
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

КОМПЛЕКСНАЯ МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ
ИНФОРМАЦИИ ОБ ИННОВАЦИОННОМ ТОВАРЕ

© 2014 г. И.А. Баев, Д.А. Дрозин

(Челябинск)

При появлении на рынке нового инновационного товара и последующих изменениях его цены все множество потенциальных покупателей распадается на подмножества, различающиеся порядком поступления к ним информации (истинной или устаревшей) об изменениях цены товара. Эти подмножества различаются структурой платежеспособного спроса. Получена система дифференциальных уравнений, позволяющая рассчитывать динамику формирования этих подмножеств, определяющих структуру и емкость рынка инновационного товара.

Ключевые слова: математическая модель, инновационный товар, распространение информации, порядок поступления информации, покупательский спрос, изменение цены.

Классификация JEL: C60, D11, D4, M31, M37.

1. ВВЕДЕНИЕ

Инновационное развитие является одной из ключевых задач нашей страны. Различные аспекты инновационного развития рассматривались, в частности, в работах (Голиченко, 2011; Багриновский, 2011; Макаров, 2009; Иващенко, Колобов, Новиков, 2005; Баев, Дрозин, 2012). Один из важнейших аспектов экономической эффективности инновационного проекта – скорость реализации нового товара, важным фактором которой является степень информированности потребителей об инновационном товаре. Исследование распространения информации об инновационном товаре подразумевает изучение роли медиавоздействия и межличностного общения между потребителями (Брайант, Томпсон, 2004).

Теоретический базис исследований, объясняющих воздействия средств массовой информации (СМИ) на человека, составляет социально-когнитивная теория (Бандура, 2000), раскрывающая механизмы взаимосвязи поведения человека, субъективных и средовых переменных. Научение человека в значительной степени определяется процессами моделирования, наблюдения и подражания.

Механизмы распространения информации об инновации среди членов социальной системы раскрываются в теории диффузии инноваций (Rogers, 2003), где рассматривается не только влияние СМИ на распространение информации среди членов социальной системы, но и влияние межличностного общения между ними. Определена зависимость изменения числа людей, узнавших об инновации, от времени – s -образная кривая, математическая модель которой описана в работе (Самарский, Михайлов, 2002).

Непосредственный экономический интерес вызывает определение изменения структуры спроса в процессе распространения информации об инновационном товаре. Во время распространения информации происходит выбывание потенциальных покупателей за счет людей, совершивших за это время покупку. Поэтому было бы ошибочно считать структуру спроса однородной на всем временном участке распространения информации. Определение структуры спроса потенциальных покупателей инновационного товара необходимо фирмам-инноваторам для прогнозирования числа продаж и в конечном счете планирования производства инновационного товара.

В данной работе предпринята попытка дать математическое описание процесса распространения информации о новом товаре. Особенность работы заключается в разделении всего мно-

жества потенциальных покупателей на подмножества, различающиеся порядком поступления информации и в соответствии с этим различной структурой и объемом покупательского спроса.

Процесс распространения информации о новом товаре среди потенциальных покупателей состоит из ряда стадий. При появлении нового товара на рынке информация о нем распространяется: посредством рекламы через (СМИ) и путем передачи информации от одних людей другим (через слухи). Это первый этап распространения информации.

Через какое-то время фирма может изменить некоторые характеристики товара. В данной работе основное внимание акцентируется на цене товара. Новая информация (второго этапа) будет распространяться среди людей, которые еще не слышали о товаре, и тех, которые имели информацию о товаре по старой цене.

Поведения этих двух групп потенциальных покупателей по отношению к покупке нового товара будут различными. *Они будут иметь различные кривые покупательского спроса.* Это связано с тем, что к моменту объявления новой цены часть покупателей второй группы уже купит новый товар, и, следовательно, некоторая часть платежеспособных (по отношению к старой цене товара) покупателей уже не будет входить в множество потенциальных покупателей.

При последующем изменении цены произойдет дальнейшее деление групп потенциальных покупателей по порядку поступления информации и структуре потребительского спроса.

2. ИСХОДНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Распространение информации о новом товаре через СМИ подчиняется дифференциальному уравнению (Самарский, Михайлов, 2002)

$$dN/dt = \alpha N_r, \quad (1)$$

где N – число потенциальных покупателей, уже владеющих новой информацией; N_r – число получателей информации, т.е. число потенциальных покупателей, еще не получивших новой информации; α – коэффициент, отражающий работу СМИ и имеющий размерность обратного времени, он зависит от эффективности работы СМИ, качества рекламы, ее массированности и в конечном счете от вложенных в рекламу средств. В случае, если информация распространяется среди фиксированного \bar{N} числа людей, $N_r = \bar{N} - N$.

