ЭКОНОМИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ, 2015, том 52, № 4, с. 74–93

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ РЫНОЧНОГО РИСКА, ОСНОВАННЫХ НА ВЕЛИЧИНЕ VALUE AT RISK

© 2016 г. И.И. Дробыш

(Москва)

В статье анализируются возможности использования различных методов расчета величины Value at Risk (VaR) при оценке рыночных рисков в условиях российской экономики. Автором проведен анализ временных рядов, показывающих динамику дневных логарифмических доходностей одного из крупных российских паевых инвестиционных фондов (ПИФ), размещающего средства в акциях российских компаний, за 2000–2014 гг. Проверено предположение о нормальном распределении логарифмических доходностей ПИФа. Показано, что в отдельные периоды ряд логарифмических доходностей хорошо аппроксимируется функцией нормального распределения, но на всем диапазоне данных гипотезу о нормальном распределении следует отклонить. Для расчета величины VaR рассмотрены: дельта-нормальный метод и его вариации, метод исторического моделирования и гибридный метод Халла–Вайта. Проверка точности методов расчета величины VaR и их сравнение выполнено посредством верификации методов на основе ретроспективных данных. При этом проверяется число превышений, которые показывает метод расчета величины VaR (событий, когда фактическая абсолютная величина потерь превышает оценочную величину VaR), независимость наступления событий превышения между собой, а также средняя величина превышений фактическими убытками уровня VaR. Дельта-нормальный метод проявляет нестабильность результатов в условиях нестационарной российской экономики. Метод исторического моделирования и метод Халла–Вайта продемонстрировали хорошие стабильные результаты на всем временном интервале тестирования при проверке методом Базельского комитета и тестом Купика (анализ числа событий превышения). Все методы расчета VaR имеют признаки кластеризации (скопления) наступления событий превышения (тест Кристоферсена показал отрицательные результаты). Метод Халла–Вайта показал наименьшую среднюю величину превышений фактическими убытками уровня VaR, что при относительном сравнении методов характеризует его как наиболее точный.

Ключевые слова: риски, стоимость актива, экономические потери, капитал для покрытия рыночных рисков, Value at Risk, квантиль функции распределения, программы.

Классификация JEL: C000, C130, D810.

1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из важнейших проблем в деятельности финансово-инвестиционных компаний (инвестиционных банков, финансовых учреждений, пенсионных фондов, казначейств) – является оценка и управление рисками. Риски финансово-инвестиционных компаний связаны с возможностью возникновения условий, неблагоприятным образом воздействующих на результаты их будущей экономической деятельности. Эти условия могут быть сопряжены с различными событиями: изменением внешнеэкономической конъюнктуры, форс-мажорными обстоятельствами, а также внутренними обстоятельствами, такими как ошибочные действия персонала, сбои информационных систем и т.п. При этом предполагается, что для компании существует возможность выявить события, которые могут стать помехой ее успешной хозяйственной деятельности, примерно определить шансы реализации таких событий, оценить последствия их наступления, т.е. связанный с ними ущерб и его относительные размеры, и разработать меры противостояния наступлению или нейтрализации последствий произошедшего события (Качалов, 2012, с. 4).

В данной статье риск рассматривается с точки зрения экономических потерь, вероятность которых связана с наличием неопределенности, недостаточности информации. При этом акцентируется внимание на рыночном риске[1], для которого в теории риск-менеджмента разработаны количественные методы оценки. В данной статье мы будем исследовать и сравнивать различные методы оценки рыночного риска на основе величины Value at Risk.

Впервые термин "Value at Risk" появился в 1993 г. в докладе "Деривативы: практика и принципы" (Group of Thirty…,1993, p. 10–12), подготовленном по заказу "Группы Тридцати" (G-30) – некоммерческой организации, объединяющей крупнейшие финансовые организации США. В 1994 г. корпорация J.P. Morgan обнародовала систему RiskMetrics[T] для оценки рыночных рисков на основе величины *VaR* (RiskMetrics, 1994). В настоящее время концепция *VaR* – это один из наиболее известных подходов к оценке рыночных рисков. Она получила наибольшее распространение в банковской сфере (Виленский, Лившиц, Смоляк, 2015, с. 908; Holton, 2015, chapter 1.9).

Основными стандартами по управлению рисками в банковской сфере являются документы Базель II (Международная конвергенция измерения капитала и стандарта капитала) и Базель III (дополняет и усиливает положения Базель II). В указанных документах определены требования к минимальному размеру капитала для покрытия рисков и описаны требования к оценке банковских рисков (на основе величины *VaR*). Центральный банк Российской Федерации предпринимает шаги по внедрению требований Базель II–III в практику регулирования деятельности российских банков, разработаны и опубликованы методические рекомендации по выполнению банковскими учреждениями внутренних процедур оценки достаточности капитала (О методических рекомендациях…, 2011). Однако рекомендации касаются положений, носящих в основном концептуальный характер. Российские банки, опираясь на рекомендованные принципы, должны самостоятельно разрабатывать модели и методики оценки рисков (Шевченко, Поморина, 2013, с. 25–31).

В теории риск-менеджмента применяются различные методы расчета величины *VaR*, их модификации и гибридные подходы.

В настоящее время является актуальным исследование возможности использования методов оценки величины *VaR* в условиях российской экономики. В качестве исходной информации для проведения расчетов анализировались данные за 2000–2014 гг. о динамике цен и дневных логарифмических доходностей одного из крупных российских паевых инвестиционных фондов, размещающего средства в акциях российских компаний. Для расчета величины *VaR* рассмотрены следующие методы:

1) дельта-нормальный метод (метод выборочной дисперсии, метод экспоненциально-взвешенных ковариаций);

2) метод исторического моделирования (обычный метод исторического моделирования, бутстрап);

3) гибридный метод Халла–Вайта, объединяющий метод исторического моделирования и метод экспоненциально-взвешенных ковариаций.

Для проверки точности и корректности методов расчета величины *VaR* и их сравнения выполнена верификация методов на основе ретроспективных данных. При этом применялись следующие подходы: метод Базельского комитета, тест Купика, тест Кристоферсона, метод функции потерь. Расчеты произведены с помощью набора программ для вычисления и тестирования точности величины *VaR*, разработанного автором на базе пакета Mathematica 10.

2. ОБЩЕЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ О КОНЦЕПЦИИ *VaR*

Суть концепции *VaR*[2] состоит в следующем (Дробыш, 2015а, гл. 15.1, с. 893): в задачу оценки или выбора актива (конкретного финансового инструмента, портфеля инструментов и т.д.) вводится дополнительное ограничение в виде требования по определению и принятию в расчет

[1] Рыночные риски – возможность несоответствия характеристик экономического состояния объекта значениям, ожидаемым лицами, принимающими решения, под действием рыночных факторов. Рыночные риски связаны с неопределенностью колебаний рыночной конъюнктуры – ценовыми и курсовыми рисками, процентными рисками, ликвидностью и пр. – и чувствительностью к этим колебаниям несущих рисков объектов (активов и пр.).

[2] Отметим, что в статье термин "концепция *VaR*" имеет более широкое значение по сравнению с термином "метод расчета величины *VaR*". А именно включает формирование общей постановки задачи, а также нахождение всех параметров в рамках поставленной задачи.

взаимосвязи между максимально допустимым уровнем потерь и вероятностью того, что уровень возможных потерь не превысит этой величины. *VaR* определяется как величина потерь, при которой рассматриваемый актив за интересующий период или на заданный момент времени с определенной вероятностью потеряет в стоимости не более этой величины. Например, когда говорят, что величина *VaR* акций компании с временным горизонтом 1 день и доверительным уровнем 95% составляет 250 млн руб., это означает, что потери в течение одного дня, превышающие 250 млн руб., могут произойти не более чем в 5% случаев.

Опираясь на концепцию *VaR*, лицо, принимающее решение, оценивает будущую стоимость активов, принимая во внимание вероятную величину потерь, а при выборе из возможных альтернатив отдает предпочтение той, у которой при прочих равных условиях потери меньше.

