
**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ**

**КОМПЬЮТЕРНАЯ МОДЕЛЬ ИДЕОЛОГИЧЕСКОГО
ПРОТИВОСТОЯНИЯ ДВУХ ПОЛИТИЧЕСКИХ СИЛ
В ОБЩЕСТВЕ***

© 2014 г. Ю.Н. Гаврилец¹

(Москва)

В статье предложена условная модель динамики политических позиций социальных групп. Эти изменения происходят вследствие контактов между группами при информационном влиянии внешней среды. Компьютерные расчеты по модели позволяют установить роль различных параметров при прогнозировании.

Ключевые слова: социальные группы, социально-психологическая установка, подражательное поведение, социальное взаимодействие, цепи Маркова.

Классификация JEL: C31.

ВВЕДЕНИЕ

Социально-политическая поляризация в России за последние годы не перестаёт ослабевать. Значительная часть населения оказывается втянутой в активную борьбу за свою политическую позицию. СМИ и взаимные контакты между людьми формируют эти позиции зачастую вопреки реальным, более глубинным интересам людей и общества в целом. В результате в силу действия социально-психологических законов подражания поведение больших масс людей (Рашевский, 1966) может становиться стадным и иррациональным.

Важность научного анализа подобных процессов и разработка методов их прогнозирования не должна вызывать никакого сомнения. Однако этот анализ упирается в колоссальную сложность социума, которая проявляется в большом числе характеристик и специфике связей между ними (Helbing, 1994; Cioffi-Revilla, 2005, 2010; Opp, 2011). Часто это дополняется и отсутствием обоснованной качественной теории, проверенной эмпирически и принятой большинством исследователей, поскольку социальные объекты традиционно изучаются различными предметными дисциплинами, имеющими собственные методы и языки описания. В связи с этим построение и анализ имеющих единый универсальный язык математических и компьютерных моделей указанных процессов является неизбежным этапом для любой общественной науки (Макаров, 2013).

В данной работе исследуются и используются для имитационных расчётов математические модели определенных взаимодействий между социальными группами единого общества, различающимися по своей идеологии или системе ценностей. Теме общественных движений и политического противоборства посвящено довольно много исследований. Например анализируются политическое неравенство между штатами, межпартийное противоборство в Конгрессе и т.п. (Макаров, 2013; Baldassarri, Bearman, 2007).

Для модельного анализа используются различные методы. Особенно интенсивно стали применяться так называемые агент-ориентированные модели, позволяющие рассмотреть взаимодействие огромного количества участников (Davern, 1997; Cioffi-Revilla, 2002; Wasserman, Faust, 1994; Макаров, Бахтизин, 2013).

* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 14-06-00262).

¹ Автор выражает благодарность И.В. Таракановой, которой принадлежит составление программ и проведение всех расчётов в пакете MATHCAD.

Марковские модели применяются в демографии, в исследованиях социальной мобильности и др. (Староверов, 1997; Семенчин, Бабченко, 2006). Формирование и взаимодействие социальных групп, а также моделирование этих процессов представляют собой некий альтернативный подход к агент-ориентированному моделированию. Именно здесь могут активно применяться марковские модели и их модификации. Использование аппарата дифференциальных уравнений также даёт возможности изучения динамики социально-экономических процессов (Moody, Douglas, 2003; Gavrilets, Anderson, Turchin, 2010; Weidlich, 2002).

Особый интерес и надежды вызывают бурно развивающиеся в последнее время исследования феномена социальных сетей, его влияние на общественную и политическую жизнь (Губанов, Новиков, Чхартишвили, 2010; Baldassarri, Bearman, 2007).

Особую роль компьютерные модели и вычислительные эксперименты играют, когда нет возможности получить адекватную информацию о социуме или когда слишком затратно проводить социологические эксперименты. В этих случаях компьютерное моделирование может выполнять роль эксперимента, и в результате таких квазиэкспериментов часто удаётся получить полезные качественные выводы.

В настоящей работе для анализа межгрупповых взаимодействий используются как дифференциальные уравнения, описывающие поведение одного человека, так и марковские цепи, описывающие межгрупповые переходы. Главной же целью компьютерного моделирования является анализ не только хода процесса во времени, но и того конечного состояния, к которому стремится система.

МОДЕЛЬ ПОВЕДЕНИЯ СОЦИАЛЬНОГО СУБЪЕКТА

Можно считать (Гаврилец, 1974), что поведение всякого конкретного человека в обществе в основном определяется тремя группами факторов:

- 1) *условиями*, в которых находится человек;
- 2) системой его *предпочтений и целей*;
- 3) *информацией* о мире, которой он располагает.

В рассматриваемых далее ситуациях условия отражаются в некоторых характеристиках внешней среды и контактах индивидов с другими; система предпочтения – в установке, т.е. их идейной позиции, измеряемой действительным числом; информация проявляется в текущих представлениях об установках и поведении других групп. Целью поведения можно считать стремление изменить свой социальный статус (выбор группы).

Поскольку наша основная модель опирается на некоторые известные модели с марковскими цепями и дифференциальными уравнениями, кратко покажем их применения и возможности.

