
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

ОБ ЭНТРОПИЙНОМ АНАЛИЗЕ ПЕРЕХОДНОЙ ЭКОНОМИКИ*

© 2014 г. В.Н. Лившиц, А.В. Сигал

(Москва, Украина)

Рассматриваются стационарные и нестационарные экономические состояния и процессы в переходных экономиках стран, бывших неприбалтийских республиках Советского Союза. Изучаются различные модели энтропии, ее поведение в связи со стационарным экономическим состоянием. Обсуждаются сферы использования энтропийного инструментария в экономике и методы ее расчета.

Ключевые слова: переходная экономика, радикальная реформа, стационарное, нестационарное состояние, энтропия, формулы Фишберна.

Классификация JEL: A00, P20, B40.

Вот уже третье десятилетие в наших экономиках (России, Украины и др.) проводятся радикальные реформы, переход от существовавшей в Советском Союзе системы глобального централизованного планирования всего и вся к не менее глобальной рыночной децентрализации с механизмами, казалось бы, ориентации каждого участника хозяйственных процессов на получение им максимально возможного интегрального эффекта, адекватного его интересам. Процессы этой трансформации оказались очень непростыми, со многими негативными неожиданностями. К ним должны быть отнесены (Лившиц В., Лившиц С., 2008, 2011) прежде всего резкий, особенно в 1990-е годы, спад производства, недопустимое устаревание и износ оборудования в экономике в целом и практически во всех отраслях и регионах, интенсивный рост безработицы, снижение реального уровня жизни основной массы резидентов, чрезмерная дифференциация доходов населения и рост бедности значительной части его слоев, возникшие серьезные демографические проблемы и общее старение населения¹ из-за заметного сокращения в последние два десятилетия, особенно в 1990-е годы, рождаемости и продолжительности жизни (особенно у мужчин), криминализация политической и хозяйственной жизни². То есть между тем, что нормальным жителям страны (России, Украины, другим ныне независимым странам – бывшим неприбалтийским республикам бывшего СССР) хотелось “нареформировать”, и тем, что реально реформаторы создали – “нареформировали”, – обнаружили, как говорят в Одессе, “две боль-

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 13-06-00066 и 13-07-12060).

¹ Например, Россия, согласно данным (Полухович, 2012, с. 1), по относительной доле “пожилых” людей в 2010 г. с показателем 13% (5,46% мужчин и 12,61% женщин) занимает 55 место в мире. В 1989 г. этот показатель составлял 9,6%, а в 1959 г. – чуть больше 6%. То есть практически все годы перестройки и радикальных реформ страна старела – «по меркам ООН, страна начинает “стареть”, когда доля пожилых людей превышает 8% населения». При этом, “по данным ВОЗ, в развитых странах пожилыми считаются граждане старше 65”. Почти два десятилетия (кроме последней пары лет) заметно падала и общая численность населения – согласно данным Росстата и ОЭСР количество россиян в 2030 г. прогнозируется на уровне 136,4 млн человек, а в 2060 г. на уровне 120,8 млн.

² Естественно, перечень и позитивных, и негативных итогов реформ можно существенно продолжить. Например, в (Гринберг, 2002) указывается, что “... раскрепощена ранее скованная личная инициатива людей. Происходит становление предпринимательского класса, призванного формировать основу благополучия страны” и что “результаты рыночных преобразований с отрицательным знаком более зримы и очевидны. Пока они преобладают над успехами... Дело не только и даже не столько в том, что страна за годы реформ утратила половину своего экономического потенциала. Хуже то, что она никак не может приостановить процессы примитивизации производства, деинтеллектуализации труда и деградации социальной сферы”. К сожалению, эти слова, сказанные десять лет назад, можно повторить и сегодня – с той лишь коррекцией, что уровень экономической активности, если его измерять величиной ВВП ресурсоэксплуатирующих стран (Россия и др.), затем спустя еще пять лет в “тучные” годы (2000–2007 гг.) высоких мировых цен на природные нефтегазовые и металлургические ресурсы и продукты первичной их переработки, с избытком восстановился, а в период мирового кризиса снова значительно опустился.

шие разницы”, – как и между созданными реформаторами СМИ и их реальным профессионализмом, а возможно, и бескорыстием.

В значительной мере все это было прямым следствием избранной реформаторами неэффективной для своей страны линии проведения рыночных преобразований – посредством шоковой терапии, ваучерной приватизации и других мероприятий из “джентльменского набора Вашингтонского консенсуса”, рекомендованного международными финансовыми организациями развивающимся странам и, вообще говоря, оказавшегося в некоторых странах экономически достаточно эффективным. Однако в России, Украине и т.д. итог этих усилий, как отмечают многие видные отечественные и зарубежные экономисты, в том числе и лауреаты Нобелевских премий за достижения в экономической науке (например, (Stiglitz, 2002)), явно отрицательный – заметное усиление социально-экономической напряженности в стране, нарушение нормальных воспроизводственных процессов, недопустимая амортизация основных фондов³, резкое сокращение производственных инвестиций⁴. Все эти и многие другие убедительные соображения, высказанные известными отечественными и зарубежными учеными об анализе реформы, невольно наводят на мысль, что *в России, Украине и др. при разумном использовании минувшего советского и современного зарубежного (китайского и др.) опыта можно и нужно было иначе переходить к эффективному смешанному рынку – с отсутствием дефицита товаров и многих неприятных недемократических социально-экономических явлений – не путем шоковой терапии “по Чубайсу” (т.е. согласно “Вашингтонскому консенсусу”, с гиперинфляцией, обнищанием основной массы населения своей страны, глобальным разворовыванием немногими всего, что было создано всеми предыдущими поколениями), а вполне нормально – без существенных социальных потрясений, создания олигархата, разрушения производственного потенциала страны и др.*

Статистические данные Госкомстата (с 2006 г. – Росстата) РФ, характеризующие функционирование переходной российской экономики в последнем десятилетии минувшего и первом десятилетии нынешнего века, свидетельствуют о существенном негативном отличии динамики основных ее экономических (ВВП, объем промышленного производства и др.), финансовых (темпы инфляции, ставка рефинансирования ЦБ и др.) и социальных (уровень безработицы, реальных доходов, продолжительности жизни населения и др.) макропоказателей от соответствующих их изменений, которые присущи благополучным промышленно-развитым странам с рыночной экономикой (Россия в цифрах, 2009, 2012, 2013).

