ЭКОНОМИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ, 2015, том 51, № 4, с. 76–84

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

ОЦЕНКА СТОИМОСТИ КРЕДИТОВАНИЯ ВЕНЧУРНЫХ ПРОЕКТОВ НА ОСНОВЕ МЕТОДА РЕПЛИЦИРУЮЩЕГО ПОРТФЕЛЯ

© 2015 г. **С.А. Вавилов, К.В. Светлов**

(Санкт-Петербург)

В статье рассматривается вопрос о стоимости кредитования венчурных проектов. Поставленная задача решается с точки зрения кредитора на основе метода построения реплицирующего портфеля. Получаемая величина процентной ставки кредитования зависит от срока, на который выдается кредит, степени рискованности проекта и доли собственных средств заемщика, вложенных в проект. Новизна представленного исследования состоит в применении стохастических методов к определению ставки по кредитному продукту. Предлагаемый подход допускает существование эффекта диверсификации, состоящего в снижении маржи за кредитный риск при одновременном кредитовании независимых друг от друга проектов. Отдельное внимание уделяется проблеме отсутствия арбитража при данном подходе к определению стоимости кредита.

Ключевые слова: кредитный риск, реплицирующий портфель, венчурный проект.

Классификация JEL: C63, G13, G24.

ВВЕДЕНИЕ

Вопросы инвестирования в венчурные проекты за последние десятилетия приобрели особое значение. Данное обстоятельство связано прежде всего с бурным развитием инновационных технологий, что как следствие привело к повышенной неопределенности относительно прибыльности соответствующих инвестиций. Однако в случае успешного развития бизнеса материальная отдача от таких проектов может существенно превосходить доходность от инвестирования в традиционные отрасли промышленности, обеспечивающего минимальные риски невозврата капитала. Неудивительно, что данной проблеме посвящена обширная литература. Не претендуя на полноту обзора, остановимся лишь на некоторых аспектах проводимых исследований.

В работе (Kaplan, Strömberg, 2003) проанализировано более 200 примеров использования венчурного капитала с позиции проблемы «агент–принципал» и даны ответы по вопросам, касающимся определения прав на денежные потоки в компании, участия в распределении голосов, возможности ликвидации фирмы при наступлении неблагоприятных сценариев. Указывается, что в большинстве случаев право голоса распределяется так, чтобы владелец венчурного капитала мог получить полный контроль над фирмой в случае, если результаты ее деятельности окажутся неудовлетворительными. Кроме того, в (Kaplan, Strömberg, 2003) дается обширная статистика по анализируемым компаниям.

В работе (Hellman, Puri, 2000) авторы рассматривают связь между стратегией развития венчурной компании и условиями, на которых осуществляется ее финансирование. С помощью соответствующей эконометрической модели доказывается, что стоимость капитала для компаний с инновационными продуктами, способными сформировать новый рынок, ниже, поскольку они имеют потенциально большие возможности для развития.

Моделирование типичных действий инвесторов при финансировании молодых компаний представлено в работе (Tyebjee, Bruno, 1984). В ней рассматриваются возможные критерии определения целесообразности подобного финансирования. В работах (Berglof, 1994; Kirilenko, 2001) изучаются вопросы распределения прав собственности и будущих доходов между предпринимателем и венчурным капиталистом в зависимости от доли их участия в начальном капитале и формы партнерства, в рамках которой функционирует компания. В (Ueda, 2004) исследуется вопрос об оптимальной структуре финансирования компании при условии, что инвестор, предоставляя собственные средства, получает некоторый объем прав собственности на компанию и имеет возможность в дальнейшем отказаться от услуг предпринимателя. Работа (Amit, Glosten, Muller, 1990) демонстрирует возможность применения аппарата теории игр к определению оптимального размера привлекаемых средств при условии, что заданы функции полезности как инвестора, так и менеджера, управляющего компанией.

