММ

- рынок сообщает домохозяйствам о приобретенных ими товарах; они меняют свой доход и количество товаров;
  - домохозяйства корректируют свою информацию о ценах;
  - если на рынке есть нераспроданный товар, при том, что на данной итерации продажи были ненулевые, то возвращаемся на этап заказов;
  - остатки доходов изымаются в бюджет;
  - дивиденды распределяются по долям собственности;
  - объявляется конец периода;
  - агенты заполняют статистическую отчетность;
  - система обрабатывает отчетность и выдает пользователю свои отчеты;
  - начинается новый период.

*Географическая структура модели.* Географическая структура модели привязана к условной карте России. Структура в определенном смысле является иерархической. Верхний уровень иерархии образуют три макрорегиона: Запад, Центр и Восток – сгруппированы в географических границах федеральных округов. Макрорегионы образованы группировкой 77 административно-территориальных единиц. В каждом регионе есть города. Наконец, на нижнем уровне находятся фирмы и домохозяйства. Уровень городов используется в модели только на этапе инициализации для размещения (назначения координат) фирм и домохозяйств. Уровни макрорегионов и регионов используются на этапе инициализации, а также при составлении статистической отчетности.



**Рис. 2.** Размещение агентов и отображение сделок на фрагменте карты

Внешние рынки не привязаны к иерархической структуре. Всего используется три внешних рынка: “Китай”, “Центральная Азия” и “Европа” с координатами городов Мюнхен, Алма-Ата и Пекин. Координаты в модели выражаются в градусах широты и долготы.

**Инициализация.** В модели использованы элементы геоинформационного подхода. Для размещения агентов были использованы следующие данные: географические координаты городов Российской Федерации; матрица расстояний по реальной дорожной сети; численность населения городов; статистические данные: число предприятий и отгрузка продукции в разрезе видов экономической деятельности и субъектов Российской Федерации.

Домохозяйства и фирмы размещаются согласно двумерному нормальному распределению в географических координатах с вершиной в точке, соответствующей координатам города, и коэффициентом масштаба, пропорциональным квадратному корню из численности населения данного города. Вероятность того, что фирма или домохозяйство попадет в данный город, пропорциональна численности населения города. Вероятность попадания фирмы в регион пропорциональна числу фирм данной отрасли в данном регионе.

Для инициализации модели используются также данные из межрегиональной модели “затраты–выпуск” в сопоставимой номенклатуре. На их основе задаются технологические коэффициенты (материалоемкость, капиталоемкость), размеры капитала фирм, коэффициенты функций потребления и транспортных тарифов.

**Визуализация.** Для отображения работы модели на экране компьютера используется анимированное изображение на карте и графики собранных статистических показателей. Использована подробная физическая карта России в обратной равнопромежуточной конической проекции. Размещение агентов и динамика потоков товарообмена на карте отображается в виде пиктограмм и стрелок (рис. 2).

**Статистика.** Результаты функционирования модели анализируются по статистике, собираемой в разрезе макрорегионов, отраслей и экономики в целом: физические объемы производства; объемы производства в стоимостном выражении; прибыль; рентабельность; потребление (физические объемы); среднедушевое потребление; потребительские доходы; среднедушевые потребительские доходы (на рис. 3 показана динамика показателей рентабельности в четырех секторах экономики). Можно получить и графическую информацию о каждом агенте (объемы производства и производственных затрат для фирм, объемы потребления – для домохозяйств, объемы экспорта и импорта – для внешних рынков).

**Учет пространства.** В модели рассматриваются в большей степени экономические, чем географические, аспекты пространства. Все агенты имеют географическую локацию в непрерыв-

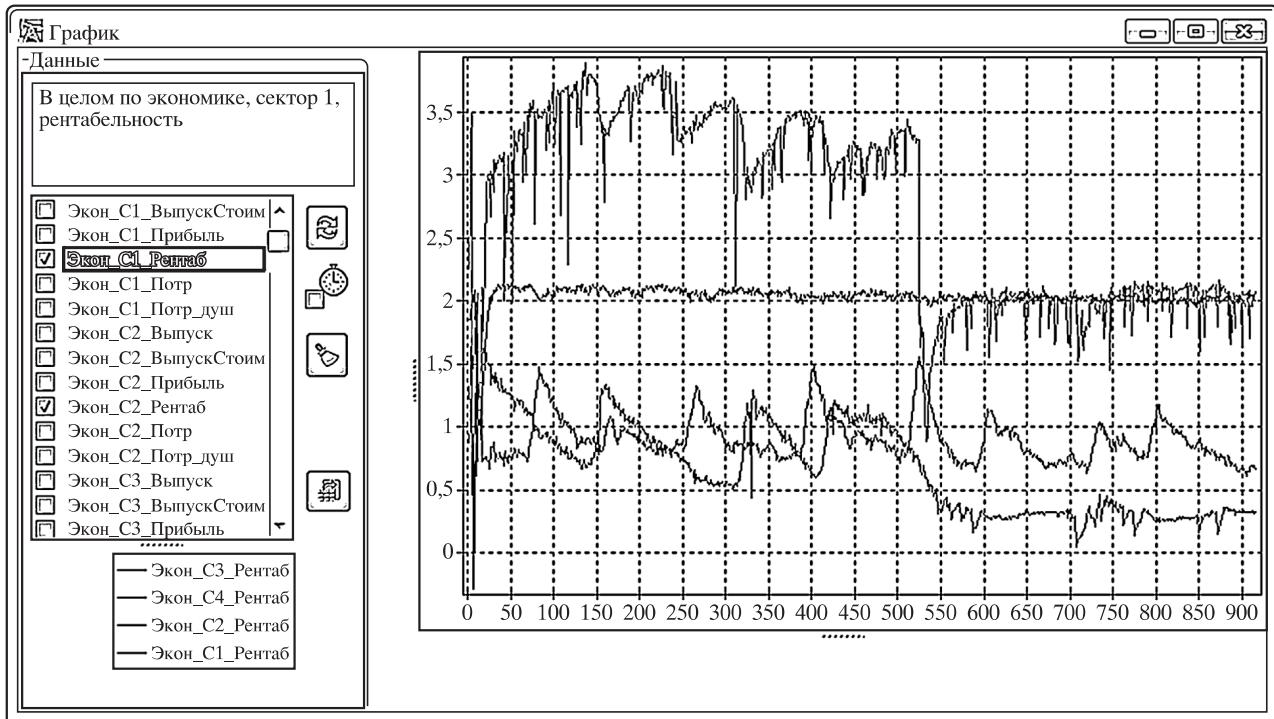


Рис. 3. Отображение собираемой статистики в виде графиков

ном пространстве и учитывают свои координаты и координаты тех агентов, с которыми взаимодействуют. Структура взаимоотношений в пространстве создается транспортными издержками. Транспортные издержки состоят из двух компонент. Первая компонента пропорциональна расстоянию между парой агентов и количеству перевозимых товаров. Вторая компонента не зависит от расстояния и пропорциональна перевозимому количеству. В модели отсутствует дезагрегация по типу перевозимого груза, но издержки разные для разных отраслей.

