
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ АДМИНИСТРАЦИИ
И НАСЕЛЕНИЯ ПРИ СОГЛАСОВАНИИ СПОРНЫХ ВОПРОСОВ

© 2015 г. И.Д. Колесин

(Санкт-Петербург)

Исследуется модель взаимодействия администрации с населением по возникающим экологическим проблемам. На примере разрешения вопроса о переносе больших полигонов бытовых и промышленных отходов и ликвидации мелких, стихийно возникающих свалок исследуются стратегии взаимодействия, учитывающие экономическую и психологическую сложность вопроса: недостаток средств, кредит доверия. Предложен алгоритм распределения ограниченных средств и алгоритм распределения кредита доверия; в основу взят принцип пропорциональности текущих и будущих затрат по n объектам. Делается сравнение с решением задачи линейного программирования и с решением, основанным на принципе пропорционального уменьшения объемов всех объектов. Дается рекомендация по выбору наиболее предпочтительного принципа.

Ключевые слова: полигон отходов, удаление, мелкие свалки, ликвидация, стратегии администрации, математическая модель.

Классификация JEL: Q530, С610.

ВВЕДЕНИЕ

Наличие больших полигонов и мелких мест складирования отходов вызывает недовольство местных жителей и создает экологическую проблему, решение которой видится в их переносе либо ликвидации. Безотлагательность мер диктуется потоком обращений к администрации; при этом острота решения проблемы состоит в нехватке средств. В этих условиях администрация вынуждена искать компромисс, сохраняя доверие к себе и снижая недовольство населения.

Задача оптимального распределения ограниченных средств по конечному числу объектов с учетом их особенностей наиболее часто встречается в разных отраслях экономики и имеет развитый математический аппарат решения. Однако постановка таких задач обычно не затрагивает психологию жителей и администрации. Такие факторы, как недовольство населения, кредит доверия, лишь косвенно учитываются при постановке задачи, но не входят в модель ее решения. Между тем именно психологическая сторона определяет неприглядную картину развития ситуации. Восприятие ее населением и администрацией лишь отчасти проявляется в виде эмоций, но неизмеримо больше – в угасании ценностных представлений об окружающей среде. Хотя ряд исследований по проблеме возникновения стихийных свалок частично затрагивает вопрос об экологической культуре населения (Галицкова, 2009; Иванова, 2012), однако в случае больших организованных свалок, где местное население оказывается жертвой экологической проблемы, лишь администрация может подать пример экологической культуры, адекватно реагируя на растущее недовольство жителей.

Реакцию администрации определяют следующие моменты: расширение больших организованных свалок при недостатке средств на их обеззараживание и рост числа мелких – при нехватке средств на организацию коллектора.

В этих условиях выбор стратегии действий становится решающим для определения характера взаимоотношений между населением и администрацией. Администрации немаловажно сохранить свое лицо (не потерять доверие жителей), а для населения – получить человеческий образ жизни. Привлечение психологии администрации и населения к решению экологической

проблемы приводит к поиску нестандартных критериев и нестандартных принципов оптимизации. В соответствии с этим в данной статье речь идет не о разумной экономии сил и средств (тогда следовало бы привлечь методы, основанные на минимизации затрат), а о разумном сочетании экономических и гуманитарных соображений.

Попытка перенести эти особенности в модель, т.е. отразить сложный характер взаимодействия населения с администрацией, приводит к отысканию системного механизма их взаимодействия. Для этого необходимо обратиться к факторам, отражающим сознание местного населения и администрации. Выражение недовольства состоянием среды, проявляющееся в обращениях к администрации, дает стимул развитию административного сознания в отношении возникшей экологической проблемы. Для населения подобным стимулом является сам факт наличия свалок. Жители, встречаясь, передают друг другу свою обеспокоенность состоянием среды; при этом каждый, высказав свои эмоции, становится восприимчивым к высказыванию других. Многократные чередования подобных перемен состояния придают процессу силу, так как в таком обороте понятий и чувств постепенно отыскиваются более их эффективные выражения, объединяя жителей общим (групповым) восприятием обстановки и общим осознанием необходимости изменений. Подобный оборот элементов группового сознания является ключевым моментом в анализе самоорганизующихся социальных систем. Так, в статье (Колесин, 2012) исследовался внутренний миграционный оборот, осуществляемый между регионами с разным уровнем экономического благосостояния; при этом в модель включался эндогенный фактор, отражающий уровень группового сознания мигрантов. Применяя подобный подход к исследованию экологической проблемы, введем в модель эндогенный фактор подобного же рода, но отвечающий за уровень группового восприятия населением экологической проблемы.