При распространении информации путем передачи от одних людей другим (слухи) будет справедливо дифференциальное уравнение (Самарский, Михайлов, 2002)

$$dN/dt = \beta n_s N_r, \quad (2)$$

где n_s – число людей, обладающих новой информацией и передающих ее другим людям, т.е. людей, являющихся источником новой информации; β – коэффициент, отражающий распространение информации через слухи, он зависит от интересности новой информации (будут ли люди при встрече рассказывать друг другу о новом товаре или быстро забудут о нем).

3. ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ

Пусть множество потенциальных покупателей нового товара на рынке состоит из \bar{N} людей. Пусть к концу дня t_0 в продажу поступил новый товар по цене P_1 и с начала $t_0 + 1$ дня проводится рекламная кампания по его распространению. Через какое-то время в конце дня t_1 цену товара изменяют с P_1 на P_2 и СМИ распространяют информацию о товаре по новой цене. В момент времени произойдет следующее изменение цены с P_2 на P_3 и т.д. (рис. 1).

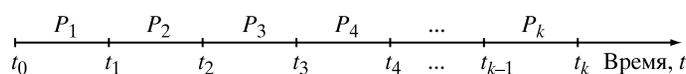


Рис. 1. Периоды цен товара

3.1. Первый временной период. Рассмотрим первый период времени $(t_0; t_1]$. На рынке появилась информация о новом товаре по цене P_1 . Информация распространяется как посредством рекламы в СМИ, так и посредством слухов. В соответствии с вышеизложенным скорость распространения информации определяется уравнением

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = (\alpha + \beta n_1(t))N_0(t), \quad (3)$$

где $N_1(t)$ – число потенциальных покупателей, которые к моменту времени t узнали о новом товаре по цене P_1 ; $n_1(t)$ – число людей, знающих о новом товаре по цене P_1 и распространяющих о нем информацию; в данном случае $n_1(t) = N_1(t)$; $N_0(t)$ – число потенциальных покупателей, которые к моменту времени о товаре еще ничего не знают. В данном случае $N_0(t) = \bar{N} - N_1(t)$. Так как до момента времени t_0 о новом товаре никто не знал, то начальным условием уравнения (3) является соотношение $N_1(t_0) = 0$.

Таким образом, образуются два подмножества потенциальных покупателей: подмножество $\{1\}$ из $N_1(t)$ людей, которые к моменту времени узнали о товаре по цене P_1 , и подмножество $\{0\}$ из $N_0(t)$ людей, которые о товаре ничего не знают. При этом $N_1(t) + N_0(t) = \bar{N}$. К моменту времени t_1 (перед изменением цены товара) эти подмножества будут состоять из $N_1(t_1)$ и $N_0(t_1)$ людей соответственно (рис. 2).

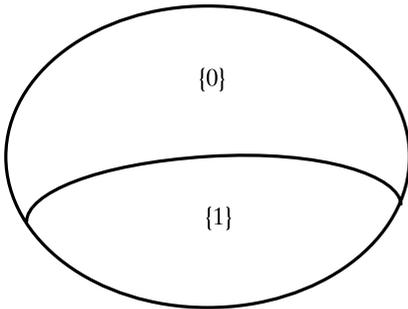


Рис. 2. Подмножества потенциальных покупателей с данной информацией в период $(t_0; t_1]$

3.2. Второй временной период. Рассмотрим интервал времени $(t_1; t_2]$. Цена товара изменилась с P_1 на P_2 (P_2 может быть как меньше, так и больше P_1). Информация о новом товаре по цене P_2 распространяется как среди новых потенциальных покупателей, которые об этом товаре еще не слышали, так и среди покупателей, которые слышали о товаре по цене P_1 . Покупательная способность у этих групп людей разная, так как во второй группе часть покупателей уже успела купить этот товар по цене P_1 . В результате этого доля платежеспособных покупателей в этой группе будет меньше, чем в первой.

Учтем, что потенциальные покупатели, знавшие о товаре по цене P_1 , но не знающие, что теперь товар стоит P_2 , будут распространять ложную информацию о товаре по цене P_1 . В результате каждое из подмножеств $\{0\}$ и $\{1\}$ первого периода разобьется на новые подмножества (рис. 3).

Подмножество $\{0\}$ после момента времени t_1 разобьется на три новых подмножества потенциальных покупателей:

- 1) $\{0; 0\}$ – покупатели, которые ничего не знали о товаре в периоды $(t_0; t_1]$ и $(t_1; t_2]$;
- 2) $\{0; 1\}$ – покупатели, которые впервые узнали о товаре во второй период, но по ложной цене P_1 ;
- 3) $\{0; 2\}$ – покупатели, которые во втором периоде впервые узнали о товаре по действующей цене P_2 .

