
**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ**

**О ВЫЧИСЛЕНИИ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ
В ЗАДАЧАХ МНОГОФАКТОРНОГО АНАЛИЗА
ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ***

© 2010 г. В.В. Мокеев

(Челябинск)

Метод главных компонент является одним из распространенных способов построения многофакторных моделей экономических систем. Однако при большом числе факторов его применение ограничено возможностями современных методов вычисления, которые эффективны только для матриц небольшого размера. В статье поиск собственных значений больших матриц предлагается проводить по методу линейной конденсации. Эффективность предлагаемого метода демонстрируется на примерах решения конкретных задач.

Ключевые слова: многофакторный анализ, метод главных компонент, анализ продаж, собственное значение.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время для анализа экономической информации широко используются методы регрессионного анализа, главных компонент, факторного и нейросетевого анализа. Эти методы наиболее часто применяются для прогнозирования поведения экономических систем. Ошибки в получаемых этими средствами прогнозах могут быть следствием влияния неучтенных в модели факторов. А поскольку заранее неизвестно, насколько полезны для прогноза те или иные входные признаки, у исследователя возникает желание увеличить число входных параметров и за их счет существенно повысить точность и качество прогноза, а также определить, какие из них наиболее значимы. Поэтому создание эффективных методов анализа и прогнозирования многофакторных моделей является актуальной проблемой.

Одним из распространенных средств многомерного анализа стал метод главных компонент (Уотшем, Паррамоу, 1999, с. 495–502), который позволяет, не отбрасывая конкретные признаки экономической системы, учитывать наиболее существенные комбинации их значений. Данный метод, выделяя действительно независимые факторы, может намного облегчить задачу создания многофакторных моделей экономических систем. Однако при большом числе признаков его применение ограничено возможностями современных методов вычисления собственных значений. Известно, что сегодня существуют программы, способные удовлетворять любые запросы для матриц небольшого размера. Более того, исследована сходимость методов, реализованных этими программами. Но для больших матриц сложилась иная ситуация, заключающаяся в том, что разработанные методы применяются для решения только определенного класса задач (редкозаполненные или ленточные матрицы).

Методы решения задачи собственных значений условно можно разделить на две группы: итерационные методы и методы преобразования подобия (Парлетт, 1983, с. 74–201). Распространенным методом вычисления наибольших или наименьших собственных значений является метод прямых итераций (степенной метод). Однако на скорость сходимости решения влияет отношение величины искомого собственного значения к ближайшему собственному значению. Если это отношение близко к единице, то сходимость оказывается медленной. Скорость схо-

* Работа выполнена при финансовой поддержке фонда Российского гуманитарного научного фонда (проект 08-02-85209а/У).

димости итерационного процесса зависит еще и от того, насколько удачно выбран начальный вектор.

Методы преобразований подобия применяются с целью получить из исходной матрицы новую, но более простого вида, хотя и с теми же собственными значениями. Наибольшее распространение получили методы Якоби, Гивенса и Хаусхолдера. Метод Хаусхолдера позволяет прийти к результату быстрее, чем метод Гивенса, так как он связан с выполнением меньшего числа, хотя и более сложных преобразований.

Методы понижения порядка матриц (конденсации) можно условно отнести к методам преобразования подобия, так как цель понижения порядка матрицы заключается в формировании матрицы меньшего порядка, которая была бы подобна исходной матрице в том смысле, что собственные значения этих матриц в заданном диапазоне совпадали бы с заданной точностью. Методы конденсации делят все признаки на основные (удерживаемые) и вспомогательные (исключаемые). Затем используется предположение о зависимости вспомогательных признаков от основных, что позволяет в дальнейшем их исключить. Одной из первых реализаций идеи понижения порядка матриц стал метод статической конденсации, или метод Гайана, предложенный в 1965 г. для решения обобщенной задачи собственных значений, возникающей при расчете колебаний конечно-элементных моделей. Метод определяет наименьшие собственные значения и требует предварительного выбора основных и вспомогательных переменных. Метод частотной конденсации представляет следующий шаг развития методов конденсации и в отличие от статической конденсации имеет формализованную процедуру выбора основных переменных. Метод частотной конденсации позволяет находить все собственные значения в заданном интервале (Мокеев, 1992, с. 1652–1657).