**2.3. Детали АОМММ. Постановка частной задачи производства и рыночного обмена.** В настоящий момент концептуальный проект агент-ориентированной макроэкономической пространственной модели конкретизирован нами до так называемой “малоразмерной АОМММ”. Малоразмерная АОМММ – условная модель в разрезе трех регионов и четырех секторов (добыча, обработка, строительство, услуги), которая функционирует в режиме, предполагающем постепенное подключение предусмотренных взаимосвязей между агентами. Транспорт не выделяется в отдельную отрасль, транспортные тарифы фиксированы и задаются экзогенно. Расстояние вычисляется по длине кратчайшей дуги, без учета транспортных сетей. Действуют два типа агентов: фирмы и домохозяйства. Функционирование рынков реализовано с помощью прикладного протокола обмена сообщениями между продавцами и покупателями.

Информационной основой служит малоразмерная версия ОМММ с заранее известным аналитическим решением (Гамидов, Доможиров, Ибрагимов, 2013). ОМММ и АОМММ разработаны в идентичной региональной и отраслевой номенклатуре. АОМММ реализована на языке программирования *Lua*. Далее будут прописаны основные блоки, реализованные в условной модели – производство, потребление и товарно-рыночный обмен фирм и домохозяйств.

**Планирование.** В модели используется универсальный алгоритм для случайного выбора планов производства фирмами, планов потребления домохозяйствами. Выбор совершается из набора случайно сгенерированных планов  $\Pi^j, j = 1, 2, \dots$ . Для фирмы это – производственный план и назначаемые отпускные цены на продукцию, для домохозяйств – доли дохода, выделенные на потребление разных товаров. В набор планов включается план  $\Pi^1$ , повторяющий план предыдущего периода без изменений. Остальные планы  $\Pi^j, j = 2, 3, \dots$ , случайным образом генерируются вокруг базового плана  $\Pi^1$ , т.е. используется механизм мутации планов.

У агента имеется целевая функция  $F^j$  (полезность домохозяйств и прибыль фирм). У каждого плана есть показатель пригодности  $F^j$ . Пригодность плана  $F(\Pi^j, E^j)$  зависит от  $\Pi^j$  и переменных окружения  $E^j$  – таких как предлагаемые рыночные цены, спрос на продукцию. Агент формирует свои представления о переменных окружения  $\bar{E}^j$ . Показатель годности равен  $F^j = F(\Pi^j, \bar{E}^j)$ . Представления  $\bar{E}^j$  обновляются при поступлении новой информации. План выбирается случайным образом на основе вероятностей, пропорциональных величине  $\exp(\alpha F^j)$ , где  $\alpha$  – степень стохастичности при выборе,  $\alpha \geq 0$ . При  $\alpha = 0$  совершается равновероятный выбор, а при  $\alpha \rightarrow \infty$  – выбирается план с максимальным  $F^j$ , т.е. происходит обычная оптимизация из конечного числа сгенерированных планов.

*Производство.* Производственные процессы моделируются с помощью производственной функции леонтьевского типа  $y = \min_i \{ \min \{x_i/a_i\}, K/a_K \}$ , где  $y$  – объем производства в рассматриваемый период;  $x_i$  – количество затрачиваемого производственного фактора (сырья, материалов и т. д.) из сектора  $i$ ;  $a_i$  – технологический коэффициент,  $K$  – уставный капитал (размер производственных мощностей фирмы),  $a_K$  – коэффициент капиталоемкости. Поскольку размер капитала фирмы в текущей модели фиксирован, переменная  $K$  задает ограничение сверху на объем производства. Согласно леонтьевской производственной функции затраты производственного фактора  $i$  равны  $x_i = a_i y$ . В целом издержки производства составляют  $c(\rho, y) = y \sum_i \rho_i a_i$ , где  $\rho_i$  – закупочная цена единицы товара  $i$ ,  $\rho$  – вектор этих цен. Если спрос  $D$  избыточный ( $D \geq y$ ),

то вся произведенная продукция реализуется по установленной фирмой цене  $p$  (на рынке сектора, к которому принадлежит фирма). Если спрос недостаточный, то нереализованная продукция распродается по цене  $p_{sale}$  (цене, по которой остатки продукции может купить внешний рынок). Прибыль фирмы имеет вид

$$\text{Profit} = \begin{cases} py - c(\rho, y), & \text{если } D \geq y, \\ pD + p_{sale}(y - D) - c(\rho, y) & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

*Планирование производства и ценообразование.* В процессе планирования фирма выбирает объем производства  $y$  и цену продукции  $p$ , стремясь максимизировать ожидаемую прибыль  $\overline{\text{Profit}}(y, p)$ . При каждом значении  $p$  спрос  $D(p)$  – случайная величина. Предполагается, что спрос имеет вид  $D(p) = \exp(\ln D_0(p) + \sigma_D \varepsilon)$ , где  $\ln D_0(p)$  – точечная оценка логарифма спроса, полученная по регрессии;  $\sigma_D$  – стандартная ошибка этой оценки;  $\varepsilon$  – дискретная случайная величина, принимающая значения  $(-2, -1, 0, 1, 2)$  с вероятностями  $(0,0625, 0,25, 0,375, 0,25, 0,0625)$ . Ожидаемая прибыль вычисляется по формуле

$$\overline{\text{Profit}}(y, p) = E[(p - \bar{p}_{sale}) \min \{y, D(p)\} + \bar{p}_{sale} y] - c(\bar{\rho}, y),$$

где  $E$  – математическое ожидание для указанного распределения;  $\bar{p}_{sale}$  – ожидаемая цена распродажи;  $\bar{\rho}$  – вектор ожидаемых закупочных цен производственных факторов. Как регрессионные оценки распределения спроса, так и ожидаемые цены являются результатом процесса обучения агента на основании предыдущего опыта.

Пара  $(y, p)$  подбирается фирмой по описанному ранее общему алгоритму случайного выбора. Набор планов строится на основе значений  $(y, p)$  в предыдущий период с помощью случайных мутаций.