После момента времени t_1 подмножество $\{1\}$ разобьется на два новых подмножества потенциальных покупателей:

- 1) $\{1; 1\}$ – покупатели, которые в первый период узнали о товаре по цене P_1 , а во второй период не узнали об изменении цены товара;
- 2) $\{1; 2\}$ – покупатели, которые в первый период узнали о товаре по цене P_1 , а во второй период узнали об изменении цены на P_2 .

Будем называть эти подмножества потенциальных покупателей с данным порядком поступления информации подмножествами ППДППИ.

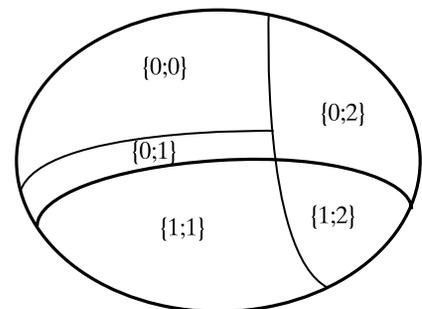


Рис. 3. Подмножества с данным порядком поступления информации в период $(t_1; t_2]$

Закон изменения количества потенциальных покупателей $N_{0;2}(t)$ в подмножестве $\{0; 2\}$ определяется соотношением

$$\frac{dN_{0;2}(t)}{dt} = (\alpha + \beta n_2(t))(N_{0;0}(t) + N_{0;1}(t)), \quad (4)$$

где $n_2(t)$ – число потенциальных покупателей–носителей информации о товаре по цене P_2 . В рассматриваемый период времени $n_2(t) = N_{0;2}(t) + N_{1;2}(t)$. Начальным условием уравнения (4) является соотношение $N_{0;2}(t_1) = 0$. Подмножество $\{0; 2\}$ может увеличиваться только за счет подмножеств $\{0; 0\}$ и $\{0; 1\}$. По нашим допущениям, более свежая информация отменяет более старую информацию. Если даже в рассматриваемый период времени $t \in (t_1; t_2]$ потенциальные покупатели и получили информацию, что товар стоит P_1 (ложная цена), а после узнали, что товар стоит P_2 , то окончательно они будут считать, что товар стоит P_2 . Множество $\{0; 1\}$ будет убывать за счет множества $\{0; 2\}$.

Изменение числа людей $N_{1;2}(t)$ в подмножестве $\{1; 2\}$ происходит за счет подмножества $\{1; 1\}$:

$$\frac{dN_{1;2}(t)}{dt} = (\alpha + \beta n_2(t))N_{1;1}(t). \quad (5)$$

Подмножество $\{1; 2\}$ может увеличиваться только за счет подмножества $\{1; 1\}$, поэтому вторым сомножителем в (5) является число его элементов. Начальным условием уравнения (5) будет соотношение $N_{1;2}(t_1) = 0$.

Рассмотрим закон изменения числа потенциальных покупателей в подмножестве $\{0; 1\}$. Люди, знающие о товаре по цене P_1 и не знающие о новой цене, будут распространять ложную информацию о цене. Естественно считать, что если такую информацию услышит человек, обладающий более свежей информацией, то он на нее не среагирует. В данном случае информация может быть передана лишь тем потенциальным покупателям, которые за прошедший период времени $(t_0; t_1]$ ничего о товаре не знали. Теперь они узнали о нем по ложной цене P_1 .

Таким образом, подмножество $\{0; 1\}$ может увеличиваться лишь за счет подмножества $\{0; 0\}$. Примем во внимание, что СМИ распространяют только свежую информацию. Ложная информация распространяется только за счет слухов. Потенциальные покупатели, узнавшие о товаре по цене P_1 , могут вскоре узнать о действующей цене P_2 , что приведет к уменьшению числа людей в подмножестве $\{0; 1\}$. В силу этих двух факторов запишем закон изменения числа людей в подмножестве $\{0; 1\}$:

$$\frac{dN_{0;1}(t)}{dt} = \beta n_1(t)N_{0;0}(t) - (\alpha + \beta n_2(t))N_{0;1}(t) \quad (6)$$

с начальным условием $N_{0;1}(t_1) = 0$.

Итак, мы имеем три дифференциальных уравнения (4)–(6) для пяти неизвестных функций $N_{0;2}(t)$, $N_{1;2}(t)$, $N_{0;1}(t)$, $N_{0;0}(t)$, $N_{1;1}(t)$. Оставшиеся два уравнения – это уравнения балансов:

$$N_{0;0}(t) + N_{0;1}(t) + N_{0;2}(t) = N_0(t_1), \quad (7)$$

$$N_{1;1}(t) + N_{1;2}(t) = N_1(t_1). \quad (8)$$

3.3. Третий временной период. Рассмотрим интервал времени $(t_2; t_3]$. Цена товара изменилась с P_2 на P_3 . СМИ распространяют информацию о новом товаре по цене P_3 . Эта информация распространяется как среди тех покупателей, которые о товаре еще не слышали, так и среди тех, которые слышали о новом товаре по старой цене P_2 или по начальной цене P_1 . По аналогии с вышеуказанным возникают подмножества: $\{0; 0; 0\}$, $\{0; 0; 1\}$, $\{0; 0; 2\}$, $\{0; 0; 3\}$, $\{0; 1; 1\}$, $\{0; 1; 2\}$, $\{0; 1; 3\}$, $\{0; 2; 2\}$, $\{0; 2; 3\}$, $\{1; 1; 1\}$, $\{1; 1; 2\}$, $\{1; 1; 3\}$, $\{1; 2; 2\}$, $\{1; 2; 3\}$ (рис. 4).