В работе предлагается метод линейной конденсации, который стал развитием метода частотной конденсации. В основе метода линейной конденсации лежит способ понижения порядка матриц, который эффективно решает задачу нахождения собственных значений больших матричных систем, когда искомое число собственных значений намного меньше порядка матриц (а это так, потому что иначе теряется смысл главных компонент). Метод линейной конденсации отличается от известных методов конденсации тем, что:

- а) решаемая задача собственных значений является стандартной, а не обобщенной;
- б) дисперсионно-ковариационная матрица – плотная, а не редкозаполненная;
- в) процедура выбора удерживаемых степеней свободы выполняется на основе блочного, а не фронтального подхода.

МЕТОД ГЛАВНЫХ КОМПОНЕНТ

Метод главных компонент применяется в целях уменьшения размерности данных путем группировки исходных признаков таким образом, чтобы члены группы коррелировали между собой, но группа в целом была бы независима от других групп. Линейно независимые группы признаков называют *главными компонентами*. В финансовой практике существует много ситуаций, когда желательно определить линейно независимые комбинации признаков.

Пусть экономический объект описывается набором признаков. Значения признаков в момент времени t_i образуют вектор x_i . Таким образом, состояние экономического объекта описывается матрицей $\mathbf{X}^0 = [x_1^0, \dots, x_M^0]$, где i – номер признака, $i = 1, \dots, M$; M – число моментов времени; x_i^0 – вектор признаков; N – размерность вектора признаков x_i^0 . Таким образом, размерность пространства признаков определяется произведением $N \times M$.

Для уменьшения размерности пространства признаков предлагается использовать метод главных компонент. Вычислительная процедура выделения главных компонент может быть представлена в виде последовательности шагов.

На первом шаге вычисляется вектор среднеарифметических значений:

$$\bar{x} = \frac{1}{M} \sum_i^M x_i^0.$$

Используя среднеарифметический вектор \bar{x} , формируется новая матрица, содержащая отклонение исходных признаков от их среднеарифметических значений $X = [x_1^0 - \bar{x}, \dots, x_M^0 - \bar{x}]$, которая используется для вычисления дисперсионно-ковариационной матрицы $\mathbf{A} = \mathbf{X}\mathbf{X}^T$.

На втором шаге вычисляются собственные векторы ковариационной матрицы путем решения уравнения

$$(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I})x_0 = 0, \quad (1)$$

где \mathbf{I} – единичная матрица; x_0 – собственный вектор; λ – собственное значение. Затем формируется матрица собственных векторов, которым соответствуют наибольшие собственные значения

$$\Delta = [x_{01}, \dots, x_{0p}], \quad (2)$$

где p – число главных компонент.

На третьем шаге, используя матрицу главных компонент (2), осуществляется переход от исходной матрицы признаков к редуцированной матрице факторов. Исследуемый объект в каждый момент времени характеризуется вектором матрицы \mathbf{X} , который может быть представлен в виде суммы главных компонент

$$x_i^0 - \bar{x} = \sum_k^p x_{0k} z_{ki},$$

где z_{ki} – значение безразмерного фактора k в момент времени i . Значения факторов в момент времени i образуют вектор z_i . Эти векторы составляют матрицу \mathbf{Z} , которая связана с матрицей главных компонент отношением $\mathbf{Z} = \Delta^T \mathbf{X}$, где \mathbf{Z} – матрица факторов. Размерность матрицы факторов равна $p \times M$, что меньше исходной размерности в N/p раз.

МЕТОД ЛИНЕЙНОЙ КОНДЕНСАЦИИ

Задача вычисления наибольших собственных значений уравнения (1) может быть сведена к задаче поиска наименьших собственных значений уравнения вида

$$(\mathbf{I} - \mu\mathbf{A})x_0 = 0, \quad (3)$$

где $\mu = 1/\lambda$.

