ЭКОНОМИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ, 2010, том 46, № 3, с. 109–116

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

О ПРИМЕНЕНИИ ТЕОРИИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ВЫЧИСЛИМЫХ МОДЕЛЕЙ ОБЩЕГО РАВНОВЕСИЯ

© 2010 г. А.А. Ашимов, Б.Т. Султанов, Ж.М. Адилов, Ю.В. Боровский, Н.Ю. Боровский, Ас.А. Ашимов

(Казахстан)

Представлены некоторые результаты по развитию элементов теории параметрического регулирования, учитывающие особенности CGE-моделей. Показана эффективность применения теории параметрического регулирования на примере одной CGE-модели. Предложены оптимальные законы параметрического регулирования развития экономической системы на базе рассмотренной математической модели на уровне одного и двух параметров. Построена бифуркационная линия для заданной области значений неуправляемых параметров.

Ключевые слова: вычислимые модели общего равновесия, дискретная динамическая система (полукаскад), параметрическое регулирование, задача вариационного исчисления, бифуркация экстремали.

1. ВВЕДЕНИЕ

Экономические системы стран могут быть описаны системами нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений (Khrustalev et al., 1993, p. 182–243):

$$dx/dt = f(x, u, \lambda),\ x(t_0) = x_0. \tag{1}$$

Здесь $x = (x^1, ..., x^n) \in X \subset R^n$ – вектор состояния системы; $u = (u^1, ..., u^l) \in W \subset R^l$ – вектор управляемых (регулируемых) параметров; W, X – компактные множества с непустыми множествами внутренних точек – Int(W) и Int(X), соответственно; $\lambda = (\lambda^1, ..., \lambda^m) \in \Lambda \subset R^m$ – вектор неуправляемых параметров; Λ – открытое связное множество; отображения $f(x, u, \lambda)$: $X \times W \times \Lambda \to R^n$ и $\partial f/\partial x$, $\partial f/\partial u$, $\partial f/\partial \lambda$ непрерывны в $X \times W \times \Lambda$; $[t_0, t_0 + T]$ – фиксированный промежуток времени.

Описания экономических систем также могут быть представлены вычислимыми моделями общего равновесия (CGE-модели) (Макаров и др., 2007, гл. 1; Dixon, Rimmer, 2001, ch. 2). CGE-модель (Макаров и др., 2007, гл. 1) в общем виде можно записать с помощью системы соотношений, которая разбивается на подсистемы следующих видов.

1. Подсистема разностных уравнений, связывающая значения эндогенных переменных для двух последовательных лет:

$$x_{t+1} = F(x_t, y_t, z_t, u, \lambda). \tag{2}$$

Здесь t – номер года, дискретное время; $t = 0,1, ...$; $\tilde{x}_t = (x_t, y_t, z_t) \in R^n$ – вектор эндогенных переменных системы; $x_t = (x_t^1, x_t^2, ..., x_t^{n_1}) \in X_1$, $y_t = (y_t^1, y_t^2, ..., y_t^{n_2}) \in X_2$, $z_t = (z_t^1, z_t^2, ..., z_t^{n_3}) \in X_3$, $n_1 + n_2 + n_3 = n$. Переменные x_t включают в себя значения основных фондов, остатки средств агентов на счетах в банках и т.п.; y_t – значения спроса и предложения агентов на различных рынках и др.; z_t – различные виды рыночных цен и доли бюджета на рынках с государственными ценами для различных экономических агентов; u, λ – векторы экзогенных параметров (соответственно управляемых и неуправляемых); X_1, X_2, X_3, W – компактные множества с непустыми внутренностями – Int(X_i), $i = 1, 2, 3$, и Int(W), соответственно; F: $X_1 \times X_2 \times X_3 \times W \times \Lambda \to R^{n_1}$ – непрерывная функция.

2. Подсистема алгебраических уравнений, описывающих поведение и взаимодействие агентов на различных рынках в течение выбранного года. Эти уравнения допускают выражение переменных y_t через экзогенные параметры и остальные эндогенные переменные:

$$y = G(x_t, z_t, u, \lambda), \tag{3}$$

где $G: X_1 \times X_3 \times W \times \Lambda \to R^{n_2}$ – непрерывная функция.