В рамках концепции *VaR* можно выделить четыре варианта постановки задачи (Виленский, Лившиц, Смоляк, 2015, с. 894):

1) определить вероятную величину потерь стоимости актива (непосредственно величину *VaR*), которую с заданной вероятностью γ за рассматриваемый временной период могут достигнуть или превысить фактические потери;

2) определить величину вероятности γ, с которой за рассматриваемый временной период потери стоимости актива могут достичь заданного уровня C или превысить его;

3) определить, не может ли в рассматриваемый период с вероятностью не менее заданной, произойти форс-мажорное событие: уровень потерь стоимости актива превысит заданный предельный уровень C;

4) на основе расчетов величины *VaR* осуществить оптимальный выбор из существующих альтернатив. *VaR* может выступать либо как критериальная функция, либо как элемент системы ограничений.

В рамках настоящей статьи автор сосредоточился на рассмотрении решения первой задачи. Определялась вероятная величина потерь[3], которую с заданной вероятностью (рассматривался 1 и 5%) за 1 день могли достичь и превысить фактические потери.

С точки зрения теории вероятности величина VaR_γ представляет собой нижнюю грань таких неотрицательных величин C, что событие $Y \geq C$, где Y – абсолютная величина убытка для рассматриваемого актива за интересующий период времени (далее временной горизонт), имеет вероятность, не превосходящую γ (обычно γ – экзогенно задаваемая допустимая вероятность потерь) (Виленский и др., 2015, с. 895, 896):

$$VaR_\gamma = \inf\{C \mid \Pr[Y \geq C] \leq \gamma\}, \tag{1}$$

где $\Pr(A)$ – вероятность события A; $\gamma = 100\% - X$, $\gamma \in (0,\ 1)$; X – доверительный уровень, задаваемый экзогенно (обычно принимается на уровне 99 или 95%) (рис. 1).

В статистических терминах определение *VaR* можно переписать следующим образом. Если F_Y обозначает функцию распределения случайной величины Y, то величина VaR_γ – это квантиль[4] функции распределения F_Y:

$$VaR_\gamma = F^{-1}(1-\gamma), \tag{2}$$

где $F^{-1}(1-\gamma)$ – значение функции, обратной к функции распределения F_Y в точке $(1-\gamma)$.

Важным преимуществом величины *VaR* является возможность агрегирования различных рисков в единый показатель, что достаточно удобно для принятия решения. В деятельности риск-ме-

[3] В примере расчета рассматривалось абсолютное значение отрицательной доходности ПИФа. Отметим, что, зная величину прогнозируемой доходности, также несложно получить соответствующее значение цены ПИФа. Данные преобразования не производились, поскольку в рамках приведенного примера они не оказывают влияния на результаты тестирования различных методов расчета величины *VaR*.

[4] Квантилем порядка p $(0 < p < 1)$ для случайной величины X называется такая величина x_p, что либо $F_X(x_p) = p$, либо функция $F_X(x)$ при $x = x_p$ претерпевает скачок от значений, меньших p, к значением, большим p.

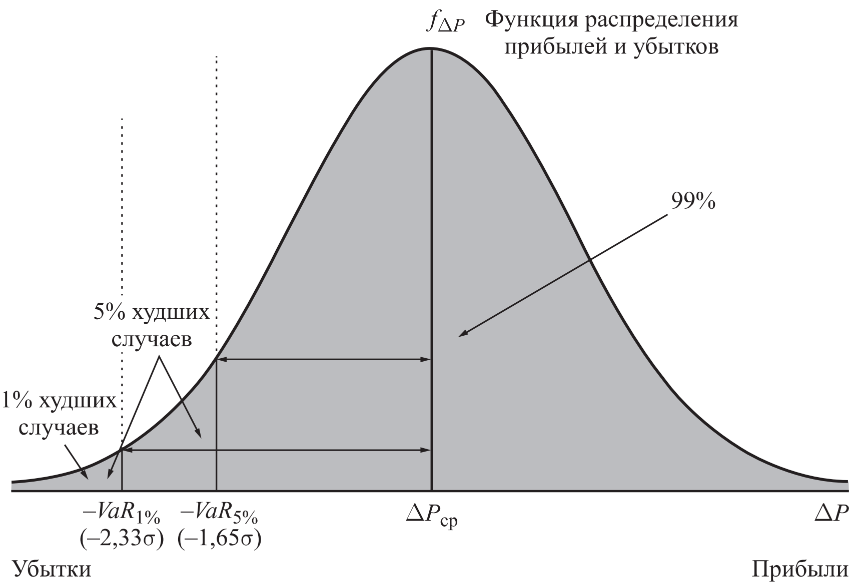

Рис. 1. Определение величины *VaR* при нормальной функции распределения доходов с нулевым математическим ожиданием

Примечание. Правая закрашенная область соответствует выбранному доверительному уровню 99% (ее площадь составляет 99% общей площади под кривой).

неджмента компаний концепция *VaR* может использоваться по следующим направлениям (Баранова, 2006, с. 160, 161): установление лимитов на финансовые результаты банковской деятельности, которые позволяют контролировать объекты лимитирования по установленному уровню убытков и принимать соответствующие решения по продаже актива, его реструктурировании и пр.; формирование представления о риске актива/портфеля без детального раскрытия информации о его составе, например для представления руководству или внешней заинтересованной стороне; выбор хеджирующей стратегии (сравнение оценок величины *VaR* с хеджем и без хеджа) и т.д.

3. МЕТОДЫ РАСЧЕТА ВЕЛИЧИНЫ *VaR*

Основные отличия в дельта-нормальном методе и методе исторического моделирования, применяемых для расчета величины *VaR*, состоят в предположении о вероятностном распределении доходностей факторов риска, влияющих на стоимость актива в целом. Так, дельта-нормальный метод является параметрическим и использует гипотезу о многомерном нормальном законе (или логнормальном, реже – законе распределения Парето или Лапласа) распределения доходностей факторов рыночного риска. Метод исторического моделирования относится к непараметрическим методам и оперирует оценками на основе ретроспективных данных, т.е. строится эмпирическая функция распределения.

Расчет изменения стоимости всего актива в зависимости от доходностей факторов риска может производиться либо аппроксимацией (например, предполагается линейная или квадратичная зависимость), либо путем генерирования различных сценариев.

Рассмотрим подробнее методы расчета величины *VaR*.

3.1. Дельта-нормальный метод. В данном случае широкое использование предположения о нормальном законе распределения доходностей факторов риска обусловлено свойством, вытекающим из теории вероятности. При нормальном распределении доходностей факторов риска распределение доходности актива/портфеля, являющегося линейной комбинацией доходностей факторов риска, также имеет нормальное распределение. Это позволяет получить простое аналитическое представление величины *VaR*.

Пусть зафиксирован день t, а величина VaR оценивается для следующего дня t+1. При этом T – длина скользящего окна ретроспективных данных (соответствует дням $[t-(T-1),\ldots,t]$), на основе которых вычисляется VaR. Для простого актива (например, пакета акций компании) исходя из статистического определения, VaR вычисляется как (Лобанова, Чугунова, 2003, с. 251–256):

$$VaR_{\gamma,t+1} = P_t(\mu_{t+1} + k_{1-\gamma}\sigma_{t+1}), \tag{3}$$

где P_t – текущая стоимость актива (произведение текущей цены на количество единиц актива); μ_{t+1} – оценка математического ожидания однодневной доходности актива; σ_{t+1} – оценка волатильности однодневной доходности актива; $k_{1-\gamma}$ – квантиль порядка $(1-\gamma)$ для стандартного нормального распределения.

В условиях расчетного примера (см. разд. 5) оправдано предположение о нулевом математическом ожидании однодневной доходности актива. В данном случае формула (3) имеет вид

$$VaR_{\gamma,t+1} = P_t k_{1-\gamma}\sigma_{t+1}. \tag{4}$$

Существуют различные подходы к оценке волатильности. При выполнении расчетов VaR для оценки параметра волатильности автор применяет метод выборочной дисперсии и метод экспоненциально-взвешенных ковариаций (Меньшиков, Шелагин, 2000, с. 8–9).