Метод понижения порядка матриц базируется на предположении о зависимости одних (вспомогательных) признаков от других (основных), что позволяет исключить вспомогательные признаки. Разделим вектор x_0 на две составляющие: вектор вспомогательных (исключаемых) признаков и вектор основных (удерживаемых) признаков. Уравнение (3) в соответствии с этим делением переписывается в виде

$$\left(\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{rr} & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_{ss} \end{bmatrix} - \mu \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{rr} & \mathbf{A}_{rs} \\ \mathbf{A}_{sr} & \mathbf{A}_{ss} \end{bmatrix} \right) \times \begin{Bmatrix} x_{0r} \\ x_{0s} \end{Bmatrix} = 0, \quad (4)$$

где индекс r относится к основным признакам, а индекс s – к вспомогательным. Используя второе уравнение системы (4), можно определить связь вспомогательных и основных признаков:

$$x_{0s} = \mu(\mathbf{I}_{ss} - \mu\mathbf{A}_{ss})^{-1} \mathbf{A}_{sr} x_{0r}. \quad (5)$$

После исключения вспомогательных признаков с помощью соотношения (5) уравнение (4) примет вид

$$(\mathbf{I}_{rr} - \mu\mathbf{A}_{rr} + \mathbf{D}_{rr}(\mu))x_{0r} = 0, \quad (6)$$

где $\mathbf{D}_{rr}(\mu) = \mu^2 \mathbf{A}_{rs} (\mu\mathbf{A}_{ss} - \mathbf{I}_{ss})^{-1} \mathbf{A}_{rs}^T$.

Процедура понижения порядка матриц уравнения (4) сводится к аппроксимации матрицы $\mathbf{D}_{rr}(\mu)$ с помощью выражения вида

$$\mathbf{D}_{rr}(\mu) \cong \mathbf{I}_{rr}^* - \mu\mathbf{A}_{rr}^*. \quad (7)$$

Коэффициенты матриц \mathbf{A}_{rs}^* и \mathbf{I}_{rr}^* соотношения (7) определяются из условия наилучшего приближения матриц $\mathbf{D}_{rr}(\mu)$ и $\mathbf{I}_{rr}^* - \mu\mathbf{A}_{rr}^*$ в диапазоне $\mu_1 \dots \mu_2$, например из условия совпадения матриц $\mathbf{D}_{rr}(\mu)$ и $\mathbf{I}_{rr}^* - \mu\mathbf{A}_{rr}^*$ в граничных точках искомого диапазона μ_1 и μ_2 . Это соответствует

линейной аппроксимации матрицы $\mathbf{D}_{rr}(\mu)$. В этом случае матрицы \mathbf{A}_{rr}^* и \mathbf{I}_{rr}^* рассчитываются по формулам

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{rr}^* &= \mathbf{D}_{rr}(\mu_1) - \mu_1 \frac{\mathbf{D}_{rr}(\mu_1) - \mathbf{D}_{rr}(\mu_2)}{\mu_1 - \mu_2}, \\ \mathbf{A}_{rr}^* &= - \frac{\mathbf{D}_{rr}(\mu_1) - \mathbf{D}_{rr}(\mu_2)}{\mu_1 - \mu_2}. \end{aligned} \tag{8}$$

Если $\mu_1 = 0$, то выражения (8) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{rr} &= 0, \\ \mathbf{A}_{rr}^* &= -\mathbf{D}_{rr}(\mu_2)/\mu_2. \end{aligned}$$

После понижения порядка матриц уравнение (3) представляется в виде редуцированного уравнения

$$(\mathbf{I}_r - \mu^* \mathbf{A}_r) x_{0r}^* = 0, \tag{9}$$

где $\mathbf{A}_r = \mathbf{A}_{rr} + \mathbf{A}_{rr}^*$, $\mathbf{I}_r = \mathbf{I}_{rr} + \mathbf{I}_{rr}^*$. Если $\mu_1 = 0$, то решение уравнения (9) – стандартная задача нахождения собственных значений, а в случае $\mu_1 > 0$ – обобщенная задача нахождения собственных значений.

Из уравнения (9) получаем приближенное решение уравнение (3). Причиной появления ошибок является линейная аппроксимация матрицы $\mathbf{D}_{rr}(\mu)$. В общем случае погрешность аппроксимации матрицы $\mathbf{D}_{rr}(\mu)$ определяется как

$$\mathbf{E}_{rr}(\mu) = \mathbf{D}_{rr}(\mu) - (\mathbf{I}_r - \mu \mathbf{A}_{rr}^*).$$

Можно связать погрешность собственных значений с матрицей $\mathbf{E}_{rr}(\mu)$. Для этого вычтем из уравнения (6) уравнение (9) и при допущении $x_{0r} = x_{0r}^*$ получим

$$(\Delta\mu \mathbf{A}_r = \mathbf{E}_{rr}(\mu)) x_{0r} = 0,$$

где $\Delta\mu = \mu - \mu^*$ – погрешность собственных значений.

