ЭКОНОМИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ, 2014, том 50, № 1, с. 91–99

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПО МОДЕЛИ НА ОСНОВЕ РЕГРЕССИОННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

© 2013 г. А.В. Затонский, Н.А. Сиротина

(Березники)

Предложено использовать многофакторную модель на основе регрессионного дифференциального уравнения для прогнозирования развития социально-экономической системы. На нескольких примерах показано преимущество такой модели по сравнению с линейными многофакторными моделями и трендами. Разработано специальное программное средство и приведена методика его использования.

Ключевые слова: экономическая модель, дифференциальное уравнение, регрессия, прогнозирование.

Классификация JEL: C25, C35, C14.

В практике экологического, социального и экономического моделирования часто используются модели динамики вида $y\left(\vec{x}(t), \vec{z}(t), t\right) = a_0 + \sum_i a_i x_i(t) + \sum_k b_j z_j(t)$, где $\vec{x}(t) = \{x_1(t), x_2(t), ...\}$ – вектор факторов, $\vec{z}(t) = \{z_1(t), z_2(t), ...,\}$ – вектор возмущений, $y(\cdot)$ – реакция исследуемого объекта; или $y(\vec{x}(t), \vec{z}(t), t) = a_0 + \prod_i a_i x_i(t) + \prod_i b_j z_j(t)$, либо, для функций одного аргумента – $y(x(t), z(t), t) = a_0 + \sum_i a_i x(t)^i + \sum_k b_j z(t)^j$, либо модели временны́х рядов в форме $y(t) = \sum_{i=0}^{I} a_i t^i$. Поиск в Интернете дает ссылки на несколько авторефератов докторских диссертаций, в которых используются подобные модели (Дзюба, 2011, с. 29; Мицек, 2011, с. 27; Миролюбова, 2012, с. 10, 16) и т.п. Назначение моделей обычно – прогнозирование свойств объекта в зависимости от принятых в будущем решений $\vec{x}(t)$.

Такие модели можно упрощенно “прочитать”, например, так: если вкладывать в предприятия (отрасль) инвестиции по графику $x_1(t)$, то на выходе получим чистый дисконтированный доход (или другой показатель экономической эффективности) $y(x_1(t), z_1(t))$ с учетом спроса на продукцию (возмущающего воздействия) $z_1(t)$. Дальше обычно речь идет об идентификации a_i и b_j, учете обратных связей, выраженных некоторой функцией $F(y)$, а точнее

$$y(\vec{x}(t), \vec{z}(t)) = a_0 + \sum_i a_i x_i(t) + \sum_k b_j z_j(t) - F(y(\vec{x}(t), \vec{z}(t))) \tag{1}$$

и т.п. При этом молчаливо принимается предположение, что существует прямая связь между факторами и *значением* реакции, а единственный динамический элемент в модели – чистое запаздывание вида $y(\vec{x}(t)) = a_0 + \sum_i a_i x_i(t - \Delta t)$.

Однако подобное предположение не всегда близко к реальности. Например, удобряя поле по определенным правилам, можно получить рост урожая (и дальнейшие экономические или социальные бонусы). То есть достоверно, из множества наблюдений известно, что внесенное количество удобрений x_1 *ускоряет* рост урожая в каком-то диапазоне внесения удобрений:

$$\frac{\partial y(x, z, t)}{\partial t} \approx a_0 + a_1 x(t) \forall t\colon 0 < x(t) \le x_{max},\ a_1 > 0,$$

а снижение количества осадков в определенных условиях *снижает* скорость роста:

$$\frac{\partial y(x, z(t), t)}{\partial t} \approx a_0 + b_1 z(t) \forall t\colon z_{\min} \le z(t) \le z_{max}, b_1 > 0, \forall t\colon z(t) < 0.$$

Для сложных систем, особенно учитывающих естественные процессы в природе и обществе, идентификация коэффициентов связи между $y(t)$ и $x_i(t)$ приводит к порождению моделей (Лосев, 2010), адекватно интерполирующих прошлое, но не способных дать прогноз будущего – что, собственно, и требуется от моделей поддержки принятия решений. То же можно утверждать и в отношении экстраполяции $y(t)$ вперед по данным временных рядов (трендов), особенно с учетом ошибок или ненаблюдаемых внешних возмущений. Кроме того, полиномиальные модели не позволяют рассчитывать асимптотические приближения критерия, наблюдаемые в реальности.