В работах (Merton, 1974; Berk, Green, Naik, 2004; Зенкевич, Колабутин, Янг, 2009) применяются стохастические методы для анализа венчурных компаний. В работе (Berk, Green, Naik, 2004, p. 9) используется геометрическое броуновское движение для моделирования денежных потоков и оценки стоимости R&D проектов. Проблемы финансирования проектов R&D (в частности, проектов, связанных с биотехнологиями) при помощи венчурного капитала рассматриваются в (Hall, Lerner, 2009; Ozmel, Robinson, Stuart, 2012). В работе (Зенкевич, Колабутин, Янг, 2009, с. 239–241) анализируется стохастическая модель совместного предприятия, образованного тремя фирмами с целью максимизации прибыли за счет взаимной передачи технологии. Авторы применили стохастическое дифференциальное уравнение с управляющим винеровским процессом для исследования динамики стоимости компании.

Настоящая статья посвящена частному вопросу инвестирования в венчурные проекты, а именно проблеме оценки стоимости их кредитования, когда кредитор не принимает непосредственного участия в управлении венчурным капиталом, а только контролирует выполнение взятых на себя заемщиком обязательств. Вопрос о стоимости заимствований в этом случае рассматривается с позиции кредитора на основе метода «реплицирующего портфеля» (replicating portfolio) (Merton, 1974; Бьорк, 2010, с. 145–150), восходящего к классической работе (Black, Scholes, 1973). В представленной работе не предполагается хеджирования проекта со стороны заемщика, при этом рассматривается одна из возможных функций выплат, предусматриваемая кредитным договором.

ФОРМАЛИЗАЦИЯ ПОСТАНОВКИ И ОСНОВНОЙ РЕЗУЛЬТАТ

В качестве исходных данных введем в рассмотрение следующие величины: I – сумма кредита; V_0 – величина собственного капитала компании, вложенного в проект; $x_0 = I + V_0$ – исходная стоимость венчурного капитала; T – время, на которое заключается кредитное соглашение; r – непрерывный эквивалент альтернативной нормы доходности от безрискового вложения для кредитора. Предполагается, что величина венчурного капитала x_t, вложенная в проект, меняется в соответствии со стохастическим дифференциальным уравнением

$$dx_t = c_t x_t dt + \sigma x_t dW_t, \quad x_0 = I + V_0, \tag{1}$$

где $c_t = c(t, \omega)$ – случайная функция времени, $\sigma > 0$ – предполагаемый постоянным коэффициент волатильности, W_t – стандартный винеровский процесс.

Будем полагать, что кредитное соглашение между кредитором и заемщиком устанавливает следующую функцию выплат:

$$\varphi_\delta(x_T) = \begin{cases} x_T, & x_T < I + \delta; \\ I + \delta, & x_T \geq I + \delta, \end{cases}$$

где δ – сумма денег, начисленная за использование кредита к моменту времени T, представляющая изначально неизвестную величину. Указанная функция выплат предусматривает, что в случае невыполнения своих кредитных обязательств (возврат суммы кредита вместе с начисленными на него процентами) заемщиком данная венчурная компания со стоимостью x_T переходит в собственность кредитора.

Будем обозначать стоимость контракта с указанной функцией выплат как Π_t, $t \in [0, T]$. В данном случае сумма кредита и функция выплат по кредиту со стороны заемщика определяются взаимно-однозначно как начальная и конечная стоимости данного контракта

$$\Pi_0 = I, \; \Pi_T = \varphi_\delta(x_T), \tag{2}$$

где φ_δ – введенная выше функция выплат. Исходя из идеологии реплицирующего портфеля, остановимся на вычислении неизвестной величины δ. Для этого сформируем виртуальный портфель, включающий некоторую долю рискового актива, соответствующего уровню рискованности рассматриваемого проекта, и безрискового актива как альтернативного способа вложения капитала для кредитора, изменение цены которого определяется зависимостью $\beta_t = e_{rt}$. Введем переменную f_t, $t \in [0, T]$ – стоимость соответствующего виртуального портфеля исходя из соотношения

$$f_t = a_t x_t + b_t \beta_t, \tag{3}$$

где a_t – количество рискового актива, соответствующего цене x_t, b_t – количество безрискового актива.

