
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

ОПТИМИЗАЦИЯ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПОРТФЕЛЯ
МЕТОДОМ НЕПРИЯТИЯ ПОТЕРЬ
НА ПРИМЕРЕ РОССИЙСКОГО ФОНДОВОГО РЫНКА

© 2014 г. Е.А. Федорова, А.В. Титаренко

(Москва)

В работе исследуется распределение активов методом неприятия потерь и проводится эмпирическое исследование эффективности метода на основе реальных данных российского фондового рынка. Метод сравнивается с распределением активов классическими методами: минимизацией среднего отклонения MV и $CVaR$. Предлагаемый метод неприятия потерь показывает лучшие результаты, а использование адаптивных параметров позволяет дополнительно улучшить результат.

Ключевые слова: оптимизация инвестиционного портфеля, неприятие потерь, $CVaR$ -метод.

Классификация JEL: G15.

В современном мире, характеризующемся глобализацией экономики, международной общественной интеграцией, особенную актуальность приобрели научные исследования различных рисков и потерь (в частности финансовых), поскольку их влияние отличается многосторонностью и всеобщностью. Управление рисками и учет поведенческих факторов на финансовых рынках являются основными видами деятельности при распределении активов, осуществляемыми банками, страховыми и инвестиционными компаниями и другими финансовыми учреждениями, которые изучают свои риски и влияние психологии на принимаемые инвесторами решения.

Одной из важнейших характеристик при выборе портфеля активов является для инвесторов прогнозирование возможных потерь финансовых ресурсов при осуществлении инвестиционной деятельности.

Финансовые решения, принимаемые в условиях неопределенности, как правило, моделируются из предположения, что инвесторы неохотно идут на риск. Неприятие риска означает, что если несколько инвестиционных возможностей дают одинаковую ожидаемую доходность, то предпочтение отдается возможности с наименьшей волатильностью. В отличие от теории современного инвестиционного портфеля, исходящего из симметричной зависимости между доходностью и риском, так называемый подход поведенческих финансов учитывает психологические аспекты инвестирования и позволяет выявить асимметрию между размером инвестиционной прибыли и уровнем риска.

Несмотря на то что идея неприятия риска потерь является привлекательной и отражает важный аспект поведения инвесторов, на практике выбор конкретных функций полезности исходит, скорее, от рациональных экономических и статистических предпосылок, чем непосредственных предпочтений инвесторов (Сивак, Федорова, 2012, с. 19–23). Эксперименты в поведенческой экономике показывают, что потребительские предпочтения не всегда можно достаточно точно объяснить, используя только традиционные теории финансов (Kahneman, Tversky, 1979, p. 363–391). В частности, для реальных инвесторов, похоже, характерно неприятие потерь, что выражается в несимметричном отношении к прибылям и убыткам своего капитала, а не стремление просто уменьшить риски. Как правило, нежелание инвесторов нести убыток значительно сильнее, чем радость от возможной прибыли. Необходимо отметить, что данный метод активно развивается за рубежом, но практически неизвестен в России.

Данная работа дополняет приведенные выше результаты исследований следующим образом.

1. В ней проводится эмпирическое исследование отечественного фондового рынка с применением современного метода теории неприятия потерь. На основе метода неприятия потерь моделируются оптимальные инвестиционные портфели. С целью моделирования была разработана программа на MatLab, реализующая данную методологию для общего случая.

2. Полученные результаты сравниваются с аналогичными методами, и выявляются преимущества и недостатки исследуемого подхода.

Таким образом, в данной работе предпринята попытка разработать оптимальную инвестиционную стратегию на российском фондовом рынке на основе метода неприятия потерь. Суть данного метода – моделирование психологического поведения инвесторов, которые стремятся избегать потерь.

1. ПОНЯТИЕ ОПТИМИЗАЦИИ МЕТОДОМ НЕПРИЯТИЯ ПОТЕРЬ И СРАВНЕНИЕ ФУНКЦИИ ПОЛЕЗНОСТИ LA С MV И $CVaR$

Неприятие потерь – ключевое открытие теории перспектив Д. Канемана и А. Тверски (Kahneman, Tversky, 1979, р. 363–391). Его смысл заключается в том, что люди больше чувствительны к потерям, чем к доходам (относительно некоторого ожидаемого значения). Более формально:

- поступления от активов измеряются относительно некоторого ожидаемого значения;
- величина уменьшения функции полезности, вызванного потерями (относительно некоторого ожидаемого значения) всегда больше, чем ее увеличение от аналогичных доходов (относительно некоторого ожидаемого значения)¹.