Цель работы состоит в выяснении качественной картины взаимодействия администрации с населением при разрешении социально-экономической проблемы в условиях острой нехватки средств для ее быстрого решения. Построение модели взаимодействия заставляет взглянуть на проблему с разных сторон, а выявление возможных вариантов взаимодействия – составить представление о взаимосвязи действующих факторов. Включение в их число психологических факторов направляет подобное исследование на гуманизацию принимаемых решений.

МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ НЕГАТИВНОГО ОТНОШЕНИЯ ЖИТЕЛЕЙ К ЭКОЛОГИЧЕСКОМУ СОСТОЯНИЮ РАЙОНА

Построим сначала модель естественно развивающегося процесса, а затем введем в нее фактор административного управления, позволяющий сформулировать ряд задач. Центральным моментом естественно развивающегося процесса является негативное восприятие населением растущей свалки. С введением управления появляется второй момент. Если фактор массового недовольства определяет психологию жителей, то фактор осознания своей роли в снижении напряженности – психологию администрации. Во взаимодействии этих двух факторов мы будем искать решение проблемы.

Пусть F – неблагоприятный фактор среды, а N и M – соответственно число эмоционально и сдержанно проявляющих свое недовольство качеством среды, V – групповая эмоциональность высказываний, измеряемая числом негативных образов, вошедших в обиход первых. Применяя представление об эмоционально-негативном механизме передачи возбуждения (Андреева, 2000, гл. 9), отобразим рождение и распространение негативного отношения жителей к фактору F следующей моделью (Колесин, 2002):

$$\frac{dM}{dt} = -\alpha VMN + \beta N, \quad \frac{dN}{dt} = \alpha VMN - \beta N, \quad (1)$$

$$\frac{dV}{dt} = kFMV - mV,$$

$$M + N = H = \text{const}, \quad N(0) > 0, \quad M(0) = H - N(0), \quad V(0) > 0,$$

где αVMN – интенсивность перехода $M \rightarrow N$, которая определяется частотой встреч и эмоциональностью высказываний; βN – интенсивность обратного перехода, которая определяется характерной длительностью T_N эмоционального возбуждения ($\beta = 1/T_N$); $kFMV$ – интенсивность формирования эмоционально-негативных образов, определяемая уровнем фактора F и потенциалом образности; mV – интенсивность выхода образов из употребления, определяемая характерной длительностью T_V употребления образа ($m = 1/T_V$); H – число жителей, ощущающих негативное действие фактора F (в случае больших организованных свалок величина F измеряется концентрацией летучих продуктов распада, а в случае большого числа мелких – частотой встречи с ними в радиусе каждодневных перемещений жителей).

Введем в модель управляющее воздействие, имея в виду меры, предпринимаемые администрацией. В качестве точек приложения воздействия изберем F и T . Примем

$$F = F_0 - u, \quad T = T_0 - \tau, \quad (2)$$

где F_0 – уровень фактора F на момент начала воздействия, u – размер воздействия, T_0 – величина T на тот же момент, τ – размер ее сдвига.

Анализ поведения модели (1) сводится к изучению системы второго порядка. Сделав замену $M = H - N$, перейдем к двум уравнениям:

$$\frac{dN}{dt} = (\alpha V(H - N) - \beta)N, \quad \frac{dV}{dt} = (kF(H - N) - m)V. \quad (3)$$

При $H - m/(kF) > 0$ система имеет асимптотически устойчивое состояние равновесия

$$\bar{N} = H - m/(kF), \quad \bar{V} = \beta/(\alpha(H - \bar{N})) \quad (4)$$

и неустойчивое состояние $N = V = 0$, а при $H - m/(kF) < 0$ – асимптотически устойчивое состояние $N = V = 0$. Случай $H - m/(kF) = 0$ дает целое семейство положений равновесия, из которых лежащие ниже $\bar{V} = \beta/(\alpha H)$ являются притягивающими, а выше – отталкивающими. Этот случай замечателен тем, что переводит процесс из состояния $V > \bar{V}$ в состояние $V < \bar{V}$, обходя точку $\bar{V} = \beta/(\alpha H)$, $\bar{N} = 0$.

