ЭКОНОМИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ, 2010, том 46, № 4, с. 69–81

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

ОПТИМИЗАЦИЯ УЧАСТИЯ ГОСУДАРСТВА В СОФИНАНСИРОВАНИИ ПРОЕКТОВ В УСЛОВИЯХ ГОСУДАРСТВЕННО-ЧАСТНОГО ПАРТНЕРСТВА*

© 2010 г. А.Д. Сластников

(Москва)

В рамках теории реальных опционов разрабатывается математическая модель, позволяющая исследовать потенциальные возможности государственной поддержки инвестиционных проектов, реализуемых с помощью механизма государственно-частного партнерства. На основе этой модели предлагается оптимизационный (с точки зрения бюджетного эффекта) подход к определению степени участия государства в совместном финансировании таких проектов. Проводится анализ влияния различных параметров модели на размер оптимальной доли государственного софинансирования проектов.

Ключевые слова: государственно-частное партнерство, инвестиционный проект, бюджетный эффект, реальные опционы.

1. ВВЕДЕНИЕ

1.1. Основные черты ГЧП. В настоящее время в развитых и переходных экономиках успешно используются новые формы делового сотрудничества государства с бизнесом в виде государственно-частного партнерства (ГЧП)[1]. В отечественной литературе ГЧП в широком смысле определяется как институциональный и организационный альянс между государством и бизнесом в целях реализации национальных и международных, масштабных и локальных, но общественно значимых проектов в широком спектре сфер деятельности – от развития стратегически важных отраслей промышленности и научно-исследовательских конструкторских работ до обеспечения общественных услуг. Как правило, каждый такой альянс является временным, он создается на определенный срок в целях осуществления конкретного проекта и прекращает существование после его реализации (Варнавский, 2004).

Под ГЧП в узком смысле обычно понимается совместное финансирование (либо иное финансовое участие государства) крупномасштабных проектов.

Основополагающим принципом ГЧП является совмещение частной инициативы с государственным регулированием – инструментом соблюдения общественных интересов (занятость, налогообложение, социальная сфера), а также распределение рисков между партнерами.

За счет ГЧП государство получает возможность снижать государственные расходы и сроки реализации проектов, изменять формы контроля над производством, передавать некоторые убыточные отрасли (например, ЖКХ) частному бизнесу. ГЧП позволяет бизнесу расширить доступ к отраслям, считавшимся ранее прерогативой государства, получить финансовую поддержку со стороны государства на внутреннем и мировом рынках.

В отличие от других форм сотрудничества бизнеса с государством ГЧП обладает следующими специфическими признаками:

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 08-06-00154) и Российского гуманитарного научного фонда (проект 10-02-00271).

[1] Термин “государственно-частное партнерство” (ГЧП) является дословным переводом с англ. “public-private partnership” – PPP. В отечественной экономической литературе можно встретить и другие словосочетания: частно-государственное партнерство, частно-государственная кооперация, муниципально-частное партнерство, публично-частное партнерство, общественно-частное партнерство (Колесникова, 2008).

1) соглашения о партнерстве для создания и эксплуатации конкретного объекта на определенный период времени;

2) специфические формы финансирования проектов (за счет частных инвестиций, дополненных государственным финансированием);

3) порядок разделения ответственности между партнерами (государство определяет цели проекта, качественные и стоимостные параметры с позиции общественных интересов, осуществляет мониторинг реализации проекта, а частный партнер – оперативную деятельность на разных стадиях проекта: разработки, финансирования, строительства и эксплуатации, управления, практической реализации услуг потребителям);

4) разделение рисков между участниками проекта в соответствии с соглашениями (государство берет на себя большую часть строительных рисков и рисков от колебания спроса, а риск неуплаты платежей, как правило, возлагается на частного партнера) (Дерябина, 2008).

В настоящее время не существует единой общепринятой классификации видов ГЧП. Обычно ГЧП можно встретить в форме контрактов на управление и обслуживание, аренду и временную передачу прав, концессионных соглашений, акционирования или долевого участия частного капитала в государственных предприятиях (совместные предприятия). Наиболее распространенными являются такие виды ГЧП, как управляющие контракты, аренда и концессионные соглашения. Основные отличия различных видов сводятся к особым условиям передачи частному бизнесу государственного имущества, формам оплаты за его использование, распределению инвестиций и коммерческих рисков, а также продолжительности сотрудничества. В мировой практике существует более детальная классификация делового взаимодействия частного бизнеса и государства (подробнее см., например, (Андрюшкевич, Денисова, 2009)).

Наибольшее развитие ГЧП получило в транспортной (автодороги, железные дороги, аэропорты, порты, трубопроводный транспорт) и социальной (здравоохранение, образование, развлечение, туризм) инфраструктуре, жилищно-коммунальном хозяйстве (водо-, электро-, газоснабжение, очистка воды и др.), инновациях (телекоммуникационная инфраструктура), сфере социальных услуг. Лидирующей является транспортная инфраструктура, за ней (с небольшим отрывом) следует социальная сфера (Рожкова, 2008).

Особенности использования различных видов ГЧП связаны в основном с развитием рыночных отношений и конкретными экономическими потребностями страны.

В развитых странах ГЧП применяется для укрепления экономических, территориальных и социальных связей между частным бизнесом, государством и обществом в целом. В экономическом плане оно направлено на модернизацию и развитие инфраструктуры и транспорта, энергетики, жилищно-коммунального хозяйства, здравоохранения (строительство, реконструкция и управление больничными учреждениями), культуры (реставрация памятников, строительство и реконструкция музейных комплексов), телекоммуникаций, инновационной сферы.

В странах с переходной экономикой практика ГЧП не столь велика, как в развитых, что связано со слабостью рынка капитала, ограниченной покупательной способностью потенциальных пользователей объектов ГЧП, слабым развитием соответствующих рыночных институтов. Здесь ГЧП рассматривается прежде всего как фактор экономического роста, способный привлечь на взаимовыгодной основе как отечественный, так и иностранный частный капитал. Поэтому проекты ГЧП в переходных экономиках имеют выраженную инвестиционную направленность и приобретают характер инвестиционных проектов.

1.2. ГЧП в России. Основные положения о государственно-частном партнерстве в России были представлены в Программе социально-экономического развития Российской Федерации на среднесрочную перспективу (2005–2008 гг.). Эта форма сотрудничества рассматривается как эффективный институт взаимодействия государства с бизнесом для формирования экономической политики, повышения инновационной активности, развития экономической и социальной инфраструктуры. Приоритетными направлениями являются: производственная и транспортная инфраструктура (строительство и эксплуатация дорог, электрических сетей, портов, трубопроводов); жилищно-коммунальное хозяйство; финансирование научных исследований, имеющих перспективы коммерциализации, развитие инновационной инфраструктуры; профессиональное

образование и система переподготовки кадров; здравоохранение и социальные услуги; информационно-консультационная поддержка предпринимательской деятельности. Основные инструменты реализации ГЧП в России: создание и функционирование особых экономических зон (ОЭЗ); использование Инвестиционного фонда РФ; реализация механизмов, предусмотренных Федеральным законом от 21 июля 2005 г. № 115-ФЗ "О концессионных соглашениях"; формирование институтов развития, в том числе банков развития, венчурных инновационных фондов и т.п.