В методе выборочной дисперсии все наблюдения из ретроспективных данных в окне наблюдений T используются с равными весами, а параметр волатильности оценивается (в предположении нулевого математического ожидания актива) по формуле

$$\sigma_{t+1}^2 = \frac{1}{T-1}\sum_{s=t+1-T}^{t} r_s^2, \tag{5}$$

где r_s – наблюдаемые доходности актива из окна наблюдений T. Обычно рассматриваются простые доходности $r_s = \left(p_s - p_{s-1}\right)/p_{s-1}$ (p_s – цена) или логарифмические доходности $r_s = \ln\left(p_s / p_{s-1}\right)$.

В методе экспоненциально-взвешенных ковариаций в формулу (5) дополнительно включается параметр λ, $0 < \lambda < 1$, который позволяет приписывать больший вес более поздним наблюдениям:

$$\sigma_{t+1}^2 = \frac{1-\lambda}{1-\lambda^T}\sum_{s=t+1-T}^{t}\left(\lambda^{t-s} r_s^2\right). \tag{6}$$

Параметр λ подбирается таким образом, чтобы волатильность ряда наилучшим образом описывалась формулой (6), например методом нахождения минимума среднеквадратичной ошибки дисперсии. В системе RiskMetrics™ λ = 0,94.

Для сложного актива (например, портфеля, состоящего из различных ценных бумаг), на стоимость которого влияют различные рыночные факторы, с учетом отмеченных выше свойств теории вероятности аналитическое представление VaR в формуле (3) принимает вид (Лобанов, Чугунов, 2003, с. 251–256):

$$VaR_{\gamma,t+1} = P_t\left(\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\mu_{i,t+1} + k_{1-\gamma}\sqrt{\alpha^T\Sigma_{t+1}\alpha}\right), \tag{7}$$

где P_t – текущая стоимость актива; n – число рыночных факторов, влияющих на стоимость актива в целом; α_i – доля рыночного фактора i; $\mu_{i,t+1}$ – оценка математического ожидания однодневных доходностей факторов риска; $k_{1-\gamma}$ – квантиль порядка $(1-\gamma)$ для стандартного нормального распределения; Σ_{t+1} – оценка ковариационной матрицы однодневных доходностей факторов риска.

В случае сложного актива и предположения о нулевом математическом ожидании факторов риска формулы (4)–(6) приобретают вид:

$$VaR_{\gamma,t+1} = P_t k_{1-\gamma} \sqrt{\alpha^T \Sigma_{t+1} \alpha}, \tag{8}$$

$$\Sigma_{t+1} = \frac{1}{T-1} \sum_{s=t+1-T}^{t} r_s r_s^T, \tag{9}$$

$$\Sigma_{t+1} = \frac{1-\lambda}{1-\lambda^T} \sum_{s=t+1-T}^{t} \lambda^{t-s} r_s r_s^T. \tag{10}$$

3.2. Метод исторического моделирования. В методе исторического моделирования предполагается использование ретроспективного изменения цен на составляющие актив финансовые инструменты (факторы риска) для построения распределения будущих прибылей и убытков по активу.

Пусть, как и ранее, зафиксирован день t, а величина VaR оценивается для следующего дня t+1. Пусть имеется окно наблюдений длиной T. Величина VaR в случае простого актива будет определяться по формуле (Дробыш, 2015б, с. 109, 111):

$$VaR_{\gamma,t+1} = P_t k_{1-\gamma}^{\text{эмп}}(r), \tag{11}$$

где P_t – текущая стоимость актива; $k_{1-\gamma}^{\text{эмп}}(r)$ – квантиль порядка $(1-\gamma)$ эмпирической функции распределения данных r из окна наблюдений (наблюдаемых однодневных доходностей актива).

Оценить доверительный интервал для VaR можно с помощью метода бутстрап (Hull, 2015, p. 288–289), при котором:

1) формируется набор изменений стоимости актива методом исторического моделирования;

2) выполняется выборка с возвращением[5] этих изменений, чтобы создать множество новых наборов;

3) VaR вычисляется для каждого из новых наборов;

4) рассматривается функция распределения полученных значений VaR; 95%-ный доверительный интервал[6] для VaR лежит в диапазоне между значениями VaR, соответствующими 2,5- и 97,5%-ному квантилю.

3.3. Гибридный метод Халла и Вайта (Hull, 2015, p. 288–289). Метод Халла–Вайта объединяет метод исторического моделирования и метод экспоненциально-взвешенных ковариаций.

Зафиксируем день t, а величина VaR оценивается для дня $t+1$. Пусть волатильность доходности актива, оцениваемая в день $s-1$, равна σ_s. В соответствии с методом Халла–Вайта формула (11) примет вид

$$VaR_{\gamma,t+1} = P_t k_{1-\gamma}^{\text{эмп}}(r^*), \tag{12}$$

где P_t – текущая стоимость актива, $k_{1-\gamma}^{\text{эмп}}(r^*)$ – квантиль порядка $(1-\gamma)$ функции распределения данных $(\sigma_{t+1}/\sigma_{t+1-s})r_{t+1-s}$, $s \in [1, T]$; r – наблюдаемые однодневные доходности, волатильности σ вычисляются по методу экспоненциально-взвешенных ковариаций. За счет введения дополнительного коэффициента отношения волатильностей метод Халла–Вайта приписывает больший вес более поздним наблюдениям.

[5] Выборка проводится без возвращения, если каждый элемент генеральной совокупности входит в нее не более одного раза, и с возвращением в обратном случае.

[6] Означает, что с вероятностью 95% данный интервал накрывает значение оцениваемой величины VaR.

4. МЕТОДЫ ВЕРИФИКАЦИИ ОЦЕНОК *VaR* НА ОСНОВЕ РЕТРОСПЕКТИВНЫХ ДАННЫХ

Для сравнения качества оценок методов расчета величины *VaR* разработаны различные подходы к верификации методов на основе ретроспективных данных (бэк-тестинг): метод, используемый Базельским комитетом, тест Купика, тест Кристоферсона, метод функции потерь.

В большинстве методов бэк-тестинга вычисляется число случаев превышения величины *VaR* (далее – случаи превышения), т.е. событий, когда абсолютная величина фактических потерь превышает оценочную величину *VaR* на рассматриваемом интервале тестирования (Лобанов, Чугунов, 2003, с. 250), по следующему алгоритму:

1) расчет N значений *VaR* выбранным методом с заданными параметрами;

2) оценка N фактических измерений стоимости актива P_i во времени для каждого периода, для которого был рассчитан *VaR*: $\Delta P_i = P_i - P_{i-1},\ i = 1,\ldots,N$;

3) сравнение дневных значений VaR_i и соответствующих им фактических изменений стоимости актива ΔP_i. Случай, когда выполняются условия: $\Delta P_i < 0,\ |\Delta P_i| > VaR_i$ (т.е. когда абсолютная величина фактических потерь превышает величину *VaR*),– считается случаем превышения;

4) определение частоты случаев превышения.

С экономической точки зрения качественный метод расчета величины *VaR* должен давать не только правильное (по статистике тестов) число превышений, но случаи превышений должны быть независимы между собой. Кластеризация (скопление) случаев превышений показывает, что метод расчета *VaR* не вполне корректно ухватывает изменения значений волатильностей и корреляций рыночных факторов.

По способу реализации существующие подходы к сравнению методов расчета величины *VaR* можно условно разделить на две группы:

1) анализ числа превышений, которое показывает метод расчета *VaR*, без рассмотрения распределения данных событий во времени и их зависимости/независимости (метод, используемый Базельским комитетом, тест Купика);

2) проверка числа превышений и независимости наступления событий превышения между собой (тест Кристоферсона).

Дополнительно следует отметить метод функции потерь (измеряет среднюю величину превышения фактическими убытками уровней *VaR*), который помогает сделать выбор между методами расчета *VaR*, прошедшими основное тестирование: чем меньше значение функции потерь, тем более точным является метод оценки риска.

4.1. Метод Базельского комитета. Следует отметить, что метод Базельского комитета не имеет четкого статистического обоснования и является довольно умозрительным, однако широко используется в банковской сфере.