*Оценка функции спроса фирмами.* Функциональная форма спроса лог-линейная:  $\ln(D_t(p_t) + 0,1) = a_1 \ln p_t + a_2 \ln \bar{p}_{t-1} + a_3 t + \varepsilon_t$ , где  $p_t$  – цена, назначаемая фирмой;  $\bar{p}_{t-1}$  – средняя цена по рынку в предыдущий период;  $\varepsilon_t$  – случайная ошибка. Добавка 0,1 позволяет вычислить логарифм при нулевом значении спроса. В регрессии  $\sigma_{D_t}^2 = \text{var} \varepsilon_t = e^{h_t}$ , где  $h_t$  – параметр, отвечающий за неопределенность. В каждом периоде параметры  $a_t$  и  $h_t$  пересчитываются адаптивно с учетом наблюдавшегося спроса при данных ценах. Для  $a_t$  выбрана модель гауссовского случайного блуждания:  $a_t \sim N(a_{t-1}, \sigma_a^2 I_3)$ . Параметр  $\sigma_a$  отвечает за скорость адаптации оценки спроса к текущей рыночной ситуации. При значениях  $\sigma_a$ , близких к нулю, коэффициенты регрессии  $a_t$

меняются медленно, не успевая за обстановкой на рынке. При больших  $\sigma_a$  параметры меняются быстрее, но сильно подвержены случайному шокам.

*Потребление.* Для моделирования потребления используется функция полезности с постоянной эластичностью замены (CES-функция)  $U(X) = \left( \sum_i k_i^{1/\sigma} x_i^{(\sigma-1)/\sigma} \right)^{\sigma/(\sigma-1)}$ , где  $i$  – индекс потребляемого продукта;  $k_i$ ,  $\sigma$  – параметры функции полезности (в предельном случае при  $\sigma = 1$  – это функция Кобба–Дугласа);  $x_i$  – эндогенная переменная объема продукта  $i$  в продуктовой корзине. Продуктовая корзина формируется исходя из имеющихся средств с помощью вектора структуры потребления  $x_i = s_i Inc/p_i$ , где  $Inc$  – денежный доход домохозяйства;  $s_i$  – доля средств, зарезервированных на потребление товара  $i$ ;  $p_i$  – рыночная цена продукта  $i$ .

Домохозяйства корректируют свою структуру потребления и исходя из нее выставляют заявки на покупку продуктов. Поскольку цены на момент составления плана потребления не известны точно, используются ожидаемые цены  $\bar{p}_i$ , которые формируются по правилу  $\bar{p}_i^{t+1} = \bar{p}_i^t + \gamma(p_i^t - \bar{p}_i^t)$ , где  $\gamma$  – параметр сглаживания,  $0 < \gamma < 1$ . При ценах  $\bar{p}_i$  данной структуре потребления  $S = (s_i)$  соответствует продуктовая корзина  $\bar{X}(S) = (s_i Inc/\bar{p}_i)$ . Полезность плана потребления  $S$  оценивается домохозяйством как  $U(\bar{X}(S))$ .

План потребления подбирается домохозяйством с помощью общего алгоритма случайног выбора. Набор планов строится на основе структуры потребления предыдущего периода посредством случайных мутаций. В результате выбора плана потребления функция спроса домохозяйства на рынке товара  $i$  имеет вид  $d(p) = s_i Inc/p$ .

*Внутренний механизм функционирования товарного рынка.* В процессе работы товарных рынков продавцы (фирмы и внешние рынки) выставляют фиксированные “пакеты” цена–количество, а покупатели (домохозяйства, фирмы и внешние рынки), видя эти варианты или их часть, выставляют свои заявки на “пакеты”. Вначале, на нулевой итерации торговли, на рынке присутствуют “пакеты” предложения ( $Q_b^0, P_b$ ), сформированные всеми продавцами  $b \in B$ .

Рассмотрим текущую итерацию торговли. На данной итерации торговли у каждого продавца  $b$  есть нераспроданный пакет  $(Q_b, P_b)$ , а каждый покупатель  $h$  сформировал заявку на покупку  $q_{hb}$  ( $q_{hb} \leq Q_b$ ). Заявки покупателей составляют общий пул заявок на “пакет” продавца  $b$ , т.е. неудовлетворенный спрос в размере  $L_b = \sum_h q_{hb}$ . (Индекс итерации торговли  $v \geq 0$  здесь и далее у переменных опущен.)

Если  $L_b > 0$  и  $L_b \geq Q_b$  (спрос превышает объем “пакета”), то продавцу  $b$  сообщается, что весь изначальный пакет  $Q_b^0$  распродан, а фактический совокупный спрос на его продукт в данный период времени составил  $D_b = Q_b^0 - Q_b + L_b$ . Продавец переходит на следующую итерацию торговли с  $Q_b = 0$ , т.е. выбывает из торгов. При этом заявки покупателей на “пакет” данного продавца оказываются удовлетворены пропорционально доле в общем пуле заявок, т.е. в объемах  $Q_b q_{hb}/L_b$ . Тогда покупатели переходят на следующую итерацию торговли, выбирая следующего продавца для удовлетворения оставшейся потребности в товаре в соответствии со своей моделью поведения.

Если  $L_b > 0$  и  $L_b < Q_b$ , фирма продает запрошенный объем  $L_b$  и переходит на следующую итерацию торговли с оставшимся объемом  $Q_b \rightarrow Q_b - L_b$ . Покупатели, желающие на данной итерации сделать покупку у продавца  $b$ , удовлетворяют свои заявки в полном объеме и выбывают из торговли.

Если  $L_b = 0$ , то торговля данным продуктом заканчивается и продавцу  $b$  сообщается, что совокупный спрос на его продукцию и объем продаж в данный период составил  $D_b = Q_b^0 - Q_b$ .

*Поведение покупателя на товарном рынке.* Покупатель имеет дело с некоторым набором пакетов  $(p_b, Q_b)$ , предложенных продавцами на рынке товара  $i$ . В модели предусмотрена возможность того, что покупатель не в полной мере владеет информацией о представленных пакетах. Часть информации о “пакетах” он может брать из прошлого опыта, а часть – обновлять, делая выборку.

Поведение покупателей определяется функцией спроса  $d(p)$ , форма которой зависит от типа агента. Функция спроса внешнего рынка бесконечно эластична, поэтому он покупает товар (в сколь угодно большом количестве), только если предложенная цена с учетом транспортных издержек ниже соответствующей экспортной цены этого рынка. В дальнейшем мы рассмотрим только поведение домохозяйств и фирм в роли покупателей.