В данной работе рассматривается линейная форма функции полезности для моделирования задачи неприятия потерь, так как линейная форма – простая абстракция, сохраняющая главное свойство неприятия потерь – увеличение чувствительности к риску при доходности ниже определенного уровня. Данная форма является специальным видом изначально сформулированной функции полезности. Другая особенность изначально функции полезности (имеющей форму латинской буквы S), которая не отражается в линейном виде, – явно выраженное стремление к риску (в области потерь), что отражается в выпуклости S -образной кривой полезности при отрицательных результатах (т.е. потерях).

Исходя из базовых основ математического анализа и сформулированных выше требований, линейная функция полезности для задачи неприятия потерь выглядит следующим образом (рис. 1):

$$g(y) = \begin{cases} y, & y > \hat{y} \\ (1+\lambda)y - \lambda\hat{y}, & y \leq \hat{y} \end{cases} = y - \lambda[\hat{y} - y]^+, \quad (1)$$

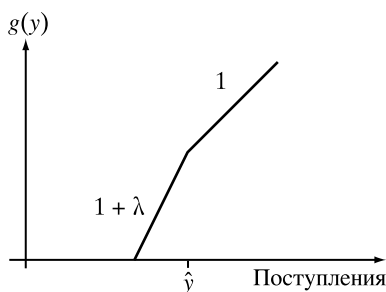


Рис. 1. Внешний вид функции полезности в зависимости от величины доходности (поступлений или убытков)

где $\lambda \geq 0$ – неприятие риска, штрафной коэффициент; $\hat{y} \in \mathbb{R}$ – ожидаемая доходность; $[t]^+$ обозначает $\max(0, t)$.

Применяя данную функцию полезности, инвестор достигает компромисса между поступлениями, с одной стороны, и получением дохода ниже ожидаемой величины – с другой. Иными словами, данная функция является метрикой ассиметричного риска (величины ожидаемых потерь), в которой вес потерь отличается от веса прибылей.

Рассмотрим оптимальное распределение активов с точки зрения инвестора, избегающего потери. Поведение такого инвестора во многом зависит от ожидаемого дохода $\hat{y}$ и, в частности, от положения величины (по значению) этого дохода относитель-

¹ Здесь имеется в виду, что, потеряв 10 рублей, мы расстроимся сильнее, чем будем радоваться, если получим их обратно.

но безрисковой ставки доходности, или необходимой минимальной доходности портфеля. Инвесторы стремятся максимизировать функцию полезности, выраженную формулой:

$$\max \{ \mathbb{E}(r'x - \lambda[\hat{y} - r'x]^+) \mid Ax \leq b, \quad (2)$$

где $x = (x_1, \dots, x_n)'$ а x_i обозначает долю благосостояния, инвестированную в актив i , $i = 1, \dots, n$; r – вектор-столбец длины n , содержащий доходности всех n активов; $\mathbb{E}$ – математическое ожидание. Вектор x подчиняется общим условиям распределения активов $Ax \leq b$, где $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $b \in \mathbb{R}^m$. Необходимо отметить, что в общем виде возможен случай, когда при использовании коротких позиций доля инвестированных средств может быть отрицательной или больше 1.

Покажем связь между задачей максимизации функции полезности, характеризующей избегающего риска инвестора (2), и задачами MV и $CVaR$ в условиях нормально распределенных доходностей активов. Пусть Z – непрерывная случайная величина, описывающая случайные доходности инвестиционного портфеля, $f_Z(\cdot)$ и $F_Z(\cdot)$ – плотность вероятности и функция распределения данной случайной величины. Определим функцию полезности, характеризующую неприятие риска, для доходностей Z с учетом заданного параметра $\lambda \geq 0$ и ожидаемой доходности $\hat{y} \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} LA_{\lambda, \hat{y}}(Z) &= \mathbb{E}(Z - \lambda[\hat{y} - Z]^+) = \mathbb{E}(Z) - \lambda(\hat{y} - \mathbb{E}(Z | Z \leq \hat{y}))P(Z \leq \hat{y}) = \\ &= \mathbb{E}(Z) - \lambda F_Z(\hat{y})(\hat{y} - CVaR_{F_Z(\hat{y})}(Z)) = \mathbb{E}(Z) - \lambda \int_{-\infty}^{\hat{y}} (\hat{y} - z)f_Z(z)dz \leq \mathbb{E}(Z), \end{aligned} \quad (3)$$

где стоимостная мера условного риска $CVaR_{F_Z(\hat{y})}(Z)$ – условная оценка – Z ниже $\hat{y}$, т.е. $CVaR_{F_Z(\hat{y})}(Z) = \mathbb{E}(Z | Z \leq \hat{y})$.

Так как $\int_{-\infty}^{\hat{y}} (\hat{y} - z)f_Z(z)dz \geq 0$, то функция полезности для доходностей Z , характеризующая неприятие риска, это математическое ожидание (Z), уменьшенное на некоторую неотрицательную величину, размер которой зависит от “штрафного” параметра $\lambda \geq 0$ и ожидаемой доходности $\hat{y}$. Таким образом, указанная функция полезности является убывающей функцией относительно параметров λ и $\hat{y}$.