Пусть общее число дней в интервале тестирования равно N_{obs}. На основе ретроспективных данных вычисляется число случаев превышения k. По методике Базельского комитета процедура проверки точности метода расчета *VaR* представляет собой анализ отклонения фактической частоты превышений k/N_{obs} от заданной вероятности 1%. Для оценки точности метода производится подсчет числа дней, когда фактические убытки от изменений стоимости портфеля превосходили прогнозные значения *VaR* за последние 250 торговых дней. Считается, что адекватный метод при доверительном уровне 99% должен показывать в среднем не более 2,5 превышения величины *VaR*.

Затем определяют кумулятивную вероятность и вероятность ошибки первого рода (отклонения адекватного метода расчета), после чего результаты условно разбиваются на три группы (табл. 1).

Поскольку для каждого дня из интервала тестирования возможны только два исхода (убытки либо превышают прогнозную величину *VaR*, либо нет), для расчета вероятности ошибки первого рода используется биномиальный критерий (схема Бернулли). Если p – вероятность любого отдельного случая превышения, то вероятность, что на всем интервале тестирования общее число превышений x для адекватного метода расчета *VaR* будет равно в точности k, составляет (Фаррахов, 2005, с. 15–16):

$$P\left(x=k \middle| N_{obs}, p\right) = C_{N_{obs}}^{k} p^{k}(1-p)^{N_{obs}-k} = \frac{N_{obs}!}{k!\left(N_{obs}-k\right)!} p^{k}(1-p)^{N_{obs}-k}, \tag{13}$$

где $C_{N_{obs}}^{k}$ – число возможных в данном случае сочетаний.

Вероятность того, что в адекватном методе расчета случится k или менее превышений (кумулятивная вероятность):

$$P\left(x \le k \middle| N_{obs}, p\right) = \sum_{i=0}^{k} P(x=i). \tag{14}$$

Вероятность того, что адекватный метод покажет k или более превышений на интервале тестирования и на основании этого метод будет отклонен (вероятность ошибки первого рода):

$$P\left(x \ge k \middle| N_{obs}, p\right) = 1 - \sum_{i=1}^{k} P(x=i). \tag{15}$$

Как отмечалось ранее, согласно методике Базельского комитета общее число дней в интервале тестирования N_{obs} принято равным 250 дней. При доверительном уровне 99% ожидаемое число превышений равно 2,5.

Полученные результаты верификации условно подразделяются на три группы: желтая зона, зеленая зона и красная зона (табл. 1). Если результаты попадают в зеленую зону, то метод оценки *VaR* считается достаточно точным, а вероятность принятия некорректного метода не очень большая. В желтую зону попадают результаты как методов, которые можно считать адекватными, так и тех, которые таковыми не являются (попадание в данную зону не означает, что метод обязательно некорректен). При попадании результатов в красную зону метод расчета величины *VaR* необходимо изменить.

Когда метод расчета величины *VaR* показывает небольшое число превышений (например, 0), попадая в зеленую зону, полученные оценки могут приводить к формированию избыточного резерва под покрытие рисков. Данный недостаток методика Базельского комитета по верификации методов расчета *VaR* не учитывает.

Таблица 1. Группировка результатов в методике Базельского комитета (при доверительном уровне 99%)

Зона	Число превышений k	Кумулятивная вероятность,%	Вероятность ошибки первого рода,%
Зеленая	0	8,11	91,89
	1	28,58	71,42
	2	54,32	45,68
	3	75,81	24,19
	4	89,22	10,78
Желтая*	5	95,88	4,12
	6	98,63	1,37
	7	99,60	0,40
	8	99,89	0,11
	9	99,97	0,03
Красная	более 10	99,99	0,01

Примечание. Кумулятивная вероятность – вероятность того, что в адекватной модели случится k или менее превышений.

* Для иного объема выборки желтая зона начинается с точки, где кумулятивная вероятность превышает 95%.

4.2. Тест Купика. Тест Купика (POF-тест, propotion of failures) также основан на подсчете числа превышений. Проверяется нулевая гипотеза о том, что наблюдаемая частота превышений k/N_{obs} является несмещенной оценкой допустимой вероятности потерь γ:

$$H_0 : \gamma = \hat{\gamma} = k / N_{obs} \text{ против альтернативы } H_{alt} : \gamma \neq \hat{\gamma}, \tag{16}$$

где γ – экзогенно задаваемая допустимая вероятность потерь, $\gamma = 100\% - X$, $\gamma \in (0,1)$; X – доверительный уровень (обычно принимается на уровне 99 или 95%; соответственно допустимая вероятность потерь составляет 1 или 5%).

Проверка осуществляется с помощью статистики (Nieppola, 2009, p. 20):

$$L_{POF} = -2\ln\left(\frac{(1-\gamma)^{N_{obs}-k}\gamma^k}{\left(1-k/N_{obs}\right)^{N_{obs}-k}\left(k/N_{obs}\right)^k}\right). \tag{17}$$

При истинности нулевой гипотезы L_{POF} асимптотически сходится к $\chi^2(1)$. Если значение L_{POF}-статистики превышает критическое значение распределения $\chi^2(1)$, нулевая гипотеза отклоняется и метод оценки *VaR* признается некорректным. К недостатку данного теста относится то, что он рассматривает только число превышений, которое показывает метод расчета величины *VaR*, но не учитывает то, как распределены события превышений во времени. Тест Купика не позволяет выявлять методы расчета *VaR*, показывающие признаки кластеризации превышений (что не очень хорошо с точки зрения принятия решений о величине резервов по оценкам *VaR*: в одни периоды будет заложен избыточный резерв, тогда как в периоды кластеризации резервных средств может оказаться недостаточно).

4.3. Тест Кристоферсона. Тест Кристоферсона является наиболее распространенным среди тестов, которые проверяют как число превышений, так и независимость событий превышения между собой (Nieppola, 2009, p. 27–29).

В тесте Кристоферсона, как и в тесте Купика, используется логарифмическая статистика. Основное отличие состоит в том, что данный тест дополнительно исследует наличие зависимости наступления превышения на данный день от события предшествующего дня.

Вводится индикативная функция:

$$I_t = \begin{cases} 1, \text{если произошло превышение;} \\ 0, \text{если превышения не произошло.} \end{cases}$$

Обозначим через n_{ij} число дней, когда произошло событие j, при условии что в предшествующий день произошло событие i (под событием понимается наступление/ненаступление случая превышения) (табл. 2).

Таблица 2. Количество дней появления последовательности событий, задаваемой с помощью индикативной функции

Индикативная функция	$I_t = 0$	$I_t = 1$	Количество дней
$I_{t+1} = 0$	n_{00}	n_{10}	$n_{00} + n_{10}$
$I_{t+1} = 1$	n_{01}	n_{11}	$n_{01} + n_{11}$
Количество дней	$n_{00} + n_{01}$	$n_{10} + n_{11}$	N_{obs}

Далее вводятся условные вероятности:

$$\pi_0 = n_{01} / \left(n_{00} + n_{01}\right), \tag{18}$$

$$\pi_1 = n_{11}/(n_{10} + n_{11}), \tag{19}$$

$$\pi = \left(n_{01} + n_{11}\right) / \left(n_{00} + n_{01} + n_{10} + n_{11}\right). \tag{20}$$

Для хорошего метода расчета *VaR* событие текущего дня (наступление или ненаступление превышения) не должно зависеть от события предшествующего дня. Другими словами, нулевая гипотеза для проверки независимости событий состоит в том, что $\pi_0 = \pi_1$.

Статистика для проверки гипотезы имеет вид:

$$L_{ind} = -2\ln\left(\frac{(1-\pi)^{n_{00}+n_{10}}\,\pi^{n_{01}+n_{11}}}{\left(1-\pi_0\right)^{n_{00}}\,\pi_0^{n_{01}}\,(1-\pi_1)^{n_{10}}\,\pi_1^{n_{11}}}\right). \tag{21}$$

Объединение статистик L_{ROF} и L_{ind} дает обобщенную статистику, которая проверяет как число превышений, так и независимость наступления данных событий:

$$L_{sum} = L_{ROF} + L_{ind}. \tag{22}$$

При истинности нулевых гипотез L_{sum} асимптотически сходится к распределению $\chi^2(2)$. Если значение L_{sum}-статистики меньше, чем критическое значение распределения $\chi^2(2)$, метод оценки *VaR* проходит тест Кристоферсона.