Значение погрешности, вносимое в собственные значения при понижении порядка матриц, можно оценить по формуле $\Delta\mu \leq | \mathbf{A}_r^{-1} \mathbf{E}_{rr}(\mu) |$. Коэффициенты матрицы погрешности равны нулю в граничных значениях диапазона конденсации и достигают максимального значения внутри диапазона при $\mu = \mu_M$. Приблизительно в качестве μ_M можно использовать середину диапазона $\mu_M = \mu_{cp}$. Матрица погрешности в этом случае может быть вычислена по формуле

$$\mathbf{E}_{rr}(\mu_{cp}) = \mathbf{D}_{rr}(\mu_{cp}) - (\mathbf{D}_{rr}(\mu_1) - \mathbf{D}_{rr}(\mu_2))/2, \text{ где } \mu_{cp} = (\mu_1 + \mu_2)/2.$$

АЛГОРИТМ ЛИНЕЙНОЙ КОНДЕНСАЦИИ

Алгоритм метода линейной конденсации состоит из нескольких шагов. На первом шаге выбираются основные и вспомогательные признаки. Неудачный выбор основных признаков может привести к появлению больших погрешностей в вычисленных собственных векторах. Предлагаемая процедура выбора основных признаков строится на упорядочении всех признаков по убыванию диагональных коэффициентов дисперсионно-ковариационной матрицы (a_{ii}) и выборе в качестве основных таких признаков, для которых выполняется условие $\mu_1 \leq a_{ii} \leq \mu_2$. Затем формируются матрицы \mathbf{A}_{rr} , \mathbf{A}_{ss} и \mathbf{A}_{rs} и определяются матрицы \mathbf{A}_{rr}^* и \mathbf{I}_{rr}^* .

На втором шаге вычисляются собственные значения и собственные векторы редуцированной матрицы \mathbf{A}_r . Для этого можно использовать методы Хаусхолдера, Гивенса и т.п.

На третьем шаге матрица редуцированных собственных векторов восстанавливается до полной, это означает, что для каждого редуцированного собственного вектора вычисляется вектор вспомогательных признаков по формуле $x_{0si}^* = \mu_i^* (\mathbf{I}_{ss} - \mu_i^* \mathbf{A}_{ss}) \mathbf{A}_{sr} x_{0ri}^*$. В результате получаем матрицу восстановленных собственных векторов

$$\Delta^* = \begin{bmatrix} x_{0r1}^* & x_{0r2}^* & \dots & x_{0rp}^* \\ x_{0s1}^* & x_{0s2}^* & \dots & x_{0sp}^* \end{bmatrix}.$$

Восстановленные собственные векторы, полученные на этом шаге, не являются ортогональными. Для получения матрицы ортогональных собственных векторов необходимо выполнить четвертый и пятый шаги.

На четвертом шаге вычисляются приведенные матрицы $A_p = \Delta^{*T} A \Delta^*$, $I_p = \Delta^{*T} \Delta^*$, а на пятом – решается задача собственных значений матричного уравнения $(I_p - \mu A_p) q = 0$ и уточняется матрица собственных векторов $x_0 = \Delta^* q$.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДА ЛИНЕЙНОЙ КОНДЕНСАЦИИ

Любой численный метод должен в той или иной мере обладать следующими характеристиками: надежность, точность, быстрдействие.

Надежность метода связана с областью определения, т.е. множеством матриц, для которых метод работает. Особенно это свойство важно для итерационных методов (например, при плохой обусловленности матриц метод может давать осечку). Метод линейной конденсации обладает высокой надежностью, так как не накладывает никаких ограничений на матрицы, с которыми он работает.

Определим точность метода линейной конденсации при помощи анализа главных компонент процесса продаж изделий хлебокомбината.

Номенклатурный перечень хлебобулочных изделий за пять лет содержит 178 позиций. Для анализа объемов продаж строится дисперсионно-ковариационная матрица. Решение задачи производится методом линейной конденсации. Точность метода исследуется для задачи нахождения первых восьми собственных значений и собственных векторов. Рассматриваются четыре варианта понижения порядка матрицы, отличающихся друг от друга числом удерживаемых признаков: 10, 20, 30, 40. В качестве эталонного решения используются собственные значения и собственные векторы, полученные методом Хаусхолдера.