Пример 1. Использование дифференциального уравнения. Классическая модель подражательного поведения была предложена замечательным русско-американским ученым Н. Рашевским², одним из первых создателей математической биологии. Рассматривается множество N индивидов, каждый из которых может вести себя одним из двух способов. Примером такого дихотомического поведения может служить политическое (“за” или “против”), религиозное (верующие или атеисты), нравственное (целомудрие или “свободная любовь”) и т.д. Выбор того или иного поведения определяется установкой данного индивида, измеряемой действительным числом ($-\infty < x < \infty$). Исходное распределение всех индивидов по установке (до получения информации о поведении других) задается гауссовой плотностью

$$N(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-x^2}{2\sigma^2}\right),$$

где σ фактически характеризует шкалу измерения установки. Величины x для каждого участника с течением времени не меняются. Принимается, что вероятность выбора поведения первого

² Н. Рашевский родился в 1899 г. в Чернигове, учился в Киеве. В 1920 г. эмигрировал из Крыма с Белой армией. После преподавания в Турции и Праге проживал в Чикаго. Преподавал в Чикагском университете, в годы маккартизма имел ряд проблем.

типа при установке x задается функцией $p1(x)$, равной интегралу вероятности с дисперсией k^2 и нулевым математическим ожиданием

$$\Phi(x, 0, k) = \frac{1}{k\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(\frac{-u^2}{2k^2}\right) du. \quad (1)$$

Очевидно, вероятность второго выбора равна $p2(x) = 1 - p1(x)$.

В каждый момент времени t количества $N1$ и $N2$ ($N1 + N2 = N$), реализующих первое или второе поведение, известны всем участникам, и тем самым известно, насколько число выбравших первое поведение больше числа выбравших второе поведение. Именно эта разница заставляет каждого отклоняться от своей исходной установки на величину ψ . В итоге выбор поведения 1 определяется общей установкой $y = x + \psi$, и

$$N1(\psi) = \int \Phi(x) p1(x + \psi) dx. \quad (2)$$

При этом величина “подражательного довеса” ψ у всех одинакова (в отличие от исходной установки x , которая для каждого остается неизменной) и меняется согласно правилу

$$\frac{d\psi}{dt} = A(N1 - N2) - a\psi, \quad (3)$$

где A – коэффициент подражания (конформизма), a – коэффициент (скорость) забывания.

Подставляя $N1(\psi)$ и $N2(\psi)$ в уравнение (3) и рассматривая его решения, мы можем найти, как зависят стационарные состояния от значений параметров модели, и понять, будут ли они устойчивы или нет. Всё определяется соотношениями между параметрами A , a , σ , k , N .

Чрезвычайно важным следствием данной модели является возможность определения размера “толпы” $N^* = 2AN/\sqrt{2\pi(\sigma^2 + k^2)}$, превосходя которую “общество” начинает вести себя иррационально, и возможность анализа точки бифуркации, когда может происходить резкая смена ориентации большинства населения.

Пример 2. Использование марковской цепи. Укажем также простейшую модель (Гаврилец, Офман, 2012) формирования в социуме некоторой дискретной упорядоченной установки ($k = 1, \dots, n$), например некоторого “морального индекса” в результате непосредственного контакта индивидов с “внешней средой”. Считается, что изменение этого индекса зависит от непосредственного контакта индивидов с “внешней средой”, которая может быть условно “хорошей” или условно “плохой”.

Изначально, как и прежде, задано распределение индивидов по упорядоченным значениям ($1, \dots, n$) индекса нравственной характеристики людей: $X = (x_1, \dots, x_n)$, $x_1 + \dots + x_n = 1$. Здесь x_k – доля индивидов в рассматриваемой совокупности, моральный индекс которых равен k .

В каждый момент времени $t = 0, 1, \dots$ индивид может с вероятностью $P > 0$ повстречаться с плохой средой или с вероятностью $Q > 0$ – с хорошей. При этом $P + Q < 1$. Плохая среда понижает на единицу моральный индекс индивида, т.е. из состояния k он переходит в состояние $k-1$. Хорошая среда увеличивает его индекс на единицу. Крайние значения индексов при встрече с соответствующей (“своей”) средой не меняются.

Таким образом, мы имеем цепь Маркова с матрицей переходных вероятностей \mathbf{M} :

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1-Q & Q & 0 & \dots & 0 & 0 \\ P & 1-P-Q & Q & \dots & 0 & 0 \\ 0 & P & 1-P-Q & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & P & 1-P \end{pmatrix}.$$

Нетрудно убедиться в справедливости следующего утверждения.

Утверждение. При любом начальном распределении индивидов по значениям морального индекса $X = (x_1, \dots, x_n)$ предельное распределение $X^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)$ образует геометрическую прогрессию с показателем $q = Q/P$, т.е.

$$x_{k+1}^* = qx_k^*, \quad x_1^* = \frac{1}{1 + q + \dots + q^{N-1}}. \quad (4)$$

Действительно, поскольку матрица \mathbf{M} – неприводима, то существует единственное предельное состояние X^* . Решая систему $N + 1$ уравнений:

$$x_1^* + \dots + x_n^* = 1, \quad (5)$$

$$X^* = X^* \mathbf{M}, \quad (6)$$

получаем соотношения (4).