3. Подсистема рекуррентных соотношений для итеративных вычислений равновесных значений рыночных цен на различных рынках и долей бюджета на рынках с государственными ценами для различных экономических агентов:

$$z_t[Q+1] = Z(z_t[Q], y_t[Q], L, u, \lambda). \tag{4}$$

Здесь $Q = 0,1, \ldots$ – номер итерации; L – набор из положительных чисел (настраиваемые константы итераций). При уменьшении их значений экономическая система быстрее приходит в состояние равновесия, однако при этом увеличивается опасность ухода цен в отрицательную область; $Z: X_2 \times X_3 \times (0, +\infty)^{n_3} \times W \times \Lambda \to R^{n_3}$ – непрерывное отображение, которое является сжимающим при фиксированных $x_t \in X_1$, $u \in W$, $\lambda \in \Lambda$ и некоторых фиксированных L. В этом случае отображение Z имеет единственную неподвижную точку, к которой сходится итерационный процесс (4), (3).

CGE-модель общего равновесия (2)–(4) при фиксированных значениях экзогенных параметров для каждого момента времени t определяет значения эндогенных переменных $\tilde{x}_t$, соответствующие равновесным ценам спроса и предложения на рынках с негосударственными ценами и долям бюджета на рынках с государственными ценами агентов в рамках следующего алгоритма.

Шаг 1. Полагаем $t = 0$ и задаем начальные значения переменных x_0.

Шаг 2. Для текущего t назначаем начальные значения переменных $z_t[0]$ на различных рынках и для различных агентов; с помощью (3) вычисляем значения $y_t[0] = G(x_t, z_t[0], u, \lambda)$ (начальные значения спроса и предложения агентов на рынках товаров и услуг).

Шаг 3. Для текущего времени t запускаем итерационный процесс (4). При этом для каждого Q текущие значения спроса и предложения находим из (3) $y_t[Q] = G(x_t, z_t[Q], u, \lambda)$ через уточнение рыночных цен и долей бюджетов на рынках с государственными ценами экономических агентов.

Условием остановки итерационного процесса является равенство значений спроса и предложения на различных рынках. В результате определяются равновесные значения рыночных цен на каждом рынке и долей бюджетов на рынках с государственными ценами для различных экономических агентов. Индекс Q для таких равновесных значений эндогенных переменных опускается.

Шаг 4. По полученному равновесному решению для момента t с помощью разностных уравнений (2) находим значения переменных x_{t+1} для следующего момента времени. Значение t увеличиваем на единицу. Переходим на шаг 2.

Число повторений шагов 2–4 определяется в соответствии с задачами калибровки, прогноза и регулирования на заранее выбранных интервалах времени.

В (Ashimov, Sagadiyev et al., 2008, p. 623–636; Ашимов и др., 2009, гл. II) в рамках математических моделей, задаваемых системами нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, предложена теория параметрического регулирования и показана ее эффективность на ряде примеров (Ashimov, Sagadiyev et al., 2007, p. 280–284; Ashimov, Iskakov et al., 2008, p. 43–48).

Распространение полученных результатов теории параметрического регулирования в рамках систем нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений на класс CGE-моделей требует учета того, что модели такого класса являются полукаскадами. Поэтому существует необходимость обобщения результатов теории параметрического регулирования, полученных ранее для систем нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, на рассматриваемый класс CGE-моделей. В настоящей работе описываются некоторые результаты по развитию теории параметрического регулирования, учитывающие особенности CGE-моделей, и приведен пример применения этой теории.

2. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ДЛЯ КЛАССА ВЫЧИСЛИМЫХ МОДЕЛЕЙ ОБЩЕГО РАВНОВЕСИЯ

Рассматриваемая CGE-модель может быть представлена в виде непрерывного отображения $f: X \times W \times \Lambda \to R^n$, задающего преобразование значений эндогенных переменных системы для нулевого года в соответствующие значения следующего года согласно приведенному выше алгоритму. Здесь компакт X в фазовом пространстве эндогенных переменных определяется множеством возможных значений переменных x (компакт X_1 с непустой внутренностью) и соответствующими равновесными значениями переменных y и z, которые рассчитываются с помощью соотношений (3) и (4).