Погрешность ε_i собственных значений λ_i^* , найденных методом линейной конденсации, определяется по формуле $\varepsilon_i = |\lambda_i^* - \lambda_i| / \lambda_i$, где λ_i – собственные значения, полученные методом Хаусхолдера. В табл. 1 представлена погрешность восьми наибольших собственных значений, рассчитанных при различном числе основных признаков. Как видно из таблицы, чем больше число основных признаков, тем меньше погрешность собственных значений.

Даже небольшие погрешности собственных значений могут привести к существенным погрешностям собственных векторов. Поэтому наряду с анализом погрешности собственных значений необходимо выполнить оценку погрешности собственных векторов, которая производится по формуле

$$\delta_i = \|x_{0i}^* - x_{0i}\| / \|x_{0i}\|,$$

где x_{0i}^* – собственные векторы, вычисленные методом линейной конденсации; x_{0i} – собственные векторы, полученные методом Хаусхолдера. Погрешность собственных векторов представляет отношение нормы вектора погрешности собственного вектора к норме собственного вектора.

Таблица 1. Погрешность собственных значений, %

Число основных признаков	Номер собственного значения							
	1	2	3	4	5	6	7	8
40	0.0001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.0006	0.0005	0.002
30	0.2476	0.047	0.222	0.032	0.016	0.146	0.058	0.153
20	0.2476	0.048	0.221	0.034	0.018	0.145	0.058	0.155
10	0.2654	0.309	0.189	0.849	2.280	0.070	0.044	0.179

Таблица 2. Погрешность собственных векторов, %

Число основных признаков	Номер собственного вектора							
	1	2	3	4	5	6	7	8
40	0.0047	0.054	0.063	0.066	0.136	0.106	0.106	0.147
30	0.0044	0.080	0.089	0.139	0.180	0.176	0.158	0.180
20	0.0627	0.380	0.383	0.395	0.489	0.269	0.249	0.463
10	1.3421	5.150	1.867	9.418	16.22	3.014	1.307	1.831

В табл. 2 показаны погрешности собственных векторов, соответствующие восьми наибольшим собственным значениям. Из расчетов видно, что наибольшие погрешности получены для варианта с числом основных признаков 10. Однако для вариантов с большим числом признаков погрешности вычисления малы. Таким образом, метод линейной конденсации дает решения с приемлемой точностью.

Быстрота исполнения является одним из традиционных критериев сравнения двух надежных методов. Быстродействие метода чаще всего определяется через сравнение времени решения некоторой задачи различными методами.

В табл. 3 представлено время (в секундах) вычисления собственных векторов матрицы порядка 178. Под временем вычисления понимается календарное время решения задачи собственных значений с помощью компьютера AMD Athlon(tm) 64x2 Core Processor 3800 +2.01 ГГц.

Таблица 3. Время решения задачи собственных значений, с

Число собственных значений/векторов	Метод линейной конденсации	Итерационный метод
10	2	2
20	2	8
30	2.5	13
40	3	18

Как видно из табл. 3, время решения задачи при помощи итерационного метода неуклонно увеличивается с ростом числа вычисляемых собственных значений, в то время как время расчета по методу линейной конденсации возрастает всего в 1.5 раза при изменении числа собственных векторов с 10 до 40.

В табл. 4 представлено время нахождения 20 собственных значений матриц различного порядка.

Как видно из расчетов, время решения итерационного метода существенно увеличивается с ростом порядка матриц, а метод линейной конденсации показывает достаточно высокое быстродействие.

Таблица 4. Время решения задачи собственных значений, с

Порядок матриц	Метод линейной конденсации	Итерационный метод
178	2	8
259	12	30
518	35	130
779	75	220

АНАЛИЗ ОБЪЕМОВ ПРОДАЖ ХЛЕБОБУЛОЧНЫХ ИЗДЕЛИЙ

Рассматривается задача анализа объемов продаж хлебобулочных изделий. Номенклатурный перечень хлебобулочных изделий за четыре года содержит 184 позиции. Анализ объемов продаж начинается с построения дисперсионно-ковариационной матрицы и вычисления ее собственных векторов. В результате решения этой задачи определяются главные компоненты. Используя их, можно восстановить исходные данные по формуле

$$x_i^*(t_j) = \sum_{j=1}^p x_{0j} z_i(t_j),$$

где $z_i(t_j)$ – значение фактора i в момент времени j ; $x^*(t_j)$ – вектор восстановленных значений характеристик процесса продаж в момент времени j ; x_{0j} – матрица правых главных компонент; p – число главных компонент; i – номер позиции номенклатуры хлебобулочного изделия.