Попытки реализовать всеобъемлющие модели на основе дифференциальных уравнений в частных производных делались неоднократно, например (Акаев, 2008; Файзрахманов, 2002). Однако их сложность, и особенно сложность подготовки адекватных данных для их использования, порождает ряд проблем при практическом применении. Хотелось бы получить столь же *простой* инструмент, как регрессионная многофакторная модель, для которой не возникает серьезной проблемы идентификации, но лишенный вышеперечисленных недостатков.

Возникает вопрос, что же идентифицировать при построении динамической экономико-математической модели: связь между фактором и *реакцией* или связь между фактором и *динамикой изменения* реакции под воздействием этого фактора. В теории автоматического управления, как известно, фактор (или динамика его изменения) линеаризуется, а затем исследуется его влияние на *динамику* поведения объекта. Подобные подходы к экономико-математическим системам также разработаны очень давно. Например, в (Арнольд, 1990, с. 99) формулируется модель экологического равновесия

$$\frac{\partial y(x, y, t)}{\partial t} = y - y^2 - x(t)y, \;\; 0 \le x(t) < 1, \qquad (2)$$

соответствующая по форме (1), от которой недалеко как до доходности (определяемой здесь квотой вылова $x(t)$), так и до катастроф в развитии популяции, что, собственно, и рассматривается далее в книге.

В работе (Затонский, 2012) подробно рассматривается попытка прогнозирования по “зашумленной” модели (2) с помощью трендов и моделей наподобие (1) и делается вывод, что в данном конкретном случае модель на основе регрессионных дифференциальных уравнений более адекватная. Описанные в этой работе неудачные попытки не *доказывают* невозможности удачных аппроксимаций и экстраполяций временных трендов в эколого-экономическом моделировании с использованием традиционных и широко распространенных методов, но они иллюстрируют преимущества применения в качестве основы моделей ОДУ. Однако в основе модели априори лежит дифференциальное уравнение первого порядка. Не удивительно, что прогнозные модели на основе полиномов аппроксимируют ее хуже, чем модель на основе ОДУ.

Применим тот же подход для прогнозирования на основе данных о состоянии сельского хозяйства Пермского края (Пермьстат, 2012) (табл. 1).

Таблица 1. Сведения о состоянии сельского хозяйства Пермского края

Показатели \ Годы		2005	2006	2007	2008	2009	2010
$y_{исх}(t)$	Продукция сельского хозяйства, млн руб.	18 127	19 010	20 238	26 971	27 352	30 056
$x_1(t)$	Посевная площадь, тыс. га	999,5	959,5	935,3	914,0	867,7	795,2
$x_2(t)$	Внесено минеральных удобрений, тыс. т	12,2	11,9	13,0	10,7	11,6	10,4
$x_3(t)$	Внесено органических удобрений, тыс. т	1542	1339	1050	1053	1052	1009
$x_4(t)$	Число сельскохозяйственных организаций	400	403	396	380	351	353
$x_5(t)$	Основные фонды в сельском хозяйстве, млн руб.	21 626	20 010	18 156	17 351	15 453	14 117