В настоящее время формируются условия для применения механизмов ГЧП. Так, для концессионных соглашений приняты базовые нормативные правовые акты, проведены первые конкурсы на право заключения концессионного соглашения. Созданы первые ОЭЗ: две – промышленно-производственного типа (Елабуга, Липецк), четыре – технико-внедренческого типа (Дубна, Санкт-Петербург, Томск, Зеленоград), семь – туристско-рекреационных (Республика Алтай, Алтайский край, Иркутская область, Бурятия (две), Краснодарский край, Кавказские Минеральные Воды). Планируется создать три портовые зоны (Ульяновская область, Хабаровский и Красноярский края). Кроме того, уже более десяти лет функционируют еще две ОЭЗ (Калининградская и Магаданская области), обладающие особым статусом.

По данным Международного центра социально-экономических исследований "Леонтьевский центр", большая часть реализующихся в настоящее время или уже реализованных проектов ГЧП относится к сфере ЖКХ, благоустройства, инженерной структуры. Большинство из них осуществляется в форме контрактов на обслуживание, затем идут договоры аренды, далее – контракты на строительство, эксплуатацию и передачу. Одним из наиболее успешных проектов ГЧП в России считается проект по завершению строительства Юго-Западных очистных сооружений (ЮЗОС) в Санкт-Петербурге. Этот проект был признан одним из важнейших международных проектов по защите Балтийского моря, к участию в его финансировании были привлечены также западные партнеры (Государственно-частное партнерство, 2009, с. 36–37).

Одним из основных каналов реализации инвестиционных проектов, стратегически значимых для государства, которые осуществляются на условиях государственно-частного партнерства, является Инвестиционный фонд РФ, сформированный в 2006 г. Предполагается, что государство будет финансировать бизнес-проекты сметной стоимостью не менее 5 млрд руб. при участии частного инвестора не менее 25% сметной стоимости, направленные на развитие инфраструктуры (в том числе социальной) общегосударственного значения, элементов национальной инновационной системы, реализацию институциональных преобразований, а также на разработку соответствующей проектной документации. Господдержка инвестиционных проектов осуществляется в течение пяти лет в виде софинансирования проекта на договорных условиях, участия в акционерном капитале компаний, предоставления государственных гарантий под инвестиционные проекты. С июня 2008 г. Инвестиционный фонд РФ начал также выделять средства на реализацию региональных и межрегиональных проектов (при финансировании частным инвестором не менее 50% сметной стоимости проекта). При этом была существенно снижена (до 500 млн руб.) минимальная сметная стоимость региональных проектов, скорректирована методика расчета показателей и критериев эффективности региональных проектов, претендующих на получение средств Инвестиционного фонда РФ.

Отбор инвестиционных проектов на предоставление государственной поддержки за счет Инвестиционного фонда РФ проводится Министерством регионального развития РФ в рамках многоэтапного конкурса на основе ряда качественных и количественных критериев. Качественные критерии отбора включают: соответствие приоритетным программам развития на среднесрочную перспективу; наличие частного партнера; невозможность реализации проекта без государственной поддержки; наличие положительных социальных эффектов. Инвестиционные проекты, соответствующие качественным критериям, подлежат дальнейшему отбору уже по количественным критериям, основанным на показателях финансовой эффективности (NPV, внутренняя норма доходности), бюджетной эффективности (отношение дисконтированных налоговых поступлений к суммарному объему государственной поддержки) и экономической эффективности (вклад инвестиционного проекта в увеличение ВВП или валового регионального продукта) – подробнее см. (Постановление Правительства, 2009).

К настоящему времени утверждено 20 инвестиционных проектов, имеющих общегосударственное значение, для реализации которых предоставляется господдержка из средств Инвестиционного фонда РФ в объеме более 320 млрд руб., а также 23 региональных инвестиционных проекта, на реализацию которых из средств фонда предполагается выделить около 13 млрд руб.[2] Что касается эффективности этих проектов, то по оценкам Минрегионразвития России на 1 руб. средств из федерального бюджета будет привлекаться в среднем более 2.1 руб. частных инвесторов. В условиях современного кризиса реализация проектов фонда может стать инструментом повышения занятости, загрузки имеющихся и создания новых производственных мощностей, дополнительного наполнения бюджетов разных уровней. Следует, однако, сказать, что Правительством РФ уже отмечена целесообразность ревизии одобренных проектов Инвестиционного фонда РФ на предмет их актуальности в текущих условиях, поскольку из-за кризиса часть инвесторов может отказаться от финансирования проектов.

1.3. Обзор некоторых моделей ГЧП. Проекты ГЧП вызывают большие проблемы при планировании, реализации и функционировании в силу сложных структурных зависимостей, существования разных интересов между участвующими сторонами и неопределенностей. Для обоснования и реализации ГЧП-проект должен прежде всего показать свою экономическую и финансовую состоятельность. Традиционные методы оценивания – с применением критериев типа “инвестировать сейчас или никогда” для дисконтированных денежных потоков (NPV) или внутренней нормы доходности (IRR) – приводят к неадекватным результатам, поскольку они не могут учесть многие специфические черты ГЧП-проектов (высокая неопределенность, различные риски, государственные гарантии, возможность принятия гибких решений в результате переговоров и т.п.). В условиях неопределенности будущих денежных потоков во многих случаях существует возможность отложить инвестирование для того, чтобы получить новую информацию и заново оценить эффективность. Такое откладывание инвестиций может оказаться целесообразным даже при положительной величине чистого приведенного дохода (NPV) от проекта.

Одним из альтернативных методов оценивания проектов являются реальные опционы. Использование метода реальных опционов позволяет учесть гибкость управленческих решений, в частности касающихся выбора моментов начала инвестирования и прекращения проекта, длительности периода концессии и др., особенно на поздних стадиях реализации проектов, когда могут возникать непредсказуемые события.

Уже появилось достаточно много работ, посвященных использованию метода реальных опционов для оценивания крупных инфраструктурных проектов и концессионных соглашений. В частности, в (Ho, Liu, 2001) была предложена общая модель описания концессионного соглашения по схеме BTO (Build–Transfer–Operate), которая учитывает неопределенность денежных потоков от проекта и строительных затрат, риск банкротства, систему государственных гарантий.