Обратим внимание, что прогрессия X^* может быть либо возрастающей (при $Q > P$), либо убывающей ($P > Q$). При равенстве $P = Q$ стационарное распределение будет равномерным. Это обстоятельство представляется совершенно естественным, так как чем больше хорошего встречается в жизни, тем больше должно быть и хороших людей. По-видимому, и наоборот.

Приведенные примеры иллюстрируют возможные способы математического описания динамики численностей социальных групп вследствие непосредственных контактов и под влиянием изменения установки, которая, в свою очередь, меняется при наблюдении за поведением других (влияние информации).

СООТНОШЕНИЯ ОСНОВНОЙ МОДЕЛИ

Прежде чем перейти к описанию соотношений основной модели, необходимо заметить, что автор понимает, что используемую далее схему цепи Маркова надо рассматривать лишь как первое приближение к адекватному математическому описанию социальной реальности. В нашей модели фактически отсутствует индивидуальное поведение участников, у них нет памяти, отсутствуют “поглощающие” состояния, из которых индивид не выходит, и т.д. Эти моменты могут быть учтены без особых формальных трудностей, но размерность модели, число параметров возрастут колоссально. Именно по этой причине мы рассматриваем грубую модель, но зато довольно простую.

Формирование социально-политической установки. Перейдем к основной модели. Пусть общество состоит из N членов, которые образуют пять социальных групп. Обозначим через xx численность группы “активных зеленых”; zz – “активные синие”; x – группа поддержки “зеленых”; z – группа поддержки “синих”; y – численность “пассивной” части общества. Таким образом, в каждый момент времени выполняется баланс $y + x + z + xx + zz = N$.

Активные группы “зеленых” и “синих” формируются из соответствующих групп поддержки в зависимости от установок: $e1$ – для активизации поддерживающих “зелёных”, $e2$ – для активизации поддерживающих “синих”. Установки $e1$ и $e2$ задают функции вероятности $q1(e1)$ и $q2(e2)$ переходов к активным действиям (переход в соответствующую группу). Таким образом, в каждый момент времени t число активных увеличивается на величины $q1(e1)x$ – для “зеленых” и $q2(e2)z$ – для “синих”.

Что касается величин самих установок $e1$ и $e2$, то они меняются в зависимости от количества поддерживающих тех и других и от самих установок $e1$ и $e2$. При расчетах учитывалось отличие мнения (установки) каждого от некоторого аналога среднего мнения среди всех членов в обеих группах поддержки. Это различие, в зависимости от его знака, приводило к увеличению или уменьшению установки каждого члена.

На установку члена группы поддержки также оказывает влияние внешний стандарт $E1$ и $E2$ – фиксированные значения установки, навязываемые членам группы средствами информационно-

го давления (ТВ, радио, печать и т.д.). Изменения склонности к активности каждой из групп поддержки зависит от их взаимодействия между собой и внешнего влияния согласно формулам:

$$\Delta e1 = h \left[A1 \left[\frac{1,5x_t e1_t + z(-e2_t)}{x_t + z_t} - e1_t \right] + B1(E1 - e1_t) \exp \left[- \left(\frac{E1 - e1_t}{12} \right)^2 \right] \right], \quad (7a)$$

$$\Delta e2 = h \left[A2 \left[\frac{-x_t e1_t + 1,7z_t e2_t}{x_t + z_t} - e2_t \right] + B2(E2 - e2_t) \exp \left[- \left(\frac{E2 - e2_t}{13} \right)^2 \right] \right]. \quad (7б)$$

Предполагается, что в группах поддержки изменение установки на активные действия ($e1$, $e2$) определяется суммой двух социально-психологических дискомфорта: отличия текущей установки от аналога средневзвешенной установки в обеих группах и отличия её от навязываемого извне стандарта ($E1$, $E2$).

Первое слагаемое представляет линейную функцию относительно $e1$, $e2$, второе – существенно нелинейную (рис. 1). Такая нелинейность означает, что по мере увеличения отличия текущей установки e от навязываемого стандарта E влияние его сначала растёт, но затем падает до нуля.

При расчётах в формулы (7а)–(7б) были внесены некоторые коэффициенты, не имеющие принципиального значения, но облегчающие визуальное представление рассчитанных траекторий динамики.

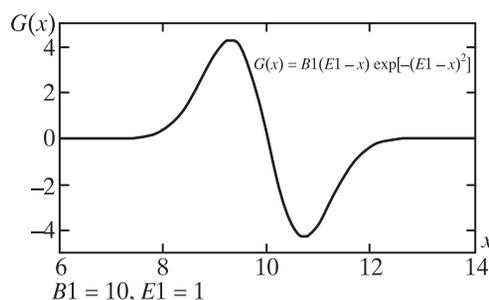


Рис. 1

Изменение установки ψ пассивной части общества описывается аналогично уравнению Рашевского (2) с добавлением внешнего воздействия H . Это уравнение определяет прирост склонности пассивной части (при положительности ψ) в пользу первого типа поведения:

$$\frac{d\psi}{dt} = A(x + xx - z - zz) - a\psi + H. \quad (7)$$

Решение уравнения (7) находилось итерациями по разностной схеме с некоторым шагом h . В целом мы имеем три разностных уравнения, описывающих закономерности формирования социальной позиции ($e1$, $e2$, ψ). Видим, что изменение установок определяется не только их текущими значениями, но и численностями всех активных социальных групп.