Торговля происходит в несколько итераций, и размер “пакетов” может уменьшаться от итерации к итерации. Функции спроса покупателей меняются между итерациями. Из суммы  $s_i \text{ Inc}$ , которую домохозяйство выделило на покупки товара  $i$ , вычитается уже затраченная на этот товар сумма. Спрос фирм  $a_i$  неэластичен по цене, и из него вычитается ранее купленное количество.

При такой функции спроса покупатель должен выбрать некоторые из доступных на данной итерации “пакетов”. Хотя покупателю выгодно выбрать “пакет” с наименьшей ценой (где цена, выплачиваемая покупателем, включает транспортные издержки  $p_b + \tau_b$ ), для более правдоподобного моделирования выбора и повышения стабильности работы модели применена схема формирования спроса, схожая с той, которая лежит в основе модели монополистической конкуренции Диксита–Стиглица.

В модели Диксита–Стиглица один из товаров неоднороден, что достигается с помощью иерархической структуры функции полезности: в обычную функцию полезности  $U(X)$  подставляется CES-функция. Покупатель с такой функцией стремится диверсифицировать свои закупки между продавцами. Чем меньше параметр эластичности в CES-функции ( $\sigma_{DS} > 0$ ), тем больше склонность к разнообразию. Сумма денег, затрачиваемая на товар с ценой  $p_b$ , пропорциональна  $1/p_b^{\sigma_{DS}-1}$ . При больших значениях  $\sigma_{DS}$  почти все расходы приходятся на самый дешевый товар. При малых значениях  $\sigma_{DS}$  расходы распределяются более равномерно между продавцами.

В нашей модели, в отличие от модели Диксита–Стиглица, выбор происходит случайным образом. Общая величина расходов на данный товар делится на несколько порций. Если порция одна, выбирается только один “пакет”. При этом вероятность выбора “пакета” –  $1/(p_b + \tau_b)^{\sigma_{DS}-1}$ . При бесконечно большом числе порций поведение покупателя приближается к теоретическому пределу. Кроме того, в нашей модели заявка на “пакет”  $q_b$  ограничена сверху размером “пакета”  $Q_b$ .

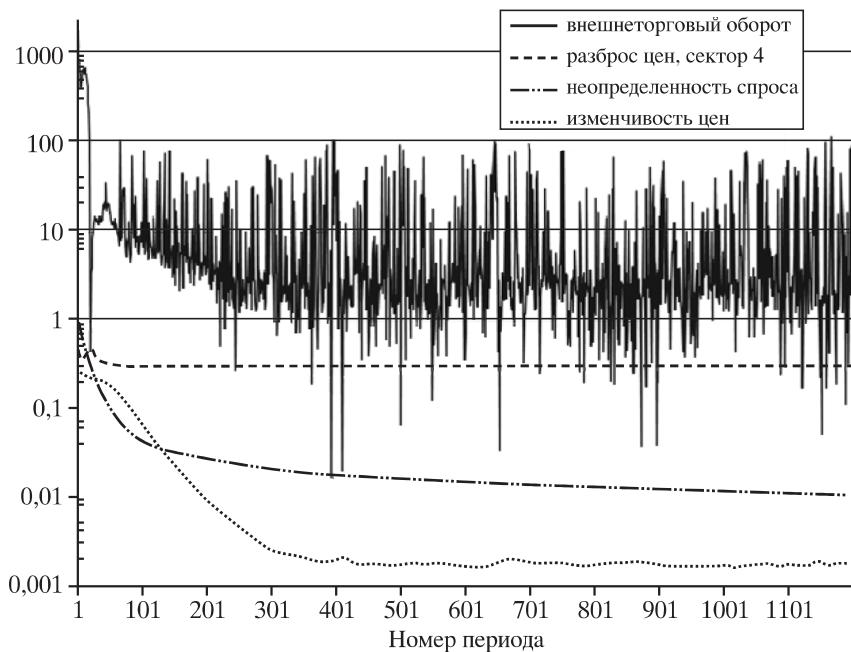
### 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СХОДИМОСТИ МОДЕЛИ К СОСТОЯНИЮ КВАЗИРАВНОВЕСИЯ

В текущей модели технологии предпочтения домохозяйств и прочие параметры экономики не меняются от периода к периоду. Для такой системы естественно ожидать сходимости к воображаемому стационарному состоянию, которое можно назвать квазиравновесием. (Мы предпочитаем использовать здесь более “нейтральный” термин, а не термин “равновесие”.) Квазиравновесие в АО-модели можно рассматривать как аналог обычного общего равновесия для классической Вальрасовской модели, когда на рынках устанавливаются такие цены, которые уравнивают спрос и предложение.

Для того чтобы оценить способность предлагаемой модели достигать приближенно стационарного состояния и имитировать работу конкурентных рынков, мы провели ряд компьютерных экспериментов. В этих экспериментах отслеживалась динамика показателей, которые могли бы служить критериями сходимости к квазиравновесию:

1) *внешнеторгового оборота* – при достаточно высоких ценах импорта и низких ценах экспорта в квазиравновесии объем внешней торговли должен быть мал по сравнению с общим оборотом торговли на рынке. Таким образом, внешнеторговый оборот можно рассматривать как показатель сбалансированности рынков. Внешнеторговый оборот рассчитывался в условной валюте, используемой в модели. Для экспериментов мы установили импортные цены примерно в пять раз выше, а экспортные – в пять раз ниже, чем те, которые складываются в квазиравновесии;

2) *неопределенности спроса* – при оценке спроса на продукцию каждая фирма вычисляет параметр неопределенности спроса  $e^{h_t/2}$  – среднеквадратическую ошибку для логарифма спроса.



**Рис. 4.** Показатели сходимости к квазиравновесию для базовой конфигурации параметров

Этот показатель безразмерный, и поэтому можно рассчитывать его агрегированный уровень по всем отраслям как среднее взвешенное по величине выручки. При приближении к квазиравновесию этот показатель стремится к нулю;

3) изменчивости цен – показатель изменчивости цены вычисляется как средний квадрат отклонения логарифма цены, назначаемой фирмой, от тренда, оцениваемого по алгоритму экспоненциального сглаживания. Как и неопределенность спроса, это безразмерный показатель. В целом по экономике можно рассчитать агрегированный показатель изменчивости как среднее геометрическое, взвешенное по выручке. Сходимость этого показателя к нулю должна отражать сходимость к квазиравновесию;

4) разброса цен – показатель разброса цен для каждого товарного рынка можно рассчитать как среднеквадратическое отклонение от средневзвешенной цены по рынку. Здесь не следует ожидать выполнения закона единой цены из-за наличия транспортных издержек, технологических различий у фирм и склонности к разнообразию у покупателей. Поэтому данный показатель, вообще говоря, не должен сходиться к нулю. В то же время уменьшение до некоторого стабильного уровня может быть одним из признаков сходимости к квазиравновесию. Среднеквадратическое отклонение рассчитывалось в условных денежных единицах модели на единицу продукции соответствующей отрасли.