В этих странах обычно, т.е. в некризисные периоды, имеет место нормальный рыночный цикл с растущим трендом занятости, объемов производства, уровня жизни населения и т.п., согласованной с ними рациональной государственной экономической (бюджетной, инвестиционной, денежной, финансовой и т.д.) политикой при относительно стабильном законодательстве (в том числе налоговом), стимулирующем интенсивный научно-технический прогресс, при развитой и эффективно действующей инфраструктуре и сети финансовых институтов (банки, биржи, фонды и др.). В России же все 1990-е годы ситуация была совершенно иная: в социально-экономической сфере интенсивно развивались негативные процессы кризисного типа. Особенно ост-

³ Так, например, согласно (Полюхович, 2013): “Изношенность речного транспорта в России превышает 83%, а доля пригодных к эксплуатации судоходных гидротехнических сооружений за 2 года уменьшилась на 3% – до 24%... По данным Минтранса, средний возраст судов грузового флота сегодня составляет 32 года, пассажирского – 33, а круизного 41 год...”. Не намного лучше ситуация в других отраслях материального производства, особенно в инфраструктурных (энергетика, железнодорожный транспорт и др.). В целом же в нашей экономике согласно данным Росстата (Лившиц В., Лившиц С., 2011, с. 66) в 2000 г. он составил 18,7 лет, а в 2013 г. превысил 22,3 года. Возможные последствия очевидны: “крушение теплохода “Булгария”, унесшее жизни 122 человек” (там же), крупнейшая в гидроэнергетике нашей страны Саяно-Шушенская катастрофа, также с многочисленными человеческими жертвами и многомиллиардным экономическим ущербом...

⁴ Как вынужден был признаться в интервью газете “Известия” бывший в то время вице-премьером РФ, а ныне президент РСПП Александр Шохин: “Бытует мнение: шоковая терапия это принесение народа в жертву. Мол, ничего, потерпит. Но мы рассчитывали, что быстро проскочим. Как в Польше. А вышло, что не получилось преодолеть пропасть в один прыжок. В сущности уже в 1992 г. стало ясно, что шоковая терапия не удалась” (Шохин, 2006). Тем не менее шоковая терапия была доведена до “победного” финала – в том числе были установлены рекорды по темпам ваучерной приватизации “по Чубайсу”. Кстати, в том же интервью А. Шохин проливает свет и на эту весьма грустную для России страницу: «Реально Чубайс стал лидером, пробив ваучерную приватизацию. К годовщине путча Ельцин хотел показать какие-то успехи. Вспоминаю недовольство Ельцина: “Вы же мне обещали результаты к осени 92-го! Где они?” В тот момент и зародилась идея запустить проект с ваучерами».

Таблица 1. Коэффициент монетизации экономики различных стран мира (в конце года)

Страна	M2, M3, % к ВВП	1990	1995	2000	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Китай	M2	82	100	136	162	160	152	161	178	181	181
Япония	M2	105	106	123	139	140	140	147	160	161	170
Страны Евро- зоны	M3		71	72	88	91	96	102	105	102	101
Индия	M3	45	48	60	71	73	77	61	86	84	84
Великобритания	M2	54	59	61	73	75	76	78	85	84	84
США	M2	56	48	48	52	51	52	54	60	59	61
ЮАР	M2	46	45	51	61	65	69	69	66	63	61

ро они затронули воспроизводственные отношения в сфере реального производства, где в итоге износ основных фондов практически во всех отраслях намного превысил допустимые значения, что явилось генератором различного рода техногенных и социально-экономических неприятностей.

И хотя нам – во всех СМИ – властные структуры порой говорят, что мы уже два десятилетия идем к “их” цивилизованному рынку, но очень многое, с нашим реальным рынком связанное,

Таблица 2. Динамика финансовых показателей РФ

Показатели	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Дефицит (–) и профицит (+) консолидированного бюджета, % к ВВП	–1,9	–3,4	–4,6	–10,7	–3,4	–4,0	–5,4	–5,9	–0,9	1,9	2,9
Индекс инфляции:											
– декабрь – к декабрю предыдущего года, раз (с 1995 г. – %)	2,6	26,1	9,4	3,1	231,3	121,8	111,0	184,4	136,5	120,2	118,6
– по отношению к 1990 г., раз	2,6	67,86	637,9	1978	4574	5571	6184	11403	15565	18709	22189
Дефлятор ВВП, раз	–	–	–	–	–	1,46	1,15	1,19	1,72	1,38	1,16
Доля M2 в ВВП, %	68,6	33,7	19,4	16,1	15,5	12,8	14,5	15,8	12,0	15,8	15,5
Доля M0 в M2, %	19,8	26,2	40,0	36,5	36,6	35,0	33,9	41,9	37,8	36,4	36,2
M0, млрд руб. (до 1998 г. – трлн руб.) (на конец года)*	0,19	1,7	13,3	35,7	80,8	103,4	130,4	187,8	266,6	418,90	583,8
M2, млрд руб. (до 1998 г. – трлн руб.) (на конец года)*	0,96	6,5	33,2	97,8	220,8	295,2	384,5	448,3	704,7	1150,6	1613
Официальный курс доллара США, руб./долл. (на конец периода)	169	414,5	1247	3550	4640	5560	5960	20,65	27	28,16	30,14
Ставка рефинансирования ЦБ, % (на конец года)	20	80	210	180	160	48	28	60	55	25	25

Примечание. Данные, начиная с 2000 г., приведены по методологии, принятой в 2004 г., с учетом начисленных процентов по депозитам физических лиц и нефинансовых организаций.

* Уточнено по данным Банка России.

даже финансовый кризис, у нас выглядит совершенно иначе, чем у “них”. Нередко у нас аналогичные по содержанию явления и показатели (например, как было в 1990-е годы) выглядят или ведут себя совсем иначе: у “них” – растут некоторые важные макропоказатели (например, реальные доходы населения), у нас – падают; у “них” – уровень ряда показателей низкий (например, базового индекса инфляции), а у нас – высокий; у “них” – сильная корреляция между некоторыми показателями (например, риск – доходность), у нас – слабая, да еще порой с отрицательным знаком; у “них” – стоимость собственного капитала выше, чем заемного, у нас – нередко наоборот.