Формирование численностей групп. Социально-идеологическая структура общества задается вектором-строкой $W_t = (x_t, z_t, xx_t, zz_t, y_t)$, а её динамика описывается марковской цепью (с вероятностями межгрупповых переходов вида $p(x/y)$) $W_{t+1} = W_t P_t$, где

$$P_t = \begin{pmatrix} p_{x,x} & 0 & p_{x,xx} & 0 & \gamma 1 \\ 0 & p_{z,z} & p_{z,zz} & 0 & \gamma 2 \\ \rho & 0 & p_{xx,xx} & 0 & 0 \\ 0 & \mu & 0 & p_{zz,zz} & 0 \\ p_{y,x} & p_{y,z} & 0 & 0 & p_{y,y} \end{pmatrix}, \quad (8)$$

$$p_{y,xx} = p_{y,zz} = p_{x,z} = p_{z,x} = 0, \quad (8a)$$

$$p_{xx,y} = p_{zz,y} = p_{x,zz} = p_{z,xx} = 0, \quad (8б)$$

$$p_{xx,zz} = p_{xx,z} = p_{zz,x} = p_{zz,xx} = 0. \quad (8в)$$

Нулевые вероятности (8а)–(8в) показывают невозможность перехода из группы, например, неактивных в группу очень активных, хотя такой переход возможен за два шага. Предполагается,

что некоторые переходы имеют постоянные вероятности, т.е. не зависят от времени и значений других переменных. Это вероятности выбывания из групп активных (в группы поддержки) и из групп поддержки (в пассивную часть социума):

$$P_{xx,x} = \rho, \quad P_{zz,z} = \mu, \quad P_{x,y} = \gamma_1, \quad P_{z,y} = \gamma_2.$$

Вероятности $P_{x,x}$, $P_{z,z}$, $P_{xx,xx}$, $P_{zz,zz}$, $P_{y,y}$ определены как дополнения до 1 суммы всех остальных вероятностей выходов из групп.

Формирование групп максималистов происходит регулярно в зависимости от текущего боевого настроения $e1$ или $e2$: в группах поддержки

$$P_{x,xx} = \phi_1 \Phi(e1, 0, 1), \quad P_{z,zz} = \phi_2 \Phi(e2, 0, 1), \quad (9)$$

где ϕ_1 и ϕ_2 – некоторые коэффициенты, а функция Φ – интеграл вероятности типа (1). В результате самые активные группы формируются в соответствии с правилами:

$$xx_{t+1} = \phi_1 \text{snorm}(e1_t/15,5)x_t + (1 - \rho)xx_t; \quad zz_{t+1} = [\text{snorm}(e2_t/15)z_t + (1 - \mu)zz_t]$$

Некоторая часть активных (ρ – для одних и μ – для других) переходит постоянно в группы поддержки. Из групп поддержки части γ_1 , γ_2 возвращаются в пассивную часть общества. Сама же пассивная часть формирует группы поддержки “синих” и “зеленых” в соответствии с моделью Рашевского (σ^2 , k^2 – значения дисперсий гауссовых плотностей распределения, а ψ – прирост установки в пользу первого типа поведения). Положительные параметры ξ_1 , $\xi_2 < 1$ играют роль уточняющих коэффициентов для вероятностей переходов из пассивной части общества в группы поддержки:

$$P_{y,x} = \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma^2 + k^2)}} \int_{-\infty}^{\psi} \exp\left(\frac{-x^2}{2(\sigma^2 + k^2)}\right) dx \right] \xi_1,$$

$$P_{y,z} = \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma^2 + k^2)}} \int_{-\infty}^{\psi} \exp\left(\frac{-x^2}{2(\sigma^2 + k^2)}\right) dx \right] \xi_2.$$

Задав значения параметров A , a , H , σ^2 , k^2 и записав совместно разностные уравнения динамики установки (ψ_t , $e1_t$, $e2_t$) и марковские соотношения для (y_t , x_t , x_p , xx_t , z_t), мы получим единую систему соотношений (7)–(8), определяющую динамику установок населения и численностей социальных групп, т.е. можем проследить траекторию политического противостояния в обществе. Обратим внимание, что в зависимости от заданных параметров и текущих значений всех переменных, начиная с текущего момента времени t , решения разностных уравнений и марковская цепь (каждые в отдельности) могут стремиться к своим предельным состояниям.

Эти предельные состояния могут быть согласованными или несогласованными. При этом если наша марковская цепь всегда будет иметь единственное стационарное состояние, то разностные (дифференциальные) уравнения вообще могут иметь больше одного стационарного состояния, некоторые из них могут быть неустойчивыми. К сожалению, у нас нет теоретического доказательства существования согласованного предельного состояния, однако компьютерные расчёты показывают хорошую сходимость всего процесса.

При вычислениях величины шага для изменения установок и скорости изменения численности групп могут задаваться различными способами, так как отражают модельные представления об относительных соотношениях между скоростями реакции на изменение внешней среды. Для каждого разностного уравнения из содержательных представлений может быть своя величина этого шага.