Управление данным портфелем производится исходя из стратегии самофинансирования, т.е. динамика стоимости портфеля должна удовлетворять соотношению

$$df_t = a_t dx_t + b_t d\beta_t = a_t dx_t + r b_t \beta_t dt. \tag{4}$$

Величины a_t и b_t выбираются таким образом, чтобы к моменту времени T стоимость портфеля равнялась $\varphi_\delta(x_T)$, r – безрисковая ставка, доступная для кредитора.

Полагая $f_t = f(t, x_t)$ и учитывая (1), в соответствии с формулой Ито, получим

$$df_t = \left(\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 x_t^2 \, \frac{\partial^2 f}{\partial x_t^2}\right) dt + \frac{\partial f}{\partial x_t} dx_t. \tag{5}$$

Сравнивая зависимости (3)–(5), запишем уравнение относительно неизвестной функции двух переменных $f(t, x)$:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 x^2 \, \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = r\left(f - \frac{\partial f}{\partial x} x\right). \tag{6}$$

Решение уравнения (6) при дополнительном условии

$$f(T, x) = \varphi_\delta(x) = \begin{cases} x, \; x < I + \delta; \\ I + \delta, \; x \geq I + \delta, \end{cases}$$

соответствующем указанной выше функции выплат, – единственное и может быть построено в явном виде путем перехода к новым независимым переменным $y = \ln x$ и $\tau = (T - t)\sigma^2/2$. После несложных преобразований исходная задача сводится к рассмотрению задачи Коши для простейшего параболического уравнения (Тихонов, Самарский, 1999, с. 292), в результате решения которой приходим к зависимости

$$f(t, x) = x\Phi(-z_{t,x,\delta}) + (I + \delta)\mathrm{e}^{-r(T-t)}\Phi(z_{t,x,\delta} - \sigma\sqrt{T - t}),$$

где

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} \mathrm{e}^{-0,5s^2} ds, \quad z_{t,x,\delta} = \left[\ln\left(\frac{x}{1+\delta}\right) + \left(r + \frac{\delta^2}{2}\right)(T - t)\right] / (\sigma\sqrt{T - t}).$$

Таким образом, при условии, что в момент времени t стоимость рискового актива составляет x_t, стоимость реплицирующего портфеля равна $f(t, x_t)$, число единиц самого рискового актива, находящихся в портфеле, $a_t = \Phi(-z_{t,x,\delta})$, а количество безрискового актива – $b_t = (I + \delta)\mathrm{e}^{-rT}\Phi(z_{t,x,\delta} - \sigma\sqrt{T - t})$.

С позиции кредитора начальная стоимость f_0 построенного реплицирующего портфеля представляет собой сумму кредита, поскольку определенная выше функция выплат предполагает выдачу средств заемщику в начальный момент времени. Таким образом, мы приходим к следующему трансцендентному уравнению относительно неизвестной величины δ: $I = f(0, I + V_0)$ или в развернутом виде

$$I = (I + V_0)\Phi(-z_{0,I+V_0,\delta}) + (I + \delta)\mathrm{e}^{-rT}\Phi(z_{0,I+V_0,\delta} - \sigma\sqrt{T}), \tag{7}$$

или $C_T(I + V_0, I + \delta) = V_0$, где $C_T(I + V_0, I + \delta)$ – стоимость европейского опциона call со временем исполнения T, спот-ценой базового актива $I + V_0$ и ценой исполнения $I + \delta$. Отметим, что найденной величине кредитной премии δ соответствует кредитная ставка (в процентах годовых), вычисляемая по формуле

$$k = \frac{\delta}{I} \times \frac{1}{T} \times 100\%. \tag{8}$$

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О СТАВКЕ КРЕДИТОВАНИЯ

Выше было показано, что стоимость кредита δ является решением уравнения $C_T(I + V_0, I + \delta) = V_0$. Далее мы будем полагать, что все входящие в него параметры строго положительные. Левая часть данного уравнения является строго убывающей по δ функцией, так как $\partial C_T / \partial \delta = -\mathrm{e}^{-rT} \Phi(z_{0,\, I+V_0,\, \delta} - \sigma \sqrt{T}\,) < 0$, причем величина указанной производной отделена от нуля некоторой постоянной.