Чем больше главных компонент, тем с большей точностью восстанавливаются исходные значения характеристик. Если в число главных компонент включить все собственные векторы, то исходные характеристики восстановятся полностью, т.е. ошибка будет равна нулю.

Погрешность описания характеристик процесса продаж с помощью главных компонент определяется по формуле

$$\varepsilon_{ij} = |x_i(t_j) - x_i^*(t_j)| / \bar{x}_i,$$

где \bar{x}_i – среднее арифметическое значение объемов продаж по позиции i .

Среднее значение погрешности описания объемов продаж главными компонентами определяется по формуле

$$\varepsilon_i^{\text{cp}} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^m \varepsilon_{ij}^2.$$

На рис. 1 показан график погрешности описания объемов продаж хлебобулочных изделий с помощью восьми главных компонент для различных позиций номенклатуры хлебопродуктов. Как видно из графика, существует достаточно много позиций в списке хлебобулочных изделий, которые достаточно хорошо описываются восемью главными компонентами. Главные компоненты

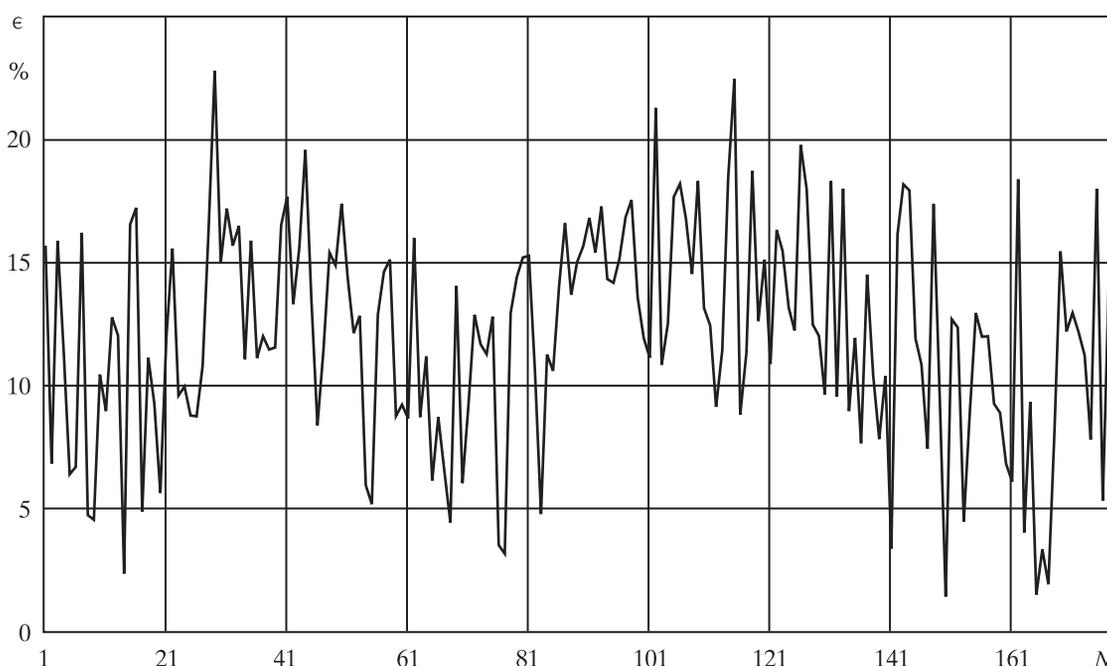


Рис. 1. Погрешность ε описания объемов продаж хлебобулочных изделий восемью главными компонентами