Так как случайная величина Z имеет нормальное распределение, т.е. $Z \sim N(\mu, \sigma^2)$, то

$$LA_{\lambda, \hat{y}}(Z) = \mu - \lambda \sigma \left(\frac{\hat{y} - \mu}{\sigma} F \left(\frac{\hat{y} - \mu}{\sigma} \right) + f \left(\frac{\hat{y} - \mu}{\sigma} \right) \right) \leq \mathbb{E}(Z), \quad (4)$$

где $f(\cdot)$ и $F(\cdot)$ – плотность вероятности и функция распределения стандартного нормального распределения; μ и σ – параметры нормального распределения величины Z (коэффициент сдвига и стандартное отклонение соответственно).

Так как $\frac{\hat{y} - \mu}{\sigma} F \left(\frac{\hat{y} - \mu}{\sigma} \right) + f \left(\frac{\hat{y} - \mu}{\sigma} \right)$ – возрастающая функция для аргумента $(\hat{y} - \mu)/\sigma$, то функция полезности $LA_{\lambda, \hat{y}}(Z)$ имеет отрицательную зависимость от $(\hat{y} - \mu)/\sigma$ (отсюда следует важность положения ожидаемой доходности $\hat{y}$ относительно математического ожидания Z).

Для иллюстрации действия функции полезности и ее связи с $CVaR_{F_Z(\hat{y})}(Z)$ на рис. 2 показаны различные варианты расположения $LA_{\lambda, \hat{y}}(Z)$ с учетом того, что случайная величина Z имеет нормальное распределение. Положение функции полезности в зависимости от ожидаемой доходности $\hat{y}$ и $CVaR_{\beta}$ при $\lambda = 1/\beta$ и $\beta = F_Z(\hat{y})$. Функция полезности $LA_{\lambda, \hat{y}}(Z)$ больше $CVaR_{\beta}$, при $\mu > \hat{y}$; меньше – при $\mu < \hat{y}$ и равна – при $\mu = \hat{y}$.

Если доходности активов имеют нормальное распределение (т.е. $r \sim N(\mu, \Sigma)$, где $\mu, r \in \mathbb{R}^n$ и $\Sigma \in \mathbb{R}^{n \times n}$ – параметры этого распределения), тогда доходность портфеля так же является нормально распределенной (т.е. $r'x \sim N(\mu'x, x'\Sigma x)$, где $x \in \mathbb{R}^n$). Следовательно, из формулы (4) можно

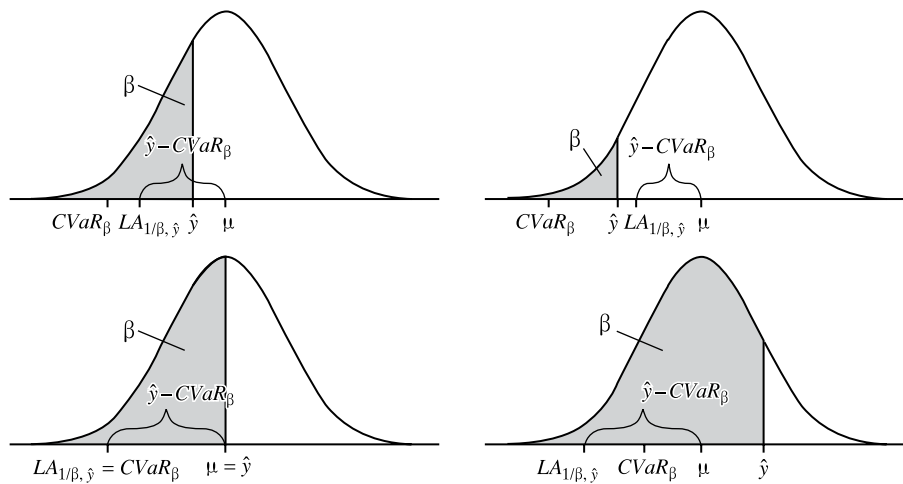


Рис. 2. Различные варианты расположения значений функции полезности относительно величины $CVaR$ в зависимости от параметров функции неприятия потерь

вывести следующую постановку задачи максимизации функции полезности, характеризующей неприятие риска инвестором при размещении активов:

$$\max \left\{ LA_{\lambda, \hat{y}}(r', x) = \mu'x - \lambda \sqrt{x' \Sigma x} \left(\frac{\hat{y} - \mu'x}{\sqrt{x' \Sigma x}} F \left(\frac{\hat{y} - \mu'x}{\sqrt{x' \Sigma x}} \right) + f \left(\frac{\hat{y} - \mu'x}{\sqrt{x' \Sigma x}} \right) \right) \right\}, \quad (5)$$

$$Ax \leq b, \quad \mu'x = \bar{R}.$$

При тех же предположениях задача оптимизации среднего отклонения (задача MV) может быть сформулирована следующим образом:

$$\min \{ \text{var}(r'x) = x' \Sigma x \mid Ax \leq b, \mu'x = \bar{R} \}, \quad (6)$$