Так, например, $\{1; 1; 3\}$ – подмножество потенциальных покупателей, которые в период $(t_0; t_1]$ узнали о товаре по цене P_1 , а во второй период $(t_1; t_2]$ информации об изменении цены не получали и считали, что цена товара осталась прежней (P_1); в третий период времени $(t_2; t_3]$ они

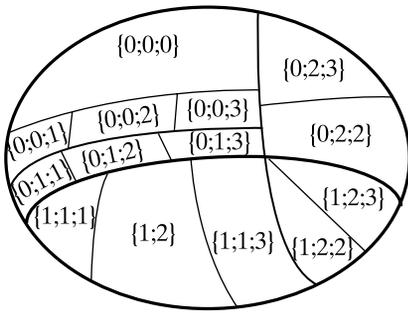


Рис. 4. Подмножества с данным порядком поступления информации в период $(t_2; t_3]$

узнали, что цена товара стала P_3 . Или $\{0; 1; 2\}$ – подмножество потенциальных покупателей, которые в период $(t_0; t_1]$ о товаре не знали; в период $(t_1; t_2]$ они узнали о товаре по ложной к тому времени цене P_1 ; а в период $(t_2; t_3]$ до них дошла ложная к тому времени информация, что стоимость товара стала P_2 ; и т.д.

Все эти подмножества в общем виде можно записать, как $\{i_1; i_2; i_3\}$. Так, при $i_1 = 1, i_2 = 1, i_3 = 3$ получим подмножество $\{1; 1; 3\}$ при $i_1 = 0, i_2 = 1, i_3 = 2$ получим подмножество $\{0; 1; 2\}$ и т.д. Эти подмножества потенциальных покупателей различаются порядком поступления информации. Структура покупательского спроса в каждом таком подмножестве различна. Расположим эти подмножества в порядке, приведенном в табл. 1.

В столбцах табл. 1 приведены подмножества, образующиеся из соответствующих подмножеств, сформированных к концу второго периода (к моменту времени t_2). Эти новые подмножества образуются в результате воздействия новой информации (верной или ложной) в третьем периоде.

Каждая строка табл. 1 соответствует преобразованию исходного подмножества под влиянием новой информации (верной или ложной) о цене товара. При этом, например, число 2 в столбце “Последнее число в обозначении подмножества (t_3)” означает, что потенциальные покупатели в указанных в этой строке подмножествах получали в этот третий период информацию о том, что товар стоит P_2 . Таким образом, число $i_3 = j$ в столбце “Последнее число в обозначении подмножества (i_3)” означает, что подмножества, указанные в соответствующей строке, образовались под влиянием информации, что цена товара равна P_j ($j = 0, \dots, 3$).

Таблица 1. Подмножества потенциальных покупателей с различным порядком поступления информации в третьем периоде

Исходные подмножества второго периода \ Последнее число в обозначении подмножества (i_3)	{0; 0}	{0; 1}	{1; 1}	{0; 2}	{1; 2}
0	{0; 0; 0}				
1	{0; 0; 1}	{0; 1; 1}	{1; 1; 1}		
2	{0; 0; 2}	{0; 1; 2}	{1; 1; 2}	{0; 2; 2}	{1; 2; 2}
3	{0; 0; 3}	{0; 1; 3}	{1; 1; 3}	{0; 2; 3}	{1; 2; 2}

Так, например, в ячейке, стоящей в столбце соответствующей исходному подмножеству второго этапа $\{1; 1\}$, и строке, соответствующей последнему числу в обозначении подмножества, равному 2, соответствует подмножество $\{1; 1; 2\}$. Оно образовано из потенциальных покупателей, которые в период $(t_0; t_1]$ узнали о товаре по цене P_1 , в период $(t_1; t_2]$ новой информации не получали и считали, что цена товара осталась прежней P_1 , а в $(t_2; t_3]$ они узнали, что цена товара стала P_2 (ложная информация).