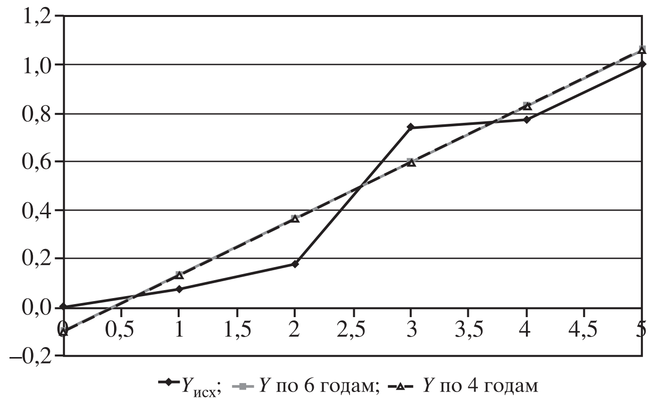

Рис. 1. Исходные данные ($Y_{исх}$) и временные тренды по 6 и по 4 годам

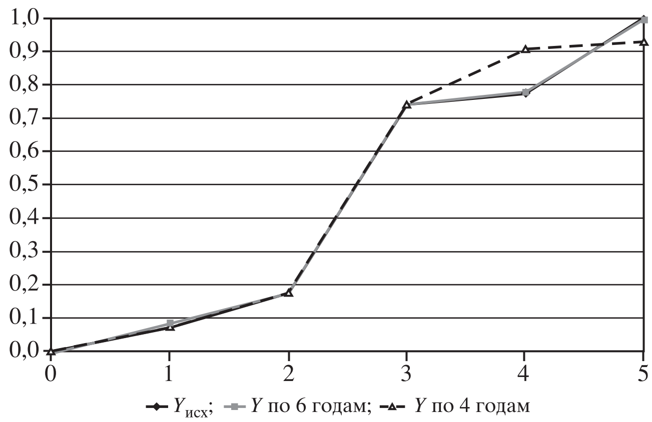

Рис. 2. Исходные данные ($Y_{исх}$) и результат прогноза по линейным моделям по данным 6 и 4 лет

Представим, что в 2008 г. нам известны как история развития сельского хозяйства за прошлые года $y_i(t)$ при t = 2005, …, 2008, так и факторы $x_i(t)$, i = 1, …, 5. "Запланировав" факторы $x_i(t)$ на 2009 и 2010 гг., мы в 2008 г. хотим спрогнозировать, какие значения примет $y(t)$ при t = 2009, …, 2010.

Рассмотрим прогнозирование развития событий различными методами построения:

1) временного ряда
$$y(t) = at + b, \tag{3}$$

2) линейной модели
$$y(t) = a_0 + \sum_{i=1}^{5} a_i x_i(t); \tag{4}$$

3) квадратичной модели
$$y(t) = a_{00} + \sum_{i=1}^{5} a_{0i} x_i + \sum_{j=1}^{5}\sum_{i=1}^{5} a_{ij} x_i x_j; \tag{5}$$

4) модели на основе ОДУ
$$\frac{dy(t)}{dt} = a_0 + \sum_{i=1}^{5} a_i x_i(t) + a_6 y(t). \tag{6}$$

Для исключения влияния размерности нормируем данные $\{y, x_i\}$ и пронумеруем года. Рассчитав коэффициенты уравнения (3) по 4-му и 6-му годам, получим практически одинаковые тренды (рис. 1).

Они, естественно, не отражают переломы в $y_0(t)$ в силу их линейности. Поэтому, несмотря на близкое соответствие между $y_0(5)$ и $y(5)$, использовать на практике такой прогноз затруднительно. Во всяком случае, большая разница в годах 2-й и 3-й – последних, наиболее значимых, с точки зрения прогнозиста, должна привести его к предположению, что прогноз неверный.

Данные по 6 годам линейной модели (4) хорошо приближают исходные (рис. 2), однако если произвести поиск коэффициентов для годов с номером 0–3, то прогноз для 4 и 5 годов существенно отличается от исходных данных. Это говорит о том, что:

– выходная величина $y(t)$ действительно может быть определена по значениям факторов, что она действительно зависит от $x_i(t)$;

– однако коэффициенты влияния a_i в разные года разные, они зависят от времени, и спрогнозировать по данным годов 0–3 значения коэффициентов влияния в 4-м – 5-м годах не удается.

Следовательно, применение линейной модели влияния факторов для прогноза развития в данном случае, как и в (Затонский, 2012), невозможно. Аналогичный вывод получим, пытаясь построить квадратичную модель (5).

Перейдем к поиску коэффициентов ОДУ (6). Для этого в Borland C Builder создан специальный инструментарий (рис. 3).

Пробные расчеты показали, что 6 точек совершенно недостаточно для эффективной аппроксимации данных ОДУ. Связано это с тем, что большинство численных методов решения ОДУ основано на дискретизации расчетной области с небольшим шагом. Совместим дискретизацию области и увеличение числа исходных точек. Перейдем от массива нормированных значений,