В проведенных экспериментах поведение покупателей регулируется двумя параметрами –  $SigmaDS$  (эластичность  $\sigma_{DS}$ ) и  $NPortionsDS$  (число порций). В базовой конфигурации  $SigmaDS = 10$ ,  $NPortionsDS = 9$ . Параметр  $\sigma_a$ , отвечающий за скорость адаптации оценки спроса на продукцию к текущей рыночной ситуации ( $Sigma\_a$  – в программе), в базовой конфигурации взят равным 0,08.

На рис. 4 показаны графики четырех показателей сходимости к квазиравновесию (внешнеторговый оборот, разброс цен, неопределенность спроса, изменчивость цен) для базовой конфигурации. Разброс цен рассчитан для сектора “Услуги”, остальные показатели агрегированы по всем секторам. Все четыре показателя в процессе функционирования системы уменьшаются. Оборот внешней торговли довольно быстро снижается на два порядка и далее стабилизируется на низком (в масштабах экономики) уровне. Стабилизация разброса цен происходит еще быстрее. Предсказания спроса на продукцию у фирм становятся все более точными (меньше 1,5% в конце). Изменчивость падает на несколько порядков, затем стабилизируется на низком уровне (меньше 0,2%). Разброс цен стабилизируется на сравнительно высоком уровне (около 30%).

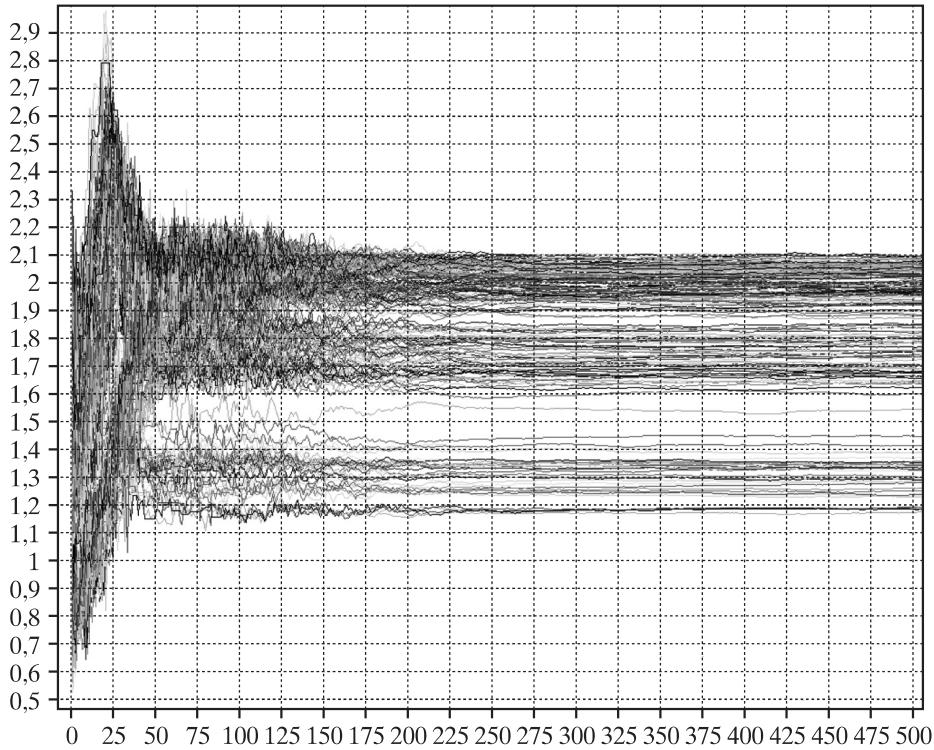


Рис. 5. Траектории цен в секторе “Услуги” при базовой конфигурации параметров

На рис. 5 изображены траектории цен в секторе “Услуги”. Как и ожидается, полной конвергенции цен не происходит. Однако после первоначального турбулентного периода цены начинают двигаться почти параллельно. Таким образом, с точностью до небольших случайных флюктуаций система стабилизируется и приходит к квазиравновесию.

Мы провели эксперименты с АО-системой, которые показывают ее реакцию на изменение параметров  $SigmaDS$ ,  $NPortionsDS$ ,  $Sigma_a$ . Основным критерием для сравнения естественно считать изменчивость цен.

График на рис. 6 демонстрирует результаты эксперимента по изменению эластичности CES-компоненты. Значение  $SigmaDS = 40$  соответствует приближению к более конкурентной ситуации, когда с точки зрения покупателей товары практически однородны. При таком значении наблюдается более медленная сходимость к квазиравновесию, но неопределенность спроса и изменчивость цен после периода первоначальной адаптации оказываются более низкими, чем при базовой конфигурации. Значение  $SigmaDS = 3$  соответствует большой склонности к разнообразию и неоднородности товаров разных продавцов. При таком значении наблюдаются более высокая неопределенность спроса и изменчивость цен после сходимости.