Рассмотрим дифференциальное уравнение изменения числа потенциальных покупателей в этих подмножествах. Так, например, подмножество $\{1; 1; 3\}$ образовано на основе исходного подмножества $\{1; 1\}$ второго периода. Оно может увеличиваться за счет подмножеств $\{1; 1; 1\}$ и $\{1; 1; 2\}$, тоже образованных из подмножества $\{1; 1\}$, но с менее свежей информацией (что цена товара равна P_1 и P_2 соответственно):

$$\frac{dN_{1;1;3}(t)}{dt} = (\alpha + \beta n_3(t))(N_{1;1;1}(t) + N_{1;1;2}(t)). \quad (9)$$

Здесь $n_3(t)$ – число людей–носителей информации, что цена товара P_3 . Это все подмножества, находящиеся в строке $i_3 = 3$. Поэтому

$$n_3(t) = N_{0;0;3}(t) + N_{0;1;3}(t) + N_{1;1;3}(t) + N_{0;2;3}(t) + N_{1;2;3}(t).$$

Начальным условием уравнения (9) является соотношение $N_{1;1;3}(t_2) = 0$.

Подмножество $\{0; 1; 2\}$ образовано на основе исходного подмножества $\{0; 1\}$ второго этапа. Оно может увеличиваться за счет подмножества $\{0; 1; 1\}$, тоже образованного из подмножества $\{0; 1\}$, но с менее свежей информацией (по отношению к информации о цене товара P_2). Подмножество $\{0; 1; 2\}$ может и уменьшаться, так как люди, входящие в это подмножество, могут получить еще более свежую информацию, что цена товара равна P_3 , и перейти в подмножество $\{0; 1; 3\}$. Учтем также, что любая старая (ложная) информация о цене товара не распространяется СМИ, а только через слухи. Поэтому уравнение изменения числа людей в подмножестве $\{0; 1; 2\}$ будет иметь вид

$$\frac{dN_{0;1;2}(t)}{dt} = \beta n_2(t)N_{0;1;1}(t) - (\alpha + \beta n_3(t))N_{0;1;2}(t). \quad (10)$$

Здесь $n_2(t)$ – число людей – носителей информации (ложной) о товаре по цене P_2 . Это все подмножества, находящиеся в строке $i_3 = 2$:

$$n_2(t) = N_{0;0;2}(t) + N_{0;1;2}(t) + N_{1;1;2}(t) + N_{0;2;2}(t) + N_{1;2;2}(t).$$

Начальным условием уравнения (10) является соотношение $N_{0;1;2}(t_2) = 0$.

В общем случае, для третьего этапа, дифференциальное уравнение изменения числа людей в рассматриваемых подмножествах под воздействием информации о цене товара можно записать в виде

$$\frac{dN_{i_1; i_2; i_3}(t)}{dt} = (\alpha \delta_{i_3,3} + \beta n_{i_3}(t)) \sum_{j=i_2}^{i_3-1} N_{i_1; i_2; j} - \sum_{j=i_3+1}^3 (\alpha \delta_{i_3,3} + \beta n_j(t)) N_{i_1; i_2; i_3}. \quad (11)$$

Здесь применен символ δ_{ij} Кронекера ($\delta_{ij} = 1$ при $i = j$, $\delta_{ij} = 0$ при $i \neq j$). Поэтому реально будет входить в уравнение (11) лишь для $i_3 = 3$, т.е. когда речь идет о распространении последней (истинной) информации, которую только и распространяют СМИ.

Уравнение (11) описывает подмножества $\{0; 0; 1\}$, $\{0; 0; 2\}$, $\{0; 0; 3\}$, $\{0; 1; 2\}$, $\{0; 1; 3\}$, $\{1; 1; 2\}$, $\{1; 1; 3\}$, $\{0; 2; 3\}$, $\{1; 2; 3\}$, которые изменяются под влиянием новой (для соответствующего исходного подмножества) информации. Таким образом, мы можем написать девять уравнений для 14 неизвестных. Оставшиеся пять уравнений для подмножеств потенциальных покупателей $\{0; 0; 0\}$, $\{0; 1; 1\}$, $\{1; 1; 1\}$, $\{0; 2; 2\}$, $\{1; 2; 2\}$, которым в рассматриваемый период новая информация не поступала, могут быть получены как уравнения баланса: сумма числа людей в новых подмножествах, полученных из данного исходного, должна быть равна числу людей в этом исходном подмножестве.

Так, для исходного подмножества $\{0; 1\}$ имеем $N_{0;1;1}(t) + N_{0;1;2}(t) + N_{0;1;3}(t) = N_{0;1}(t_2)$, или, в общем виде,

$$\sum_{j=i_2}^3 N_{i_1; i_2; j}(t) = N_{i_1; i_2}(t_2). \quad (12)$$

Заметим, что в данном случае происходит суммирование по столбцам табл. 1.