Будем предполагать, что для выбранной точки $x_0 \in \mathrm{Int}(X_1)$ верно включение $x_t = f^t(\tilde{x}_0)\,|_{X_1} \in \in \mathrm{Int}(X_1)$ при фиксированных $u \in \mathrm{Int}(W)$, и $\lambda \in \Lambda$, $t = 0, ..., N$ (N – фиксированное натуральное число). Это отображение f определяет дискретную динамическую систему (полукаскад) на множестве X:

$$\{f^t,\ t = 0,1, ...\}. \tag{5}$$

Для выбранного $u_* \in \mathrm{Int}(W)$ точки соответствующей траектории $\tilde{x}_t = f^t(\tilde{x}_0)$ полукаскада обозначим через $\tilde{x}_{*t}$.

Пусть Ω – замкнутое множество в пространстве $R^{(n+l)(N+1)}$ ($N+1$ – набор переменных $(\tilde{x}_t, u_t)$ для $t = 0, ..., N$), определяемое ограничениями

$$\tilde{x}_t \in X, \quad u_t \in W, \quad \tilde{x}_t^j - \tilde{x}_{*t}^j \le \alpha^j \tilde{x}_{*t}^j. \tag{6}$$

Неравенства $\tilde{x}_t^j - \tilde{x}_{*t}^j \le \alpha^j \tilde{x}_{*t}^j$ в (3) используются для некоторых значений $j = 0, ..., n$ и при положительных $\tilde{x}_{*t}^j, \alpha^j > 0$.

Пусть $\{H^i(\tilde{x}): i = 1, ..., p\}$ и $I(\tilde{x}) > 0$ – конечный набор непрерывных для $\tilde{x} \in X$ вещественнозначных функций. Возможность выбора оптимального набора законов параметрического регулирования на множестве сочетаний из l параметров по r и для конечной траектории $\tilde{x}_{*t}$, $k = 0, ..., N$ исследуется на множестве следующих алгоритмов (законов управления):

$$\{U_{ij} = k_{ij} H^i(\tilde{x}) + u_*^t, \quad i = 1, ..., p, \quad j = 1, ..., l\}. \tag{7}$$

Здесь $k_{ij} \ge 0$ – настраиваемые коэффициенты; u_* – значения регулируемого параметра, принятые или оцененные по результатам калибровки.

Использование набора в виде r ($1 \le r \le l$, значение r здесь и далее фиксировано) законов U_{ij} из (7) при фиксированных k_{ij} для полукаскада, задаваемого отображением f, означает подстановку в координатные функции этого отображения набора функций $\{u^{j_s} = U_{i_s j_s}\}$ для r различных значений индексов $j_s, 1 \le s \le r, 1 \le j_s \le l, 1 \le i_s \le p$. При этом остальные u^j, в которых j не входит в указанное множество значений j_s, считаются постоянными и равны u_*^j. Значения векторов параметров u, полученные с помощью законов регулирования (7) для времени t, будем обозначать через u_t. Координаты этого вектора равны

$$u_t^j = k_{ij} H^i(\tilde{x}_t) + u_*^j, \quad j = 1, ..., l.$$

Для траекторий полукаскада (5) при использовании набора из r законов управления вида $\{u^{j_s} = U_{i_s j_s}\}$ будем рассматривать следующий целевой функционал (критерий):

$$K = \sum_{t=1}^{N} I(\tilde{x}_t). \tag{8}$$

Постановка задачи выбора набора законов параметрического регулирования на множестве наборов из r параметров в среде заданного набора алгоритмов (7) для полукаскада (4) имеет

следующий вид. При фиксированном $\lambda \in \Lambda$ найти набор в виде r законов (и их коэффициентов) $\overline{U} = \{U_{i_s j_s}, s = 1, ..., r\}$ из набора алгоритмов (7), который обеспечивает верхнюю грань значений критерия (8):

$$K \to \sup_{\overline{U}}. \tag{9}$$

Справедлива следующая теорема.

Теорема. *Для указанного полукаскада* (5) *при использовании любого выбранного набора законов* $\overline{U} = \{U_{i_s j_s}, s = 1, ..., r\}$, *где* $r \le l$ *из набора алгоритмов* (7) *при ограничениях* (6), *существует решение задачи нахождения верхней грани критерия K*

$$\sum_{t=1}^{N} I(\tilde{x}_t) \to \sup_{(k_{i_1 j_1}, ..., k_{i_r j_r})}. \tag{10}$$

Для конечного набора алгоритмов (7) *и выбранного* $1 \le r \le l$ *задача* (5)–(9) *имеет решение.*

Доказательство этой теоремы с некоторыми изменениями, учитывающими особенности CGE-моделей, повторяет доказательство аналогичной теоремы для случая потока (Ашимов и др., 2009, с. 34).