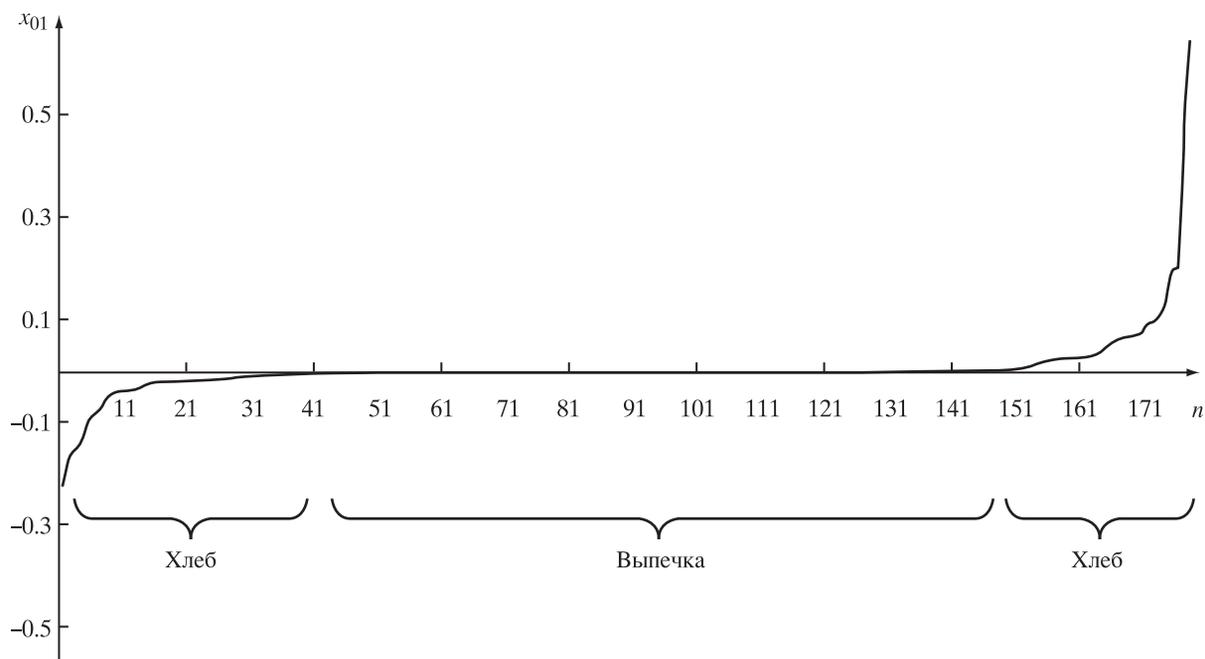


Рис. 2. Первая главная компонента

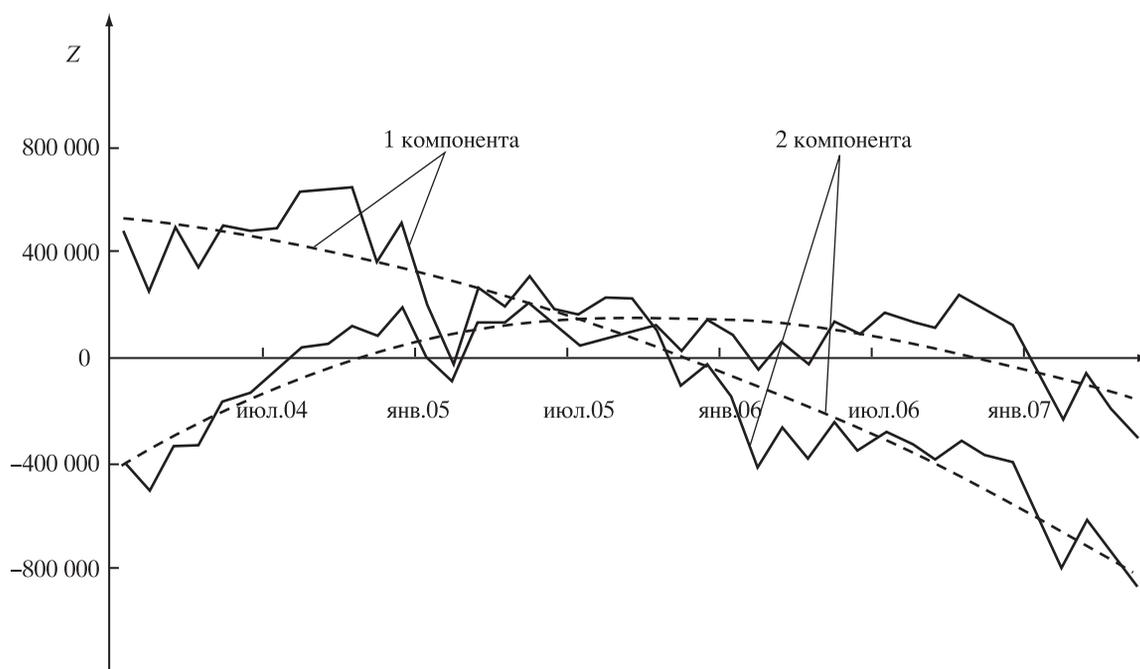


Рис. 3. Изменение во времени главных факторов

представляют отклонения объемов продаж хлебобулочных изделий от их среднеарифметических значений и отражают некоторую тенденцию в развитии процесса продаж. Для понимания этих тенденций удобно представлять главную компоненту в виде графика, на котором величины отклонений отсортированы в порядке возрастания. На рис. 2 показаны отклонения объемов продаж хлебобулочных изделий от их средних объемов для первой главной компоненты. В результате упорядочивания все отклонения объемов продаж образуют три зоны. По краям графика расположились изделия,

которые обозначены под общим названием “хлеб”. В эту группу входят различные виды хлеба. В центре графика находится “выпечка”, которая объединяет такие продукты, как торты, сухари, булочки, слойки. Объемы продаж “выпечки” намного ниже, чем хлеба.

Как видно из графика, объемы продаж “хлеба” и “выпечки” имеют как положительные, так и отрицательные значения. Это можно интерпретировать следующим образом. Увеличение объемов продаж продуктов с положительными значениями на графике будет приводить к уменьшению объемов продаж продуктов с отрицательными значениями, и наоборот.

Изменение объемов продаж во времени описывается факторами $z_i(t_j)$. На рис. 3 представлены временные зависимости первых двух факторов, соответствующих первым двум главным компонентам. На этом же рисунке показаны тренды колебаний этих факторов. Как видно из графиков, первая главная компонента имеет наибольший период колебаний, т.е. тенденция процесса продаж, которую описывает первая главная компонента, является наиболее стабильной. Период тренда первого фактора составляет более 12 лет. Более точно величину периода можно определить, только обработав более длинные временные выборки. Период колебаний второго тренда примерно равен восьми годам. У всех последующих главных компонент периоды трендов последовательно уменьшаются.