Да и в целом у нас основные характеристики кровеносной – денежной – системы и ее динамика были в период реформ другие. Например, у нас в России относительное *количество наличных денег* ($M0/VBP$) значительно завышено по отношению к нормальному у “них”, где оно обычно порядка нескольких процентов, а не “их” нескольких десятков, и наоборот, *общее количество денег в экономике* у нас во все годы реформ было резко занижено (нормально “у них” коэффициент монетизации экономики – величина “отношения среднегодового объема широкой денежной массы к номинальному ВВП, т.е. $M2$ или $M3/VBP$ ”, не менее 45% или даже значительно больше (Андрианов, 2013, с. 1, табл. 1), а в России – намного, часто – в разы – меньше (табл. 1, 2).

Принципиально это означает то, что у “них” процессы функционирования денежной системы в докризисной экономике, как правило, имеют достаточно стабильный, точнее стационарный, характер, а у нас, по крайней мере пока – нестационарный, и это – так даже с учетом относительно высоких результатов развития экономики России в 2000–2007 гг. при относительно

Продолжение таблицы 2

2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
0,9	1,3	4,5	8,1	8,4	6,0	4,9	–6,3	–3,4	1,5	0,4
115,1	112,0	111,7	110,9	109,0	111,9	113,3	108,8	108,8	106,1	106,6
25540	28605	31952	35435	38624	43220	48969	53278	57967	61503	65562
1,16	1,14	1,20	1,19	1,15	1,14	1,18	1,02	1,14	1,16	1,18
17,3	24,3	25,6	28,0	33,4	40,0	32,4	39,3	43,2	44,0	43,8
35,8	35,7	35,3	33,3	31,0	28,8	29,2	26,4	25,3	24,2	23,5
763,2	1147	1534,8	2009,2	2785,2	3702,2	3794,8	4038,1	5062,7	5938,6	6430,1
2135	3213	4354	6032	8971	12869	12976	15268	20012	24483	27405*
31,78	29,45	27,75	28,78	26,33	24,55	29,38	30,24	30,48	32,20	33,1
21	16	13	12	11	10	13	8,75	7,75	8,0	8,0 – 8,25

очень благоприятной внешнеэкономической обстановке, в том числе и при весьма высоких мировых ценах на нашу экспортную нефтегазовую продукцию.

Понятно, что разные типы экономик определяют существенно разные макро- и микроэкономические условия и тем самым влияют не только на их реальную эффективность, но должны непосредственно отразиться и на способах оценки и анализа. Поэтому, следуя (Лившиц, 2001; Виленский, Лившиц, Смоляк, 2008; Смоляк, 2006), введем необходимые основные понятия, причем прежде всего отметим, в каком смысле будут употребляться ключевые термины – “стационарная экономика” и “нестационарная экономика”.

Далее под **нестационарной экономикой** будет пониматься хозяйственная система, которой присущи достаточно резкие и плохо предсказуемые изменения многих макроэкономических показателей и параметров, уровни состояния и динамика которых не отвечает стационарному режиму экономики и нормальному рыночному циклу, а скорее присущи переходным кризисным или посткризисным экономическим процессам.

Пожалуй, ближе всего к такому пониманию стационарных и нестационарных систем и процессов приближается принятое в ряде естественных и технических дисциплин (например, в электротехнике (Калантаров, Нейман, 1951)) представление о стационарных и нестационарных процессах как об установившихся (хотя в некоторых случаях и изменяющихся, но периодически, особенно в цепях переменного тока) и не установившихся переходных процессах. Не случайно и наша российская нестационарная экономика называется переходной, а “их” экономика, несмотря на сложный характер рыночного делового цикла (наличия в нем краткосрочных и среднесрочных циклических составляющих типа волн Джозефа Китчина, Клемента Жугляра, Саймона Кузнеца и др., длинных волн Николая Кондратьева и т.д. (Курс экономической теории, 2006, с. 414–422)), к переходным экономикам не относится. Конечно, понятие стационарности и нестационарности применяют не только в анализе систем, но и многих других элементов. Так, например, в теоретической механике часто принимается, что “связь, не зависящая явно от времени, называется склерономной, или стационарной, если же связь явно зависит от времени, то она называется реономной...” (Николаи, 1952, ч. 2, с. 323; Бухгольц, 1965, ч. 1, с. 176).

Разумеется, выше перечислены далеко не все встречающиеся в литературе определения стационарности и нестационарности. Иногда эти термины привязывают к иным явлениям и характеристикам. Так, в учебнике *“Социально-экономический потенциал устойчивого развития”* под редакцией Л. Мельника и А. Хенса дается следующая (с. 38) трактовка этого важного понятия: *“Стационарность системы означает, что она способна поддерживать устойчивое динамическое равновесие – гомеостаз, который представляет собой динамическое относительное постоянство состава и свойств”*. По вытекающему отсюда, небесспорному, на наш взгляд, мнению авторов указанного учебника, “развиваться способны только открытые стационарные системы. Открытость системы означает, что она осуществляет метаболизм, т.е. вещественно-энергетически-информационный обмен с внешней (окружающей) средой. Метаболизм служит источником поступления в систему свободной энергии и удаления из системы отходов жизнедеятельности”.

Конечно, и для стационарных экономик бывают отдельные периоды нестационарного характера (например, Великая депрессия начала 1930-х годов или финансовый кризис 2007–2009 гг. в США и ряде других развитых стран). Необходимыми признаками нестационарности процесса, в том числе и экономического, являются, согласно (Костюк, 2004, с. 12), “изменение структуры во времени, конечный горизонт видимости...”. Кроме того, в (Костюк, 2001, с. 9–12) на основе рассмотрения ряда примеров отмечено, что “...отрицательная обратная связь характерна для стационарных, а положительная обратная связь – для нестационарных экономических процессов. Наличие устойчивой тенденции к изменению существующего положения служит необходимым признаком неравновесия, порождающего нестационарный процесс. Эти моменты изменений заранее неизвестны, поэтому доступные экономическим субъектам характеристики неравновесия обычно являются неполными, отражая неопределенность будущего в неравновесных процессах. Наличие неопределенного будущего и критических значений параметров, управляющих процессом, – еще одна характеристическая черта нестационарных процессов”.