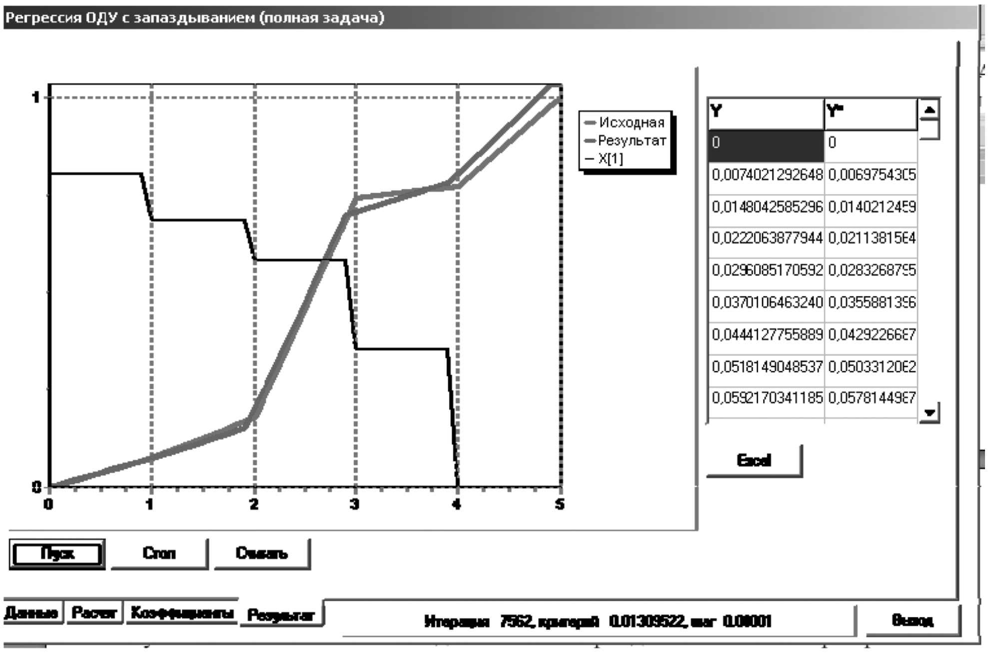

Рис. 3. Экранная форма программы

в программе имеющего идентификатор $y_0(t)$, длиной 6 точек, к массиву $y_i(t)$ длиной 51 точка, разбив каждый год на $L = 10$ интервалов. Это значение L выбрано достаточно произвольно, но далее показано, что при нем условие сходимости численного метода решения ОДУ выполняется, и, следовательно, такую дискретизацию использовать можно.

На каждом интервале $[y_0(i), y_0(i+1)]$ вычислим методом линейной интерполяции внутренние точки $y_i(k)$ (значение в точке k внутри отрезка интерполяции, $k = 0, ..., 51$) и аналогично вычислим $t_i(k)$ – время в точке k внутри отрезка интерполяции. Для факторов x_i такой подход оправдан только в том случае, если достоверно известны моменты их воздействия на систему. В данном же случае, например, изменение посевной площади с 999,5 тыс. га в 2005 г. до 959,5 тыс. га в 2006 г. Одна из возможностей – *в течение всего* 2005 г. была одна посевная площадь, а с начала 2006 г. стала другая. Другая – площадь менялась линейно. В первом случае необходимо использовать ступенчатую интерполяцию, распространяя значение в начале года на весь год ("левая" регрессия), во втором – линейную интерполяцию. Возможно так же, что статистические данные получены в конце года, тогда надо распространить их на весь год вправо. Так или иначе, для каждого нормированного воздействия x_i получим интерполированные значения $x_i(k)$.

Будем интегрировать ОДУ (6) модифицированным методом Эйлера первого порядка, расчетная формула которого

$$\begin{cases} y^*(t+\Delta t) = y(t) + \Delta t f(y(t), x(t), t); \\ y(t+\Delta t) = y(t) + \Delta t f(0{,}5(y(t) + y^*(t)), x(t), t) \end{cases} \qquad (7)$$

или, переходя к дискретным по времени массивам, получим аналогичный (7) алгоритм

$$\begin{cases} y_r(0) = y_i(0) \equiv y_0(0); \\ y_r^* = y_r(k) + (t(k+1) - t(k))\left(a_0 + \sum_{i=1}^{5} a_i x_i(k) + a_6 y_r(k)\right); \\ y_r(k+1) = y_r(k) + (t(k+1) - t(k))\left(a_0 + \sum_{i=1}^{5} a_i x_i(k) + 0{,}5 a_6 (y_r(k) + y_r^*)\right). \end{cases}$$

Таблица 2. Зависимость погрешности аппроксимации и прогноза от установки вида регрессии факторов

Установка вида регрессии	Погрешность по 4 исходным точкам, %	Погрешность по 6 исходным точкам, %	Значение критерия (5) по 6 точкам
10000	3,15	4,55	0,01896
00010	0,703	3,37	0,01802
00001	**0,535**	**2,19**	**0,01436**
00011	3,84	2,31	0,01544
10001	2,33	1,96	0,01612
000Л1	3,11	2,63	0,01561

Примечание. В таблице полужирным шрифтом выделена оптимальная установка вида регрессии, дающая минимальную погрешность по 4 исходным точкам.