задача оптимизации стоимостной меры условного риска ($CVaR$) – как:

$$\max \left\{ CVaR_{F \left(\frac{\hat{y} - \mu'x}{\sqrt{x' \Sigma x}} \right)}(r'x) = \mu'x - \sqrt{x' \Sigma x} f \left(\frac{\hat{y} - \mu'x}{\sqrt{x' \Sigma x}} \right) / F \left(\frac{\hat{y} - \mu'x}{\sqrt{x' \Sigma x}} \right) \right\}, \quad (7)$$

$$Ax \leq b, \mu'x = \bar{R}.$$

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОРТФЕЛЯ НА ОСНОВЕ РЕАЛЬНЫХ ДАННЫХ

В прикладных приложениях и экспериментах задача максимизации функции полезности не склонного к потерям инвестора (1) должна быть решена численно. Переформулируем исходную задачу в виде билинейной параметрической задачи для n переменных:

$$\max_x \left\{ \sum_{s=1}^S (r'_s x - \lambda [\hat{y} - r'_s x]^+) \mid Ax \leq b \right\}, \quad (8)$$

где $\lambda, x, \hat{y}, A$ и b определены так же, как и ранее; r_s – вектор длины n , содержащий наблюдаемые доходности, $s = 1, \dots, S$; S – число будущих периодов, участвующих в оценке будущей доходности.

Данная задача эквивалентна следующей задаче линейного программирования с числом параметров $n + S$:

$$\max_{x, y^-} \left\{ \hat{\mu}'x - \frac{\lambda}{S} e'y^- \mid Ax \leq b, Bx + y^- \geq \hat{y}e, y^- \geq 0 \right\}, \quad (9)$$

где $\hat{\mu} = (\hat{\mu}_1, \dots, \hat{\mu}_n)$ – вектор ожидаемых доходностей: $\hat{\mu}_i = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S r_{si}$; e – единичный вектор длины S :

$B' = [r_1, \dots, r_S]$; $y^- \in \mathbb{R}^S$ – вспомогательная переменная.

Таким образом, если x^* является частью оптимального решения (9), тогда x^* – оптимальное решение (8). И наоборот: если x^* – оптимальное решение (9), тогда вектор $((x^*)', (y^-))$ будет оптимальным решением (9) при $y_s^- = [\hat{y} - r'_s x^*]^+ \quad \forall s = 1, \dots, S$. Таким образом, функция полезности задачи (9) максимизирует ожидаемую доходность портфеля с учетом “санкций” в случае, когда его доходность падает ниже ожидаемой доходности $\hat{y}$.

Рассмотрим три вида сценариев.

1. *Тестовый* – сценарий, в котором “штрафной” параметр считается постоянным, а ожидаемая доходность равна 0%.

2. *Безрисковый* – сценарий, в котором “штрафной” параметр считается постоянным, а ожидаемая доходность равна средней ставке доходности облигаций при 8,4% годовых.

3. *Динамический* – сценарий, в котором как “штрафной” параметр, так и ожидаемая доходность, являются переменными и зависят от предыдущих прибылей или убытков по портфелю.

При динамическом сценарии инвестор после получения прибыли по портфелю устанавливает значение “штрафного” параметра λ в заранее заданное для него базовое значение, а ожидаемую доходность – ниже ставки безрискового актива. Таким образом, данный инвестор моделирует снижение неприятия риска. После фиксации потери по своему портфелю инвестор начинает сильнее избегать риска, увеличивая значение “штрафного” параметра λ и устанавливая свою ожидаемую доходность на уровень ставки доходности по безрисковым инструментам. Данная модель поведения схожа с моделью, описанной Н. Барберис и М. Хуанг (Barberis, Huang, 2001, p. 1247–1292) (рис. 3).

Пусть $d_t = r_B/r_t$ описывает настроение инвестора в отношении прошлых прибылей или убытков в

зависимости от результатов портфеля за прошедшие

периоды $r_B = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T r_{i-1}$ и результата портфеля за самый последний период r_t . Таким способом средняя

доходность за прошлые T периодов сравнивается с самой последней доходностью этого же портфеля.

Если $d_t \leq 1$, то последняя доходность портфеля будет выше или равна доходности за прошедшие периоды, и это будет ассоциироваться у инвестора с тем, что его портфель показывает хорошие результаты и инвестор накапливает прибыль. Если $d_t > 1$, то последняя доходность портфеля ниже доходности за предыдущие периоды, и это будет ассоциироваться у инвестора с тем, что его портфель показывает убытки.