Возможности опциона откладывания, а также опциона длительности периода концессии для проектов платных дорог и другой инфраструктуры были продемонстрированы в (Rose, 1998; Garvin, Cheah, 2004; Huang, Chou, 2006). В (Pantouvakis, Vandoros, 2006) для гипотетического проекта платной дороги было проведено сравнение традиционного NPV-метода и трех реальных опционов для оценки эффективности проекта. Показано, что использование реальных опционов позволяет действительно улучшить оценку проекта. Хотя многие недостатки традиционного оценивания по NPV переносятся и на реальные опционы (например, точность прогнозирования денежных потоков), основное преимущество реально-опционного анализа состоит в более четком понимании процесса принятия решений, который имеет место для ГЧП-проектов.

Проект автоматизированных платных дорог Melbourne CityLink в рамках теории реальных опционов изучался в (Alonso-Conde, Brown, Rojo-Suarez, 2007). Показано, как с помощью опционов можно оценить условия соглашения между общественным и частным секторами, касающиеся системы гарантий и распределения рисков. В качестве базовых опционов при этом рассматривались опцион откладывания концессионером своих платежей и опцион отмены концессии государством. Исследовалось, как эти опционы влияют на стимулирование инвестиций и распределение получаемых доходов между общественным и частным секторами.

[2] Данные взяты из (Инвестиционный фонд РФ, 2010).

Опционы для оценивания проектов развития аэропорта изучались в (Smit, 2003) на основе комбинации теории реальных опционов и теории игр. Описание широкого круга реальных опционов, связанных с инвестированием в создание аэропорта, представлено в (Gil, 2007). Авторы (Pereira, Rodrigues, Armada, 2007) моделировали процесс инвестирования строительства аэропорта в ситуации, когда доходы и число пассажиров аэропорта ведут себя стохастическим образом.

Различные субсидии, гарантии и другие стимулы в инфраструктурных проектах, реализуемых на принципах ГЧП, улучшающие оценку их эффективности, изучались, например, в (Cheah, Liu, 2006; Chiara, Garvin, Vecer, 2007) – гарантии минимального спроса, (Mason, Baldwin, 1988) – гарантии по кредитам.

В работе (Armada, Pereira, Rodrigues, 2008) исследованы стимулы, которые правительство может предложить для немедленного инвестирования в строительство аэропорта. Они призваны компенсировать частной компании потерю возможности отложить реализацию проекта (опцион откладывания), приводя к оптимальному решению – инвестировать немедленно. В качестве таких стимулов рассматриваются субсидии на начальные инвестиции, доплаты на доход от каждого пассажира, гарантированное число пассажиров. Проведен сравнительный анализ этих стимулов с различных точек зрения, изучено их влияние на оценку эффективности проекта.

Одна из основных проблем, возникающих при разработке механизма реализации ГЧП в конкретных проектах, состоит в определении “оптимальной” (с различных точек зрения) степени участия государства в этих проектах. В большинстве упомянутых выше работ такая проблема не ставится, однако проводится сравнительный анализ различных вариантов реализации механизма партнерства (среди небольшого числа альтернатив).

Отметим еще работу (Бруссер, Рожкова, 2007), в которой изучается детерминированная модель реализации инвестиционного проекта по концессионной схеме ВТО. Совместное финансирование в ней со стороны государства и частного инвестора происходит в каждый (дискретный) момент времени, и авторы рассматривают задачу определения оптимальной доли участия инвестора в общем объеме инвестиций, исходя из принципа максимизации NPV инвестора.

В настоящей работе в рамках теории реальных опционов разрабатывается математическая модель, которая позволяет исследовать потенциальные возможности государственной поддержки инвестиционных проектов (разд. 2). На основе этой модели в разд. 3 предлагается оптимизационный (с точки зрения бюджетного эффекта) подход к определению степени участия государства в совместном финансировании проектов, реализуемых с помощью механизма государственно-частного партнерства. В разд. 4 проводится анализ влияния различных параметров модели на размер оптимальной доли государственного софинансирования проектов.

2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Основным объектом модели является некоторый инвестиционный проект, например создание нового производственного предприятия. Особенностями такого рода проектов являются:

– неопределенность денежных потоков (в силу случайных колебаний цен на расходуемые ресурсы и выпускаемую продукцию);

– невозвратность инвестиций (сделанные инвестиции уже не могут быть изъяты из проекта и использованы для других целей);

– решение об инвестировании принимается на основе текущей информации о рыночных ценах на затрачиваемые ресурсы и выпускаемую продукцию, имеющей стохастический характер;

– в каждый момент времени инвестор может либо принять решение инвестировать, либо отложить это решение до получения новой информации.

2.1. Денежные потоки. Поток прибыли реализованного инвестиционного проекта (до уплаты налогов) моделируется с помощью случайного процесса $(\pi_t,\ t \geq 0)$, заданного на некотором вероятностном пространстве $(\Omega, F, (F_t,\ t \geq 0))$ с потоком σ-алгебр F_t. Как обычно, F_t может интерпретироваться как наблюдаемая информация о системе до момента времени t, а π_t считается

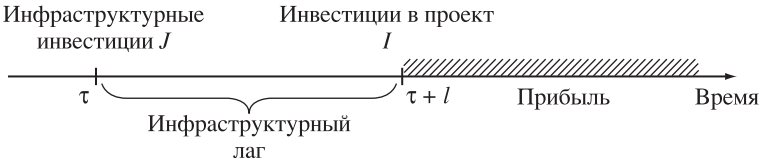

Рис. 1

согласованным с F_t. Время жизни проекта (после начала реализации) для простоты предполагается бесконечным.

Процесс реализации инвестиционного проекта предполагается двухэтапным. На первом этапе создается инфраструктура, финансирование которой (в объеме J) полностью берет на себя государство. Такие обязательства со стороны государства установлены, в частности, Федеральным законом от 22 июля 2005 г. № 116-ФЗ "Об особых экономических зонах в Российской Федерации". Формирование инфраструктуры занимает определенное время l (инфраструктурный лаг), по окончании которого делаются инвестиции объема I для реализации собственно самого проекта (рис. 1).

В этих инвестициях участвуют как государство, так и частный инвестор, а соответствующие "доли участия" (θ – для государства, $1 - \theta$ – для инвестора) устанавливаются на договорной основе. Для простоты полагаем, что инвестиции собственно в проект являются мгновенными и необратимыми, т.е. начинают сразу приносить прибыль и не могут быть изъяты из проекта после начала его реализации. Предполагается также, что объемы инвестиций в инфраструктуру и собственно в проект не зависят от момента инвестирования. Хотя такое предположение выглядит не вполне естественным, особенно в условиях нынешнего финансового и экономического кризиса, его можно существенно ослабить, моделируя инвестиции с помощью случайных процессов (аналогично потоку прибыли). Однако получающиеся при этом формулы будут выглядеть гораздо сложнее. Налоговая система представлена в модели коэффициентом общей налоговой нагрузки γ на прибыль от реализованного проекта, которая составляет долю прибыли, направляемую на уплату налогов.