Наша модель объединяет в одну динамическую систему, вообще говоря, разные математические объекты: дифференциальные уравнения и марковские цепи. Очевидно, что вектор состояния чисто марковской последовательности порождается переходными вероятностями за *единичный* шаг, в то время как производя последовательно итерации в разностной схеме (особенно, когда мы пытаемся решать дифференциальное уравнение), мы можем задавать величину этого шага

в некотором смысле произвольно, лишь бы определить траекторию с достаточной точностью. По этой причине промежуток времени, к которому относятся переходные вероятности, должен быть согласован с тактами итераций, отражающими промежуток времени, в течение которого происходит моделируемое изменение установок, зависимое от состояния марковских переменных.

Можно согласовать временные такты, относя переходные вероятности не к фиксированным единицам времени, а к таким же тактам, как и в разностной схеме. И можно даже записать аналог цепи Маркова $X_{t+1} = X_t P$ в виде $X_{t+1} = X_t + h(X_t P - X_t)$. Видно, что при $h = 1$ получается обычная цепь Маркова. В нашем случае это приводит к тому же стационарному состоянию, но интерпретировать переход из группы в группу надо более аккуратно. Так, мы дополнительно просчитали все траектории для такой модификации, когда соответствующая величина параметра h была не 1, а 0,2. В Приложении на рис. П2 приведены траектории такого аналога базисной модели.

МОДЕЛЬНЫЕ РАСЧЕТЫ

Для основного расчёта использовались базовые значения параметров. В Приложении на рис. П2–П3 приводятся некоторые траектории параметров, значения базовых переменных и их предельные состояния из табл. 1. На рис. 2 показаны траектории численностей всех групп за исключением группы поддержки “синих” (z), а на рис. 3 – динамика всех трех установок. Из графиков видно, что за 200–300 тактов система приходит в равновесное состояние и что траектории поведения показателей могут существенно различаться. В течение первых тактов многие из них носят немонотонный характер, однако в дальнейшем они монотонно стремятся к стационарному состоянию. Для всех вариантов наших расчётов конечное равновесие не зависит от произвольных значений начального состояния.

Анализ структурной устойчивости модели. Значения стационарных (предельных) состояний не зависят от произвольных вариаций начального состояния, что характерно для нормальных марковских цепей и устойчивых дифференциальных уравнений. Этого недостаточно, когда значения параметров модели определены неточно. Возникает естественный вопрос о том, с какими ошибками могут оказаться стационарные значения основных переменных.

Нами была проверена чувствительность стационарного состояния системы при вариациях параметров базовой модели. Для этого значения некоторых параметров задавались случайно в некоторой окрестности их базового значения – используя равномерное или гауссово распределение. Увеличивая объём таких случайных наблюдений, мы убедились в постепенной стабилизации средних (по возрастающей выборке) значений стационарных (предельных) состояний. Такая же стабилизация происходила и с соответствующими дисперсиями.

Сначала исследовались влияния на предельное состояние поочерёдно параметров: A (коэффициент подражания для установки пассивной части населения), H (параметр регулирования скорости изменения подражательной установки) и параметр k (характеристика разнообразия в поведении пассивной части). С помощью датчика случайных чисел на компьютере было смоделировано 2000 значений каждого из этих трех параметров, и по ним рассчитано 2000 соответствующих траекторий, приходящих к своим предельным значениям. Случайные значения параметров моделировались гауссовым распределением с нулевым математическим ожиданием и

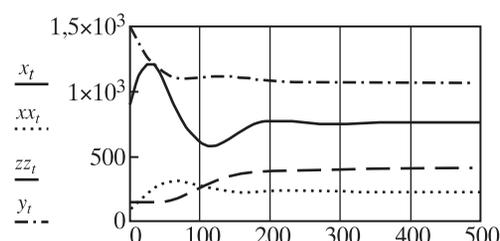


Рис. 2

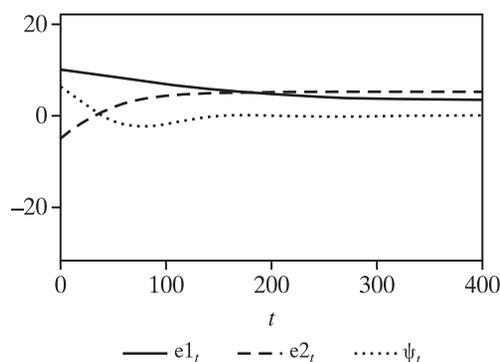


Рис. 3

Таблица 1. Коэффициенты вариации, %

Группы	А	Б	В	Г
$e1$	1,1	0,607	0,341	1,3
$e2$	0,284	0,156	0,096	0,322
x	4,6	2,4	1,3	5,2
ψ	12,3	6,6	2,9	13,7
z	13,8	7,4	4,1	15,7
xx	4,8	2,5	1,4	5,4
zz	13,9	7,4	4,1	15,8
y	3,5	1,9	1,0	4,0

стандартным отклонением, равным 20% базового уровня параметров. На рис. 4 приведены некоторые из 2000 выборочных траекторий показателя y . Можно заметить, что они проходят выше и ниже, но близко к базовой траектории.

Как показали расчёты, выборочные средние предельных значений всех восьми показателей, как между собой, так и с базовым “стационаром”, отличаются весьма незначительно. Коэффициенты вариации приведены в табл. 1.