В последнее время понятие стационарности иногда интерпретируется в термодинамическом или информационном аспекте. Так, в работе, посвященной равновесным моделям в теории макросистем (Попков, 1999, с. 49), утверждается, что: “Общие предпосылки для построения конструктивного метода определения стационарного состояния даются вторым законом термодинамики, сформулированным Клаузиусом. Второй закон термодинамики характеризует эволюцию во времени макросостояний системы. Если в некоторый момент времени система находилась в нестационарном состоянии, то наиболее вероятно, что в последующие моменты времени ее движение будет происходить с монотонно возрастающей энтропией. Отсюда следует, что если достигнуто макросостояние, в котором энтропия максимальна, то смещения из этого состояния не будет, т.е. макросостояние с максимальной энтропией есть реализуемое в макросистеме стационарное состояние”.

Далее в (Попков, 1999, с. 50) предполагается, “что второй закон термодинамики верен не только для открытого множества возможных макросостояний, но и для его подмножеств, для которых поведение элементов остается случайным и независимым. Это предположение означает, что если система находилась в некотором макросостоянии из множества допустимых макросостояний, то наиболее вероятно, что в последующие моменты времени ее движение будет сопровождаться ростом энтропии. Стационарное состояние будет достигаться тогда, когда на допустимом макросостоянии энтропия станет максимальной”.

Несколько иначе определяется это состояние в (Костюк, 2006, с. 19, 2013), где со ссылкой на работу (Пригожин, Стенгерс, 1994) отмечается: «В открытых системах можно ввести понятие *стационарного состояния*, обобщающее понятие равновесия. Изменение энтропии в открытой системе можно разделить на “поток энтропии”, зависящий от обмена системы с окружающей средой, и “производство энтропии”, обусловленное необратимыми процессами внутри системы. Второе начало термодинамики требует, чтобы производство энтропии было положительным или обращалось в нуль при достижении системой равновесия. Однако на поток энтропии второе начало не налагает никаких условий. Это дает возможность ввести следующее определение. *Состояние системы стационарно, если положительное производство энтропии внутри системы компенсируется отрицательным притоком энтропии (информации) извне*⁵. При выполнении этого условия состояние системы не изменяется во времени. Равновесие соответствует частному случаю, когда и поток энтропии, и производство энтропии обращаются в нуль». Однако, как написано в (Костюк, 2001, с. 17): “В открытых системах, обменивающихся со средой энергией и веществом... возможны альтернативно протекающие эволюционные неравновесные процессы”, для которых энтропия системы во времени уменьшается (ее производная по времени отрицательна) и “в таких процессах возникают явления критичности и бифуркации”. Тем самым (Николис, Пригожин, 1979, с. 74) «неравновесие выявляет потенциальные возможности, содержащиеся в нелинейностях и как бы “дремлющие” в равновесии и вблизи него».

Второй закон термодинамики привлек внимание и основоположников общей теории систем (Людвиг фон Берталанфи, Анатолий Рапопорт и др.). В (Рапопорт, 1969, с. 63–64) отмечается, что для некоторого класса простых открытых систем, стремящихся к динамическому равновесию, которым уделял особое внимание Л. Берталанфи, с исследованиями которого в области биологии часто вообще связывают возникновение⁶ и создание им общей теории систем, было пока-

⁵ Естественно, это вполне согласуется с несколько иначе выраженной мыслью И. Пригожина, что “в стационарных экономических системах энтропия сохраняет свое значение – ее полная производная, т.е. производная от суммы произведенной системой энтропии и потоковой энтропии обмена с внешней средой во времени, равна нулю”. Отметим также, что энтропийный подход многолик и применяется не только как мера хаоса или для характеристики стационарных состояний. И разных взглядов на понятие энтропии, ее определений, обобщений и интерпретаций немало, да и сфер использования энтропии тоже – не только в термодинамике, но и вообще в статистической и квантовой физике и астрофизике, теории информации, для моделирования процессов на товарных и финансовых рынках, рекуррентного анализа временных рядов и т.д.

⁶ Реально это, конечно, не совсем так. Как отмечает Л. Берталанфи, у него было немало предшественников с античных времен, Средневековья и Нового времени, формулировавших отдельные ее положения, и тех, кто обращал внимание на важность некоторых ее положений, например “Целое не есть сумма своих частей”. Но как цельная научная конструкция общая теория систем – это, конечно, результат творчества XX в., и Л. Берталанфи в нем, несомненно, первая скрипка этого оркестра. Примерно так же, как создание вероятностной “Теории информации” заслуженно связывают с именем Клода Шеннона и с послевоенным периодом, хотя среди его предшественников даже XX в.,

зано, что “второй закон термодинамики принимает модифицированный вид, а именно: скорость возрастания энтропии внутри системы стремится в таких системах к минимальному значению, соответствующему динамическому равновесию. В этот закон включается как частный случай классический второй закон термодинамики, поскольку он гласит, что скорость роста энтропии внутри системы стремится к нулю по мере приближения системы к состоянию равновесия, когда общая ее энтропия как раз принимает максимальное значение. Таким образом, был сформулирован обобщенный вид второго закона термодинамики; в этом виде он относится к системам более общего вида, чем те, к которым относится второй закон термодинамики в его обычной формулировке. Эти системы, будучи открытыми, более близки к живым системам. И поскольку второе начало играет такую принципиальную роль в классической термодинамике, понятно, что был сделан первый шаг на пути выведения общих и точных законов, управляющих жизненными процессами”.