4. ОБЩИЙ СЛУЧАЙ

Рассмотрим период $(t_{k-1}, t_k]$, т.е. произошло k изменений цены товара. К этому моменту все потенциальные покупатели разобьются на большое число подмножеств ППДППИ вида $\{i_1; \dots; i_k\}$, где каждый элемент i_j показывает, какой информацией о цене товара владело данное подмножество людей на временном этапе $j(t_{j-1}, t_j]$; $0 \leq i_1 \leq 1$, $0 \leq i_2 \leq 2$, ..., $0 \leq i_j \leq j$. Так как в соответствии с вышеизложенным данную информацию может сменить только более свежая информация, то $i_j \geq i_{j-1}$.

Таким образом, по истории владения информацией о цене товара все потенциальные покупатели товара распадаются на упорядоченные подмножества вида

$$\{i_1; \dots; i_k\}, \quad (13)$$

элементы которых образуют монотонно неубывающую последовательность чисел i_1, \dots, i_k , удовлетворяющих условию

$$0 \leq i_j \leq j \quad (j = 1, \dots, k); \quad i_1 \leq \dots \leq i_k. \quad (14)$$

Определим число подмножеств потенциальных покупателей с данным порядком поступления информации (табл. 2). На первом этапе их два ($\{0\}$ и $\{1\}$), на втором этапе – пять ($\{0; 0\}$, $\{0; 1\}$, $\{1; 1\}$, $\{0; 2\}$, $\{1; 2\}$).

Таблица 2. Подмножества потенциальных покупателей с различным порядком поступления информации

Последнее число в обозначении подмножества (i_3)	Номер периода (k)		
	1	2	3
0	$\{0\}$	$\{0; 0\}$	$\{0; 0; 0\}$
1	$\{1\}$	$\{0; 0\}, \{1; 1\}$	$\{0; 0; 1\}, \{0; 1; 1\}, \{1; 1; 1\}$
2	–	$\{0; 2\}, \{1; 2\}$	$\{0; 0; 2\}, \{0; 1; 2\}, \{1; 1; 2\}, \{0; 2; 2\}, \{1; 2; 2\}$
3	–	–	$\{0; 0; 3\}, \{0; 1; 3\}, \{1; 1; 3\}, \{0; 2; 3\}, \{1; 2; 3\}$

Подсчитаем число подмножеств на третьем этапе. Общий их вид $\{i_1; i_2; i_3\}$. Определим, сколько из соответствующих трехэлементных последовательностей заканчиваются числом $i_3 = 0$. Так как, в соответствии с (14), должно выполняться условие $i_1 \leq i_2 \leq i_3 = 0$, это может быть только последовательность $\{0; 0; 0\}$.

Аналогично можно подсчитать, что существует три последовательности, заканчивающиеся числом $i_3 = 1$. Так как перед единицей могут стоять только 0 или 1, то единица может быть связана только с последовательностями $\{0; 0\}$, $\{0; 1\}$ и $\{1; 1\}$ второго этапа. Таким образом, интересующих нас подмножеств три: $\{0; 0; 1\}$, $\{0; 1; 1\}$ и $\{1; 1; 1\}$.

Результаты рассуждений можно представить в виде табл. 3. Последнее число i_k в каждом подмножестве $\{i_1; \dots; i_k\}$ показывает, какой последней информацией о цене товара владели потенциальные покупатели, входящие в данное подмножество. Они же являлись источниками информации (истинной или ложной) о цене товара среди остальных людей. Систематизируем способ подсчета числа этих подмножеств – потенциальных покупателей с данным порядком поступления информации, сгруппированных по значению последнего элемента.

Для подсчета содержимого ячейки S_m^k (период k , строка m) нужно сложить все числа из предыдущего столбца находящихся в этой и вышестоящих строках табл. 3:

$$S_m^k = \sum_{j=0}^m S_j^{k-1}, \quad (15)$$

Таблица 3. Число подмножеств потенциальных покупателей с различным порядком поступления информации

Номер периода (<i>k</i>) \ Последнее число в обозначении подмножества (<i>i_k</i>)	1	2	3	4	5	...
0	1	1	1	1	1	...
1	1	2	3	4	5	...
2	–	2	5	9	14	...
3	–	–	5	14	28	...
4	–	–	–	14	42	...
5	–	–	–	–	42	...
...
Сумма	2	5	14	42	132	...

или

$$S_m^k = S_{m-1}^k + S_m^{k-1}. \tag{16}$$

Напомним, что потенциальные покупатели из каждого подмножества ППДППИ отличаются друг от друга структурой покупательского спроса.