Если метод оценки *VaR* не проходит тест, он позволяет выявить причины отклонения метода (число превышений, кластеризация событий превышения или и то, и другое). Даже если объединенный тест пройден, рекомендуется провести отдельные тесты для статистик L_{ROF} и L_{ind} на сходимость к $\chi^2(1)$, бывает так, что объединенный тест пройден, но модель отвергается по одному из критериев.

4.4. Метод функции потерь. Метод функции потерь (Боголов, 2013, с. 57; Lopez, 1998, p. 121–122) измеряет среднюю величину превышения фактическими убытками уровня *VaR*. Функция потерь (предложенная Лопезом) имеет вид

$$Loss_{Lopez} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} Loss_i = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\left(1 + \left(\Delta P_i - VaR_i\right)^2\right), \ \ \Delta P_i < 0, \ \ \Delta P_i > VaR_i \tag{23}$$

(т.е. если абсолютная величина потерь превышает величину *VaR*), k – число превышений.

Использование данного показателя помогает сделать выбор между методами расчета величины *VaR*, прошедшими перечисленные выше тесты (однако сам показатель не определяет корректности метода). Чем меньше значение функции потерь, тем более точным является метод оценки риска.

5. ПРИМЕР РАСЧЕТА ВЕЛИЧИНЫ *VaR*

В разд. 5 приведен анализ временного ряда, показывающего динамику дневных логарифмических доходностей за 2000–2014 гг. одного из крупных российских паевых инвестиционных фондов, размещающего средства в акциях российских компаний. Отметим, что информация о цене рассматриваемого ПИФа за 2005 г. практически отсутствовала. Поэтому расчеты выполнены на диапазонах данных 2000–2004 и 2006–2014 гг. Проверено предположение о нормальном распределении логарифмических доходностей ПИФа (рис. 2, табл. 3).

При тестировании данных на всем принятом диапазоне нормальное распределение слабо описывает поведение логарифмических доходностей ПИФа (гипотезу о нормальном распределении следует отклонить). Но в отдельные периоды (например, 2000 и 2002 г., характеризующиеся стабильностью в российской экономике) ряд логарифмических доходностей хорошо аппроксимируется функцией нормального распределения.

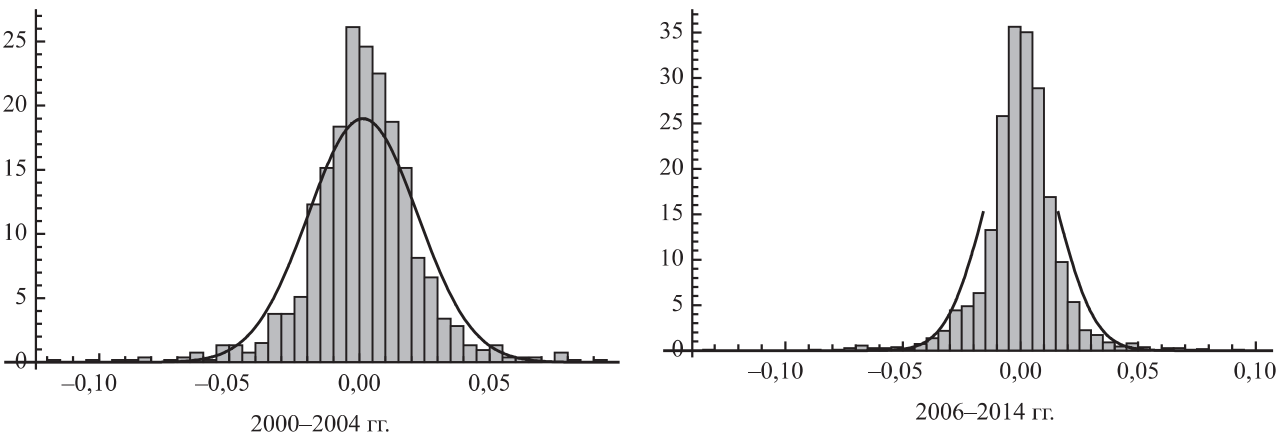

Рис. 2. Гистограмма для ряда логарифмических доходностей ПИФа: 2000–2004 гг.; 2006–2014 гг.

Таблица 3. Результаты критериев при аппроксимации к нормальному распределению

Критерий	2000–2004 гг.		2006–2014 гг.		2000 г.		2002 г.	
	Полученное значение	P-значение	Полученное значение	P-значение	Полученное значение	P-значение	Полученное значение	P-значение
Критерий Колмагорова–Смирнова	0,064	< 0,05	0,088	< 0,05	0,055	0,06	0,049	0,16
Критерий χ^2	93	< 0,05	318	< 0,05	14	0,57	17	0,35

Расчеты *VaR* выполнены с использованием программных средств (разработанных автором) на базе пакета Mathematica 10 при следующих начальных условиях:

− доверительный уровень 95 и 99%;

− временной горизонт – 1 день;

− скользящее окно наблюдений для вычисления *VaR* $T = 300$ дней в дельта-нормальном методе и методе исторического моделирования, $T = 150$ – в методе Халла–Вайта (с учетом формул (5) и (12) расчет осуществляется фактически на основе ретроспективных данных за 300 дней);

− данные о цене ПИФа сформированы за 2000–2014 гг. (исключая 2005 г.);

− в качестве переменных состояния ПИФа используются дневные логарифмические доходности $r_s = \ln(p_s / p_{s-1})$, где p_s – цена ПИФа в момент времени s, $t+1-T \leq s \leq t$;

− величина *VaR* рассматривается как предельное снижение доходности при заданных доверительных уровнях.

В табл. 4 параметры формул (4)–(6) и (11)–(12) конкретизированы для анализируемого примера. Результаты расчетов величины *VaR* приведены на рис. 3–7, результаты верификации методов расчета *VaR* в табл. 5–8.

Методика Базельского комитета основана исключительно на подсчете количества превышений – событий, когда абсолютная величина потерь превышает величину *VaR* на рассматриваемом интервале тестирования. При небольшом числе превышений метод оценки *VaR* признается достаточно точным (зеленая зона), при большом числе превышений (красная зона) метод расчета величины *VaR* отклоняется и требует корректировки.

Таблица 4. Дополнительные пояснения к расчету величины *VaR*

Дельта, нормальный метод, метод выборочной дисперсии	Предположение о том, что математическое ожидание дневных логарифмических доходностей равно нулю; $VaR_{\gamma,t+1} = k_{1-\gamma}\sigma_{t+1}$, где $k_{1-\gamma}$ – квантиль порядка $1-\gamma$ для стандартного нормального распределения, $\sigma^2_{t+1} = \sum_{s=t+1-T}^{t} r_s^2 / (T-1) = \sum_{s=t-299}^{t} r_s^2 / 299$
Дельта, нормальный метод, метод экспоненциально-взвешенных ковариаций	$\sigma^2_{t+1} = \frac{1-\lambda}{1-\lambda^T}\sum_{s=t+1-T}^{t} \lambda^{t-s}\lambda_s^2 = \frac{1-\lambda}{1-\lambda^{300}}\sum_{s=t-299}^{t} \lambda^{t-s} r_s^2$, принятые значения λ = 0,94 (по RiskMetrics™) и λ^* = 0,92 для 2000–2004 гг., λ^* = 0,88 для 2006–2014 гг. (по методу нахождения минимума среднеквадратичной ошибки дисперсии)
Метод исторического моделирования	Используется стандартная функция пакета Mathematica Quantile [list, γ] для определения квантиля эмпирической функции распределения логарифмических доходностей ПИФа из скользящего окна наблюдений
Бутстрап	Для оценки доверительного интервала для величины *VaR* выборкой с возвращением смоделировано 1000 наборов данных
Метод Халла–Вайта	Строится распределение величины $(\sigma_{t+1} / \sigma_{t+1-s}) r_{t+1-s}$, $s \in [1, 150]$, для которой определяются соответствующие квантили; волатильности σ оцениваются по методу экспоненциально-взвешенных ковариаций

Таблица 5. Результаты верификации, метод Базельского комитета (на данных 2000–2004 гг.)