Введем определение, характеризующее такие значения неуправляемого параметра λ, при котором возможна замена одного оптимального набора законов регулирования на другой.

Значение $\lambda^* \in \Lambda$ называется *точкой бифуркации* экстремали задачи (5)–(9), если при $\lambda = \lambda^*$ существуют, как минимум, два различных оптимальных набора в виде r законов из набора (7), отличающихся хотя бы на один закон U_{ij}, а в каждой окрестности точки λ^* найдется такое значение $\lambda \in \Lambda$, для которого задача (5)–(9) имеет единственное решение.

Следующая теорема определяет достаточные условия для существования точки бифуркации экстремалей рассматриваемой вариационной задачи по выбору закона параметрического регулирования в заданной конечной среде алгоритмов.

Теорема (о существовании точки бифуркации). *Пусть при значениях параметра* λ_1 *и* λ_2, $\lambda_1 \ne \lambda_2$, $\lambda_1, \lambda_2 \in \Lambda$, *задача* (5)–(9) *имеет единственные решения для двух различных оптимальных наборов из r законов набора* (7)*, отличающихся хотя бы на один закон* U_{ij}. *Тогда существует хотя бы одна точка бифуркации* $\lambda^* \in \Lambda$.

Схема доказательства этой теоремы подобна схеме доказательства теоремы в (Ашимов и др., 2009, с. 58).

3. ПРИМЕР

3.1. Нахождение оптимальных законов параметрического регулирования на базе CGE-модели с сектором знаний. Эффективность полученных теоретических результатов иллюстрируется на примере CGE-модели с сектором знаний (Макаров и др., 2007, гл. 2). Эта модель состоит из 12 соотношений вида (2), 88 выражений вида (3), 10 соотношений вида (4). Рассматриваемая модель содержит 86 экзогенных параметров и 110 эндогенных переменных.

Результаты применения подхода теории параметрического регулирования сравниваются с результатом применения сценарного подхода (Макаров и др., 2007, с. 250) для регулирования развития рыночной экономики на примере экономики Российской Федерации. В (Макаров и др., 2007, с. 250) в качестве сценария развития было принято ежегодное увеличение (в 2 раза) финансовых вложений из государственного бюджета в инновационную составляющую экономики и в сектор науки и образования G^s в течение восьми лет (2007–2015 гг.) без учета изменения уровня потребительских цен. Согласно (Макаров и др., 2007) в результате применения этого подхода значение ВВП (здесь и далее в постоянных ценах 2007 г.) в 2015 г. выросло на 4.9% (2007 г. – 100%) по сравнению с базовым вариантом, который предполагает инерционное развитие экономики без каких-либо дополнительных финансовых вложений. Результаты расчетов ВВП по данному эксперименту представлены на рис. 1 (график 1).

Однако при этом сценарном подходе уровень потребительских цен в 2015 г. возрастает на 22.19% по сравнению с базовым (2015 г. – 100%) вариантом, что не было отмечено в результатах рассматриваемого в (Макаров и др., 2007, с. 251) сценария.

В рамках применения подхода параметрического регулирования оптимальные законы выбирались из следующего набора алгоритмов вида (7):

$$\{U_{ij} = k_{ij}(\tilde{x}^i - \tilde{x}_0^i)/\tilde{x}_0^i + u_*^j, \quad i = 1, ...,11, \quad j = 1, ..., l\}. \qquad (11)$$

Здесь $k_{ij} \geq 0$ – настраиваемые коэффициенты; u_*^j – значения регулируемого параметра, принятые или оцененные по результатам калибровки. В этих законах использовались такие фазовые переменные $\tilde{x}^i$, как:

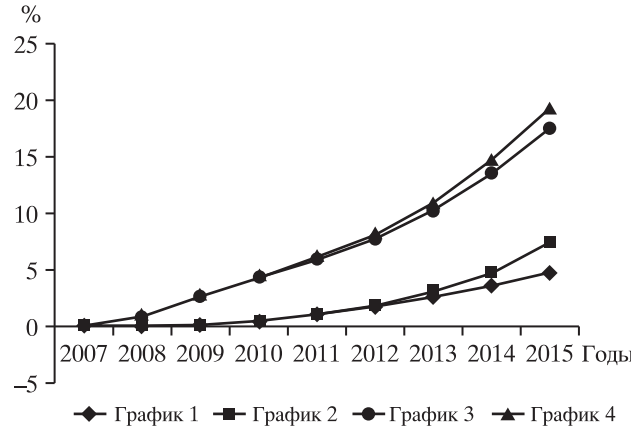

Рис. 1. Графики изменения ВВП России относительно базового варианта развития экономики

– ВДС каждого из трех секторов и всей экономической системы;

– уровни различных видов цен, встречающихся в модели;

– производственные фонды трех секторов экономической системы.

В качестве критерия (8) использовалось среднее значение ВВП страны за 2008–2015 гг. в постоянных ценах 2007 г. Применение подхода параметрического регулирования на базе указанной модели (Макаров и др., 2007, с. 251) осуществлялось в следующей последовательности вычислительных экспериментов.

1. Определение оптимального в смысле критерия K закона из набора (11) по финансовым вложениям из государственного бюджета в инновационную составляющую экономики, а также в сектор науки и образования G^s на базе CGE-модели с сектором знаний (Макаров и др., 2007, гл. 2). Найденный оптимальный закон параметрического регулирования имеет вид

$$G^s = (1.19(Y_t - Y_0)/Y_0 + 1)G_*^s,$$

где Y_t – выпуск ВВП в год t; здесь и далее знак "*" соответствует принятым или оцененным по результатам калибровки значениям управляемых параметров.

При использовании найденного закона в 2015 г. ВВП страны возрастает на 7.38%, а уровень потребительских цен – на 24.67% по сравнению с базовым вариантом. Результаты расчетов ВВП по данному эксперименту представлены на рис. 1 (график 2).

2. Определение оптимального в смысле критерия K закона из набора (11) по финансовым вложениям из государственного бюджета в инновационную составляющую экономики, а также в сектор науки и образования G^s на базе CGE-модели с сектором знаний (Макаров и др., 2007, гл. 2) при ограничении на рост потребительских цен.

Здесь и в дальнейшем ограничение вида (6) для уровней потребительских цен имеет вид $p_t - p_{t*} \leq \alpha p_{t*}$, где p_t – уровень потребительских цен с параметрическим регулированием; p_{t*} – уровень потребительских цен базового варианта, $\alpha = 0.09$. Это неравенство означает, что при параметрическом регулировании допускается повышение уровня потребительских цен по сравнению с базовым вариантом (без параметрического регулирования) не более чем на 9% на всем промежутке времени регулирования. Найденный оптимальный закон параметрического регулирования имеет вид

$$G^s = (0.46(Y_t - Y_0)/Y_0 + 1)G_*^s.$$

При использовании этого закона в 2015 г. ВВП страны возрастает на 2.83%, а уровень потребительских цен – на 8.80% по сравнению с базовым вариантом.

3. Определение оптимального в смысле критерия K закона из набора (11) по финансовым вложениям из государственного бюджета в инновационную составляющую экономики, а также в сектор науки и образования и по ставке одного из налогов на базе CGE-модели с сектором знаний (Макаров и др., 2007, гл. 2) при ограничении на рост потребительских цен. Найденный оптимальный закон параметрического регулирования по налогу на прибыль организаций T^{pr} имеет вид:

$$T^{pr} = 2.29(Y_{3,t} - Y_{3,0})/Y_{3,0} + T^{pr}_{*}.$$

Здесь $Y_{3,t}$ – ВДС третьего сектора прочих отраслей экономики в год t.

При использовании указанного оптимального закона параметрического регулирования налога на прибыль организаций T^{pr} в 2015 г. ВВП страны возрастает на 17.79%, а уровень потребительских цен падает на 16.75% по сравнению с базовым вариантом.