Пусть τ – момент начала реализации проекта, т.е. момент инвестирования в создание необходимой инфраструктуры.

Ожидаемый чистый дисконтированный доход (после уплаты налогов) от эксплуатации проекта, приведенный к моменту инвестирования τ, определяется выражением

$$V_\tau = \mathbf{E}\left(\int_{\tau + l}^{\infty} (1 - \gamma)\pi_t \mathrm{e}^{-\rho(t-\tau)}\, dt \,|\, F_\tau \right), \tag{1}$$

где ρ – норма дисконта, а $\mathbf{E}(\cdot \mid F_\tau)$ обозначает условное математическое ожидание при известной информации о системе до момента τ.

2.2. Выбор момента инвестирования. Поведение потенциального инвестора предполагается рациональным в том смысле, что, имея (в каждый момент времени) информацию о сложившихся рыночных ценах и прогноз ожидаемой приведенной прибыли от будущего проекта, он может либо принять решение о начале реализации инвестиционного проекта, либо отложить его до наступления более благоприятной ситуации. Задача (частного) инвестора состоит в том, чтобы на основе указанной выше информации выбрать момент начала реализации проекта τ таким образом, чтобы ожидаемый чистый приведенный доход от реализованного проекта (NPV) был максимальным:

$$\mathbf{E}\,[V_\tau - (1 - \theta)/\mathrm{e}^{-\rho l}]\,\mathrm{e}^{-\rho\tau} \to \max_\tau, \tag{2}$$

где максимум берется по всем марковским моментам $\tau \geq 0$ (относительно потока σ-алгебр $(F_t,\, t \geq 0)$).

Момент инвестирования (правило инвестирования) и определяет поведение инвестора. Оптимальный момент инвестирования τ^* (решение задачи (2)) зависит от доли θ – степени участия государства в начальных инвестициях: $\tau^* = \tau^*(\theta)$.

2.3. Математические предположения. Будем считать, что поток прибыли от проекта π_t описывается процессом геометрического броуновского движения с темпом роста α и волатильностью $\sigma > 0$ (характеризующей неопределенность):

$$d\pi_t = \pi_t(\alpha dt + \sigma dw_t), \tag{3}$$

где $(w_t, t \geq 0)$ – винеровский процесс.

Описанная схема восходит к известной модели МакДональда–Зигеля (McDonald, Siegel, 1986), которая легла в основу теории реальных опционов (см., например, (Dixit, Pindyck, 1994)). Более сложные варианты этой схемы, детально учитывающие структуру денежных потоков предприятия и различные налоги, можно найти, например, в (Аркин, Сластников, Аркина, 2004а, 2004б). В работе (Аркин, Сластников, 2008) авторы предложили простую (одноэтапную) модель совместного финансирования инвестиционных проектов в рамках государственно-частного партнерства, в которой не учитывались инфраструктурные инвестиции.

Моделирование прибыли в виде процесса геометрического броуновского движения широко используется в теории реальных опционов и финансовой математике. Такой вид процесса следует из достаточно общих предположений о структуре случайных процессов: положительности и непрерывности траекторий, независимости относительных приращений от прошлого и однородности их по времени (подробнее см. (Arkin, Slastnikov, Shevtsova, 1999)). Параметры геометрического броуновского движения (3) имеют естественную экономическую интерпретацию: они являются средним значением и дисперсией (волатильностью) мгновенного темпа изменения процесса, т.е. $\mathbf{E}(d\pi_t/\pi_t) = \alpha dt$, $\mathbf{D}(d\pi_t/\pi_t) = \sigma^2 dt$.

Нетрудно подсчитать, что при выдвинутых выше предположениях относительно процесса прибыли ожидаемый чистый дисконтированный доход от эксплуатации проекта (1) составит

$$V_\tau = \frac{1-\gamma}{\rho-\alpha}\,\pi_\tau \mathrm{e}^{-(\rho-\alpha)l}. \tag{4}$$

2.4. Оптимальный момент инвестирования. Как показывает следующий результат, оптимальное поведение инвестора в предложенной модели задается некоторым уровнем (порогом). Более того, можно указать явную зависимость этого оптимального порога от объема инвестиций (в собственно проект) и доли государственного участия в них, длительности инфраструктурного лага, показателя общей налоговой нагрузки на прибыль, величины дисконта, параметров роста и разброса прибыли.

Теорема 1. *Если* $\alpha < \rho$, *то оптимальный момент инвестирования в задаче* (2) *равен*

$$\tau^* = \min\{t \geq 0:\ \pi_t \geq \pi^*\}, \quad \text{где} \quad \pi^* = \frac{\beta}{\beta-1}\cdot\frac{\rho-\alpha}{1-\gamma}(1-\theta)\mathrm{e}^{-\alpha l} I, \tag{5}$$

а β – *положительный корень уравнения*

$$0.5\sigma^2\beta(\beta-1) + \alpha\beta - \rho = 0. \tag{6}$$

Доказательство. Поскольку оптимальный момент инвестирования является оптимальным моментом остановки в задаче (2), то для доказательства теоремы достаточно воспользоваться общим результатом об оптимальной остановке для линейного функционала от геометрического броуновского движения (см., например, (Аркин, Сластников, Аркина, 2004а)). ■

Заметим, что при условии $\rho > \alpha$ показатель β будет больше единицы.

Обозначим

$$b = \frac{\pi_0(1-\gamma)(\beta-1)}{I(\rho-\alpha)\beta}\mathrm{e}^{\alpha l}.$$

Как нетрудно убедиться, что из (5) при $\theta \geq 1 - b$ имеем $\pi_0 \geq \pi^*$ и, следовательно, оптимальный момент $\tau^* = 0$. Поэтому будем предполагать, что $b < 1$, иначе оптимальный момент инвестирования, всегда будет нулевым.