Если $C_T(I + V_0, I) > V_0$, то рассматриваемое нами уравнение имеет решение, притом единственное. Для проверки справедливости последнего соотношения введем следующие обозначения:

$$k(V_0) = C_T(I + V_0, I) - V_0,$$

$$d_1 = z_{0,\, I+V_0, 0} = \left[\ln\left(\frac{I+V_0}{I}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T\right] / (\sigma \sqrt{T}), \quad d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T}.$$

Функция $k(V_0)$ является строго убывающей, так как $k'(V_0) = \Phi(d_1) - 1 < 0$. Перепишем ее в виде

$$k(V_0) = I(1 - \mathrm{e}^{-rT}) + I(1 - \Phi(d_1)) - I\mathrm{e}^{-rT}(1 - \Phi(d_2)) + V_0(\Phi(d_1) - 1).$$

Поскольку Φ является функцией распределения, то очевидны следующие предельные переходы:

$$1 - \Phi(d_1) \xrightarrow[V_0 \to \infty]{} 0,$$

$$1 - \Phi(d_2) \xrightarrow[V_0 \to \infty]{} 0,$$

$$V_0(\Phi(d_1) - 1) = -V_0 \int_{d_1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-0{,}5y^2} dy \sim -V_0 \frac{1}{\sqrt{2\pi d_1}} e^{0{,}5 d_1^2} \to 0, \; V_0 \to \infty.$$

Тогда $k(V_0) \xrightarrow[V_0 \to \infty]{} I(1 - \mathrm{e}^{-rT}) > 0$. Следовательно, $k(V_0)$ – строго положительная для всех V_0, а рассматриваемое уравнение относительно δ обладает единственным решением.

Итак, уравнение (7) имеет единственное решение, которое обозначим как δ^*. Легко показать, что его зависимость от входных параметров V_0 и σ соответствует интуитивным с точки зрения здравого смысла представлениям. Для этого рассмотрим производные от δ^* как от функции, зависящей от параметров рассматриваемой задачи $\delta^* = \delta^*(I, V_0, r, \sigma, T)$:

$$\frac{\partial \delta^*}{\partial V_0} = \frac{\Phi(z_{0,\, I+V_0,\, \delta^*}) - 1}{\Phi(z_{0,\, I+V_0,\, \delta^*} - \sigma \sqrt{T})} \mathrm{e}^{rT} < 0,$$

$$\frac{\partial \delta^*}{\partial \sigma} = \frac{(I + \delta^*)\Phi'(z_{0,\, I+V_0,\, \delta^*} - \sigma \sqrt{T})\sqrt{T}}{\Phi(z_{0,\, I+V_0,\, \delta^*} - \sigma \sqrt{T})} > 0.$$

Таким образом, при росте объема собственных средств заемщика, вложенных в проект, стоимость кредита уменьшается. Более того, имеет место следующее предельное соотношение $\delta^* \xrightarrow[V_0 \to \infty]{} I(\mathrm{e}^{eT} - 1)$ – при стремлении величины собственных средств заемщика, вложенных в проект, к бесконечности – ставка по кредиту стремится к своему безрисковому значению. И наоборот: при стремлении V_0 к нулю стоимость кредита неограниченно растет.

Аналогично – уменьшение волатильности венчурного капитала приводит к снижению величины начисленных процентов. Кроме того, в отсутствие кредитного риска, т.е. при $\sigma = 0$, уравнение (7) примет вид $I = (I + \delta)e^{-rT}$, и, следовательно, непрерывная доходность такого вложения будет равна r. Таким образом, при стремлении волатильности к нулю ставка по кредиту будет стремиться к безрисковой ставке. В ситуации, когда величина $\sigma > 0$, маржа за кредитный риск будет строго положительной.