4. Определение оптимальной в смысле критерия K пары законов из набора (11) с ограничением на рост потребительских цен. Здесь первый закон пары применяется для регулирования финансовых вложений из государственного бюджета в инновационную составляющую экономики, а также в сектор науки и образования G^s, второй закон – для регулирования ставки одного из налогов. Найденная оптимальная пара законов параметрического регулирования имеет вид:

$$G^s = (0.46(Y_t - Y_0)/Y_0 + 1)G^s_{*}, \quad T^{pr} = 2.16(Y_{3,t} - Y_{3,0})/Y_{3,0} + T^{pr}_{*}.$$

При использовании указанной оптимальной пары законов параметрического регулирования параметров G^s, T^{pr} в 2015 г. ВВП страны возрастает на 19.34%, а уровень потребительских цен падает на 13.3% по сравнению с базовым вариантом. Результаты расчетов ВВП по экспериментам 3 и 4 также представлены на рис. 1 (графики 3 и 4, соответственно).

3.2. Исследование зависимости оптимального закона параметрического регулирования от значений неуправляемых параметров на базе CGE-модели с сектором знаний. Рассмотрим зависимость результатов выбора закона параметрического регулирования на уровне параметра T^{pr} от двух неуправляемых параметров $P_{b\%}$ и O^{p1}_{3n} ($P_{b\%}$ – ставка по депозитам для пред-

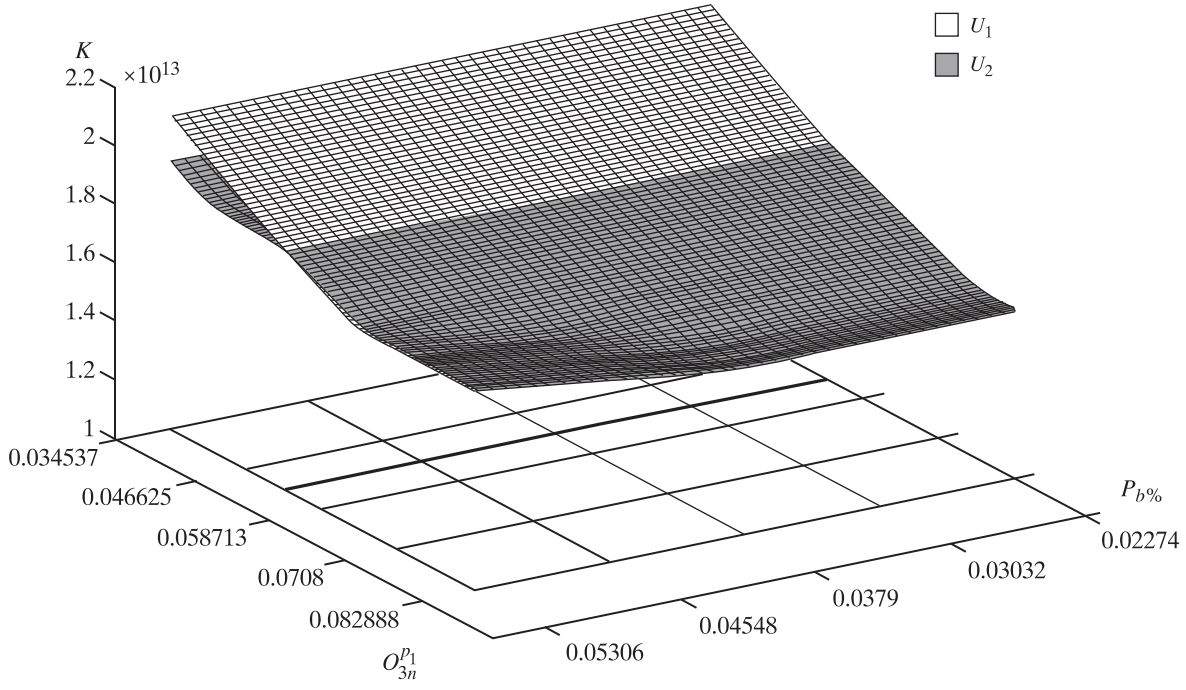

Рис. 2. Графики зависимостей значений критерия K для двух оптимальных законов параметрического регулирования от неуправляемых параметров $P_{b\%}$, O^{p1}_{3n}, руб.

приятий; O_{3n}^{p1} – доля бюджета, идущего на покупку инновационных товаров), значения которых принадлежат некоторой области (прямоугольнику) Λ на плоскости. Другими словами, найдем возможные точки бифуркации для исследуемой вариационной задачи выбора оптимального закона параметрического регулирования рассматриваемой CGE-модели.