Уравнения распространения новой (для данного подмножества) информации во время последнего периода (*k*) в общем виде можно записать как

$$\begin{cases} \frac{dN_{i_1; \dots; i_k}(t)}{dt} = (\alpha\delta_{i_k, k} + \beta n_{i_k}(t)) \sum_{j=i_{k-1}}^{i_k-1} N_{i_1; \dots; i_{k-1}; j}(t) - \sum_{j=i_{k+1}}^k (\alpha\delta_{i_k, k} + \beta n_j(t)) N_{i_1; \dots; i_k}(t), & i_k \neq i_{k-1}; \\ N_{i_1; \dots; i_k}(t_{k-1}) = 0, & 0 \leq i_m \leq m, \quad i_{m-1} \leq i_m, \quad 1 \leq m < k. \end{cases} \tag{17}$$

Здесь $N_{i_1; \dots; i_k}(t)$ – число людей в подмножестве ППДППИ $\{i_1; i_2; \dots; i_{k-1}; i_k\}$ к моменту времени *t*; n_j – число носителей информации о товаре по цене P_j , $n_j = \sum_{i_1; i_2; \dots; i_{k-1}} N_{i_1; \dots; i_{k-1}}$, $0 \leq i_m \leq m$,

$i_{m-1} \leq i_m$, $1 \leq m < k$. Уравнение (17) справедливо для всех подмножеств ППДППИ с любым возможным набором $i_1; \dots; i_k$, за исключением подмножеств, в которые в последний период *k* новой информации не поступало, т.е. для подмножеств $\{i_1; \dots; i_k\}$ для которых $i_k = i_{k-1}$.

К уравнениям (17) следует добавить уравнения баланса: сумма числа людей в новых подмножествах, полученных из данного исходного, должна быть равна числу людей в этом исходном подмножестве:

$$\sum_{j=i_{k-1}}^k N_{i_1; \dots; i_{k-1}; j}(t) = N_{i_1; \dots; i_{k-1}}(t_{k-1}), \quad 0 \leq i_m \leq m, \quad i_{m-1} \leq i_m, \quad 1 \leq m < k - 1. \tag{18}$$

5. МОДЕЛЬНЫЙ ПРИМЕР

Предположим, что на рынке имеются $\bar{N} = 100\,000$ потенциальных покупателей данного инновационного товара. Вначале товар был выпущен по цене P_1 , через время $t_1 = 60$ дней цена товара была изменена на P_2 . Примем коэффициент, отражающий работу СМИ, равным $\alpha = 0,0001$, а коэффициент, отражающий распространение слухов, $\beta = 0,000001$.

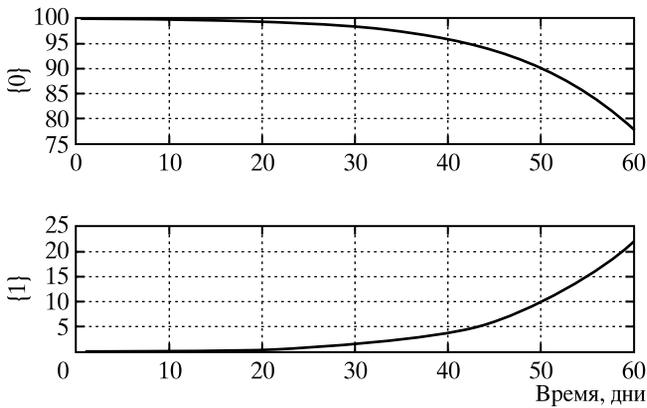


Рис. 5. Динамика числа людей в подмножествах в первом периоде

Примечание. По оси ординат приведен процент потенциальных покупателей, относящихся к указанному подмножеству.

видно, что подмножество $\{1; 2\}$ в результате расширилось на все подмножество $\{1; 1\}$, т.е. все потенциальные покупатели, узнавшие о товаре по цене P_1 в период $(0; 60]$, узнали во второй период $(60; 180]$ о цене P_2 .

Из динамики изменения числа людей подмножества $\{0; 1\}$ (рис. 6) видно, что часть потенциальных покупателей, которые в первый период времени ничего о товаре не знали, во второй период времени узнают о товаре по ложной цене P_1 и узнают довольно быстро, так как носителей этой ложной информации к этому времени уже довольно много – подмножество $\{1; 1\}$. При узнавании о товаре по ложной цене подмножество $\{0; 1\}$ полностью вбирает в себя подмножество $\{0; 0\}$. Затем люди из подмножества $\{0; 1\}$ начинают узнавать о товаре по его действующей цене P_2 , и подмножество $\{0; 1\}$ целиком поглощается подмножеством $\{0; 2\}$.

Подмножество $\{0; 2\}$ увеличивается за счет подмножества $\{0; 1\}$ с более старой информацией о цене P_1 товара и подмножества $\{0; 0\}$. Так как люди подмножества $\{0; 2\}$ обладают более новой информацией, то со временем подмножество $\{0; 2\}$ поглощает подмножества $\{0; 0\}$ и $\{0; 1\}$, однако прирост в подмножестве $\{0; 2\}$ происходит значительно медленнее, чем в подмножестве $\{0; 1\}$. Это объясняется тем, что носителей свежей информации в начале второго периода не было вовсе, а носителей старой информации о цене товара P_1 подмножества $\{0; 1\}$ было все множество $\{1; 1\}$.