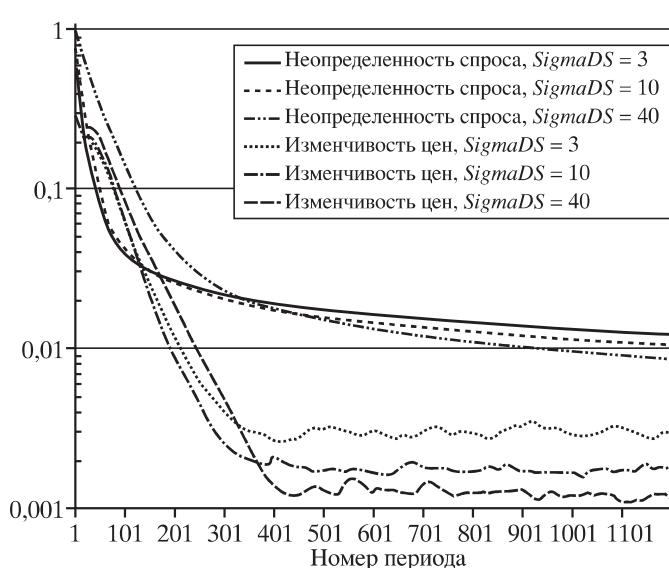
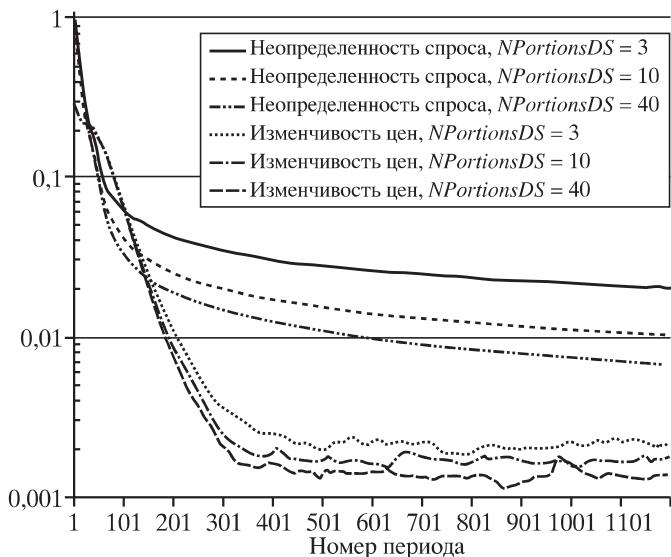
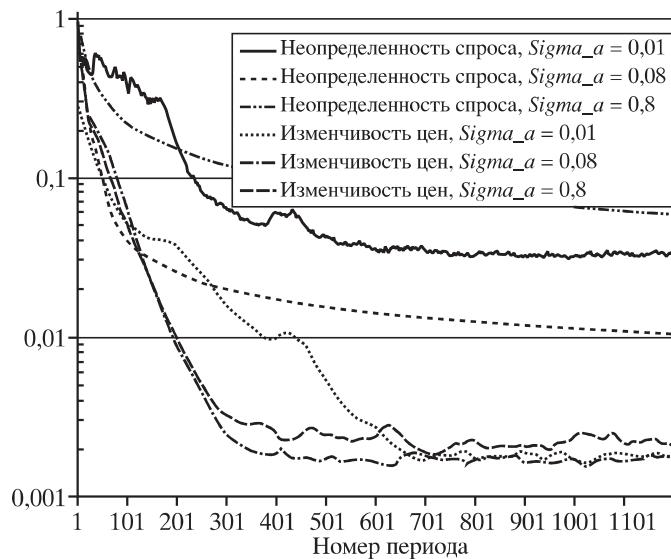


Рис. 6. Показатели сходимости к квазиравновесию для  $SigmaDS = 3, 10, 40$

Результаты эксперимента по изменению числа порций, на которые делятся расходы покупателей, показаны на рис. 7. С ростом числа порций (и тем самым – с ослаблением элемента случайности и приближением к теоретическому спросу) не-



**Рис. 7.** Показатели сходимости к квазиравновесию: неопределенность спроса и изменчивость цен для значений 3, 9 и 25 параметра  $NPortionsDS$



**Рис. 8.** Показатели сходимости к квазиравновесию: неопределенность спроса и изменчивость цен для  $Sigma\_a = 0,01; 0,08; 0,8$

большому разбросу цен. В рамках кластеров наблюдается интенсивной ценовой конкуренцией между фирмами.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При моделировании современной экономики приходится решать проблемы множественных и неустойчивых равновесий и неопределенности в формировании ожиданий экономических агентов. Эти трудности оставались непреодоленными в рамках неоклассического подхода к анализу и моделированию экономики, но получают перспективу разрешения при выходе экономической теории за рамки равновесной парадигмы. Анализ развития эволюции представлений о равновесных и неравновесных состояниях экономики показал, что классическая концепция общего равновесия не противоречит обобщенному, внераавновесному подходу, а может рассматриваться

определенность спроса и изменчивость цен падают. Это не означает, что при моделировании экономики надо брать большое число порций; наличие существенного элемента случайности может придавать модели большую реалистичность.

Влияние скорости адаптации на сходимость к равновесию иллюстрирует график на рис. 8. При  $Sigma\_a = 0,01$  фирмы медленно адаптируют свои оценки к наблюдаемому спросу, из-за чего система медленно сходится к квазиравновесию. После периода первоначальной адаптации изменчивость цен становится почти такой же, как при базовом значении  $Sigma\_a = 0,08$ , при этом неопределенность спроса остается достаточно высокой. При  $Sigma\_a = 0,8$  реакция фирм слишком быстрая, из-за чего изменчивость цен заметно выше, чем при  $Sigma\_a = 0,08$ . Неопределенность оценок спроса остается очень высокой – в несколько раз больше, чем в базовом варианте, что отражает слишком сильную реакцию на случайные шоки спроса.

Еще один эксперимент иллюстрирует влияние транспортных издержек на структуру квазиравновесных цен (рис. 9). При нулевых транспортных издержках среднеквадратическое отклонение цен в четвертом секторе в три с лишним раза ниже, чем в базовом варианте с транспортными издержками; в то же время изменчивость цен примерно на 30% выше базового варианта. Среднеквадратическое отклонение цен не сходится к нулю, т.е. полной конвергенции цен не наблюдается.

Траектории цен на рис. 10 показывают сходимость к двум кластерам. Это можно объяснить тем, что технологии фирм в разных макрорегионах разные, а это при склонности к разнообразию приводит к

как частный случай, как одна из множества возможных траекторий функционирования экономической системы. Агент-ориентированное моделирование представляется наиболее перспективным в качестве средства реализации внеравновесной парадигмы в экономическом анализе и прогнозировании.

В настоящей статье предложена концепция агент-ориентированной мультирегиональной модели “затраты–выпуск”, которую предполагается использовать для исследования пространственного развития российской экономики в составе программного комплекса, включающего геоинформационную систему и нормативные макроэкономические модели принятия решений. Элементы модели описаны в рамках общепринятого протокола “Обзор, дизайн, детали”. В качестве пилотной версии разработана малоразмерная субъектная модель производства и рыночного обмена, реализующая микроэкономические методы принятия решений агентов с элементами стохастики (малоразмерная АОММ), являющаяся одним из блоков полной АОММ и через входные данные связанная с малоразмерной ОММ.