В данной работе используется $T = 1$, так как обычно инвесторы наиболее чувствительны только к самым последним периодам, поэтому доходности портфеля сравниваются за последний и предпоследний периоды.

Функция полезности, адаптированная к использованию данного параметра, будет выглядеть следующим образом:

$$g(r_t) = \begin{cases} r_t, & r_t \geq \hat{y}; \\ (1 + \lambda_t)r_t - \lambda_t \hat{y}, & r_t < \hat{y}, \end{cases} \quad (10)$$

где

$$\lambda_t = \begin{cases} \lambda, & r_t \geq r_{t-1} \text{ (результат улучшился);} \\ \lambda + (r_{t-1}/r_t - 1), & r_t < r_{t-1} \text{ (результат ухудшился),} \end{cases} \quad (11)$$

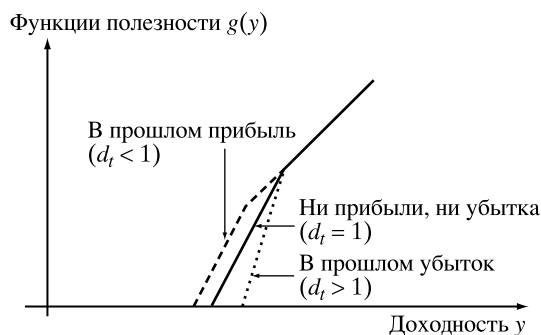


Рис. 3. Функция полезности в зависимости от результатов портфеля за прошлый период

$$\hat{y}_t = \begin{cases} r_{t-1} r_t^0 / r_t, & r_t \geq r_{t-1} \text{ (результат улучшился);} \\ r_t^0, & r_t < r_{t-1} \text{ (результат ухудшился),} \end{cases} \quad (12)$$

r_t^0 – ставка безрискового актива.

Таким образом, $\lambda_t \geq \lambda$ и $\hat{y}_t \leq r_t^0$, а большее значение “штрафного” параметра λ соответствует большему неприятию потерь.

При моделировании во всех трех сценариях для анализа различных степеней неприятия потерь используются различные значения параметра λ : 0,3; 0,5; 1; 2 и 5.

Помимо результатов доходности портфелей указывается их описательная статистика: математическое ожидание (среднее значение), стандартное отклонение, *CVaR*, различные метрики сравнения премии за риск, а также средние веса оптимальных портфелей за весь период. Для сравнения предлагаемого метода оптимизации со стандартными подходами дополнительно приводятся данные по оптимизации портфелей методами *MV* и *CVaR*.

Предполагается, что инвестор проводит оптимизацию и ребалансировку своего портфеля каждый месяц по ценам закрытия торгов и периодам оптимизации, равным четырем последним месяцам. Проведено моделирование и с другими периодами (8, 12, 18, 24, 36 месяцев), но лучшие результаты работы представленного метода в условиях российского фондового рынка видны на более коротких периодах. Вероятно, это происходит из-за достаточно более высокой волатильности отечественного фондового рынка в рассматриваемом периоде.

В дополнение к обычной описательной статистике оптимальных доходностей портфеля и таким традиционным метрикам, как коэффициент Шарпа, в результатах представлены *CVaR*, коэффициенты Сортино и Омега. Коэффициенты Сортино и Омега считаются относительно двух доходностей: “безрисковой” (доходности облигаций) и общего индекса акций (индекса ММВБ).

В моделировании используются данные российского фондового рынка по основным и доступным большинству инвесторов видам активов. Активы включают:

- 1) индекс корпоративных облигаций ММВБ;
- 2) отраслевые индексы ММВБ (всего 7 видов индексов): ММВБ потребительский сектор; ММВБ финансы; ММВБ металлургия и горнодобыча; ММВБ машиностроение; ММВБ нефть и газ; ММВБ энергетика; ММВБ телекоммуникации;
- 3) стоимость золота по данным Центрального банка России.

В целом отраслевые индексы акций показывают сравнительно большие риски и доходности, облигации – низкий риск и низкую доходность, золото – средний риск и среднюю доходность. Котировки всех инструментов изначально получены в рублях.

Для дополнительного сравнения в результаты включены данные по общему индексу акций ММВБ. Доходности посчитаны как $r_t = p_t/p_{t-1} - 1$, где p_t – котировка инструмента на момент закрытия последнего дня месяца. Котировки индексов ММВБ взяты с официального сайта биржи ММВБ. Рассматриваемые отраслевые индексы ведут отсчет от 30 декабря 2004 г., что обусловило максимальный временной интервал проводимого моделирования с апреля 2005 г. по апрель 2012 г., т.е. 7 лет (с учетом выделения первых четырех месяцев 2005 г. в качестве начального оптимизационного периода).