Подмножество $\{0; 0\}$ уменьшается как за счет подмножества $\{0; 1\}$, так и за счет подмножества $\{0; 2\}$.

Проделанная работа позволяет сделать следующие выводы.

1. При появлении на рынке нового инновационного товара и изменении (однократном или неоднократном) его цены все множество потенциальных покупателей этого товара распадается на подмножества, различающиеся порядком поступления к ним информации (истинной или устаревшей) об изменениях цены товара. Эти подмножества различаются структурой платежеспособного спроса. В статье проведена классификация этих подмножеств потенциальных покупателей с данным порядком поступления информации.

Результаты расчета приведены на рис. 5 и 6. Число людей в подмножествах приведено в виде процентов от общего числа потенциальных покупателей на рынке. На рис. 5 видно, что с возрастанием числа людей подмножества $\{1\}$, знающих о товаре по цене P_1 , естественно, уменьшается число людей в подмножестве $\{0\}$. Однако прежде чем процесс информирования о товаре по цене P_1 завершился, цена поменялась и стала P_2 (рис. 6). В результате на базе двух подмножеств $\{0\}$ и $\{1\}$ первого периода возникли пять подмножеств второго периода: $\{0; 0\}$, $\{0; 1\}$, $\{0; 2\}$, $\{1; 1\}$, $\{1; 2\}$.

Поскольку время действия второй цены довольно большое, все переходные процессы второго периода завершены. На рис. 6

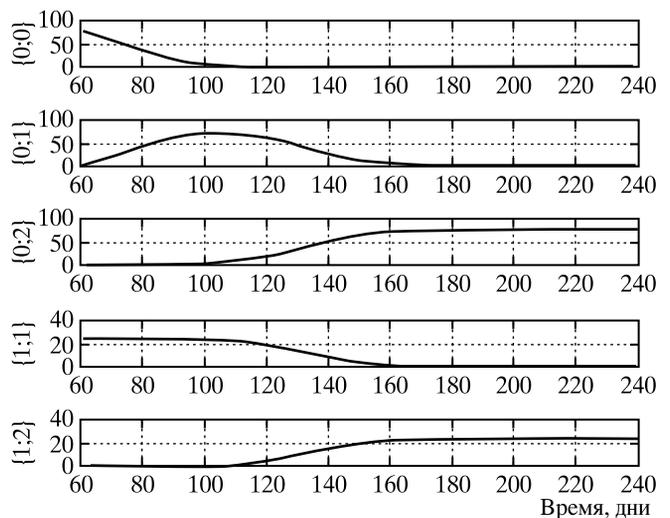


Рис. 6. Динамика количества людей в подмножествах во втором периоде

Примечание. По оси ординат приведен процент потенциальных покупателей, относящихся к указанному подмножеству.

2. Получена система дифференциальных уравнений, позволяющая рассчитывать число потенциальных покупателей, входящих в каждое подмножество.

3. Результаты работы позволяют уточнить расчет емкости рынка данного товара в произвольный момент времени и более эффективно управлять процессом продажи данного товара.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Багриновский К.А.** (2011). Об оценке перспектив инновационной деятельности // *Экономика и мат. методы*. Т. 47. № 1.
- Баев И.А., Дрозин Д.А.** (2012). Моделирование процессов освоения инновации на конкурентном рынке // *Вестник Южно-Уральского государственного ун-та*. Серия: Экономика и менеджмент. № 30.
- Бандура А.** (2000). Теория социального научения. СПб.: Евразия.
- Брайант Д., Томпсон С.** (2004). Основы воздействия СМИ. М.: Издательский дом "Вильямс".
- Голиченко О.Г.** (2011). Основные факторы развития национальной инновационной системы: уроки для России. М.: Наука.
- Иващенко А.А., Колобов Д.В., Новиков Д.А.** (2005). Механизмы финансирования инновационного развития фирмы. М.: ИПУ РАН.
- Макаров В.Л.** (2009). Обзор математических моделей экономики с инновациями // *Экономика и мат. методы*. Т. 45. № 1.
- Самарский А.А., Михайлов А.П.** (2002). Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. М.: ФИЗМАТЛИТ.
- Rogers Е.М.** (2003). *Diffusion of Innovations*. N.Y.: Free Press.

Поступила в редакцию
18.12.2012 г.

Integrated Model of Information Diffusion about Innovative Product

I.A. Baev, D.A. Drozin

Set of potential buyers in the market of the new innovative product divides into subsets with different sequences of information (true or outdated) about the price changes. These subsets have significantly different structure of effective consumer demand. The system of differential equations for calculating the dynamics of the formation of these subsets, which determine structure and market capacity for innovation goods, is obtained.

Keywords: mathematical model, Innovative product, information dissemination, sequences of information gaining, consumer demand, price change.

JEL Classification: C60, D11, D4, M31, M37.