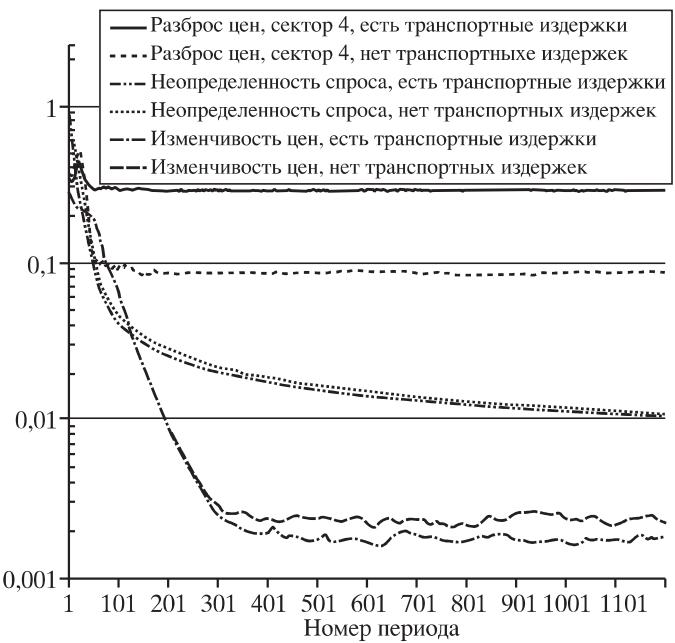


Рис. 9. Показатели сходимости к квазиравновесию: разброс цен, неопределенность спроса и изменчивость цен в зависимости от транспортных издержек

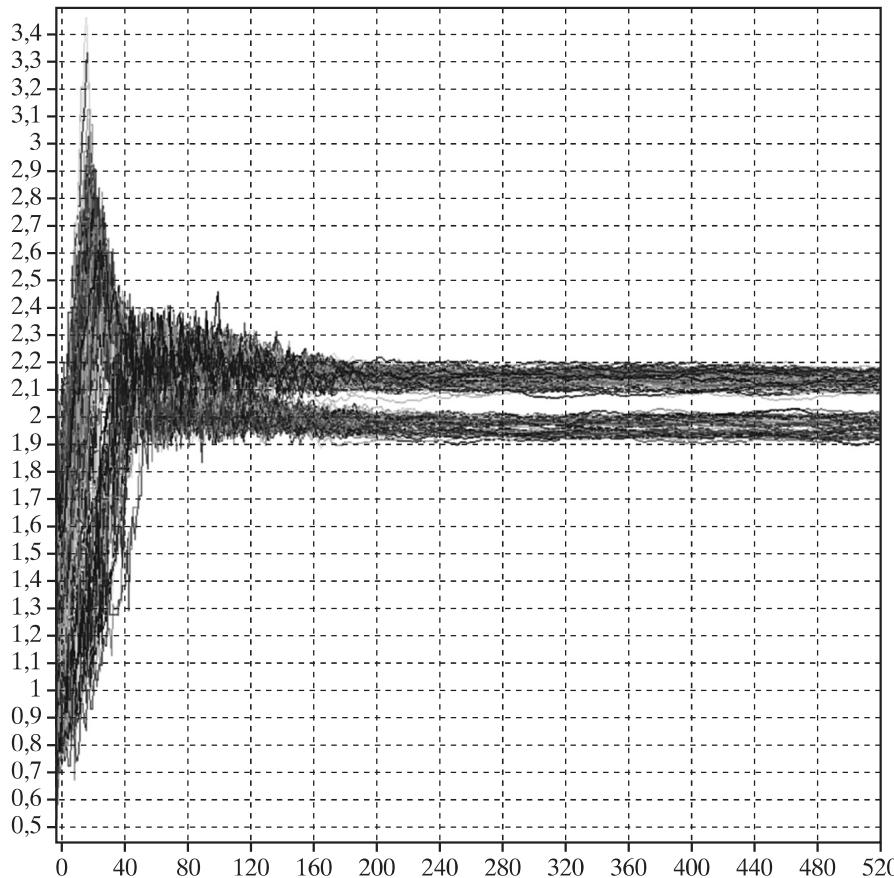


Рис. 10. Траектории цен в секторе “Услуги” при нулевых транспортных издержках (цена за единицу продукции)

Экспериментальные расчеты позволили определить некоторые свойства квазиравновесия на отдельном рынке в модели. В частности, скорость схождения к квазиравновесию возрастает при росте склонности покупателей к разнообразию и при увеличении скорости адаптации (обучения). Однако при этом возрастают неопределенность спроса и изменчивость цен. При ослаблении элемента случайности и приближении к теоретическому спросу как неопределенность спроса, так и изменчивость цен снижаются. Эксперимент, имеющий целью оценить влияние транспортных издержек на сходимость к квазиравновесию, выявил сходимость цен к двум кластерам, внутри которых сохранялась высокая изменчивость цен.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Васильев В.А., Суслов В.И.** (2010). Равновесие Эджвортта в одной модели межрегиональных экономических отношений // *Сибирский журнал индустриальной математики*. Т. 13. № 1. С. 18–33.
- Васильев В.А., Суслов В.И.** (2009). О неблокируемых состояниях многорегиональных экономических систем // *Сибирский журнал индустриальной математики*. Т. 12. № 4. С. 23–34.
- Гамидов Т.Г., Доможиров Д.А., Ибрагимов Н.М.** (2013). Равновесные состояния открытой межрегиональной системы, порожденной оптимизационной межрегиональной межотраслевой моделью // *Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Социально-экономические науки*. Т. 13. Вып. 3. С. 81–94.
- Грассини М.** (2009). Проблемы применения вычислимых моделей общего равновесия для прогнозирования экономической динамики // *Проблемы прогнозирования*. № 2. С. 30–48.
- Ершов Ю.С., Мельникова Л.В., Суслов В.И.** (2009). Практика применения оптимизационных мультирегиональных межотраслевых моделей в стратегических прогнозах российской экономики // *Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Социально-экономические науки*. Т. 9. Вып. 4. С. 9–23.
- Макаров В.Л.** (1982). Экономическое равновесие: существование и экстремальное свойство // *Итоги науки и техники. Серия: Современные проблемы математики*. Т. 19. С. 23–58.
- Макаров В.Л., Бахтизин А.Р.** (2013). Социальное моделирование – новый компьютерный прорыв (агент-ориентированные модели). М.: Экономика.
- Akhabbar A., Lallemand J.** (2010). Wassily Leontief and Léon Walras: the Production as a Circular Flow. [Электронный ресурс] // *MPRA Paper*. Режим доступа: <http://mpra.ub.uni-muenchen.de/30207>, свободный. Загл. с экрана. Яз. англ. (дата обращения: ноябрь 2014 г.).
- Caballero R.** (2010). Macroeconomics after the Crisis: Time to Deal with the Pretense-of-Knowledge Syndrome // *Journal of Economic Perspectives*. Vol. 24. No. 4. P. 85–102.
- Dawid H., Gemkow S., Harting P., Hoog S. van der, Neugart M.** (2014). Agent-Based Macroeconomic Modeling and Policy Analysis: The Eurace@Unibi Model. [Электронный ресурс] // *Bielefeld Working Papers in Economics and Management* No. 1–2014. Режим доступа: <http://ssrn.com/abstract=2384391>, свободный. Загл. с экрана. Яз. англ. (дата обращения: ноябрь 2014 г.).
- Dawid H., Harting P., Neugart M.** (2013). Cohesion Policy and Inequality Dynamics: Insights from a Heterogeneous Agents Macroeconomic Model. [Электронный ресурс] // *Bielefeld Working Papers in Economics and Management* No. 26–2013. Режим доступа: <http://ssrn.com/abstract=2369187>, свободный. Загл. с экрана. Яз. англ. (дата обращения: ноябрь 2012 г.).
- Follmer H.** (1974). Random Economies with Many Interacting Agents // *Journal of Mathematical Economics*. Vol. 1(1). P. 51–62.
- Gallegati M., Richiardi M.G.** (2011). Agent Based Models in Economics and Complexity. In: “*Complex Systems in Finance and Econometrics*”. N.Y.: Springer.
- Gatti D.D.** (2013). Agent-Based Macroeconomics: Methods, Myths and Models. [Электронный ресурс] // *First Bordeaux Workshop on Agent-Based Macroeconomics*. Режим доступа: <http://yildizoglu.x10.mx/macroabm1/docs/delli-gatti-slides.pdf>, свободный. Загл. с экрана. Яз. англ. (дата обращения: ноябрь 2014 г.).
- Gatti D.D., Gaffeo E., Gallegati M.** (2010). Complex Agent-Based Macroeconomics: a Manifesto for a New Paradigm // *Journal of Economic Interaction and Coordination*. Vol. 5(2). P. 111–135.
- Gintis H.** (2007). The Dynamics of General Equilibrium // *Economic Journal*. Vol. 117. Issue 523. P. 1280–1309.
- Grazzini J., Assenza T., Gatti D.D.** (2012). The Macroeconomic Agent Based Model (MABM). Towards Mark II. [Электронный ресурс] Режим доступа: [http://ec.europa.eu/information\\_society/apps/projects/logos/1/288501/080/deliverables/001\\_CRISISD32TAVM2.pdf](http://ec.europa.eu/information_society/apps/projects/logos/1/288501/080/deliverables/001_CRISISD32TAVM2.pdf), свободный. Загл. с экрана. Яз. англ. (дата обращения: ноябрь 2012 г.).