После интегрирования вычислим сумму квадратичных отклонений от исходных интерполированных значений

$$S_1 = \sum_{k=1}^{51} (y_i(k) - y_r(k))^2 \tag{8}$$

и поставим задачу минимизации

$$a_i\!: S_1(a_i) \to \min, i = 0, ...,6. \tag{9}$$

При этом верхний индекс в (5) будет принимать значение k_m = 51 – для аппроксимации по годам 0, …, 5, k_m = 41 – для аппроксимации по годам 0, …, 4 и прогнозу года 5, k_m = 31 – для аппроксимации по годам 0, …, 3 и прогнозу годов 4–5 (исходная задача) и т.п.

Коэффициенты a_i находим, исходя из решения задачи (9) или аналогичной ей задачи $S_2 = \sum_{k=1}^{51} |y_i(k) - y_r(k)| \to \min$. Выбор между S_1 и S_2 осуществляется в интерфейсе программы. Предварительно массив y_r заполняется значениями, рассчитанными модифицированным методом Эйлера.

Функция расчета критерия возвращает значение функции оптимизации, в которой реализован модифицированный для ускорения сходимости алгоритм покоординатного спуска.

1. Задаемся начальной точкой $A = \{a_0, \ldots, a_6\}$, устанавливаем начальное значение критерия $S_0 \gg 0$, максимальное число итераций.

2. Сбрасываем глобальный признак продолжения расчета.

3. Устанавливаем максимальное значение шага Δa и сбрасываем признак продолжения расчета.

4. По каждой координате k производится расчет серии из $\pm R$ значений критерия S, расположенных от $-R\Delta a$ до $+ R\Delta a$:

4.1) вычислить текущее значение a_k;

4.2) вычислить $S(A)$;

4.3) если $S < S_0$, то:

i) $S_0 = S$;

ii) запомнить a_k^*;

iii) установить признак продолжения расчета и глобальный признак продолжения расчета.

Таблица 3. Коэффициенты модели (6) при установке аппроксимации факторов в 00001

a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
–0,0493	0,0657	0,0978	0,4554	–0,5002	–0,0818	0,3515

5. Присвоить $ak = ak^*$.
6. Конец цикла п. 4.
7. Если признак продолжения расчета не установлен, следует уменьшить шаг в Z раз: $\Delta a \;\; = \Delta a \,/\, Z$, нами использовались коэффициенты уменьшения шага $Z = 2$ и $Z = 10$.
8. Пока шаг больше минимального, а число итераций – меньше максимального, идти к п. 4.
9. Пока установлен глобальный признак продолжения расчета и количество итераций меньше максимального, идти к п. 2.
10. Алгоритм завершен, найдена точка A: $S \to \min$.

Такой алгоритм позволяет также выходить из локальных минимумов за счет увеличения шага поиска при переходе от п. 9 к п. 2.

Обратимся вновь к вопросу выбора аппроксимирующей зависимости для факторов между годовыми значениями. В программе сделан выбор вида интерполяции по всем факторам и исследована погрешность прогнозирования от нее. Получено, что последний фактор должен быть аппроксимирован слева, а остальные – справа, при этом достигается погрешность прогнозирования 0,535%. Кроме того, получено еще несколько хороших вариантов настроек видов регрессии, далее обозначенных “0” – правая, “1” – левая, “Л” – линейная.

Поскольку погрешность исходных статистических данных неизвестна, но точно не нулевая, проверим приведенные выше выводы построением модели по 6 известным точкам (табл. 2) для лучших вариантов настройки регрессий. При этом в качестве основного критерия качества модели разумно использовать значение критерия (8), поскольку он характеризует погрешность полученной модели *на всем* протяжении модельного времени.

Таким образом, предварительно выбранный вид регрессии факторов “00001”, определенный по 4 известным точкам, оказывается наилучшим и при переходе к 6 известным точкам. Иными словами, предположения о виде регрессии факторов, принятые по подмножеству известных точек, не изменяются существенно при расчете всего множества известных точек. Определить наилучшее сочетание видов регрессий факторов несложно прямым перебором, так как число факторов невелико и допустимо всего три вида их регрессии. При этом получим регрессионные коэффициенты (табл. 3) и погрешность прогноза $y(6)$, равную 1,73%.