Метод расчета величины *VaR*	Число превышений		Кумулятивная вероятность,%	Вероятность ошибки первого рода,%	Категория результата
	Факт (по моделям)	При заданной частоте[7]			
Дельта-нормальный метод, доверительный уровень 95%					
Метод выборочной дисперсии	24	37,85	0,95	99,05	Зеленая
Метод EWMA, λ = 0,94	31	37,85	14,38	85,62	Зеленая
Метод EWMA, λ^* = 0,92	32	37,85	18,74	81,26	Зеленая
Метод исторического моделирования, доверительный уровень 95%					
Обычный метод	36	37,85	42,03	57,97	Зеленая
Бутстрап (среднее значение)	34	37,85	29,42	70,58	Зеленая
Метод Халла–Вайта	40	37,85	67,79	32,21	Зеленая
Дельта-нормальный метод, доверительный уровень 99%					
Метод выборочной дисперсии	13	7,57	97,75	2,25	Желтая
Метод EWMA, λ = 0,94	11	7,57	91,76	8,24	Зеленая
Метод EWMA, λ^* = 0,92	11	7,57	91,76	8,24	Зеленая
Метод исторического моделирования, доверительный уровень 99%					
Обычный метод	13	7,57	97,75	2,25	Желтая
Метод Халла–Вайта	9	7,57	76,92	23,08	Зеленая

Примечание. EWMA – сокращенное обозначение для метода экспоненциально-взвешенных ковариаций (Exponentially Weighted Moving Average).

[7] 1% при доверительном уровне 99%, 5% при доверительном уровне 95%.

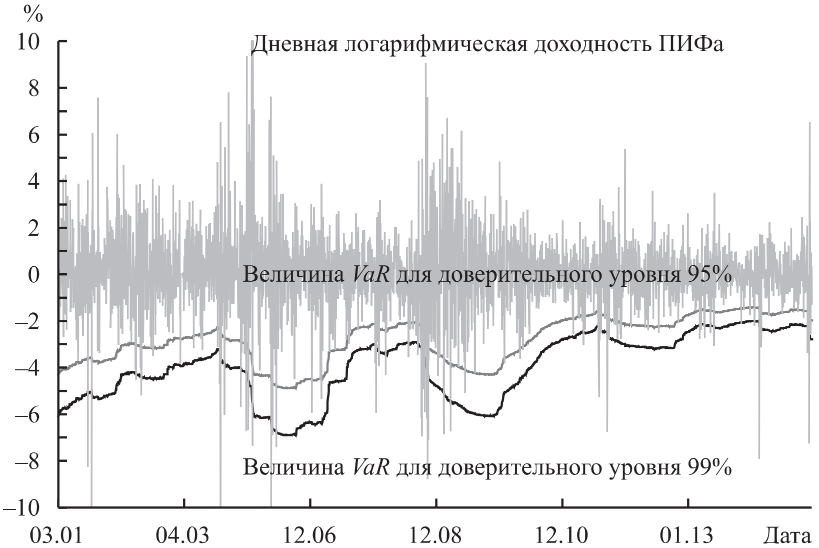

Рис. 3. Расчет *VaR* для ПИФа, дельта-нормальный метод, метод выборочной дисперсии

Рис. 4. Расчет *VaR* для ПИФа, дельта-нормальный метод, метод экспоненциально-взвешенных ковариаций ($\lambda = 0{,}94$)

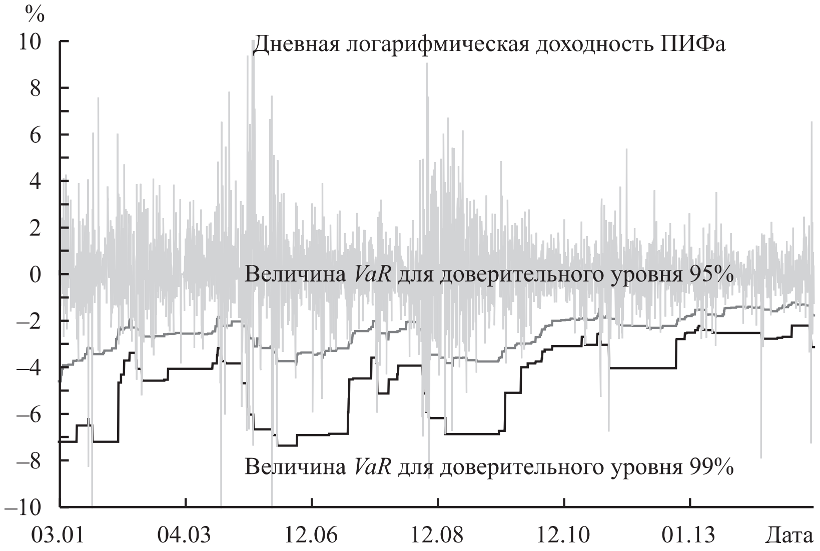

Рис. 5. Расчет *VaR* для ПИФа, метод исторического моделирования

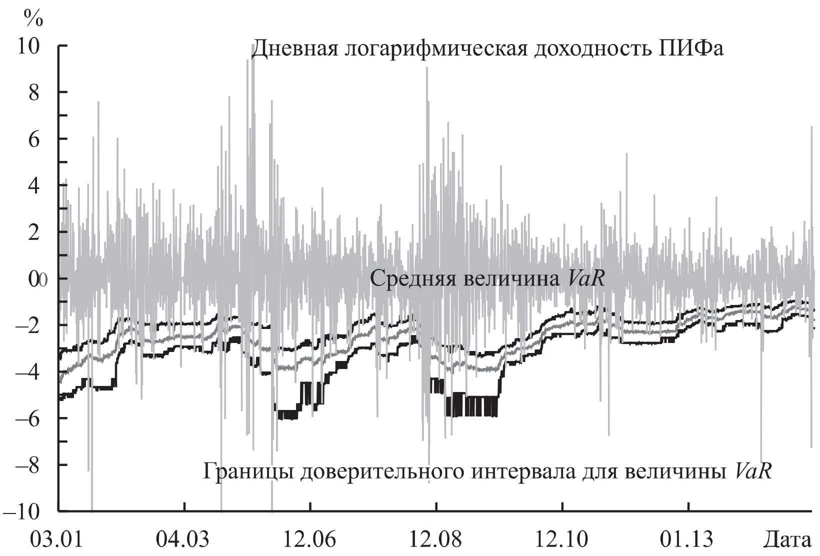

Рис. 6. Расчет *VaR* для ПИФа, бутстрап

Рис. 7. Расчет *VaR* для ПИФа, метод Халла–Вайта

Таблица 6. Результаты верификации, метод Базельского комитета (на данных 2006–2014 гг.)

Метод расчета величины *VaR*	Число превышений		Кумулятивная вероятность,%	Вероятность ошибки первого рода,%	Категория результата
	Факт (по моделям)	При заданной частоте[8]			
Дельта-нормальный метод, доверительный уровень 95%					
Метод выборочной дисперсии	101	95,8	72,83	27,17	Зеленая
Метод EWMA, $\lambda = 0{,}94$	112	95,8	95,74	4,26	Желтая
Метод EWMA, $\lambda^* = 0{,}88$	121	95,8	99,54	0,46	Желтая
Метод исторического моделирования, доверительный уровень 95%					
Обычный метод	103	95,8	79,18	20,82	Зеленая
Бутстрап (среднее значение)	97	95,8	57,67	42,33	Зеленая
Метод Халла–Вайта	95	95,8	49,37	50,63	Зеленая
Дельта-нормальный метод, доверительный уровень 99%					
Метод выборочной дисперсии	45	19,16	>99,99	$1{,}2 \times 10^{-7}$	Красная
Метод EWMA, $\lambda = 0{,}94$	46	19,16	>99,99	$4{,}7 \times 10^{-8}$	Красная
Метод EWMA, $\lambda^* = 0{,}88$	50	19,16	>99,99	$9{,}4 \times 10^{-10}$	Красная
Метод исторического моделирования, доверительный уровень 99%					
Обычный метод	26	19,16	94,83	5,17	Зеленая
Метод Халла–Вайта	12	19,16	5,57	94,43	Зеленая

В рамках данного подхода метод исторического моделирования и его модификации, в том числе гибридный метод Халла–Вайта, показали хорошие стабильные результаты на обоих временных интервалах (2000–2004 гг. и 2006–2014 гг.).