Найденная по формулам (7) и (8) ставка $k^* = k(\delta^*)$ является строго возрастающей по I, поскольку $\partial k^*/\partial I > 0$. Поэтому она может рассматриваться как функция $k^* = k^*(I)$ предложения средств для конкретного заемщика. Предъявляя спрос на кредит величиной I, собственник венчурной компании ожидает получить указанные средства по минимально возможной ставке, равной k^*. Кредитование по этой ставке обеспечивает инвестору оплату кредитного риска, связанного с возможным банкротством венчурной компании.

БЕЗАРБИТРАЖНОСТЬ СТОИМОСТИ ПЛАТЕЖНОГО ОБЯЗАТЕЛЬСТВА

Убедимся в том, что полученная указанным способом стоимость платежного обязательства исключает возможность арбитража как для кредитора, так и для заемщика. Для этого, следуя общей схеме проверки на безарбитражность (Бьорк, 2010, с. 220–229), введем в рассмотрение портфель, составленный из трех видов активов: двух рисковых стоимостью x_t и $f_t = f(t, x_t)$, а также безрискового стоимостью β_t. Стоимость указанного портфеля обозначим через V_t. Из формулы Ито вытекает справедливость соотношения $df = f\alpha_f dt + f\sigma_f dW_t$, где

$$\alpha_f = \frac{1}{f}\left(\frac{\partial f}{\partial t} + c_t x_t\ \frac{\partial f}{\partial x_t} + \frac{1}{2}\sigma^2 x_t^2\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_t^2}\right), \tag{9}$$

$$\sigma_f = \sigma x_t\ \frac{1}{f} \times \frac{\partial f}{\partial x_t}. \tag{10}$$

Обозначим долю каждого из составляющих портфель активов через u_x, u_f и $u_\beta = 1 - u_f - u_x$. Динамика стоимости такого портфеля, управляемого в рамках стратегии самофинансирования, определяется соотношением

$$dV_t = V_t\left(u_x\ \frac{dx_t}{x_t} + u_f\ \frac{df_t}{f_t} + u_\beta\ \frac{d\beta_t}{\beta_t}\right) =$$
$$= V_t(u_x(c_t - r) + u_f(\alpha_f - r) + r)dt + V_t(u_x\sigma + u_f\sigma_f)dW_t.$$

Заметим, что значения α_f и σ_f, определенные формулами (9) и (10), наряду с соотношением (6), обеспечивают справедливость равенства

$$\frac{c_t - r}{\sigma} = \frac{\alpha_f - r}{\sigma_f}. \tag{11}$$

Выполнение соотношения (11) означает, что система алгебраических уравнений

$$\begin{pmatrix} c_t - r & \alpha_f - r \\ \sigma & \sigma_f \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u_x \\ u_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon \\ 0 \end{pmatrix}$$

не имеет решения ни при каких $\varepsilon \neq 0$, в том числе любых $\varepsilon > 0$. Из последнего обстоятельства следует: если стоимость долга заемщика меняется в соответствии с формулой (6), то на рынке долговых обязательств ни один из его участников, в том числе кредитор и заемщик, не смогут сформировать из указанных трех активов безрисковый портфель, управляемый в рамках стратегии самофинансирования и обеспечивающий рост его стоимости, превышающий безрисковую процентную ставку r на величину $\varepsilon > 0$. В этом смысле динамика стоимости долгового обязательства по формуле (6) обеспечивает безарбитражность стоимости введенного в рассмотрение платежного инструмента.

ЭФФЕКТ ДИВЕРСИФИКАЦИИ ПРИ СОВМЕСТНОМ КРЕДИТОВАНИИ НЕСКОЛЬКИХ ПРОЕКТОВ

Изложенный выше способ определения стоимости кредитования венчурного проекта может быть обобщен на случай финансирования двух и более проектов, находящихся в собственности одного заемщика. Рассмотрим теперь ситуацию, когда стоимости венчурных проектов являются некоррелированными и сроки их реализации совпадают.