Сравним модули значений коэффициентов a_i в (6), найденных описанным способом. Наименьшие по модулю значения имеют коэффициенты a_1, a_5 и a_2. Произведем прогнозирование, выключая факторы x_1, x_5 и x_2 и (x_1, x_5) одновременно. Получим следующие прогнозы (рис. 4).

Таким образом, предположение о ничтожности факторов оказалось в данном случае неверным: выключение любого фактора приводит к существенному (не менее чем в 10 раз) росту погрешности прогнозирования.

Рассмотрим для проверки созданного метода прогнозирования еще одну задачу: прогнозирование развития лесозаготовок в Пермском крае на основании данных (Пермьстат, 2012) (табл. 4).

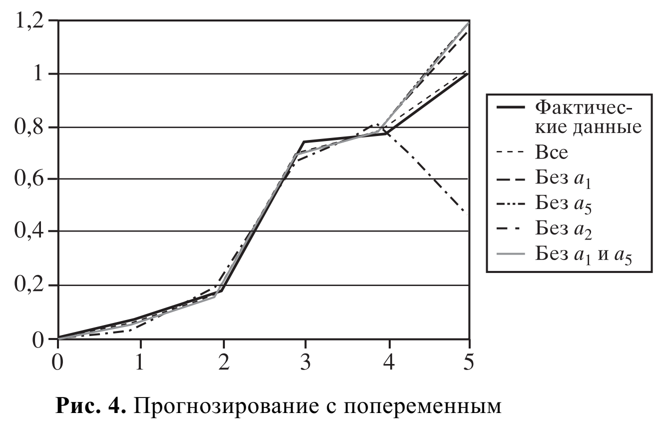

Рис. 4. Прогнозирование с попеременным отключением факторов

Таблица 4. Сведения о состоянии лесозаготовок в Пермском крае

Показатели \ Годы		2005	2006	2007	2008	2009	2010
$y_{\text{исх}}(t)$	Производство деловой древесины, тыс. м^3	2679,2	2762	2824,2	2188	1934,1	1629,2
$x_1(t)$	Среднегодовая численность работников, тыс. чел.	8,7	6,8	6,5	5,9	4,3	3,4
$x_2(t)$	Инвестиции в основной капитал, млн руб.	134,7	56	75,5	97,7	57,1	45,2
$x_3(t)$	Число предприятий и организаций (на конец года)	617	598	519	569	582	607
$x_4(t)$	Лесовосстановление, тыс. га	26,4	25,8	25,2	25,5	21,2	22,9
$x_5(t)$	Фактическая рубка, тыс. м^3	5097,8	5053,1	5108,1	6720	6578,3	6284,5
$x_6(t)$	Вывозка древесины (вырубленный и вывезенный для переработки лес), тыс. м^3	3685	3742,4	4228,3	2920,2	2550	2556

Это значительно худшие данные, чем в задаче о динамике сельского хозяйства. Во-первых, можно ожидать, что влияние 4 фактора скажется на возможности лесоразработок только через несколько десятков (или сотен) лет. Во-вторых, интуитивно понятно, что:

– факторы 5 и 6 не являются независимыми: невозможно вывезти древесины больше, чем вырублено;

– выбранная реакция системы, вероятно, также является линейной функцией фактора 6: невозможно произвести деловую древесину, пока она не вывезена с вырубов.

Однако наши задачи – выяснить:

– возможно ли применение модели на основе ОДУ для данной системы;

– лучше или хуже модель на основе ОДУ (6), чем линейная модель (4);

– какие аппроксимации факторов принять для модели на основе ОДУ;

– можно ли отбросить незначимые факторы и как при этом изменится погрешность прогноза.

Исследуем возможность применения линейной модели (4). Произведем прогнозирование по 4 точкам с учетом всех факторов. Результат прогноза неудовлетворительный (погрешность свыше 33%). Выключив сомнительный 4 фактор, получим значительно лучший прогноз (рис. 5). Фактор 5 влияет значительно меньше, чем все остальные. Выключив и его тоже, повторим моделирование.