Согласно эмпирическим результатам тестового сценария (в котором ожидаемая доходность равна 0; табл. 1), портфели, оптимизированные методом неприятия потерь (далее – портфели *LA*), показывают более высокую доходность и больший риск (в смысле значений стандартного отклонения и *CVaR*), чем портфели, оптимизированные методами *MV* и *CVaR* (далее – портфели *MV* и *CVaR*). В частности, коэффициенты Шарпа, Сортино и Омега почти всех *LA*-портфелей значительно выше, чем эти же коэффициенты портфелей *MV* и *CVaR*, что указывает на более высокую эффективность портфелей *LA*. Так, например, коэффициент Шарпа у *LA*-портфеля при $\lambda = 0,3$ равен 28,9%, тогда как у портфеля *CVaR* он составляет 27,19%, а у портфеля *MV* – всего 18,45%. Соответственно, и средняя доходность у портфеля *LA* равна 47,49% годовых, что превышает среднюю доходность портфеля *CVaR* (29,73% годовых) и портфеля *MV* (14,15% годовых).

Таблица 1. Результаты моделирования портфеля на основе рыночных данных (тестовый сценарий)

Параметры	Обли- гации	Индекс ММВБ	MV	CVaR	Линейное неприятие потерь (LA)				
					λ = 0,3	λ = 0,5	λ = 1	λ = 2	λ = 5
Ежемесячная доходность (в % годовых)									
Среднее	7,53	19,76	14,15	29,73	47,49	49,02	41,71	45,39	42,82
Стандартное отклонение	4,93	31,55	8,24	19,40	31,42	33,12	32,31	31,43	28,10
CVaR	-36,85	-94,47	-24,37	-52,80	-85,46	-85,46	-85,46	-85,46	-70,89
Минимум	-8,03	-28,77	-4,77	-7,36	-18,68	-18,68	-18,68	-18,68	-16,62
Коэффициент Шарпа, %		9,27	18,45	27,19	28,90	28,34	24,42	27,53	28,91
Коэффициент Сортино (облигации, %)		12,87	54,59	79,66	58,18	60,21	50,99	59,08	74,25
Коэффициент Сортино (индекс, %)	-60,28		-37,18	23,27	33,30	35,09	26,58	32,86	38,08
Коэффициент Омега (облигации, %)		1,27	2,32	2,73	2,21	2,24	2,05	2,34	2,64
Коэффициент Омега (индекс, %)	0,10		0,52	1,39	1,64	1,66	1,49	1,65	1,70
Общая доходность (в % годовых)									
Последний год	5,84	-15,41	15,46	18,53	12,17	11,41	11,41	22,28	2,31
Последние 2 года	7,40	1,30	10,21	14,52	15,82	15,68	13,40	14,17	4,62
Последние 3 года	12,68	16,99	15,15	22,96	31,76	31,54	32,09	33,20	25,60
Последние 5 лет	7,38	-2,79	16,78	23,36	28,84	28,87	26,71	33,19	29,82
Средний состав портфеля (в %)									
ММВБ облигации			69,18	19,19	3,93	4,28	6,21	10,58	17,90
Золото			15,33	29,19	23,71	23,46	21,95	21,61	21,74
ММВБ потребительский сектор			1,16	5,24	8,33	7,98	9,64	10,26	8,70
ММВБ финансы			1,70	7,80	12,00	11,18	11,32	12,33	11,22
ММВБ металлургия и горнодобыча			1,93	6,47	10,79	10,79	8,71	7,73	2,33
ММВБ машиностроение			4,56	8,53	19,05	20,62	21,13	17,66	18,42
ММВБ нефть и газ			2,51	8,01	9,63	9,52	9,52	7,47	7,06
ММВБ энергетика			0,66	5,90	11,37	10,97	10,33	11,17	11,21
ММВБ телекоммуникации			2,96	9,66	1,19	1,19	1,19	1,19	1,44

Анализируя результаты портфелей LA в зависимости от “штрафного” параметра λ , можно отметить, что с увеличением неприятия риска (т.е. с увеличением параметра λ), ожидаемая доходность, риск, коэффициенты Шарпа, Сортино и Омега оптимальных LA -портфелей начинают убывать при превышении некоторого граничного уровня, при котором показывается максимальная средняя доходность среди портфелей LA , а также максимальные значения коэффициентов Шарпа, Сортино и Омега. Данные значения достигаются при $\lambda = 0,5$. При увеличении “штрафного” параметра портфели LA становятся больше похожими на портфель MV .

Выбор в качестве ожидаемой доходности ставки “безрискового” актива (в безрисковом сценарии; табл. 2) меняет результаты портфелей LA только в граничных значениях, поэтому отдельно этот сценарий не рассматривается.