3. ОПТИМИЗАЦИЯ ДОЛИ ГОСУДАРСТВЕННОГО СОФИНАНСИРОВАНИЯ

3.1. Задача оптимизации. Размер государственной поддержки определяет, как отмечалось ранее, оптимальный момент начала реализации инвестиционного проекта (создание инфраструктуры) τ^* и вместе с ним ожидаемые дисконтированные налоговые поступления от реализуемого проекта в бюджет. В качестве критерия для сравнения различных вариантов государственной поддержки реализации инвестиционного проекта рассматривается показатель бюджетного эффекта, который в данной работе представляет собой разность между дисконтированными налоговыми поступлениями от реализованного проекта в бюджет и общим объемом государственной поддержки (включая затраты на создание необходимой инфраструктуры). В рамках описанной выше модели бюджетный эффект от проекта (при оптимальном поведении инвестора) равен

$$B(\theta) = \mathbf{E}\left(\int\limits_{\tau^*+l}^{\infty} \gamma \pi_t \mathrm{e}^{-\rho(t-\tau^*)}\, dt - J - \theta I \mathrm{e}^{-\rho l} \right) \mathrm{e}^{-\rho\tau^*}. \tag{7}$$

Для оценки потенциальных возможностей софинансирования государством инвестиционного проекта предлагается оптимизационный подход, при котором доля софинансирования выбирается таким образом, чтобы соответствующий бюджетный эффект был максимальным:

$$B(\theta) \to \max_{\theta_1 \le \theta \le \theta_2}, \tag{8}$$

где максимум берется по всем долям θ из заданного допустимого множества $\theta_1 \le \theta \le \theta_2$.

Ограничения на долю государственного финансирования возникают, например, когда государственная поддержка реализации инвестиционного проекта осуществляется через Инвестиционный фонд РФ. В этом случае частный инвестор должен вложить не менее 25% сметной стоимости инвестиционного проекта.

Заметим, что если бы в качестве показателя бюджетного эффекта был взят "индекс бюджетной эффективности" – по схеме отношения дисконтированных налоговых поступлений к общему объему государственной поддержки[3] $B(\theta)/(J + \theta I \mathrm{e}^{-\rho l})$, то задача оценки и оптимизации государственного участия при таком индексе теряет смысл. Так, например, если инфраструктурных затрат нет и нижняя граница $\theta_1 = 0$, то $B(\theta)/\theta$ неограниченно возрастает при $\theta \to 0$.

Используя теорему 1, можно выписать явную формулу для бюджетного эффекта (7).

При $\theta \ge 1 - b$, как отмечалось выше, $\tau^* = 0$, поэтому имеем

$$B(\theta) = \gamma \frac{\pi_0}{\rho - \alpha} \mathrm{e}^{-(\rho-\alpha)l} - J - \theta I \mathrm{e}^{-\rho l} = \left[\frac{\gamma}{1-\gamma} \frac{\beta}{\beta - 1} b - \psi - \theta \right] I \mathrm{e}^{-\rho l},$$

где $\psi = J/(I \mathrm{e}^{-\rho l})$ – отношение инвестиций в инфраструктуру к инвестициям в собственно проект, приведенным к моменту вложений в инфраструктуру (относительные инфраструктурные затраты).

При $\theta < 1 - b$ из формулы Фейнмана–Каца имеем $\mathbf{E}\mathrm{e}^{-\rho\tau^*} = (\pi_0/\pi^*)^{\beta}$. Отсюда и из теоремы 1 окончательно получаем

$$B(\theta) = \begin{cases} \left(\dfrac{\gamma}{1-\gamma} \dfrac{\beta}{\beta-1} b - \psi - \theta \right) \mathrm{e}^{-\rho l} I & \text{при} \quad \theta \ge 1 - b; \\ \left(\dfrac{\gamma}{1-\gamma} \dfrac{\beta}{\beta-1} (1-\theta) - \psi - \theta \right) (1-\theta)^{-\beta} b^{\beta} \mathrm{e}^{-\rho l} I & \text{при} \quad \theta < 1 - b. \end{cases} \tag{9}$$

Если нижняя граница ограничений на долю софинансирования θ_1 достаточно велика ($\theta_1 \ge 1 - b$), то при всех $\theta \ge \theta_1$ оптимальный момент инвестирования τ^* равен нулю. При этом, как

[3] Показатель такого типа описан в действующей Методике расчета показателей и применения критериев эффективности региональных инвестиционных проектов, претендующих на получение государственной поддержки за счет бюджетных ассигнований Инвестиционного фонда Российской Федерации (2008 г.).

видно из уравнений (9), бюджетный эффект убывает по θ, и, следовательно, оптимальная доля софинансирования со стороны государства θ^* совпадает с нижней допустимой границей θ_1. Поэтому в дальнейшем будем считать, что $\theta_1 < 1 - b$, что позволит избежать "вырожденных" ситуаций.

3.2. Оптимальная доля софинансирования. Теперь можно полностью характеризовать решение задачи (8) – оптимальную долю участия государства в финансировании инвестиционного проекта.

Для описания структуры решения нам будет удобно ввести функцию $g(\theta) = [\gamma - \theta - (1-\gamma)\psi]/[(1-\theta)$ для $0 \le \theta \le 1$.

Теорема 2. *Оптимальная доля государственного финансирования при ограничениях* $\theta_1 \le \theta \le \theta_2$ *равна*

$$\theta^* = \begin{cases} \theta_1 & \textit{при} \quad \beta g(\theta_1) \le 1-\gamma; \\ \gamma - (1-\gamma)(1-\gamma+\beta\psi)/(\beta+\gamma-1) & \textit{при} \quad \beta g(\bar\theta) < 1-\gamma < \beta g(\theta_1); \\ \bar\theta & \textit{при} \quad \beta g(\bar\theta) \ge 1-\gamma, \end{cases} \tag{10}$$

где $\bar\theta = \min\{\theta_2, 1-b\}$.

Доказательство. Обозначим $f(\theta) = [c(1-\theta) - \psi - \theta](1-\theta)^{-\beta}$, где $c = [\gamma/(1-\gamma)][\beta/(\beta-1)]$. Как нетрудно подсчитать,

$$f'(\theta) = (1-\theta)^{-\beta-1}(\beta-1)\left[c - \frac{\beta\psi+1}{\beta-1} - \theta(c+1)\right],$$

таким образом, знак $f'(\theta)$ совпадает со знаком функции, стоящей в квадратных скобках и убывающей по θ.

Если $f'(\theta_1) \le 0$, то $f'(\theta) \le 0$ при $\theta \ge \theta_1$, т.е. функция $f(\theta)$ убывает при $\theta \ge \theta_1$, и (в силу формулы (9)) бюджетный эффект убывает по θ. Поэтому оптимальная доля софинансирования совпадает с нижней границей ограничений θ_1, при этом условие $f'(\theta_1) \le 0$, как нетрудно убедиться, равносильно $\beta g(\theta_1) \le 1-\gamma$.

Если $f(\bar\theta) \ge 0$, т.е. $\beta g(\bar\theta) \ge 1-\gamma$, то $f'(\theta) \ge 0$ при $\theta \le \bar\theta$, поэтому $B(\theta)$ возрастает по θ при $\theta \le \bar\theta$ и убывает при $\bar\theta \le \theta \le \theta_2$. Таким образом, в этом случае оптимальная доля $\theta^* = \bar\theta$.