В результате вычислительного эксперимента были получены графики зависимостей оптимального значения критерия K от значений параметров $P_{b\%}$, O_{3n}^{p1} для каждого из 11 возможных законов U_i. На рис. 2 представлены графики для законов U_1 и U_2, которые дают наибольшие значения критерия в области Λ, линия пересечения этих поверхностей и проекция линии пересечения на область значений параметров $P_{b\%}$, O_{3n}^{p1}. Эта проекция состоит из бифуркационных точек параметров $P_{b\%}$, O_{3n}^{p1}. Она делит прямоугольник Λ на две части, в одной из которых оптимальным является закон управления

$$U_1 = T^{pr} = -k_1(K_{2,t} - K_{2,0})/K_{2,0} + T_*^{pr},$$

а в другой –

$$U_2 = T^{pr} = k_2(Y_{3,t} - Y_{3,0})/Y_{3,0} + T_*^{pr}.$$

Здесь $K_{2,t}$ – основные фонды инновационного сектора для года t. На линии проекции оба закона являются оптимальными.

По исходу данного исследования зависимости результатов решения рассматриваемой задачи вариационного исчисления от значений нерегулируемых параметров $P_{b\%}$, O_{3n}^{p1} к выбору оптимальных законов параметрического регулирования можно подойти следующим образом. Если в прямоугольнике Λ значения параметров $P_{b\%}$, O_{3n}^{p1} находятся левее линии бифуркации (см. рис. 2), то в качестве оптимального закона рекомендуется закон U_1, если правее – то закон U_2, а если на линии бифуркации, то можно рекомендовать любой закон из двух – U_1 или U_2.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Ашимов А.А., Боровский Ю.В., Султанов Б.Т. и др. (2009): Элементы теории параметрического регулирования эволюции экономической системы страны. М.: Физматлит.

Макаров В.Л., Бахтизин А.Р., Сулакшин С.С. (2007): Применение вычислимых моделей в государственном управлении. М.: Научный эксперт.

Ashimov A.A., Iskakov N.A., Borovskiy Yu.V. et al. (2008): On the Development and Usage of the Market Economy Parametrical Regulation Theory on the Basis of One-Class Mathematical Models. In: "*Proceedings 19th International Conference on Systems Engineering*". Las Vegas: IEEE Computer Society.

Ashimov A.A., Sagadiyev K.A., Borovskiy Yu.V. et al. (2007): Multi-Targeted Parametrical Regulation of Market Economy Development with the Account of Non-Controlled Parameters Influence. In: "*Proceedings of the 10th IASTED International Conference on Intelligent Systems and Control*". Cambridge: Editor L.M. Sztandera.

Ashimov A.A., Sagadiyev K.A., Borovskiy Yu.V. et al. (2008): On the Market Economy Development Parametrical Regulation Theory // *Kybernetes, The international Journal of Cybernetics, Systems and Management Sciences*. Vol. 37. № 5.

Dixon P.B., Rimmer M.T. (2001): Forecasting and Policy Analysis with a Dynamic CGE-Model of Australia. Victoria, Australia: Centre of Policy Studies, Monash University.

Khrustalev M.M., Matrosov V.M., Arnautov O.V. et al. (1993): On Highagregative Model of Russia Development. In: "*Analysis of development instability on the base of mathematical modeling*". Moscow. Preprints of the Second International Workshop "Analysis of Development Instability on the Base of Mathematical Modeling". М.: изд-во В.М. Матросова.

Поступила в редакцию
09.10.2009 г.

On Application of the Parametrical Regulation Theory for of Computable General Equilibrium Models

A.A. Ashimov, B.T. Sultanov, Zh.M. Adilov, Yu.V. Borovskiy, N.Yu. Borovskiy, As.A. Ashimov

The authors present some results of the development of parametrical regulation theory elements taking into consideration the CGE models peculiarities. The effectiveness of parametrical regulation theory application on the example of one of CGE model is shown. Suggested are the optimal laws of parametrical regulation (for one or two parameters) of economical system development on the basis of the examined mathematical model. The bifurcation line for the given area of uncontrolled parameters values is constructed.

Keywords: computable general equilibrium models, parametrical regulation, discrete dynamic system (semi cascade), variation calculus task, extremal bifurcation.