Три характерных случая ($\bar{N} < 0$, $\bar{N} > 0$, $\bar{N} = 0$) не противоречат трем типам действий администрации: если средств достаточно, то цель действий получить $N = 0$, $V = 0$, если недостаточно, то $\bar{N} > 0$, $\bar{V} < 0$, если их нет, то $\bar{N} = 0$, $\bar{V} > 0$.

Рассматривая эти типы действий администрации как стратегии, имеем:

- 1) стратегия *кардинального* изменения положения дел ($\bar{N} < 0$);
- 2) стратегия *перманентных* изменений при наличии ограниченных средств ($\bar{N} \geq 0$);
- 3) стратегия *обещания* изменений при отсутствии средств ($\bar{N} = 0$).

В первой стратегии приведение объекта в норму и спад недовольства населения до нуля реализуются в полной мере, во второй – частично, в третьей достигается временное прекращение потока жалоб. Отсрочка для завершения работ и отсрочка для начала работ связаны с отысканием необходимых средств; при этом условие $\bar{N} = 0$ обеспечивает возможность их неаврального поиска. Поясним последнее.

Возможность избежать кардинального решения экологической проблемы путем уменьшения негативного фактора F лишь до уровня $F^* = m/(kH) > 0$ (обеспечивающего $\bar{N} = 0$), а не до нуля дает в руки администрации способ временно удерживать ситуацию под контролем, поддерживая F на уровне F^* . Это позволяет исключить условия для самоорганизации инициативных групп, беспокоящих администрацию. Вместе с тем подобного же можно достичь, уменьшая T_V путем заверения жителей о наличии плана кардинальных изменений, реализация которого начнется позже ввиду отсутствия средств.

Выполненный анализ дает представление о роли психологического фактора в разрешении экологической проблемы и возможных действиях администрации, соотносящихся с наличием или отсутствием средств для ее разрешения. Все отмеченные особенности разрешения относятся к одному объекту. Трудности возникают при рассмотрении многомерной задачи распределения средств.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СРЕДСТВ

Пусть имеется n объектов, на преобразование которых выделены средства B , недостаточные для их полного преобразования. Будем распределять эти средства так, чтобы затраты на частичные изменения каждого соотносились подобно затратам на остаточные изменения:

$$C_1: C_2: \dots: C_n = C'_1: C'_2: \dots: C'_n, \quad (5)$$

где C_i – затраты на частичное изменение объекта i , а C'_i – на завершение изменений. Однако, откладывая завершение на время T_i , администрация оказывается в плену растущего недовольства жителей, так как объемы (или число) свалок растут. Чем больше T_i , тем больше C'_i и тем более тяжелым бременем они ложатся на администрацию. Неудобный руководству нынешний образ их территории, расширяясь в объеме больших (либо числе мелких) свалок, подавляет психологически. Распределение средств в соответствии с (5) требует более ответственных решений, так как соотношение (5) планирует будущее. Из него вытекает n частных соотношений

$$C'_i/C_i = r_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (6)$$

Обозначим размер частичных изменений объекта i через u_i . Пусть каждая пара величин C_i, C'_i зависит только от u_i . Тогда задача распределения средств B по n объектам формулируется следующим образом: найти такие $u_i = u_i^* > 0$ ($i = 1, \dots, n$), чтобы для каждого объема выполнялось соотношение

$$C'_i(u_i^*)/C_i(u_i^*) = r^*, \quad i = 1, \dots, n \quad (7)$$

при ограничении

$$G(u_1^*, \dots, u_n^*) = B. \quad (8)$$

Подобным же образом можно сформулировать задачу распределения кредита доверия G , вводя в рассмотрение совокупность заверений начать работы через время τ_i и отыскивая неизвестные τ_i ($i = 1, \dots, n$) в соответствии с опасностью потерять доверие, обещая изменить положение дел к моменту $t_0 + \tau_i$. Ограничение на сумму величин τ_i здесь соотносится с G , измеряемым временем беспротестного ожидания. Перенесем поставленную задачу на интересующие объекты, наметив возможные подходы к ее решению и имея в виду стратегии 2, 3 (стратегию 1 исключаем ввиду требования иных условий для ее реализации).