Наконец, если $\beta g(\bar\theta) < 1-\gamma < \beta g(\theta_1)$, то $f'(\theta_1) > 0$, $f'(\bar\theta) < 0$, а максимум бюджетного эффекта достигается внутри отрезка $[\theta_1, \bar\theta]$, в точке θ^*, такой, что $f'(\bar\theta) = 0$. ■

При отсутствии затрат государства на создание инфраструктуры аналогичная формула была получена в работе (Аркин, Сластников, 2008).

Наряду с оптимальной долей софинансирования проекта имеет смысл рассматривать и оптимальную общую долю участия государства в реализации проекта с учетом инфраструктурных затрат:

$$k^* = \frac{J + \theta^* I e^{-\rho l}}{J + I e^{-\rho l}} = \frac{\psi + \theta^*}{\psi + 1}, \quad \psi = J/(I e^{-\rho l}). \tag{11}$$

Как легко увидеть, эта общая доля всегда больше, чем доля софинансирования собственно проекта: $k^* > \theta^*$. Оптимальная общая доля имеет (по теореме 2) следующую структуру.

Следствие. *Оптимальная общая доля государственного участия в финансировании проекта при ограничениях* $\theta_1 \le \theta \le \theta_2$ *равна*

$$k^* = \begin{cases} (\psi + \theta_1)/(\psi+1) & \textit{при} \quad \beta g(\theta_1) \le 1-\gamma; \\ (\gamma\beta + \gamma - 1/(\beta+\gamma-1) & \textit{при} \quad \beta g(\bar\theta) < 1-\gamma < \beta g(\theta_1); \\ (\psi + \bar\theta)/(\psi+1) & \textit{при} \quad \beta g(\bar\theta) \ge 1-\gamma, \end{cases} \tag{12}$$

где $\bar\theta = \min\{\theta_2, 1-b\}$.

4. МОДЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ОПТИМАЛЬНОЙ ДОЛИ СОФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследуем теперь, как влияют на оптимальную долю θ^* участия государства в финансировании инвестиционного проекта различные параметры модели.

4.1. Инфраструктура. Параметры, характеризующие инфраструктуру (объем затрат и длительность создания – инфраструктурный лаг), входят в оптимальную долю θ^* только в виде агрегированной величины $\psi = J/(I\mathrm{e}^{-\rho l})$, которая представляет собой отношение инвестиций в инфраструктуру к инвестициям в собственно проект, приведенным к моменту вложений в инфраструктуру, т.е. относительные инфраструктурные затраты.

Как можно видеть из формулы (10), оптимальная доля θ^* убывает с ростом относительных инфраструктурных затрат ψ. Более того, если $\psi > \gamma/(1-\gamma)$, то $g(\theta_1) < 0$ при любых $\theta_1 > 0$. По теореме 2 оптимальная доля софинансирования совпадает с нижней допустимой границей: $\theta^* = \theta_1$. Это означает, что если затраты на инфраструктуру достаточно велики по сравнению с затратами на реализацию собственно проекта, то государству невыгодно (с точки зрения бюджетного эффекта) увеличивать долю своего участия в финансировании проекта. При этом, конечно, необходимо учитывать, что инфраструктура создается, как правило, для реализации нескольких проектов. Проблема распределения затрат на создание инфраструктуры между участниками отдельных проектов представляет весьма сложную задачу и требует специального рассмотрения.

Однако если рассматривать оптимальную общую долю k^* участия государства в реализации проекта (определенную в (11)), то из (12) видно, что она возрастает с ростом относительных инфраструктурных затрат ψ. В предельном случае при неограниченном росте ψ общая доля k^* приближается к единице.

Переходя к исследованию влияния других параметров модели, заметим прежде всего, что вид зависимости оптимальных долей от других параметров будет одним и тем же как для доли θ^*, так и для общей доли k^*. Поэтому ниже мы будем говорить только об оптимальной доле θ^*.

4.2. Параметры проекта (темп роста прибыли и волатильность). Заметим, что оптимальная доля софинансирования θ^* зависит от параметров прибыли (среднего темпа роста и волатильности) реализуемого инвестиционного проекта только через показатель β, определенный в теореме 1. Из теоремы 2 нетрудно вывести, что оптимальная доля θ^* будет неубывающей функцией от β.

Так, дифференцируя обе части уравнения (6), определяющего показатель β, по σ, имеем $\partial\beta/\partial\sigma < 0$ при $\alpha + 0.5\sigma^2 > 0$. Таким образом, θ^* будет убывать (точнее, не возрастать) при увеличении показателя неопределенности σ.

Совершенно аналогично можно вывести, что $\partial\beta/\partial\alpha < 0$ при $\alpha + 0.5\sigma^2 > 0$, т.е. θ^* будет не возрастать и при увеличении среднего темпа роста прибыли α.

Предположим, что нижняя граница ограничений на долю θ_1 и относительные инфраструктурные затраты ψ таковы, что $\gamma - \theta_1 - (1-\gamma)\psi > 0$. Из уравнения (6) нетрудно вывести, что при положительных темпах роста α справедливо неравенство $\beta < \rho/\alpha$. Поэтому если выполняется соотношение $\alpha > \dfrac{\rho}{1-\gamma}\, g(\theta_1) = \dfrac{\rho}{1-\theta_1}\left(\dfrac{\gamma-\theta_1}{1-\gamma} - \psi\right)$, то $\beta g(\theta_1) < 1-\gamma$ и в силу теоремы 2 $\theta^* = \theta_1$.

Это означает, что если темп роста потока прибыли от проекта достаточно велик, государству невыгодно (с точки зрения бюджетного эффекта) участвовать в софинансировании проекта. Иными словами, государству выгодно участвовать в совместном финансировании лишь не очень прибыльных проектов.

4.3. Коэффициент налоговой нагрузки. Оптимальная доля софинансирования θ^* возрастает с увеличением коэффициента налоговой нагрузки γ.

При небольших налоговых нагрузках $\gamma < \overline{\gamma} = (1 - \theta_1 + \beta(\theta_1 + \psi))/(1 - \theta_1 + \beta(1+\psi))$ оптимальная доля $\theta^* = \theta_1$ (поскольку $\beta g(\theta_1) < 1-\gamma$), т.е. государству невыгодно (с точки зрения бюджетного эффекта) участвовать в совместном инвестировании проектов (сверх необходимой минимальной доли θ_1).

Одновременно при больших налоговых нагрузках ($\gamma > \overline{\gamma}$) оптимальная доля софинансирования $\theta^* > \theta_1$, т.е. участие государства в инвестировании проекта, ведет к увеличению бюджетного эффекта.