Пусть I_1 и I_2 – суммы кредитов для первого и второго проектов; $V_{1,0}$ и $V_{2,0}$ – собственный капитал для первого и второго проектов; $x_{1,0} = I_1 + V_{1,0}$ и $x_{2,0} = I_2 + V_{2,0}$ – начальные стоимости проектов; T – время, на которое заключается кредитное соглашение; r – альтернативная норма доходности от безрискового вложения для кредитора.

Будем исходить из того, что стоимости проектов меняются в соответствии со стохастическими дифференциальными уравнениями

$$dx_{1,t} = c_{1,t}x_{1,t}dt + \sigma_1 x_{1,t}dW_{1,t},\ \ x_{1,0} = I_1 + V_{1,0}, \tag{12}$$

$$dx_{2,t} = c_{2,t}x_{2,t}dt + \sigma_2 x_{2,t}dW_{2,t},\ \ x_{2,0} = I_1 + V_{2,0}, \tag{13}$$

где $c_{i,t} = c_i(t, \omega)$, $i = 1, 2$ – случайные функции времени, $\sigma_i > 0$, $i = 1, 2$, – постоянные коэффициенты волатильности. Стандартные винеровские процессы $W_{1,t}$ и $W_{2,t}$ будем считать некоррелированными $dW_{1,t}dW_{2,t} = 0$.

Кредитное соглашение устанавливает следующую функцию выплат:

$$\varphi_\delta(x_{1,T}, x_{2,T}) = \begin{cases} x_{1,T} + x_{2,T}, & x_{1,T} + x_{2,T} < I_1 + I_2 + \delta; \\ I_1 + I_2 + \delta, & x_{1,T} + x_{2,T} \ge I_1 + I_2 + \delta, \end{cases}$$

где δ – сумма денег, начисленная за использование кредита $I_1 + I_2$ к моменту времени T, представляющая собой изначально неизвестную величину. Заметим, что в данном случае функция выплат зависит от совокупной стоимости двух проектов, что позволяет при их реализации перераспределять средства между ними, если иное не установлено в кредитном договоре.

Повторим рассуждения, изложенные выше, с учетом того, что реплицирующий портфель будет содержать три актива: два рисковых, соответствующих уровням риска рассматриваемых проектов, и один безрисковый актив, изменение цены которого определяется зависимостью $\beta_t = e^{rt}$. Тогда стоимость реплицирующего портфеля должна удовлетворять уравнению

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma_1^2 x_1^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} + \frac{1}{2}\sigma_2^2 x_2^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} = r\left(f - x_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} - x_2 \frac{\partial f}{\partial x_2}\right) \tag{14}$$

и дополнительному условию

$$f(T, x_1, x_2) = \varphi_\delta(x_1, x_2) = \begin{cases} x_1 + x_2, & x_1 + x_2 < I_1 + I_2 + \delta; \\ I_1 + I_2 + \delta, & x_1 + x_2 \ge I_1 + I_2 + \delta. \end{cases} \tag{15}$$

Решением задачи (14), (15) является функция

$$f(t, x_1, x_2) = \frac{\exp\{-r(T-t)\}}{2\pi(T-t)} \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} \varphi_\delta\left(x_1 \exp\left\{\left(r - \frac{\sigma_1^2}{2}\right)(T-t) + \sigma_1 z_1\right\},\right.$$

$$\left. x_2 \exp\left\{\left(r - \frac{\sigma_2^2}{2}\right)(T-t) + \sigma_2 z_2\right\}\right) \exp\left\{\frac{-z_1^2 - z_2^2}{2(T-t)}\right\} dz_1\, dz_2. \tag{16}$$