Выделим два случая: 1) организованные большие свалки в окрестности города (таких немного); 2) множество мелких, стихийно возникающих в окрестности садоводств и деревень. Крупные обеззараживаются, мелкие ликвидируются путем вывоза мусора на организованный коллектор (для переработки). В обоих случаях речь идет об уменьшении исходной «массы», которая измеряется либо объемом больших свалок, либо числом мелких. В первом случае предполагается наличие n свалок с разной скоростью разрастания их объемов, во втором – n административных районов с разным числом мелких свалок и разной скоростью «размножения» их числа. Это позволяет построить одинаковый для обоих случаев алгоритм решения экологической проблемы. Поясним его на примере первого.

СТРАТЕГИЯ ПЕРМАНЕНТНЫХ ИЗМЕНЕНИЙ

Пусть R_i – объем свалки i (куб. м), c_i – удельные затраты на ликвидацию свалки, тогда на ликвидацию u_i потребуются затраты $C_i = c_i u_i$, $0 < u_i < R_i$, $i = 1, \dots, n$, а на ликвидацию остатка через время T_i (задержка финансирования) – $C'_i = c'_i((R_i - u_i) + k_i T_i)$, где k_i – скорость разрастания свалки i ($k_i > 1$); c'_i – возросшие за время T_i затраты ($c'_i < c_i$).

Составим соотношения

$$C'_i/C_i = c'_i(R'_i - u_i)/(c_i u_i), \quad R'_i = R_i + k_i T_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (9)$$

и учтем ограничение

$$c_1 u_1 + \dots + c_n u_n = B. \quad (10)$$

Требуется найти такие $u = u_i^*, i = 1, \dots, n$, чтобы при ограничении (10) выполнялось соотношение $r_1(u_1^*) = \dots = r_n(u_n^*)$. Прием решения состоит в двухэтапном отыскании неизвестных величин r, u_1, \dots, u_n : сначала находится r , где $r_1 = \dots = r_n = r$, а по r находятся все u_1, \dots, u_n . Для этого выразим все u_i через r : $u_i = c_i' R_i / (c_i' + c_i r), i = 1, \dots, n$ и подставим эти выражения в уравнение (10):

$$c_1 u_1(r) + \dots + c_n u_n(r) = B. \tag{11}$$

Если выполняется соотношение $c_1 \bar{u}_1 + \dots + c_n \bar{u}_n \geq B$, где \bar{u}_i определены условием $r = 1$ и $\bar{u}_i = c_i' R_i / (c_i' + c_i)$, то уравнение (11) имеет единственное решение $r = r^* \geq 1$. По найденному $r = r^*$ находим $u_i(r^*) = u_i^* \leq \bar{u}_i, i = 1, \dots, n$.

Случай $C_i' < C_i$ (т.е. $r_i < 1$) не рассматривается как полагающий наличие достаточно больших средств. В Приложении приведен численный пример, где решение задачи (7)–(8) сравнивается с решением задачи линейного программирования и решением задачи, основанной на пропорциональности уменьшения всех R_i .

СТРАТЕГИЯ ВРЕМЕННОГО СОГЛАСИЯ

Если администрация откладывает начало работ на время τ , то появляется опасность потерять доверие населения в случае невыполнения обещания к моменту $t_0 + \tau$. Если A – объем обоснованных соображений в пользу τ , а A' – объем соображений, не вполне обоснованных в пользу $T - \tau$ (где T – максимальное время, на которое можно отложить выполнение работ), то отношение A'/A будет определять уровень опасности (r). Пусть c и c' – интеллектуальные затраты на получение доверия. Тогда $r = A'/A = c'(T - \tau)/(c\tau)$.