Наконец, если налоговая нагрузка γ будет "очень большой" и превысит уровень $(1-\overline{\theta}+\beta(\overline{\theta}+\overline{\psi}))/(1-\overline{\theta}+\beta(1+\overline{\psi}))$, то государству выгодно максимально участвовать в совместном финансировании: $\theta^* = \overline{\theta}$.

4.4. Минимальная граница доли государственных инвестиций. Если нижняя граница ограничений на долю государственных инвестиций достаточно велика: $\theta_1 > \gamma - (1-\gamma)\psi$, то $g(\theta_1) < 0$ и по теореме 2 $\theta^* = \theta_1$. В частности, если создание инфраструктуры не является необходимым условием для реализации инвестиционного проекта (т.е. $\psi = 0$), а нижняя граница ограничений θ_1 превышает коэффициент налоговой нагрузки γ, то повысить степень участия государства в финансировании проекта невыгодно (с точки зрения бюджетного эффекта).

Если ограничения снизу на долю государственных инвестиций невелики $\theta_1 < \underline{\theta} = \gamma - (1-\gamma)(1-\gamma+\beta\psi)/(\beta+\gamma-1)$, то, как нетрудно видеть из теоремы 2, оптимальная доля софинансирования $\theta^* > \theta_1$.

Наконец, из теоремы 2 следует, что при $\theta_1 < \gamma$ оптимальная доля софинансирования не превышает коэффициент налоговой нагрузки: $\theta^* < \gamma$.

4.5. Область согласованных интересов. Рассмотрим множество **D**:

$$\mathbf{D} = \left\{(\alpha, \sigma, \rho, \gamma, \psi): \frac{\gamma-\theta_1}{1-\gamma} - \psi > \frac{1-\gamma}{\beta}\right\} -$$

область параметров модели, в которой согласно теореме 2 оптимальная доля софинансирования θ^* будет строго больше нижней границы θ_1, т.е. $\mathbf{D} = \{\theta^* > \theta_1\}$.

Аналогично приведенной выше формуле (9) для бюджетного эффекта $B(\theta)$ можно получить следующее соотношение для *NPV* частного инвестора:

$$N(\theta) = \mathbf{E}\,[V_{\tau^*} - (1-\theta)I\mathrm{e}^{-\rho l}]\mathrm{e}^{-\rho\tau^*} = \begin{cases}[(\beta/(\beta-1))b - 1 + \theta]\mathrm{e}^{-\rho l} I & \text{при} \quad \theta \geq 1-b; \\ (1-\theta)^{-\beta+1} b^{\beta}\mathrm{e}^{-\rho l} I & \text{при} \quad \theta < 1-b. \end{cases} \tag{13}$$

Из формул (5), (9), (13) нетрудно заметить, что оптимальный уровень π^* убывает, а величины бюджетного эффекта $B(\theta)$ и NPV инвестора $N(\theta)$ возрастают (по θ) при $\theta_1 \leq \theta \leq \theta^*$. Это означает, что увеличение доли софинансирования (в пределах от θ_1 до θ^*) ведет к росту бюджетного эффекта, чистых приведенных доходов инвестора, а также к более раннему приходу инвестора (приближает момент инвестирования).

Поэтому область параметров модели **D**, в которой оптимальная доля θ^* превышает минимальную допустимую границу, можно рассматривать как область согласованных интересов инвестора и государства. Таким образом, если параметры модели лежат в этой области **D**, то совместное финансирование инвестиционного проекта (в определенных пределах) становится выгодным не только частному инвестору, но и государству, причем как с точки зрения бюджетного эффекта, так и для ускорения прихода инвестора. Типичный вид области **D** (в пространстве параметров проекта (α, σ) при фиксированных ρ, γ, ψ) приведен на рис. 2.

Аналогичные эффекты, связанные с согласованием интересов инвестора и государства при помощи других механизмов, были получены в (Arkin, Slastnikov, Shevtsova, 1999) – для налоговых каникул; (Arkin, Slastnikov, 2007) – для ускоренной амортизации; см. также (Аркин, Сластников, 2007).

4.6. Результаты расчетов и некоторые комментарии. На основе выведенных формул для оптимальной доли софинансирования были сделаны многочисленные расчеты по различным вариантам "условно-реальных" данных. Так, в качестве коэффициента налоговой нагрузки были взяты величины $\gamma = 40 \div 50\%$, локальные параметры проекта (α, σ, ψ) варьировались в достаточно широких (но "экономически разумных") пределах, при этом показатель β попадал, как правило, в диапазон от 3 до 8. Расчеты показали, что величина оптимальной доли государственного участия в инвестировании составляет порядка 20–30%, а общая оптимальная доля участия государства – несколько выше (в зависимости от необходимых инфраструктурных затрат). Напомним, что оптимальность в данной работе рассматривается исключительно с точки зрения бюджетного эффекта, другие же стороны ГЧП (например, социальные эффекты) остаются вне рамок модели.

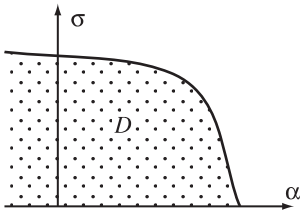

Рис. 2

Небезынтересно сопоставить полученные цифры с реальными данными. Так, в программе "Развитие транспортной системы России (2010–2015 гг.)" (в ред. постановления Правительства РФ от 20 мая 2008 г. № 377) предусмотрено, что большую часть средств на нее дадут частные инвесторы, причем пропорции государственного и частного финансирования предполагается приблизить к 35 : 65 (Дерябина, 2008). В работе (Бруссер, Рожкова, 2007) были приведены результаты исследований по завершенным ГЧП-проектам. Хотя доля участия государства в капитальных затратах по таким проектам в разных отраслях изменяется от нуля (использование отходов) почти до 100% (коммунальное хозяйство, оборона, тюрьмы), можно выделить несколько групп объектов инвестирования с близкими долями. Это:

1) автодороги, аэропорты (участие государства составляет 30–40%);

2) образование, здравоохранение, легкое метро (участие государства – примерно 65%);

3) железные дороги, инновационные технологии, мосты, уличное освещение (72–80%).

Как видно из приведенных результатов, доля участия государства в проектах из первой группы достаточно близка к тем оптимальным величинам, которые вытекают из нашей модели. Что касается остальных групп, то повышенные доли государственной поддержки их финансирования связаны, по-видимому, со значительными социальными эффектами, которые ожидают от проектов (здравоохранение, образование, коммунальные услуги), либо с тем, что непосредственный бюджетный эффект от таких проектов (например, инновационных технологий) сам по себе невелик. Однако они необходимы для реализации других, более эффективных проектов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Андрюшкевич О.А., Денисова И.М. (2009): Государственно-частное партнерство как фактор экономического развития. В сб.: "*Анализ и моделирование экономических процессов*". Вып. 6. М.: ЦЭМИ РАН.