[8] 1% при доверительном уровне 99%, 5% при доверительном уровне 95%.

Дельта-нормальный метод проявляет нестабильность результатов в условиях нестационарной российской экономики: наименьшее число превышений при доверительном уровне 95% в 2000–2004 гг., тогда как в период 2006–2014 гг. частота (и число) превышений заметно растет, и при доверительном уровне 99% метод полностью отклоняется.

Также отметим, что когда метод расчета величины *VaR* показывает небольшое число превышений, попадая в зеленую зону, он может переоценивать величину риска, а полученные оценки могут приводить к формированию избыточного резерва под покрытие риска.

Ниже приведены результаты теста Купика, который проверяет нулевую гипотезу о том, что наблюдаемая частота превышений является несмещенной оценкой вероятности потерь при заданном доверительном уровне. Отметим, что в соответствии с данным тестом отклоняется дельта-нормальный метод (метод выборочной дисперсии) при доверительном уровне 95% на данных 2000–2004 гг., который по методике Базельского комитета показал наименьшее число превышений (табл. 7).

Таблица 7. Результаты верификации, тест Купика

Метод расчета величины *VaR*	L_{POF}-статистика на данных 2000–2004 гг.		L_{POF}-статистика на данных 2006–2014 гг.		$\chi^2(1)$
Дельта-нормальный метод, доверительный уровень 95%					
Метод выборочной дисперсии	6,10	Отклоняется	0,29	Принимается	3,84
Метод EWMA, $\lambda = 0{,}94$	1,39	Принимается	2,74	Принимается	3,84
Метод EWMA, $\lambda^* = 0{,}92$ (2000–2004 гг.), $\lambda^* = 0{,}88$ (2006–2014 гг.)	1,00	Принимается	6,46	Отклоняется	3,84
Метод исторического моделирования, доверительный уровень 95%					
Обычный метод исторического моделирования	0,10	Принимается	0,56	Принимается	3,84
Бутстрап (среднее значение)	0,43	Принимается	0,02	Принимается	3,84
Метод Халла–Вайта (гибридный)	0,13	Принимается	0,01	Принимается	3,84
Дельта-нормальный метод, доверительный уровень 99%					
Метод выборочной дисперсии	3,24	Принимается	25,52	Отклоняется	6,63
Метод EWMA, $\lambda = 0{,}94$	1,38	Принимается	27,28	Отклоняется	6,63
Метод EWMA, $\lambda^* = 0{,}92$ (2000–2004 гг.), $\lambda^* = 0{,}88$ (2006–2014 гг.)	1,38	Принимается	34,74	Отклоняется	6,63
Метод исторического моделирования, доверительный уровень 99%					
Обычный метод исторического моделирования	3,24	Принимается	2,22	Принимается	6,63
Метод Халла–Вайта (гибридный)	0,26	Принимается	3,12	Принимается	6,63

Тест Кристоферсона дополнительно исследует наличие зависимости между наступлением превышения на данный день и событием предшествующего дня (табл. 8).

На интервале тестирования с 2006 по 2014 г. (в нестабильных экономических условиях), помимо увеличения частоты превышений, можно констатировать, что все методы обладают свойством кластеризации наступления событий превышения.

В заключение приведем значения функции потерь (средняя величина превышений фактическими убытками уровня *VaR*) для рассматриваемых методов оценки *VaR* (табл. 9).

Среди методов расчета величины *VaR*, которые не отклоняются в соответствии с тестом Купика, наименьшую среднюю величину превышений фактическими убытками уровня *VaR* как при доверительном уровне 95%, так и при доверительном уровне 99% показал гибридный метод Халла–Вайта.

Таблица 8. Результаты верификации, тест Кристоферсона

Метод расчета величины *VaR*	На данных 2000–2004 гг.				На данных 2006–2014 гг.				$\chi^2(1)$	$\chi^2(2)$
	L_{ind}	L_{POF}	L_{sum}	Результат	L_{ind}	L_{POF}	L_{sum}	Результат		
Дельта-нормальный метод, доверительный уровень 95%										
Метод выборочной дисперсии	1,52	6,10	7,62	Отклоняется (число превышений)	46,89	0,29	47,19	Отклоняется (кластеризация превышений)	3,84	5,99
Метод EWMA, $\lambda = 0{,}94$	0,07	1,39	1,45	Принимается	16,39	2,74	19,14	Отклоняется (кластеризация превышений)	3,84	5,99
Метод EWMA, $\lambda^* = 0{,}92$ (2000–2004 гг.), $\lambda^* = 0{,}88$ (2006–2014 гг.)	0,11	1,00	1,11	Принимается	10,29	6,46	16,75	Отклоняется (число превышений; кластеризация превышений)	3,84	5,99
Метод исторического моделирования, доверительный уровень 95%										
Обычный метод	0,05	0,10	0,15	Принимается	53,63	0,56	54,19	Отклоняется (кластеризация превышений)	3,84	5,99
Бутстрап (среднее значение)	0,15	0,43	0,57		47,18	0,02	47,20		3,84	5,99
Метод Халла–Вайта (гибридный)	0,007	0,13	0,13		11,62	0,01	11,63		3,84	5,99
Дельта-нормальный метод, доверительный уровень 99%										
Метод выборочной дисперсии	1,54	3,24	4,78	Принимается	42,45	25,52	67,97	Отклоняется (число превышений; кластеризация превышений)	6,63	9,21
Метод EWMA, $\lambda = 0{,}94$	#	1,38	–	–	11,87	27,28	39,15		6,63	9,21
Метод EWMA, $\lambda^* = 0{,}92$ (2000–2004 гг.), $\lambda^* = 0{,}88$ (2006–2014 гг.)	#	1,38	–	–	4,00	34,74	38,74		6,63	9,21
Метод исторического моделирования, доверительный уровень 99%										
Обычный метод	#	3,24	–	–	13,22	2,22	15,44	Отклоняется (кластеризация превышений)	6,63	9,21
Метод Халла–Вайта (гибридный)	#	0,26	–	–	#	3,12	–	–	6,63	9,21

Примечание. Символом # отмечены случаи, когда $\pi_1 = 0$, π_0 находится в диапазоне от 0,006 до 0,017.

Таблица 9. Результаты верификации, значение функции потерь Лопеса

Метод расчета величины *VaR*	$Loss_{Lopez}$, на данных 2000–2004 гг.	$Loss_{Lopez}$, на данных 2006–2014 гг.
Дельта-нормальный метод, доверительный уровень 95%		
Метод выборочной дисперсии	1,00093#	1,00034
Метод EWMA, $\lambda = 0,94$	1,00064	1,00019
Метод EWMA, $\lambda^* = 0,92$ (2000–2004 гг.), $\lambda^* = 0,88$ (2006–2014 гг.)	1,00062	1,00016#
Метод исторического моделирования, доверительный уровень 95%		
Обычный метод исторического моделирования	1,00080	1,00033
Бутстрап (среднее значение)	1,00079	1,00032
Метод Халла–Вайта (гибридный)	1,00058	1,00016
Дельта-нормальный метод, доверительный уровень 99%		
Метод выборочной дисперсии	1,00098	1,00041#
Метод EWMA, $\lambda = 0,94$	1,00104	1,00020#
Метод EWMA, $\lambda^* = 0,92$ (2000–2004 гг.), $\lambda^* = 0,88$ (2006–2014 гг.)	1,00102	1,00017#
Метод исторического моделирования, доверительный уровень 99%		
Обычный метод исторического моделирования	1,00082	1,00039
Метод Халла–Вайта (гибридный)	1,00064	1,00024

Примечание. Символом # отмечены случаи, когда модель отклоняется в соответствии с тестом Купика.

6. ВЫВОДЫ

В статье приведен сравнительный анализ различных методов расчета величины *VaR* при оценке рыночных рисков. В статье исследована динамика цен и доходностей (за 2000–2014 гг.) одного из крупных российских ПИФ, размещающего средства в акциях ведущих российских компаний.