В работах инженерного направления часто принимают, что система “стационарна (инвариантна во времени), если ее характеристики не изменяются во времени” (Заде, Дезоер, 1970, с. 153). Близка к этому точка зрения, высказанная в (Самуэльсон, 2002, с. 316): «Термин “стационарный” является описательным ...», а также позиция, занятая В.Н. Костюком в монографии по теории эволюции (Костюк, 2001, с. 57), в которой применительно к “изучению социальной эволюции развития общества его стационарное состояние определяется условием постоянства во времени информации (негэнтропии), малым (в пределе нулевым) темпом происходящих в нем изменений”. Для исследователя процессов рыночного риска Ф. Найта основополагающим при исследовании понятия стационарности “является противопоставление определенности и неопределенности... Будущее в стационарном обществе является полностью определенным, а потому управляемым” (Костюк, 2001, с. 59). Таким образом, понятия стационарности и нестационарности макроэкономических, социальных и т.д. систем обычно связывают с поведением их в обычном (ньютоновском) времени, возможностями прогнозирования их состояния и управления ими. В рамках же концепции синергетической экономики исходят из того, что «наряду с привычным временем, которое связано с движением, обращенным в будущее и прошлое, т.е. обратимым, существует внутреннее или необратимое, время эволюции (так называемой стрелы времени) (Евстигнеева, Евстигнеев, 2010, с. 9–10). Отцы синергетики И.Р. Пригожин и Г. Хакен показали⁷, что необратимость приводит к глубоким изменениям понятия пространства, времени и динамики. Происходящие вокруг нас явления асимметричны во времени. Здесь действует закон либо возрастающей (второй закон термодинамики), либо убывающей (в сложных открытых системах) *энтропии*. Во втором случае более “старым” является то состояние, которому соответствует большее значение энтропии (рассеяния энергии). Важный вывод из закона убывающей энтропии для экономической и любой другой общественной трансформации: *прогресс идет в результате нелинейного взаимодействия структурных компонентов системы по сложной траектории (порядок–хаос–диссипация, т.е. самоорганизация, упорядочение хаоса, порядок)*».

Таким образом, роль энтропии в анализе многих экономических процессов и экономики в целом – весьма немалая и плодотворная, и поэтому остановимся подробнее на характеристике, в том числе математической, этого понятия и связанных с ним структур, начиная с краткого объяснения “истории” и причин появления в экономике этого, казалось бы, чужеродного для нее “соседа, совсем неродственника”.

Общеизвестно, что *энтропия* – научное понятие и явление, открытое в термодинамике⁸, а затем успешно перекочевавшее в другие науки, и прежде всего в теорию информации, являет-

которых легион, есть и такие научные титаны, как А.Н. Колмогоров и Дж. фон Нейман, немало сделавшие и для возникновения и формирования современной теории информации, и для ее развития.

⁷ В (Пригожин, Стенгерс, 1994, с. 10; Хакен, 1980, 1991, 2003) отмечается, что “в формировании необратимости участвуют два ранее неизвестных или, скажем так, недостаточно привлекавших внимание фактора. Один из них – глубоко разработанная Хакеном система параметров порядка – макроскопический уровень исследования. В точках бифуркации (критических пороговых точках ветвления путей эволюции) происходит разрушение действующей системы параметров порядка и замещение ее новой системой. Другой фактор – обнаруженная Пригожиным особая роль микроскопических элементов системы. Это область хаоса и множественных каузальных и случайных линейных взаимодействий, порождающих устойчивые корреляции. Именно они дают жизнь траекториям макроскопических факторов”.

⁸ Как указывается в (Королев, Кусый, Сигал, 2013, с. 12–15 и далее), генератором появления работ, связанных с энтропией, был физик С. Карно, по существу установивший в 1820-е годы знаменитые носящие сегодня его имя

ся одним из базовых понятий современного знания. Применение энтропии для моделирования процессов и принятия решений в экономике нередко дает возможность более ясно, и *ergo* более эффективно, учитывать различные виды неполноты информации (хаотичность, случайность, сложность, противоречивость, неопределенность, конфликтность, многокритериальность, альтернативность) и обусловленный ими экономический риск. Применение энтропии в качестве меры неполноты информации системы в ряде случаев позволяет не только детальнее понять специфические особенности той или иной характеристики моделируемой системы, но иногда и оценить адекватность инструментария, используемого в прогнозном⁹ моделировании исследуемой системы.

Выше кратко было охарактеризовано поведение энтропии экономической системы при приближении ее к стационарному состоянию. Однако процесс при этом алгоритмически описан не был, да и в какой математической форме выражалась энтропия конкретно нами, указано не было. Правда, по умолчанию, имелось в виду, что в классической – шенноновской. Однако современная наука предлагает достаточно много видов энтропии и, соответственно, способов их расчета. Да и немало разных взглядов на понятие энтропии, ее определений, обобщений и интерпретаций, например, в вышедшей недавно монографии (Королев, Кусый, Сигал, 2012). В ней рассматриваются энтропии по Клаузиусу, Больцману, Гиббсу, Шеннону, Колмогорову, Реньи, Теллису, Джону фон Нейману и др., а также указывается на возможность использования энтропии не только в термодинамике, но и в статистической и квантовой физике и астрофизике, теории информации, для моделирования процессов на товарных и финансовых рынках для рекуррентного анализа временных рядов и т.д. Естественно, что разные модели энтропии и сферы их применения предъявляют различные требования к их формированию и использованию¹⁰. Несмотря на то что к настоящему времени выполнено множество исследований и обобщений энтропии, в том числе и с точки зрения строгой математической теории¹¹, ряд вопросов еще не прояснен и некоторые из них будут рассмотрены в данной статье, причем анализ начнем с самой знаменитой – шенноновской энтропии.

В своей статье “*Математическая теория связи*”, опубликованной в 1948 г., американский инженер и математик, основатель теории информации Клод Шеннон, исследуя проблему рациональной передачи информации через зашумленный коммуникационный канал, предложил веро-