Таблица 2. Результаты моделирования портфеля на основе рыночных данных (безрисковый сценарий)

Параметры	Облигации	Индекс ММВБ	MV	CVaR	Линейное неприятие потерь (LA)				
					λ = 0,3	λ = 0,5	λ = 1	λ = 2	λ = 5
Ежемесячная доходность (в % годовых)									
Среднее	7,53	19,76	14,15	29,73	47,34	48,72	41,64	45,96	43,14
Стандартное отклонение	4,93	31,55	8,24	19,40	31,38	33,09	32,08	31,29	27,84
CVaR	−36,85	−94,47	−24,37	−52,80	−85,46	−85,46	−85,46	−85,46	−70,54
Минимум	−8,03	−28,77	−4,77	−7,36	−18,68	−18,68	−18,68	−18,68	−16,62
Коэффициент Шарпа, %		9,27	18,45	27,19	28,83	28,19	24,55	28,03	29,41
Коэффициент Сортино (облигации, %)		12,87	54,59	79,66	58,15	59,90	51,05	60,19	75,46
Коэффициент Сортино (индекс, %)	−60,28		−37,18	23,27	33,22	34,77	26,58	33,75	38,94
Коэффициент Омега (облигации, %)		1,27	2,32	2,73	2,21	2,24	2,06	2,38	2,70
Коэффициент Омега (индекс, %)	0,10		0,52	1,39	1,63	1,66	1,50	1,67	1,72
Общая доходность (в % годовых)									
Последний год	5,84	−15,41	15,46	18,53	11,15	11,16	11,16	22,39	1,23
Последние 2 года	7,40	1,30	10,21	14,52	15,79	15,89	13,73	14,64	4,82
Последние 3 года	12,68	16,99	15,15	22,96	31,74	31,82	31,50	32,43	24,53
Последние 5 лет	7,38	−2,79	16,78	23,36	28,82	29,04	26,67	33,92	29,99
Средний состав портфеля, %									
ММВБ облигации			69,18	19,19	4,43	4,53	6,42	11,94	20,23
Золото			15,33	29,19	23,35	23,25	22,05	21,58	21,29
ММВБ потребительский сектор			1,16	5,24	8,33	7,66	9,66	10,57	8,97
ММВБ финансы			1,70	7,80	11,81	11,01	11,60	12,19	11,14
ММВБ металлургия и горнодобыча			1,93	6,47	10,75	10,75	8,54	7,35	1,50
ММВБ машиностроение			4,56	8,53	19,05	20,91	21,31	17,51	17,67
ММВБ нефть и газ			2,51	8,01	9,55	9,55	9,55	7,20	6,90
ММВБ энергетика			0,66	5,90	11,54	11,14	9,68	10,34	10,36
ММВБ телекоммуникации			2,96	9,66	1,19	1,19	1,19	1,30	1,94

Таблица 3. Результаты моделирования портфеля на основе рыночных данных (динамический сценарий)

Параметры	Облигации	Индекс ММВБ	MV	CVaR	Линейное неприятие потерь (LA)				
					λ = 0,3	λ = 0,5	λ = 1	λ = 2	λ = 5
Ежемесячная доходность (в % годовых)									
Среднее	7,53	19,76	14,15	29,73	50,33	51,77	46,95	47,45	46,01
Стандартное отклонение	4,93	31,55	8,24	19,40	32,95	34,58	33,85	32,09	28,28
CVaR	-36,85	-94,47	-24,37	-52,80	-85,46	-85,46	-85,83	-85,83	-71,94
Минимум	-8,03	-28,77	-4,77	-7,36	-18,68	-18,68	-18,68	-18,68	-16,62
Коэффициент Шарпа (%)		9,27	18,45	27,19	29,28	28,73	26,50	28,27	31,05
Коэффициент Сортино (облигации, %)		12,87	54,59	79,66	61,57	63,34	57,29	60,21	79,35
Коэффициент Сортино (индекс, %)	-60,28		-37,18	23,27	36,43	38,01	32,52	34,44	42,84
Коэффициент Омега (облигации, %)		1,27	2,32	2,73	2,27	2,30	2,18	2,31	2,72
Коэффициент Омега (индекс, %)	0,10		0,52	1,39	1,69	1,71	1,61	1,67	1,79
Общая доходность (в % годовых)									
Последний год	5,84	-15,41	15,46	18,53	11,15	11,16	11,16	17,58	20,72
Последние 2 года	7,40	1,30	10,21	14,52	15,79	15,89	13,57	13,40	15,53
Последние 3 года	12,68	16,99	15,15	22,96	38,25	38,33	35,95	31,77	32,95
Последние 5 лет	7,38	-2,79	16,78	23,36	32,60	32,83	29,22	30,63	36,79
Средний состав портфеля, %									
ММВБ облигации			69,18	19,19	4,43	4,53	6,42	8,62	14,31
Золото			15,33	29,19	23,35	23,25	22,69	21,47	22,48
ММВБ потребительский сектор			1,16	5,24	8,33	7,66	8,04	9,32	10,04
ММВБ финансы			1,70	7,80	12,24	11,74	12,92	12,93	11,14
ММВБ металлургия и горнодобыча			1,93	6,47	9,56	9,56	8,37	9,71	5,11
ММВБ машиностроение			4,56	8,53	20,24	22,11	21,96	18,74	17,20
ММВБ нефть и газ			2,51	8,01	9,55	9,55	9,55	8,43	8,13
ММВБ энергетика			0,66	5,90	11,11	10,42	8,82	9,58	10,25
ММВБ телекоммуникации			2,96	9,66	1,19	1,19	1,23	1,19	1,34