В теории колебаний при решении стохастических краевых задач часто используют представление вибрационных полей в виде разложения в ряд по собственным формам колебаний. Полученные результаты позволяют увидеть определенную аналогию, в соответствии с которой продажи хлебобулочных изделий образуют систему, колебания которой можно описать суперпозицией главных компонент (форм собственных колебаний процесса продаж). Движение по каждой собственной форме можно представить в виде гармонического колебания, подверженного многочисленным внешним импульсам. Естественно, что такое представление будет линеаризацией процесса продаж, который в общем случае является нелинейным.

* * *

Итак, в статье были продемонстрированы возможности метода главных компонент в задачах многофакторного анализа экономических процессов. Для решения задачи собственных значений больших матриц предложен метод линейной конденсации, который использует понижение порядка матриц для вычисления собственных значений в заданном интервале. Показано, что метод линейной конденсации позволяет находить решения с точностью, достаточной для научных и инженерных расчетов. По быстродействию разработанный метод превосходит такие известные методы, как метод прямых итераций и метод Хаусхолдера.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Мокеев В.В. (1992): О задачах нахождения собственных значений и векторов больших матричных систем // *Журнал вычислит. математики и мат. физики*. Т. 32. № 10.
 Парлетт Б. (1983): Симметричная проблема собственных значений. Численные методы. М.: Мир.
 Уотшем Е.Дж., Паррамоу К. (1999): Количественные методы в финансах. М.: Финансы: ЮНИТИ.

Поступила в редакцию
23.12.2008 г.

On Eigenvalues Computation in Multivariate Analysis Problems of Economic Systems

V.V. Mokeyev

The principal component analysis is one of the common ways constructing the multivariate models of economic systems. However, when amount of factors is a large, its application is limited by abilities of modern numerical methods, which are effective only for small matrices. In paper for eigenvalues search of large matrices is proposed to use the linear condensation method. The effectiveness of the proposed method is illustrated by specific tasks examples.

Keywords: multivariate analysis, principal component method, sales analysis, eigenvalue.