принципы (начала) термодинамики (в том числе первое и второе начало, ныне формулируемые как закон сохранения энергии и закон необуывания энтропии, ее неуменьшения в изолированной (замкнутой) системе). Сам же термин “энтропия” в связи с работами С. Карно, к тому времени существенно понятыми и развитыми знаменитыми естествоиспытателями Б. Клайпероном, Р. Клаузиусом и др., ввел на основе греческого лингвистического корня в 1851 г. британский физик и механик У. Томпсон (лорд Кельвин), профессор натуральной философии в университете Глазго, который «дал несколько иную формулировку второго начала термодинамики и предложил использовать термин “энтропия” для меры превращения энергии». Любопытно, что серьезные теоретические основы рыночной экономики были заложены примерно за сто лет до него другим профессором этого же университета А. Смитом, который в течение почти двадцатилетнего периода написания своего фундаментального труда “*Исследования о природе и причинах богатства народов*” заведовал философской кафедрой в университете и читал своим слушателям лекции по курсу “Нравственная философия”, изданному вскоре в виде монографии, получившей признание и известность (но, кажется, только среди философов-профессионалов). А.С. Пушкин как будто ее не читал. Во всяком случае, в “*Евгении Онегине*” упоминается только то, что он читал “Адама Смита и мог судить о том, как государство богатеет, и почему не надо золота ему, когда простой товар имеет”. Возможно, что тогда философы этого университета имели широкий горизонт интересов, включая естественнонаучные, теологические, социальные и экономические проблемы. Кстати, тогда очень нелюбимый советскими официозными философами и политэкономами за свои идеалистические взгляды Д. Юм был старшим товарищем и научным консультантом А. Смита, оказавшим большое влияние на его научное развитие и, кажется, тоже связанным в своей профессорской деятельности с университетом Глазго.

⁹ Хотя, конечно, никакая энтропия и никакое использование никаких популярных ныне в экономической, и особенно финансовой, теориях мартингалов, субмартингалов и т.д. не могут преодолеть ограничения, которые объективно возникают от действия “Третьего закона Виктора Степановича” (Лившиц В., Лившиц С., 2010, 2011): “Прогнозирование – вещь трудная, особенно если речь идет о будущем”.

¹⁰ Например, при анализе временных рядов энтропия Шеннона для получения адекватных результатов расчетов требует большого количества исходной информации (сотни тысяч результатов наблюдений). Поэтому целесообразно остановиться только на ряде вопросов.

¹¹ Математическая теория энтропии достаточно глубоко изложена в (Мартин, Инглэнд, 1988), а также в работах, посвященных изучению энтропии и отдельных сторон ее применения, в том числе и ее экономических приложений: (Вильсон, 1978; Королев, Кусый, Сигал, 2013; Попков, 1999, 2008; Прангишвили, 2003; Прангишвили, Пашенко, Бусыгин, 2001; Тарасенко, 1963; Хакен, 1980, 1991; Чумак, 2011; Шамбадал, 1967 и др.).

ятностный подход к пониманию коммуникаций, создал теорию энтропии как меры случайности и ввел меру дискретного распределения вероятности на множестве альтернативных состояний передатчика и приемника сообщений. Шеннон задал требования к измерению энтропии и вывел формулу¹², ставшую основой количественной теории информации (Шеннон, 1963, с. 243–332),

$$H(q) = - \sum_{j=1}^n q_j \log_2 q_j. \quad (1)$$

Здесь n – число символов, из которых может быть составлено сообщение (алфавит), H – информационная двоичная энтропия. На практике значения вероятностей q_j в формуле (1) заменяют их статистическими оценками: $q_j = N_j/N$ – относительная частота символа j в сообщении, где N – число всех символов в сообщении, N_j – абсолютная частота символа j в сообщении, т.е. число встречаемости символа j в сообщении.

Величину (1) также называют *средней энтропией сообщения*, а величину $\log_2(1/q_j)$ – *частной энтропией*, характеризующей отдельно взятый символ j . Определение (1) для дискретных случайных событий легко можно обобщить для непрерывной функции распределения вероятностей.

В более общей форме записи энтропию Шеннона принято представлять в виде

$$H(\mathbf{q}) = -K \sum_{j=1}^n (q_j \log_2 q_j), \quad (2)$$

где K – константа, являющаяся положительным числом и определяющая выбор удобной единицы измерения. Очевидно, если $K = 1$, то получим информационную двоичную энтропию (1). Далее будем считать, что $K = \ln 2 \approx 0,693147$. В этом случае формула (2) принимает вид натуральной энтропии:

$$H(\mathbf{q}) = - \sum_{j=1}^n (q_j \ln q_j). \quad (3)$$

В 1960 г. Альфред Реньи (Renyi, 1961) предложил свое обобщение понятия “энтропия”. Пусть α – заданное действительное число, удовлетворяющее требованиям $\alpha \geq 0$, $\alpha \neq 1$. Тогда энтропия Реньи порядка α определяется формулой

$$H_\alpha = H_\alpha(X) = \frac{1}{1-\alpha} \ln \left(\sum_{j=1}^n q_j^\alpha \right),$$

где $q_j = P(X = x_j)$ – вероятность события, состоящего в том, что конечная дискретная случайная величина X окажется равна своему соответствующему возможному значению, n – общее число различных возможных значений дискретной случайной величины X .

С одной стороны, энтропия Реньи представляет обобщение энтропии Шеннона, а с другой – одновременно с этим она является обобщением расстояния Кульбака–Лейблера (Kullback, Leibler, 1951). Расстояние Кульбака–Лейблера (информационная дивергенция, относительная энтропия) – это несимметричная мера удаленности друг от друга двух вероятностных распределений. Обычно одно из сравниваемых распределений будет истинным распределением, а второе распределение – предполагаемым (проверяемым) распределением, являющимся приближением первого.

Пусть X , Y – конечные дискретные случайные величины, для которых области возможных значений принадлежат заданному конечному множеству и известны функции вероятности: $P(X = a_j) = p_j$ и $P(Y = a_j) = q_j$. Тогда значение D_{KL} расстояния Кульбака–Лейблера вычисляется по формулам

$$D_{KL}(X, Y) = \sum_{j=1}^n (p_j \ln(p_j/q_j)), \quad D_{KL}(Y, X) = \sum_{j=1}^n (q_j \ln(q_j/p_j)). \quad (4)$$

¹² Эту формулу вместе с формулой Эйнштейна $E = mc^2$ нередко приводят как визитную карточку наиболее блестящих научных открытий XX в.

Далее рассмотрим некоторые свойства энтропии Шеннона, характеризующие ее асимптотическое поведение для некоторых распределений вероятностей. Это знание окажется полезным для проводимого далее энтропийного анализа информационных ситуаций (ИС).