Поскольку с позиции кредитора начальная стоимость такого портфеля равняется $I_1 + I_2$, приходим к уравнению относительно неизвестной величины δ: $I_1 + I_2 = f(0, I_1 + V_{1,0}, I_2 + V_{2,0})$, или в развернутой форме

$$I_1 + I_2 = \frac{\exp\{-rT\}}{2\pi T} \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} \varphi_\delta \left((I_1 + V_{1,0}) \exp\left\{ \left(r - \frac{\sigma_1^2}{2} \right) T + \sigma_1 z_1 \right\}, \right.$$

$$\left. (I_2 + V_{2,0}) \exp\left\{ \left(r - \frac{\sigma_2^2}{2} \right) T + \sigma_2 z_2 \right\} \right) \exp\left\{ \frac{-z_1^2 - z_2^2}{2T} \right\} dz_1\, dz_2 .$$

Численно решение данного уравнения позволяет найти неизвестную величину δ. Далее будет показано, что стоимость совместного кредитования соответствующих проектов оказывается существенно ниже, чем каждого по отдельности. Ставка по кредиту с учетом найденной величины δ рассчитывается по формуле

$$k = \frac{\delta}{I_1 + I_2} \times \frac{1}{T} \times 100\%. \qquad (18)$$

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ И ВЫВОДЫ

В качестве примера рассмотрим ситуацию, когда величина кредита I = 50 000 тыс. долл., время, на которое заключается кредитное соглашение, составляет T = 2 года, безрисковая процентная ставка для этого срока равняется 7%, эквивалентная ей непрерывная ставка равна r = 6,55%. Размер собственных средств, вложенных в проект, может составлять от 25 000 до 50 000 тыс. долл. В таблице приведена годовая процентная ставка (рассчитанная по формулам (7)–(8)), под которую выдается кредит в зависимости от суммы собственных средств заемщика V_0, вложенных в проект, и волатильности σ за год, характеризующей уровень риска проекта.

Как видно из приведенных расчетов, при небольших значениях волатильности рост размера собственных средств заемщика, вложенных в проект, обеспечивает стремление ставки кредитования к безрисковой процентной ставке. При этом рост волатильности и уменьшение собственных средств заемщика, вложенных в проект, приводят к резкому увеличению ставки кредитования.

Обратимся к варианту, при котором величина собственных средств заемщика равна V_0 = 25 000 тыс. долл., а годовая волатильность σ = 0,35. В данном случае ставка равняется 12,79% годовых. Если через два года заемщик будет не в состоянии вернуть кредит, а также выплатить проценты по указанной ставке, венчурная компания перейдет в стоимость кредитора.

Теперь рассмотрим ситуацию, когда выдаваемый кредит в 50 000 тыс. долл. идет на финансирование двух венчурных проектов, динамика капиталов которых следует геометрическому броуновскому движению с некоррелированными управляющими винеровскими процессами. Срок реализации проектов – одинаковый и составляет два года. Потребность каждого венчурного проекта в заемном капитале составляет I_1 = 20 000 и I_2 = 30 000 тыс. долл. соответственно; собственный капитал заемщика для каждого проекта – $V_{1,0}$ = 10 000 и $V_{2,0}$ = 15 000 тыс. долл. соответственно. Волатильности обоих проектов будем считать одинаковыми: $\sigma_1 = \sigma_2$ = 0,35. Решая уравнение (17) с заданными параметрами и используя формулу (18), получим, что итоговая процентная ставка при совместном кредитовании двух рассматриваемых проектов составляет 9,03% годовых. Как и в предыдущем случае, при невозможности заемщика через два года вернуть кредит и выплатить проценты, начисленные по ставке 9,03% годовых, компания переходит в собственность кредитора.

Таким образом, одновременное кредитование нескольких венчурных проектов при определенных условиях повышает вероятность выполнения заемщиком своих обязательств перед кредитором. Это обстоятельство приводит к снижению маржи за кредитный риск и повышает при-

Таблица. Результат расчетов ставки по кредиту, % годовых

Волатильность, σ	Размер собственных средств V_0, тыс. долл.					
	25 000	30 000	35 000	40 000	45 000	50 000
0,25	8,86	8,24	7,84	7,58	7,40	7,28
0,30	10,53	9,54	8,86	8,38	8,04	7,78
0,35	12,79	11,37	10,36	9,62	9,07	8,65
0,40	15,65	13,74	12,35	11,32	10,52	9,90
0,45	19,16	16,69	14,88	13,50	12,43	11,57
0,50	23,38	20,27	17,97	16,20	14,81	13,70

влекательность инструмента кредитования как источника финансирования венчурных проектов. Отметим, что в рассмотренном примере снижение ставки кредитования составило 3,76% годовых за счет эффекта диверсификации, несмотря на то что риски каждого проекта остались на прежнем уровне.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Бьорк Т. (2010). Теория арбитража в непрерывном времени. М.: МЦНМО.