В столбцах А, Б, В стоят коэффициенты вариации модельных параметров при изменениях A , H , k . Из данных, представленных в таблице, видно, что в наибольшей степени подвержены отдельным изменениям этих параметров показатели численностей “синих” – z и zz . При этом наибольшее влияние на них оказывают колебания параметра “внешнего воздействия” H (на подражательную составляющую ψ и коэффициент вариации здесь превосходит 13%). Наименее чувствительными (т.е. наиболее устойчивыми) оказываются показатели установок на активные действия $e1$ и $e2$, – для них соответствующие коэффициенты часто даже не превосходят 1%. Наконец, расчёты при случайном переборе значений сразу всех трёх параметров несколько увеличивают вариацию в “стационаре” (столбец Г), но характер соотношений между разбросами показателей остаётся прежним.

Аналогичный анализ был проведён также при одновременной вариации совокупности значений параметров A , ξ_1 и ξ_2 ; число случайных вариантов здесь было тоже равно 2000. В этом случае использовалось как гауссовское распределение, так и равномерное для интервала в 20% базового. Средние величины стационарных значений переменных по всем 2000 реализациям и коэффициенты вариации приведены в табл. 2.

Расчеты показывают, что ошибки в определении значений данной тройки параметров при

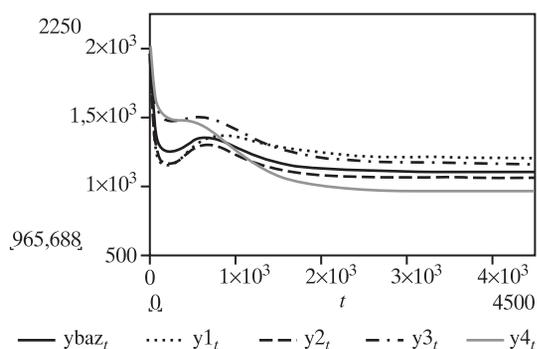


Рис. 4

равномерном их распределении влияют несколько слабее на оценки прогноза по сравнению с гауссовым распределением. При этом более чувствительными к ошибкам в оценках параметров оказались не только показатели ψ , zz , но и xx и y . Возросшая чувствительность y кажется несколько неожиданной, но это объясняется, по-видимому, тем, что замена в тройке изменяемых параметров H и k на ξ_1 и ξ_2 показала относительно большую значимость вероятностей выхода из “пассива” именно для величин самого “пассива”. Мы ограничились анализом влияния на поведение системы только 5 параметров, но ясно, что число их может быть и больше.

Таблица 2. Значения переменных, средние и ошибки

Группы	Переменные		Гауссовское распределение		Равномерное распределение	
	Начальные	Стационарные	Средние	Коэффициенты вариации	Средние	Коэффициенты вариации
e1	-11	4,231	4,231	0,011	4,23	0,009
e2	10	4,595	4,595	0,027	4,596	0,022
x	450	1524	1524	0,087	1520	0,072
ψ	-6	1,457	1,461	0,141	1,467	0,124
xx	350	176,334	174,592	0,128	175,759	0,108
z	75	185,213	185,248	0,088	184,757	0,073
zz	100	109,403	108,331	0,129	109,054	0,108
y	2125	1105	1108	0,125	1110	0,104

ВЫВОДЫ

Прежде всего надо сказать, что философски-методологическая позиция автора заключается в следующем.

1. В целом общественные процессы характеризуются определённой регулярностью, которую часто можно представить как стремление к некоторому равновесному состоянию. Отсутствие же всякой регулярности – хаос – делает невозможным научное описание и прогнозирование.

2. Именно упомянутая регулярность означает возможность математического описания, фактически выражающего объективные законы функционирования социума.

Главной целью данного исследования было построение и компьютерный анализ математической модели некоторой виртуальной реальности, отражающей в определённой степени процессы идеологической борьбы в обществе. Основные научно-социологические предположения, которые не должны вызывать слишком больших сомнений, следующие.

1. Поведение людей зависит от их внутренней социально-психологической установки.

2. Установка человека подвержена влиянию контактов с другими и со стороны средств массовой информации.

3. Преобладание в обществе установки определённого вида или числа людей с поведением определённого вида – непосредственно задаёт степень этого влияния.

4. Зная характер зависимости мнений (установки) человека от получаемой информации и характер зависимости поведения от установки, это поведение можно прогнозировать. Более того, имея возможность с помощью информации влиять на установки человека, можно влиять и на его поведение.

Таким образом, **основной прикладной целью всякой подобной модели** является прогнозирование и управление.

1. Модель, предложенная в статье, показывает, что взаимодействие социальных групп и общества в целом может приводить к идеологически стабильному состоянию, когда степень различия мнений и численные пропорции между идеологическими группами постоянны, несмотря на непрерывные межгрупповые взаимодействия и внешние информационные влияния.

2. Потенциально стационарные состояния, выражаемые численностями социальных групп и их установками, могут прогнозироваться с помощью предложенной модели.

3. Модель и предложенный метод её анализа позволяют определять силу влияния на группы различных параметров модели, отражающих свойства социума или возможности управления рассматриваемыми процессами.