Абрахам Вальд (Вальд, 1960), основоположник последовательного анализа (Блекуэлл, 1958), считал основной моделью теоретико-игрового принятия решений статическую модель принятия решений (Трухаев, 1981, с. 9–14), которую еще называют статистической игрой (Блекуэлл, 1958, с. 88–115). Если закон распределения вероятностей состояний “природы”, т.е. экономической среды, неизвестен, но известны некоторые соотношения между вероятностями этих состояний, то согласно классификации информационных ситуаций (ИС), предложенной Р.И. Трухачевым, имеет место третья ИС.

Принимая решения в поле третьей ИС, целесообразно использовать некоторые упрощенные формулы оценки неизвестных вероятностей состояний экономической среды. В частных случаях можно применять так называемые формулы Фишберна¹³. При этом для распределения вероятностей состояний экономической среды, оцененного по соответствующей формуле, несложно вычислить соответствующее значение энтропии Шеннона. Это значение энтропии Шеннона характеризует хаотичность найденной оценки неизвестного распределения вероятностей состояний экономической среды.

Очевидно, чем ближе к нулю для найденной оценки распределения вероятностей значение энтропии Шеннона, тем меньшей степенью хаотичности характеризуется процесс принятия управленческих решений, т.е. тем более полной является имеющаяся у лица, принимающего решения (ЛПР), информация. Аналогично, чем ближе для найденной оценки распределения вероятностей значение энтропии Шеннона к возможному максимуму (т.е. к $\ln n$), тем большей степенью хаотичности характеризуется процесс принятия управленческих решений, т.е. тем менее полной является имеющаяся у ЛПР информация.

Более точным числовым выражением удаленности найденной оценки распределения вероятностей состояний экономической среды от равномерного распределения вероятностей, характеризующегося максимальным значением хаотичности, может служить, например, значение расстояния Кульбака–Лейблера (4).

Считается, что в поле третьей ИС на основе вербальной (или статистической) информации можно на качественном уровне установить приоритетность состояний экономической среды. Это означает, что для каждой пары состояний экономической среды можно указать, какое из них имеет больший приоритет (собственно, характеризуется большим значением вероятности своей реализации) или они являются эквивалентными (имеют одинаковую вероятность своей реализации). Формулы Фишберна позволяют простым и естественным способом вычислить оценки значений вероятностей состояний экономической среды, если для этих вероятностей задан тот или иной вектор приоритетов.

Если согласно построенному ряду приоритетов имеет место *простое линейное соотношение упорядоченности*, то для возможных значений вероятностей состояний экономической среды справедливы неравенства $q_1 \geq \dots \geq q_n$. Заметим, что за счет перенумерации всегда можно добиться соответствующего свойства монотонности значений вероятностей $q_1, \dots, q_n$. В этой ситуации при отыскании точечной оценки распределения вероятностей состояний экономической среды предложено считать, что значения оценок $\hat{q}_j$ вероятностей реализации состояний экономической среды образуют убывающую арифметическую прогрессию (Фишберн, 1978). Согласно этой гипотезе оценки $\hat{q}_j$ можно определить по формуле

$$\hat{q}_j = 2(n - j + 1) / [n(n + 1)], \quad j = 1, \dots, n, \quad (5)$$

называемой *первой формулой Фишберна*. Например, если $n = 5$, применение этой формулы позволяет рассчитать следующие значения:

$$\hat{q}_1 = \frac{10}{30}, \hat{q}_2 = \frac{8}{30}, \hat{q}_3 = \frac{6}{30}, \hat{q}_4 = \frac{4}{30}, \hat{q}_5 = \frac{2}{30}.$$

¹³ Приводимое на с. 95–99 изложение формул Фишберна следует (с некоторыми сокращениями) тексту недавно изданной малым тиражом монографии (Королев, Кузский, Сигал, 2013, с. 117–121).

Несложно вычислить значение энтропии Шеннона для найденной оценки распределения вероятностей состояний экономической среды: $H(\hat{\mathbf{q}}) = -\sum_{j=1}^5 (\hat{q}_j \ln \hat{q}_j) \approx 1,489750$. Полученное значение следует признать близким к максимально возможному значению $\ln n = \ln 5 \approx 1,609438$. Если X – случайная величина (с.в.), заданная законом распределения вероятностей, найденным по первой формуле Фишберна для $n = 5$, Y – соответствующая равномерно распределенная дискретная с.в., то, применяя формулы (4), имеем следующие расстояния: $D_{KL}(X, Y) \approx 0,1197$, $D_{KL}(Y, X) \approx 0,1411$.

Если на вербальном уровне сформирован ряд приоритетов и ЛПР владеет небольшой по объему статистической информацией (которой еще недостаточно для статистической оценки распределения вероятностей), то на основе этой информации можно осуществить количественное уточнение ряда приоритетов. Данные приоритеты имеют вид *ряда бинарных отношений приоритета*, т.е. вид вектора $\mathbf{v} = (v_1; \dots; v_n)$, где $v_j = q_j/q_{j+1}$, $j = 1, \dots, n-1$, $v_n = 1$. В силу договоренности о том, что состояния экономической среды упорядочены по убыванию значений вероятностей их реализаций, компоненты ряда бинарных отношений приоритета удовлетворяют неравенствам $v_j \geq 1$, $j = 1, \dots, n$. Если известен ряд бинарных отношений приоритета, то для вычисления соответствующих точечных и, в определенной мере, субъективных оценок вероятностей можно применить формулу

$$\hat{q}_j = \prod_{s=j}^n v_s / \left[\sum_{j=1}^n \prod_{s=j}^n v_s \right], \quad j = 1, \dots, n.$$

Например, если $n = 5$, $\mathbf{v} = \left(\frac{16}{9}; 1; \frac{9}{4}; 2; 1 \right)$, то с учетом того, что

$$\sum_{j=1}^5 \prod_{s=j}^5 v_s = \frac{16}{9} \times 1 \times \frac{9}{4} \times 2 \times 1 + 1 \times \frac{9}{4} \times 2 \times 1 + 2 \times 1 + 1 = 20,$$