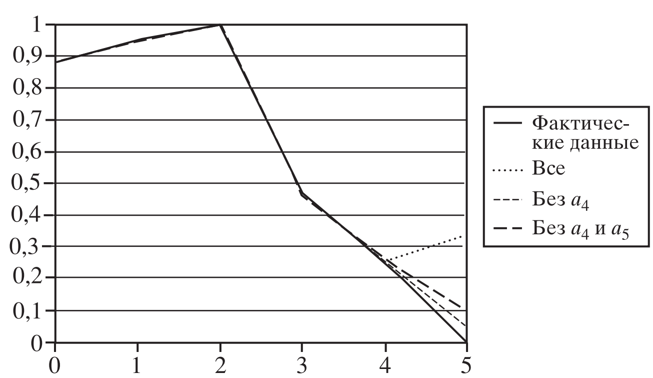

Рис. 5. Результат прогнозирования по линейной модели с удалением факторов

При этом погрешность прогноза при удалении фактора 4 составляет 4,84%; при удалении факторов 4 и 5 – 9,79%, что приемлемо для большинства практических приложений.

Тем не менее исследуем возможность прогнозирования развития данной системы при помощи модели на основе ОДУ (6). Изложенным выше методом подберем аппроксимацию факторов, сначала пробуя изменить аппроксимацию одиночных факторов,

Таблица 5. Значения коэффициентов (6) при моделировании лесозаготовок и разных аппроксимациях факторов

Аппроксимация	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
000100	0,0594	0,0465	–0,0821	0,5855	–0,5595	–0,5716	–0,1310	0,0590
101X10	0,4094	–0,3295	0,2285	–0,2898	0	–0,553	–0,0401	–0,1135
101X1X	0,4362	–0,4074	0,2875	–0,3527	0	–0,562	0	–0,1281

затем – комбинаций тех факторов, при одиночном изменении которых получен наибольший рост точности. Уточнение аппроксимации одиночных факторов не дало большого эффекта. Наилучшим оказалась “правая” аппроксимация x_5, поэтому далее произведен перебор видов аппроксимации остальных факторов в комбинации именно с нею (табл. 5).

Найдена лучшая комбинация аппроксимаций “101X10”, при которой погрешность прогноза оказалась несущественной. Наименьший по модулю – коэффициент a_6. Попытка принудительно установить его в 0 (выбор аппроксимации “101X1X”) не приводит к существенному росту погрешности, при этом остальные коэффициенты получаются одного порядка, а визуально прогнозные линии при этих трех наилучших аппроксимациях почти неразличимы (рис. 6).

С экономической точки зрения полученный результат означает, что не только лесовосстановление, но и вывозка леса несущественно влияют на динамику лесозаготовок. Коэффициент при $y(t)$ получился отрицательный, что вполне объяснимо: действительно, лес является медленно восстанавливаемым ресурсом, и увеличение заготовок ведет к их замедлению вследствие ухудшения доступности леса, износа основных фондов и т.п. причин. Коэффициент при факторе 2 (инвестиции) положительный, что также не противоречит здравому смыслу, и т.д.

Выполнив поиск коэффициентов по всем 6 точкам с установленной аппроксимацией “101X1X”, как мы сделали бы при попытке спрогнозировать развитие лесного комплекса на годы после 2010-го, получим коэффициенты, незначительно отличающиеся от полученных по 4 годам. Это говорит о том, что предположения о возможности отброса 4 и 6 факторов и характере аппроксимации остальных факторов верны.

На примере задачи, имеющей известное аналитическое решение, и двух задач, основанных на реальных данных, разработано программное средство, реализующее модель многофакторной системы на основе обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка, и методика его использования, заключающаяся в следующем.

1. Проанализировать факторы в доступных данных, предварительно наметить факторы, которые могут быть отброшены на основании экспертных заключений.

2. Проверить возможность прогноза по линейной многофакторной модели (2), установив линейную аппроксимацию всех факторов. Если результат удовлетворительный, проверить, нельзя ли отбросить факторы с наименьшим по модулю коэффициентом влияния.

3. Проверить возможность прогноза по дифференциальной многофакторной модели:

a) задать “левую” аппроксимацию всех факторов;

b) попробовать каждому из факторов (по одному) сделать “правую” аппроксимацию;

c) если найден один фактор, “правая” аппроксимация которого улучшает точность прогноза, попробовать всем другим факторам (по одному) сделать “правую” аппроксимацию;