- Grimm V., Berger U., Bastiansen F., Eliassen S., Ginot V., Giske J., Goss-Custard J., Grand T., Heinz S.K., Huse G., Huth A., Jepsen J.U., Jørgensen C., Mooij W.M., Müller B., Pe'er G., Piou C., Railsback S.F., Robbins A.M., Robbins M.M., Rossmanith E., Rüger N., Strand E., Souissi S., Stillman R. A., Vabø R., Visser U., DeAngelis D.L. (2006). A Standard Protocol for Describing Individual-Based and Agent-Based Models // *Ecological Modelling*. Vol. 198. Issue 1–2. P. 115–126.
- Krugman P. (2009). How Did Economists Get It So Wrong? // *The New York Times*. September 6. New York edition. P. MM36.
- Lengnick M. (2013). Agent-Based Macroeconomics: A Baseline Model // *Journal of Economic Behavior & Organization*. Vol. 86. P. 102–120.
- Mandel A. (2012). Agent-Based Dynamics in the General Equilibrium Model // *Complexity Economics*. Vol. 1. No. 1. P. 105–121.
- Mandel A., Gintis H. (2014). Stochastic stability in the Scarf economy // *Mathematical Social Sciences*. Vol. 67. P. 44–49.
- Oström T. (1988). Computer Simulation: the Third Symbol System // *Journal of Experimental Social Psychology*. Vol. 24. Issue 5. P. 381–392.
- Railsback S.F., Grimm V. (2011). Agent-Based and Individual-Based Modeling: A Practical Introduction. Princeton: Princeton University Press. P. 35–41.
- Robbins L.Ch. (1932). An Essay on the Nature & Significance of Economic Science. London: Macmillan. P. 15.
- Schelling T. (1971). Dynamic Models of Segregation // *Journal of Mathematical Sociology*. Vol. 1. Issue 2. P. 143–186.
- Stanilov K. (2012). Space in Agent-Based Models. In: “Agent-Based Models of Geographical Systems”. Dordrecht, N.Y.: Springer Netherlands.
- Starret D. (1978). Market Allocations of Location Choice in a Model with Free Mobility // *Journal of Economic Theory*. 1978. Vol. 17. Issue 1. P. 21–37.
- Stiglitz J. (2011). Rethinking Macroeconomics: What Failed and How to Repair It // *Journal of the European Economic Association*. Vol. 9. Issue 4. P. 591–645.
- Tesfatsion L. (2006). Agent-Based Computational Economics: A Constructive Approach to Economic Theory. In: “Handbook of Computational Economics”. Vol. 2: Agent-Based Computational Economics. Amsterdam: North-Holland/Elsevier.
- Wolf S., Fürst S., Mandel A., Lass W., Lincke D., Pablo-Martí F., Jaeger C. (2013). A Multi-Agent Model of Several Economic Regions // *Environmental Modelling & Software*. Vol. 44. P. 25–43.

Поступила в редакцию  
24.12.2014 г.

## Agent-Based Multiregional Input-Output Model of the Russian Economy

V.I. Suslov, D.A. Domozhirov, N.M. Ibragimov, V.S. Kostin,  
L.V. Melnikova, A.A. Tsyplakov

The paper for the first time presents a concept and a pilot version of an agent-based multiregional input-output model (ABMIOM) of the Russian economy. In this model independent economic agents interact in the space in the conditions of bounded information, which corresponds to the modern out-of-equilibrium paradigm of economic modeling. The model presented differs from some existing agent-based models as follows: 1) it presents the whole economy rather than a specific segment of the market; 2) it takes into account the geographic locations of agents explicitly; 3) it is compatible with an existing normative model (multiregional input-output model) and is based on real data. Special attention is paid to the evolution of the equilibrium concept in the modeling of economic systems, especially, of spatial economies, to the algorithm of the search of equilibrium and to possibilities of studying it. Some presented results of experimental calculations allow to analyze the convergence of the model to the state of quasi-equilibrium.

**Keywords:** agent-based models, interaction of agents, economic space, equilibrium.

**JEL Classification:** C63, R1, D58.