Зенкевич Н.А., Колабутин Н.В., Янг Д.В.К. (2009). Стохастическая модель устойчивого совместного предприятия. [Электронный ресурс] // *Управление большими системами*. № 26(1). С. 235–269. Режим доступа: http://mi.mathnet.ru/ubs347, свободный. Загл. с экрана. Яз. рус. (дата обращения: май 2015 г.).

Тихонов А.Н., Самарский А.А. (1999). Уравнения математической физики. М.: Изд-во МГУ.

Amit R., Glosten L., Muller E. (1990). Entrepreneurial Ability, Venture Investments, and Risk Sharing // *Management Science*. Vol. 36. No. 10. P. 1233–1246.

Berglof E. (1994). A Control Theory of Venture Capital Finance // *Journal of Law, Economics & Organization*. Vol. 10. No. 2. P. 247–267.

Berk J.B., Green R.C., Naik V. (2004). Valuation and Return Dynamics of New Ventures // *Review of Financial Studies*. Vol. 17. No. 1. P. 1–35.

Black F., Scholes M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities // *Journal of Political Economy*. Vol. 81. No. 3. P. 637–654.

Hall B.H., Lerner J. (2010). The Financing of R&D and Innovation // *Handbook of the Economics of Innovation.* Vol. 1. P. 609–639.

Hellman T., Puri M. (2000). The Interaction between Product Market and Financing Strategy: The Role Venture Capital // *Review of Financial studies*. Vol. 13. No. 4. P. 959–984.

Kaplan S.N., Strömberg P. (2003). Financial Contracting Theory Meets the Real World: An Empirical Analysis of Venture Capital Contracts // *The Review of Economic Studies*. Vol. 70. No. 2. P. 281–315.

Kirilenko A. (2001). Valuation and Control in Venture Finance // *The Journal of Finance*. Vol. 56. No. 2. P. 565–587.

Merton R.C. (1974). On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates // *The Journal of Finance*. Vol. 29. No. 2. P. 449–470.

Ozmel U., Robinson D.T., Stuart T.E. (2012). Strategic Alliances, Venture Capital, and Exit Decisions in Early Stage High-tech Firms // *Journal of Financial Economics*. Vol. 107. No. 3. P. 655–670.

Tyebjee T., Bruno A. (1984). A Model of Venture Capitalist Investment Activity // *Management Science*. Vol. 30. No. 9. P. 1051–1066.

Ueda M. (2004). Banks Versus Venture Capital: Project Evaluation, Screening, and Expropriation // *The Journal of Finance*. Vol. 59. No. 2. P. 601–621.

Поступила в редакцию
18.11.2013 г.

Evaluation of Credit Return Interest for Venture Projects in the Framework of Replicating Portfolio Approach

S.A. Vavilov, K.V. Svetlov

Evaluation of credit return interest for venture projects is considered in the present paper. The problem to study is tackled from the lender position in the framework of replicating portfolio approach. The derived value of interest rate strongly depends on a number of factors, such as duration of borrowing, degree of riskiness and the amount of equity invested in the project. The novelty of the proposed approach is stipulated by application of stochastic methods to the problem inquest. Suggested methodology implies diversification phenomenon when the existence of a number of financial projects in contrast to the singular one leads to the diminishing of the overall credit margin. Arbitrage free property is proved with respect to the derived interest rate.

Keywords: credit risk, replicating portfolio, venture project.

JEL Classification: C63, G13, G24.