В случае n объектов имеем n функций

$$r_i(\tau_i) = c_i'(T_i - \tau_i)/(c_i \tau_i), i = 1, \dots, n.$$

Заметим, что сумма величин τ_i соответствует кредиту доверия G :

$$\sum_{i=1}^n \tau_i = G. \tag{12}$$

Требуется найти такие $\tau_i = \tau_i^*, i = 1, \dots, n$, чтобы при ограничении (12) выполнялось равенство $r_1(\tau_1^*) = \dots = r_n(\tau_n^*)$.

Способ решения – тот же, что и описанный выше. Выразим все τ_i через неизвестную величину r : $\tau_i = c_i' T_i / (c_i' + c_i r), i = 1, \dots, n$ и подставим их в уравнение (12): $\sum_{i=1}^n [c_i' T_i / (c_i' + c_i r)] = G$. Если

при $r = 1$ выполняется $\sum_{i=1}^n [c_i' T_i / (c_i' + c_i r)] > G$, то найдется единственное решение $r = r^*$, а по нему

и $\tau_i = \tau_i^* > 1 (i = 1, \dots, n)$ такое, что при ограничении (12) выполняется $r_i(u_i^*) = r^*, (i = 1, \dots, n$.

Поясним, как определяются величины T_i . Полагая, что каждый из n объектов не зависит от других, получим n независимых моделей типа (1) с переменными $M_i, N_i, V_i (i = 1, \dots, n)$ и неблагоприятным фактором среды $F_i (i = 1, \dots, n)$. Для каждой появятся свои уравнения $F_i = F_{0i} - u_i, T_i = T_{0i} - \tau_i$ типа (2) и найдутся свои величины \bar{N}_i, \bar{V}_i типа (3); при этом роль F_{0i} станут выполнять величины R_i . Тогда $F_i = R_i - u_i$. Допускаемую задержку финансирования (T_i) для объекта i находим из условий $\bar{N}_i = 0$. Для этого сначала из уравнения

$$\bar{N}_i = H_i - 1/(F_i k_i T_V) = H_i - 1/((R_i - u_i) k_i T_V) = 0$$

найдем необходимое u_i , обозначив его через \bar{u}_i , тогда $\bar{u}_i = R_i - 1/(k_i H_i T_V)$, а по нему определим T_i . Пусть s_i – суточная норма объема работ, связанных с приведением объекта i в нормальное санитарное состояние. Тогда для выполнения объема работы R_i потребуется время (в сутках) R_i / s_i , а для выполнения объема \bar{u}_i необходимо $T_i = \bar{u}_i / s_i = (R_i - 1/(k_i H_i T_V)) / s_i$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследована ситуация взаимодействия населения с администрацией по вопросу ликвидации свалок в условиях острой нехватки средств.

Предложена математическая модель формирования негативного отношения жителей к экологическому состоянию района; для анализа возможных ситуаций в модель введен фактор административного управления.

Выделены три стратегии управления, из которых формализованы стратегия перманентных изменений и стратегия временного согласия; стратегия кардинального решения исключена, так как требует больших затрат.

Предложены алгоритм распределения ограниченных средств и алгоритм распределения кредита доверия.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Если выполняется условие $\sum_i c_i R'_i - B \leq c_i R_i$ по всем $i = 1, \dots, n$, то замена $R'_i - u_i = x_i$ при $0 < u_i < R'_i$ приводит к задаче линейного программирования:

$$\sum_i c_i x_i \rightarrow \min_x \sum_i c_i x_i = b, \quad 0 < x_i < R'_i, \quad i = 1, \dots, n,$$

где $b = \sum_i c_i R'_i - B$. Ее оптимальным решением x^* является одна из вершин многогранника решений. Если же указанное условие нарушается, то замена $R'_i - u_i = x_i + x_0$ приводит к аналогичной задаче:

$$\sum_i c'_i (x_i + x_0) \rightarrow \min_x \sum_i c_i x_i = b', \quad 0 < x_i + x_0 < R'_i, \quad i = 1, \dots, n,$$

где $b' = \sum_i c_i (R'_i - x_0) - B$, а x_0 отыскивается из условия $u_i = R'_i - x_i - x_0 > 0$.