4. Несмотря на виртуальный характер социума в модели, как нам кажется, её параметры могут быть оценены статистически или экспертно, одни – легко, другие – с известной сложностью.

5. Модель допускает возможность целого ряда уточнений, упрощений, добавлений и модификаций. В частности, некоторые параметры могут рассматриваться как параметры управления, и, задавая их, можно влиять на моделируемое поведение групп. Такими параметрами могут быть $H, E1, E2, B1, B2$ и др.

6. Можно добавить в модель влияние некой внешней среды, например уровня благосостояния (или преступности), на показатель $B1 (A2)$, а можно ввести обратную связь влияния количества максималистов на ход самого процесса или на внешнюю среду. В конечном итоге всё упирается в исходные данные, получение которых представляет собой отдельную сложную задачу.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Значения базовых параметров

$A1 = 0,2; A2 = 0,16; A = 0,0013; a = 0,1062; B1 = 0,85; B2 = 3; E1 = 4; E2 = 5; \alpha1 = 0,001; \alpha2 = 0,001; \beta1 = 0,001; \beta2 = 0,0011; \delta1 = 0,018; \delta2 = 0,016; \rho = 0,02; \mu = 0,01; \sigma = 1,4; h = 0,1; h1 = 0,01; \gamma1 = 0,02; \gamma2 = 0,03; k = 2; \varphi1 = 0,01; \varphi2 = 0,001; \omega = 0,01; \xi1 = 0,03; \xi2 = 0,034.$

2. Динамика показателей при базовых значениях параметров

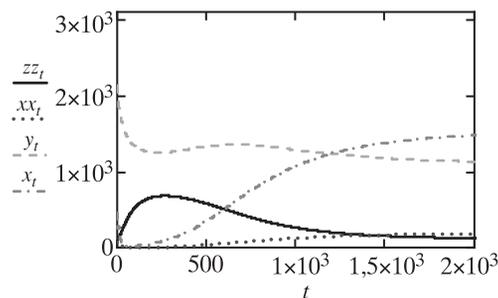


Рис. П1

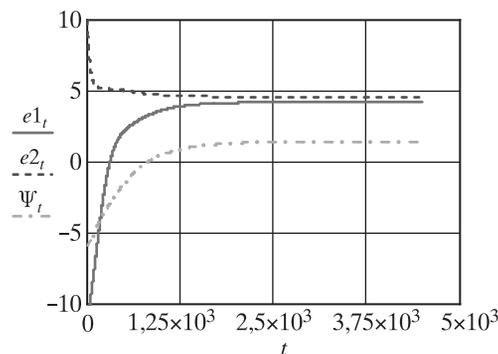


Рис. П2

3. Динамика показателей при модифицированной записи марковской цепи

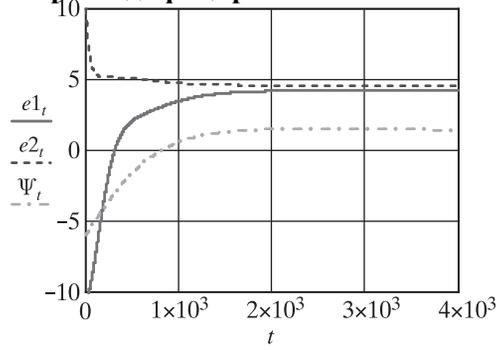


Рис. П3

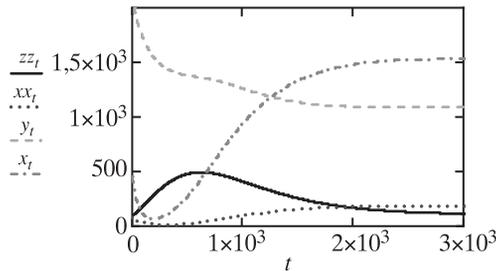


Рис. П4

4. Средние стационарные значения zz-показателя по 150h наблюдениям

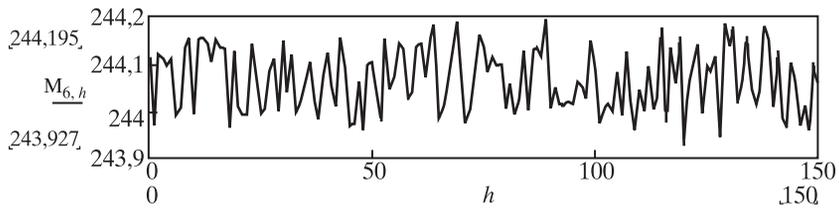


Рис. П5

5. Гистограммы для переменных x и e1 по 2000 наблюдениям, при равномерном распределении ошибок значений параметров

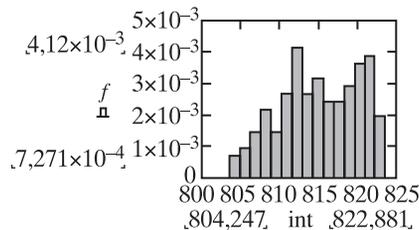


Рис. П6

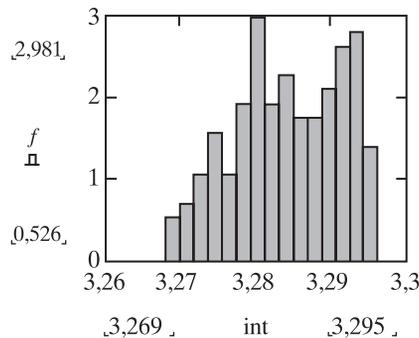


Рис. П7

6. Графики выборочных средних и дисперсий для показателя ψ в зависимости от объёма выборки