В динамическом сценарии (табл. 3) портфели LA получают большую доходность по сравнению с LA -портфелями тестового сценария: 50,33% против 47,49% годовых (средняя доходность при $\lambda = 0.3$). Для всех 5 значений “штрафного” параметра λ портфели LA в динамическом сценарии превосходят аналогичные портфели тестового сценария по параметрам коэффициента Шарпа, Сортино и Омега. Так, например, коэффициент Шарпа для динамического сценария составляет 29,28%, а для тестового – 28,90%.

Аналогичный результат наблюдается и при сравнении динамического сценария с безрисковым: 50,33 против 47,34% годовых (средняя доходность при $\lambda = 0.3$).

В целом портфели LA , похоже, показывают лучшие результаты, чем портфели MV и $CVaR$, по коэффициентам Шарпа, Сортино и Омега. Среди различных комбинаций параметров портфелей LA динамический сценарий явно превосходит тестовый и безрисковый сценарии, а “лучшим” “штрафным” параметром является $\lambda = 0.5$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Значительное число экспериментальных свидетельств показывает, что неприятие потерь играет важную роль в решениях инвесторов о распределении своих активов. В данной работе исследуется эффективность метода неприятия потерь в качестве основы для формирования инвестиционной стратегии на российском фондовом рынке.

В работе представлены результаты моделирования торговой стратегии избегающего потерь инвестора, которые каждый месяц проводят ребалансировку и переоценку весов активов своего портфеля. Помимо тестового сценария оптимального портфеля LA , использующего постоянные значения “штрафного” параметра степени неприятия потерь и постоянные значения ожидаемой доходности, приводятся данные динамического сценария, в котором и “штрафной” параметр, и ожидаемая доходность меняются в зависимости от предыдущих показателей доходности портфеля.

Для моделирования были взяты реальные данные о доходностях финансовых инструментов отечественного фондового рынка, которые включают отраслевые индексы акций, индекс корпоративных облигаций и еще товарный индекс – уровень цен на золото; всего используется 9 видов активов. Результаты моделирования доказывают, что, независимо от значения “штрафного” параметра неприятия потерь, почти все оптимальные LA -портфели превосходят оптимальные MV - и $CVaR$ -портфели при сравнении общих характеристик доходности, а также коэффициентов Шарпа, Сортино и Омега.

По сравнению с другими сценариями динамический демонстрирует еще более высокие характеристики. Это означает, что инвесторы, меняющие свое отношение к неприятию потерь в зависимости от рыночных условий, получают большую прибыль, чем инвесторы, не меняющие своего отношения.

В качестве направлений для дальнейших исследований можно выделить:

1) изучение характеристик предлагаемого подхода на реальных данных, взятых на более длительном периоде. К сожалению, отечественный фондовый рынок имеет относительно короткую историю, и это не позволяет всесторонне проверить полученные теоретические результаты, в том числе и на различных периодах экономических циклов;

2) изучение результатов предлагаемого подхода с учетом транзакционных издержек при работе на отечественном фондовом рынке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Сивак А.Р., Федорова Е.А. (2012): Формирование инвестиционной стратегии на российском фондовом рынке: оценка потерь финансовых вложений // *Финансовая аналитика: проблемы и решения*. № 15.
- Barberis N., Huang M. (2001): Mental accounting, loss aversion and individual stock returns // *Journal of Finance*. No. 56.
- Kahneman D., Tversky A. (1979): Prospect theory: an analysis of decision under risk // *Econometrica*. No. 47.

Поступила в редакцию
25.07.2012 г.

Loss Averse Investment Portfolio Optimization by the Example of Russian Stock Market

Ye.A. Fedorova, F.V. Titarenko

This work describes investment portfolio optimization using linear loss averse function as well as comparison to traditional optimization methods like mean variance MV and $CVaR$. An empirical study is carried on Russian stock market indexes quotes, the results are compared to MV and $CVaR$ methods. Proposing loss averse function portfolios outperform MV and $CVaR$ portfolios as well as using adaptive model parameters improves the result even more.

Keywords: portfolio optimization, loss aversion, MV -, $CVaR$ -metod.

JEL Classification: G15.