Аркин В.И., Сластников А.Д. (2007): Инвестиционные ожидания, стимулирование инвестиций и налоговые реформы // *Экономика и мат. методы*. Т. 43. № 2.

Аркин В.И., Сластников А.Д. (2008): Стохастическая модель частно-государственного партнерства при создании новых предприятий // *Обозрение промышленной и прикладной математики*. Т. 15. Вып. 4.

Аркин В.И., Сластников А.Д., Аркина С.В. (2004а): Инвестирование в условиях неопределенности и задачи оптимальной остановки // *Обозрение промышленной и прикладной математики*. Т. 11. Вып. 1.

Аркин В.И., Сластников А.Д., Аркина С.В. (2004б): Стохастические модели привлечения инвестиций в реальном секторе // *Обозрение промышленной и прикладной математики*. Т. 11. Вып. 3.

Бруссер П., Рожкова С. (2007): Государственно-частное партнерство: как "собрать все и поделить". Технология определения оптимальной доли участия инвестора в прибыли // *Рынок ценных бумаг*. № 3 (330).

Бруссер П., Рожкова С. (2007): Государственно-частное партнерство – новый механизм привлечения инвестиций // *Рынок ценных бумаг*. № 2 (329).

Варнавский В. (2004): Государственно-частное партнерство в России: проблемы становления // *Отечественные записки*. № 6.

Государственно-частное партнерство (2009): Государственно-частное партнерство в зарубежных странах или как реализовать ГЧП в России. М.: Издание Совета Федерации.

Дерябина М. (2008): Государственно-частное партнерство: теория и практика // *Вопр. экономики*. № 8.

Колесникова К.И. (2008): Частно-государственное партнерство: опыт зарубежных стран и перспективы для России // *Научный вестник УрАГС*. № 3.

Инвестиционный фонд РФ (2010): Инвестиционный фонд Российской Федерации. [Электронный ресурс] Инвестиционный фонд Российской Федерации. Режим доступа: http://www.minregion.ru/invest_phound, свободный. Загл. с экрана. Яз. рус. (дата обращения: апрель 2010).

Постановление Правительства (2009): Постановление Правительства Российской Федерации от 31.12.2009 № 1189 "О внесении изменений в Правила формирования и использования бюджетных ассигнований Инвестиционного фонда Российской Федерации". [Электронный ресурс] Интернет-портал Правитель-

ства Российской Федерации. Режим доступа: http://www.government.ru/gov/results/8946б, свободный. Загл. с экрана. Яз. рус. (дата обращения: апрель 2010).

Рожкова С. (2008): Анализ мирового опыта использования государственно-частного партнерства в различных отраслях экономики // *Рынок ценных бумаг*. № 1 (352).

Alonso-Conde A., Brown C., Rojo-Suarez J. (2007): Public Private Partnerships: Incentives, Risk Transfer and Real Options // *Rev. of Financial Econ*. Vol. 16. № 44.

Arkin V., Slastnikov A. (2007): The Effect of Depreciation Allowances on the Timing of Investment and Government Tax Revenue // *Annals of Operations Res.* Vol. 151.

Arkin V., Slastnikov A., Shevtsova E. (1999): Tax Incentives for Investment Projects in the Russian Economy. Working Paper № 99/03. M.: EERC.

Armada M.J.R., Pereira P., Rodrigues A. (2008): Optimal Incentives to Early Exercise of Public-Private Partnership Investments under Constrained Growth. [Электронный ресурс] Papers of 12 Annual International Conference on Real Options, Rio de Janeiro, Brazil. Режим доступа: http://www.realoptions.org/papers2008/papers_2008.html, свободный. Загл. с экрана. Яз. англ.

Cheah C., Liu J. (2006): Valuing Governmental Support in Infrastructure Projects As Real Options Using Monte Carlo Simulation // *Construction Management and Economics*. Vol. 24. № 5.

Chiara N., Garvin M.J., Vecer J. (2007): Valuing Simple Multiple-Exercise Real Options in Infrastructure Projects // *J. of Infrastructure Systems*. Vol. 13. № 97.

Dixit A.K., Pindyck R.S. (1994): Investment under Uncertainty. Princeton: Princeton University Press.

Garvin M.J., Cheah C.Y.J. (2004): Valuation Techniques for Infrastructure Investment Decisions // *Construction Management & Economics*. Vol. 22. № 4.

Gil N. (2007): On the Value of Project Safeguards: Embedding Real Options in Complex Products and Systems // *Res. Policy*. Vol. 36. № 7.

Ho S.P., Liu L.Y. (2001): An Option Pricing-Based Model for Evaluating the Financial Viability of Privatized Infrastructure Projects // *Construction Management & Economics*. Vol. 20. № 2.

Huang Y.-L., Chou S.-P. (2006): Valuation of the Minimum Revenue Guarantee and the Option to Abandon in BOT Infrastructure Projects // *Construction Management & Economics.* Vol. 24. № 4.

Mason S.P., Baldwin C. (1988): Evaluation of Government Subsidies to Large-Scale Energy Projects: A Contingent Claims Approach // *Advances in Futures and Options Res*. Vol. 3.

McDonald R., Siegel D. (1986): The Value of Waiting to Invest // *Quarterly J. of Economics*. Vol. 101.

Pantouvakis J.P., Vandoros N. (2006): Using Real Options in Evaluating PPP/PFI Projects. Proceedings of the CIB W92 Conference. November. Salford.

Pereira P., Rodrigues A., Armada M. (2007): The Optimal Timing for the Construction of an Airport under Multiple Sources of Uncertainty. NEGE Working Paper 6/2007. Minho: University of Minho.

Rose S. (1998): Valuation of Interacting Real Options in a Toll Road Infrastructure Project // *The Quarterly Rev. of Econ. and Finance*. Vol. 38. Special Issue.

Smit H. (2003): Infrastructure Investment as a Real Options Game: The Case of European Airport Expansion // *Financial Management*. Vol. 32. № 4.

Поступила в редакцию
26.11.2009 г.

Optimization of Public Co-Financing in Projects under Public-Private Partnership

A.D. Slastnikov

Developed a stochastic model (within the real options framework) for studying potentialities of public-private partnership in financing the investment projects. Author proposes optimization approach to determine a share of public co-financing in an investment project, which is optimal from the budgetary approach. The influence of model's parameters on the optimal share of public co-financing is analyzed.

Keywords: public-private partnership, investment project, budgetary effect, real options.