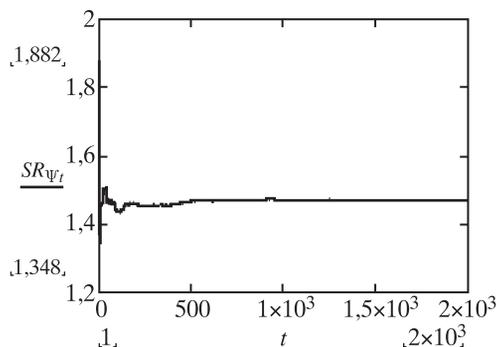


Рис. П8

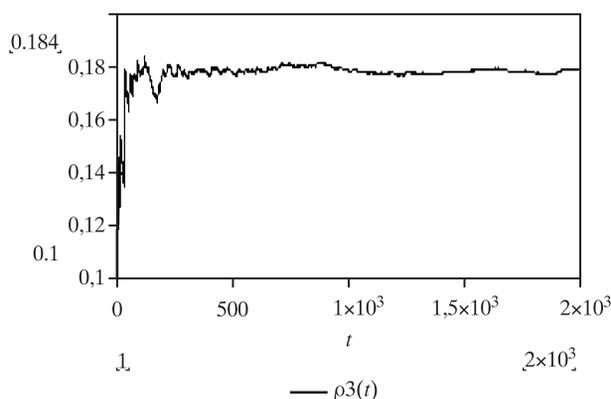


Рис. П9

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Гаврилец Ю.Н. (1974). Социально-экономическое планирование. Системы и модели. М.: Экономика.
- Гаврилец Ю.Н., Офман Ю.П. (2012). Компьютерное моделирование формирования социально-этической структуры. В сб.: “Математическое и компьютерное моделирование социально-экономических процессов”. Вып. 5. М.: ЦЭМИ РАН.
- Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. (2010). Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства. М.: Физматлит.
- Макаров В.Л. (2013). Социальное моделирование набирает обороты // *Экономика и математические методы*. Т. 49. № 4.
- Макаров В.Л., Бахтизин А.Р. (2013). Применение суперкомпьютерных технологий в общественных науках // *Экономика и математические методы*. Т. 49. № 4.
- Рашевский Н. (1966). Две модели: подражательное поведение и распределение статуса. В сб.: “Математические методы современной буржуазной социологии”. М.: Мир.
- Семенчин Е.А., Бабченко О.В. (2006). Применение цепей Маркова для прогнозирования миграционных процессов // *Современные проблемы науки и образования*. № 2.
- Староверов О.В. (1997). Азы математической демографии. М.: Наука.
- Baldassarri D., Bearman P.S. (2007). Dynamics of Political Polarization // *American Sociological Review*. Vol. 72 (5). P. 784–811.
- Cioffi-Revilla C. (2002). Invariance and Universality in Social Agent-Based Simulations // *Proceedings of the National Academy of Sciences*. Vol. 99. P. 7314–7316.

- Cioffi-Revilla C.** (2005). A Canonical Theory of Origins and Development of Social Complexity // *Journal of Mathematical Sociology*. Vol. 29. P. 133–153.
- Cioffi-Revilla C.** (2010). A Methodology for Complex Social Simulations // *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*. Vol. 13 (1).
- Davern M.** (1997). Social Networks and Economic Sociology: A Proposed Research Agenda for a More Complete Social Science // *American Journal of Economics & Sociology*. Vol. 56. Issue 3. P. 287–302.
- Gavrilets Ser., Anderson D.G., Turchin P.** (2010). Cycling in the Complexity of Early Societies // *Cliodynamics*. Vol. 1 (1).
- Helbing D.** (1994). Mathematical Model for The Behavior of individuals in a Social Field // *Journal Mathematical Sociology*. Vol. 19 (3). P. 189–219.
- Moody J., Douglas R.W.** (2003). Structural Cohesion and Embeddedness: A Hierarchical Concept of Social Groups // *American Sociological Review*. Vol. 68(1).
- Opp K.-D.** (2011). Modeling Micro-Macro Relationships: Problems and Solutions // *Journal of Mathematical Sociology*. Vol. 35.
- Wasserman S., Faust K.** (1994). *Social Network Analysis: Methods and Applications*. N.Y.: Cambridge University Press.
- Weidlich W.** (2002). *Sociodynamics*. London, Taylor & Francis.

Поступила в редакцию
13.02.2014 г.

A Computer Model of Ideological Confronting between Two Political Forces in the Society

Yu.N. Gavrilets

The paper provides an arbitrary dynamics model of social groups' political positions. These changes occur as a result of the contacts between groups under the information influence of the external environment. Computer calculations on the model allows to specify the role of different parameters when forecasting.

Keywords: social groups, socio-psychological attitude, imitative behavior, social interaction, Markov chains.

JEL Classification: C31.