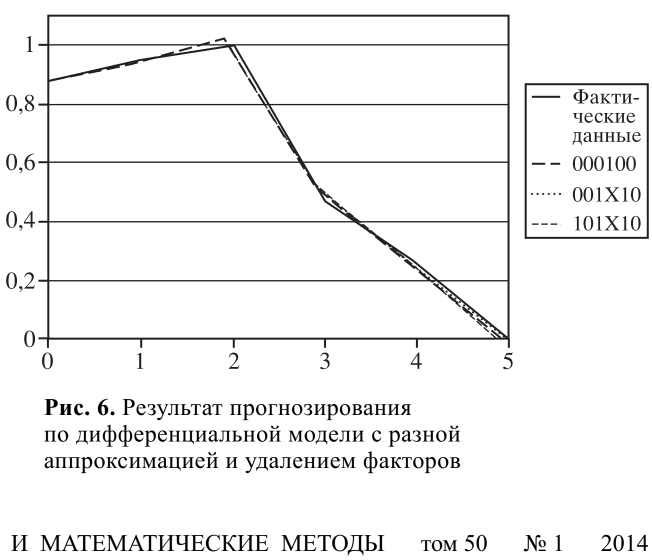

Рис. 6. Результат прогнозирования по дифференциальной модели с разной аппроксимацией и удалением факторов

d) если найдены два фактора с предпочтительной “правой” аппроксимацией, попробовать третий и т.д.

e) если есть сомнительные (один или несколько) факторы, попробовать отбросить их и повторить пункты алгоритма 3a–3d для остальных факторов;

f) если модуль одного из коэффициентов значительно меньше, чем у других, попробовать отбросить его и повторить пункты алгоритма 3a–3d.

4. Проверить, что коэффициенты не изменяются значительно, если принять во внимание все имеющиеся данные (по всем годам).

5. Сделать вывод о значимости (и знаке) факторов на динамику развития системы.

Поэтому основную идею работы – о предпочтительности регрессионных дифференциальных моделей по сравнению с линейными – можно считать состоятельной. Предложенный метод моделирования и прогнозирования может после уточнения видов регрессий факторов применяться для прогнозирования поведения многофакторных социально-экономических систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Акаев А.А. (2008). Анализ решений общего уравнения макроэкономической динамики // *Экономика и мат. методы*. № 44. Вып. 3.

Арнольд В.А. (1990). Теория катастроф. М.: Наука.

Дзюба С.А. (2011). Модели управления подсистемами предприятия в сфере среднего бизнеса и их инструментальное обеспечение. [Электронный ресурс] Автореферат дисс. на соиск. уч. ст. докт. экон. наук. Режим доступа: http://econom.nsc.ru/ieie/news/zashiti/avtoref/mart12/dzuba.pdf, свободный. Загл. с экрана. Яз. рус. (дата обращения: июнь 2013 г.).

Затонский А.В. (2012). Преимущества дифференциальных моделей в эколого-экономическом моделировании // *Известия Томского политехнического университета*. № 5.

Лосев К.С. (2010) Мифы и заблуждения в экологии. М.: Научный мир.

Миролюбова А.А. (2012). Методология моделирования инвестиционного процесса в реальном секторе экономики региона. [Электронный ресурс] Автореферат на соиск. уч. ст. канд. эконом. наук. Режим доступа: http://vak.ed.gov.ru/common//img/uploaded/files/MirolubovaAA.docx, свободный. Загл. с экрана. Яз. рус. (дата обращения: июнь 2013 г.).

Мицек Е.Б. (2011). Эконометрическое моделирование инвестиций в основной капитал экономики России [Электронный ресурс] Автореферат на соиск. уч. ст. канд. эконом. наук. Режим доступа: http://test.vak.ed.gov.ru/common/img/uploaded/files/MitsekEB.doc, свободный. Загл. с экрана. Яз. рус., англ. (дата обращения: июнь 2013 г.)

Пермьстат (2012). Федеральная служба государственной статистики. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://permstat.gks.ru, свободный. Загл. с экрана. Яз. рус. (дата обращения: июнь 2013 г.).

Файзрахманов Р.А. (2002). Моделирование и управление материальными потоками производственной системы с учетом факторов неопределенности и риска. Пермь: Изд-во Пермского государственного университета.

Поступила в редакцию
20.12.2012 г.

Prediction of Economic System Based on Regression Model with Differential Equation

A.V. Zatonskiy, N.A. Sirotina

The ways of ensuring social, environmental and economic safety of social development by creating conditions for competitiveness of renewable sources of energy and organic farming are considered. Restriction to low-carbon economy and organic farming described. Possible ways to overcome these problems outlined. Approaches to the definition of efficiency of renewable sources of energy and organic farming proposed.

Keywords: economic model, differential equation, regression, prediction

JEL Classification: C25, C35, C14.