Проведенная верификация в отношении рассматриваемых методов расчета *VaR* позволяет сделать следующие выводы.

1. Дельта-нормальный метод проявляет нестабильность результатов в условиях нестационарной российской экономики. Все варианты метода показывают наименьшее число превышений (событий, когда абсолютная величина потерь превышает величину *VaR*) при доверительном уровне 95% в 2000–2004 гг. При этом тест Купика предполагает, что метод выборочной дисперсии завышает величину оценки риска, обнаруживая небольшое число превышений. Данный тест этот метод отклоняет. В период 2006–2014 гг. частота (и количество) превышений заметно растет, и при доверительном уровне 99% метод полностью отклоняется.

2. Метод исторического моделирования и его модификации, в том числе гибридный метод Халла–Вайта, продемонстрировали хорошие стабильные результаты на всем интервале тестирования при проверке методом Базельского комитета и тестом Купика.

3. Все методы расчета *VaR* имеют признаки кластеризации (скопления) наступления событий превышений (тест Кристоферсона дал отрицательные результаты).

4. Метод Халла–Вайта показал наименьшую среднюю величину превышений фактическими убытками уровня *VaR*, что при относительном сравнении методов характеризует его как наиболее точный. По сравнению с методом исторического моделирования данный метод в большей степени учитывает современную информацию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Баранова О.В. (2006). Применение методологии *VaR* на нефтяном рынке // *Труды ИСА РАН*. Т. 24. С. 157–180.

Боголов Я.В. (2013). Оценка риска кредитного портфеля с использованием копула-функций // *Прикладная эконометрика*. № 29. С. 45–66.

Виленский П.Л., Лившиц В.Н., Смоляк С.А. (2015). Оценка эффективности инвестиционных проектов. М.: Поли Принт Сервис.

Дробыш И.И. (2015а). Учет риска методом *VaR*. В кн.: "*Оценка эффективности инвестиционных проектов*". М.: Поли Принт Сервис.

Дробыш И.И. (2015б). Модели Value at Risk в оценке рыночных рисков // *Аудит и финансовый анализ*. № 4. С. 101–112.

Качалов Р.М. (2012). Управление экономическим риском: теоретические основы и приложения. М., СПб.: Нестор-История.

Лобанов А.А., Чугунов А.В. (2003). Энциклопедия финансового риск-менеджмента. М.: Альпина Паблишер.

Меньшиков И.С., Шелагин Д.А. (2000). Рыночные риски: модели и методы. М.: Вычислительный центр РАН.

О методических рекомендациях по организации кредитными организациями внутренних процедур оценки достаточности капитала (2011). Письмо Банка России № 96-Т от 26.06.2011 // *Вестник Банка России*. № 37. С. 17–18.

Фаррахов И.Т. (2005). Оценка показателя *VaR* и стресс-тестирования банковских портфелей // *Банки и технологии*. № 2. С. 4–18.

Шевченко Е.С., Поморина М.А. (2013). Базельский комитет об агрегации рисков и управлении экономическим капиталом банка // *Банковское дело*. № 3. С. 25–31.

Group of Thirty Global Derivatives Study Group (1993). Derivatives: Practices and Principles. [G-30 report]. Washington: J.P. Morgan & Co.

Holton G.A. (2015). Value-at-Risk Theory and Practice [Электронный ресурс] Режим доступа: http://value-at-risk.net, свободный. Загл. с экрана. Яз. англ. (дата обращения: май 2016 г.).

Hull J.C. (2015). Risk Management and Financial Institutions. N.Y.: John Wiley & Sons.

Lopez J. (1998). Methods for Evaluating Value-at-Risk Estimates // *Economic Policy Review*. October. P. 119–124.

Nieppola O. (2009). Backtesting Value-at-Risk Models. Master's Thesis. Helsinki School of Economics.

RiskMetrics (1994). RiskMetrics™ Technical Document. New York.: J.P. Morgan & Co.

REFERENCES (WITH ENGLISH TRANSLATION OR TRANSLITERATION)

About Methodological Recommendations for Organization of Internal Capital Adequacy Assessment Process by Credit Organizations (2011). Bank of Russia letter № 96-T from 26.06.2011. Bank of Russia Bulletin 37, 17–18 (in Russian).

Baranova O.V. (2006). Application *VaR* Methodology for Oil Market. *Proceedings of ISA RAS*24, 157–180 (in Russian).

Bogolov J.V. (2013). The Risk Assessment of the Loan Portfolio with the Application of Copula Functions. *Applied Econometrics* 29, 45–66 (in Russian).

Drobysh I.I. (2015a). Risk Estimation by *VaR* Method. In: "*Estimation of Investment Project Efficiency*". Moscow: Poly Print Service (in Russian).

Drobysh I.I. (2015b). Value at Risk Models in Market Risk Estimation. *Audit and financial analysis* 4, 101–112 (in Russian).

Farrakhov I.T. (2005). Evaluation of *VaR* Measures and Stress Testing of Bank Portfolio. *Banks and technology* 2, 4–18 (in Russian).

Group of Thirty Global Derivatives Study Group (1993). Derivatives: Practices and Principles. [G-30 report]. Washington: J.P. Morgan & Co.

Holton G.A. (2015). Value-at-Risk Theory and Practice. Available at: http://value-at-risk.net (accessed: May 2016).

Hull J.C. (2015). Risk Management and Financial Institutions. N.Y.: John Wiley & Sons.

Kachalov R.M. (2012). Economic Risk Management: Theoretical Framework and Applications. Moscow, Saint Petersburg: Nestor-History (in Russian).

Lobanov A.A., Chugunov A.V. (2003). Encyclopedia of Financial Risk Management. Moscow: Alpina Publisher (in Russian).

Lopez J. (1998). Methods for Evaluating Value-at-Risk Estimates. *Economic Policy Review.* October, 119–124.

Menshikov I.S., Shelagin D.A. (2000). Market Risks: Models and Methods. Moscow: Computing Center of RAS (in Russian).

Nieppola O. (2009). Backtesting Value-at-Risk Models. Master's Thesis. Helsinki School of Economics.

RiskMetrics (1994). RiskMetrics ™ Technical Document. New York.: J.P. Morgan & Co.

Shevchenko E.S., Pomorina M.A. (2013). The Basel Committee about on Aggregation of Risks and the Management of Economic Capital of the Bank. *Banking Business* 3, 25–31 (in Russian).

Vilensky P.L., Livshits V.N., Smolyak S.A. (2015). Estimation of Investment project Efficiency. Moscow: Poly Print Service (in Russian).

Поступила в редакцию
30.09.2015 г.

Comparative Analysis of Market Risk Estimation Methods Based on Value at Risk

I.I. Drobysh

The article analyzes application of different Value at Risk methods (VaR) for market risk estimation in conditions of the Russian economy. The author has analyzed time series, which demonstrates the dynamics of daily logarithmic returns of the mutual fund, allocating funds in stocks of Russian leading companies for the years 2000–2014 – tested the hypothesis of normal distribution of logarithmic returns of the mutual funds. In some periods (for example, 2000 and 2002 years) the series of logarithmic returns well approximated by a normal distribution function, but in case of testing data on the whole of period the hypothesis of the normal distribution should be rejected. For estimation VaR are considered: delta-normal method (and its variations), historical simulation method, and hybrid Hull and White method. Examination of VaR methods accuracy and methods comparison is made by verifying methods based on historical data, tests includes the method of the Basel Committee, the Kupiec test, Christoffersen test, the loss function method. It examines: number of excesses, which VaR method shows (events, when the absolute value of the loss exceeds the VaR), the independence of the excess events from each other, as well as the average exceedance of the actual loss over VaR. Delta-normal method shows unstable results in the non-stationary conditions of the Russian economy. Historical simulation method and the Hull and White method show good stable results during the whole time interval under testing by the Basel Committee method and the Kupiec test (number of excesses). All VaR methods have property of clustering of the excess events (Christoffersen test shows negative results). The Hull and White method shows the lowest average exceedance of the actual loss over VaR, this method by comparison with other methods is most accurate.

Keywords: risk, asset value, economic losses, capital charge for market risk, value at risk, quantile of distribution function, programs.

JEL Classification: C000, C130, D810.