Пример. Пусть $n = 3, B = 500$,

$$c_1 = 1, \quad c_2 = 2, \quad c_3 = 3,$$

$$c'_1 = 4, \quad c'_2 = 7, \quad c'_3 = 5,$$

$$k_1 = 3, \quad k_2 = 2, \quad k_3 = 5,$$

$$T_1 = 10, \quad T_2 = 20, \quad T_3 = 30,$$

$$R_1 = 200, \quad R_2 = 100, \quad R_3 = 300, \quad R'_1 = 230, \quad R'_2 = 140, \quad R'_3 = 450.$$

Так как указанное выше условие не выполняется, то, сделав предложенную замену, найдем

$$x_1^* = 0, \quad x_2^* = 0, \quad x_3^* = b'/c_3 (b' = 1360 - 6x_0),$$

$$u_1^* = 230 - x_0, \quad u_2^* = 140 - x_0, \quad u_3^* = (-10 + 3x_0)/3, \quad 10/3 \leq x_0 \leq 140.$$

Для сравнения приведем решение задачи (7)–(8):

$$u_1^* = 93,78, \quad u_2^* = 52,63, \quad u_3^* = 100,31 (r^* = 5,81).$$

Близким к нему будет решение задачи линейного программирования при выборе x_0 в окрестности 100:

$$x_0 = 100: u_1^* = 130, \quad u_2^* = 40, \quad u_3^* = 96,7.$$

Здесь же приведем решение задачи, основанное на принципе пропорционального уменьшения всех R_i : $c_1 u_1: c_2 u_2: c_3 u_3 = R_1: R_2: R_3$. Имеем: $u_1^* = 111,1, u_2^* = 27,8, u_3^* = 111,1$.

Первое и третье решения получены на основе принципов пропорциональности (для разных показателей), второе – на основе принципа экстремума. Вырожденность решения экстремальной задачи значительно обедняет ее на фоне двух других (а при выборе $x_0 = 10/3$ делает сомнительной для реализации, так как u_3^* обращается в нуль). Можно предположить, что в условиях разрастания n объектов с близкими скоростями более приемлемым будет третий принцип (пропорциональное уменьшение всех R_i), а при существенном различии скоростей – предпочтительнее первый (принцип равных соотношений C_i^j/C_i).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Андреева Г.М. (2000). Социальная психология. М.: Аспект Пресс.
- Галицкова Ю.М. (2009). Снижение воздействия необустроенных свалок в условиях городских территорий. Автореф. дисс. на соиск. уч. степени канд. тех. наук. М.: МГСУ.
- Иванова Ю.С. (2012). Влияние несанкционированных свалок бытовых отходов на экологическое состояние почв. Автореф. дисс. на соиск. уч. степени канд. биол. наук. Ульяновск.
- Колесин И.Д. (2012). Анализ эндогенного механизма внутренней миграции // *Экономика и мат. методы*. Т. 48. № 3. С. 121–125.
- Колесин И.Д. (2002). Управление в культурологических системах // *Известия АН. Серия ТиСУ*. № 5. С. 74–80.

Поступила в редакцию
28.11.2013 г.

The Model of Cooperation of People with Administration in Coordination of Controversial Issues

I.D. Kolesin

The model of cooperation of people with administration on emerging environmental issues is examined. Communication strategies, which take into account the economic and psychological complexity of the issue: the lack of funds and the credibility are examined. The research is based on the example of solving problems of transfer of big platforms of household and industrial wastes and elimination of the small, spontaneously arising dumps. The algorithms of distribution of limited means and the credibility are offered. The principle of proportionality of the current and future expenses on n objects is taken as a basis. Comparison with the solution of a problem of linear programming and with the decision based on the principle of proportional reduction of volumes of all objects is given. The recommendation about a choice of the most preferable principle is made.

Keywords: ground of waste, removal, small dumps, elimination, strategy of administration, mathematical model.

JEL Classification: Q530, C610.