получаем следующие оценки значений вероятностей состояний экономической среды:

$$\begin{aligned} \hat{q}_1 &= \left(\frac{16}{9} \times 1 \times \frac{9}{4} \times 2 \times 1 \right) / 20 = \frac{8}{20} = 0,4, \quad \hat{q}_2 = \left(1 \times \frac{9}{4} \times 2 \times 1 \right) / 20 = \frac{9/2}{20} = 0,225, \\ \hat{q}_3 &= \left(\frac{9}{4} \times 2 \times 1 \right) / 20 = \frac{9/2}{20} = 0,225, \quad \hat{q}_4 = \frac{2 \times 1}{20} = 0,1, \quad \hat{q}_5 = \frac{1}{20} = 0,05. \end{aligned}$$

Теперь для найденной оценки распределения вероятностей состояний экономической среды имеем $H(\hat{\mathbf{q}}) \approx 1,417806$, $D_{KL}(X, Y) \approx 0,1916$, $D_{KL}(Y, X) \approx 0,2301$. Очевидно, это распределение вероятностей обладает меньшим уровнем хаотичности по сравнению с уровнем хаотичности оценки распределения вероятностей, полученной согласно первой формуле Фишберна для $n = 5$.

Еще один распространенный случай – когда на основе имеющейся информации можно утверждать, что имеют место *частично усиленные линейные соотношения упорядоченности*:

$$\begin{cases} q_1 \geq q_2 + q_3 + \dots + q_n; \\ q_2 \geq q_3 + q_4 + \dots + q_n; \\ \dots \\ q_{n-1} \geq q_n. \end{cases}$$

В этой ситуации П. Фишберн предложил считать, что величины $\hat{q}_j$ образуют убывающую геометрическую прогрессию, т.е. их значения могут быть найдены по формуле

$$\hat{q}_j = \frac{2^{n-j}}{2^n - 1}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (6)$$

называемой *второй формулой Фишберна*.

Например, при $n = 5$ имеем

$$\hat{q}_1 = \frac{2^{5-1}}{2^5 - 1} = \frac{16}{31}, \quad \hat{q}_2 = \frac{2^{5-2}}{2^5 - 1} = \frac{8}{31}, \quad \hat{q}_3 = \frac{2^{5-3}}{2^5 - 1} = \frac{4}{31}, \quad \hat{q}_4 = \frac{2^{5-4}}{2^5 - 1} = \frac{2}{31}, \quad \hat{q}_5 = \frac{1}{31}.$$

Теперь для найденной оценки распределения вероятностей состояний экономической среды имеем $H(\hat{\mathbf{q}}) \approx 1,242748$, $D_{KL}(X, Y) \approx 0,3667$, $D_{KL}(Y, X) \approx 0,4383$. Очевидно, это распределение вероятностей обладает меньшим уровнем хаотичности по сравнению с уровнями хаотичности оценок распределений вероятностей, полученных согласно предыдущим двум формулам для $n = 5$. Понятно, что уровень хаотичности оценки распределения вероятностей, рассчитанный по второй формуле Фишберна, всегда меньше соответствующего уровня хаотичности оценки распределения вероятностей, определяемой первой формулой Фишберна.

Наконец, если ЛПР может указать интервалы, которым принадлежат вероятности состояний экономической среды, $\alpha_j \leq q_j \leq \beta_j$, $j = 1, \dots, n$, то говорят, что имеют место *интервальные соотношения упорядоченности*. В этом случае П. Фишберн для точечной оценки априорного распределения вероятности предложил формулу

$$\hat{q}_j = \alpha_j + \left\{ \left[1 - \sum_{s=1}^n \alpha_s \right] / \sum_{s=1}^n (\beta_s - \alpha_s) \right\} (\beta_j - \alpha_j),$$

называемую *третьей формулой Фишберна*. При этом должны выполняться соотношения $\alpha_j < \beta_j$, $j = 1, \dots, n$, $\sum_{j=1}^n \alpha_j \leq 1$, $\sum_{j=1}^n \beta_j \geq 1$.

Если, например, $n = 5$ и $q_1 \in [0,3; 0,6]$, $q_2 \in [0,15; 0,3]$, $q_3 \in [0,1; 0,3]$, $q_4 \in [0; 0,2]$, $q_5 \in [0; 0,1]$, то, очевидно, имеем $\alpha_j < \beta_j$, $j = 1, \dots, 5$,

$$\sum_{j=1}^5 \alpha_j = 0,3 + 0,15 + 0,1 + 0 + 0 = 0,55 \leq 1,$$

$$\sum_{j=1}^5 \beta_j = 0,6 + 0,3 + 0,3 + 0,2 + 0,1 = 1,5 \geq 1,$$

поэтому

$$\sum_{j=1}^5 (\beta_j - \alpha_j) = \sum_{j=1}^5 \beta_j - \sum_{j=1}^5 \alpha_j = 1,5 - 0,55 = 0,95,$$

откуда

$$\hat{q}_1 = 0,3 + \frac{1 - 0,55}{0,95} (0,6 - 0,3) \approx 0,4421, \quad \hat{q}_2 = 0,15 + \frac{1 - 0,55}{0,95} (0,3 - 0,15) \approx 0,2211,$$

$$\hat{q}_3 = 0,1 + \frac{1 - 0,55}{0,95} (0,3 - 0,1) \approx 0,1947, \quad \hat{q}_4 = 0 + \frac{1 - 0,55}{0,95} (0,2 - 0) \approx 0,0947,$$

$$\hat{q}_5 = 0 + \frac{1 - 0,55}{0,95} (0,1 - 0) \approx 0,0474.$$

Теперь для найденной оценки распределения вероятностей состояний экономической среды имеем $H(\hat{\mathbf{q}}) \approx 1,380849$, $D_{KL}(X, Y) \approx 0,2286$, $D_{KL}(Y, X) \approx 0,2642$. Очевидно, это распределение вероятностей обладает меньшим уровнем хаотичности по сравнению с уровнем хаотичности оценки распределения вероятностей, рассчитанной согласно первой формуле Фишберна для $n = 5$, и бóльшим уровнем хаотичности по сравнению с уровнями хаотичности оценок распределений вероятностей, полученным по предыдущей формуле для $n = 5$.

Можно предположить, что для рассмотренных оценок распределения вероятностей наибольшим значением энтропии Шеннона характеризуется оценка распределения вероятностей,

найденная согласно первой формуле Фишберна, а наименьшим значением энтропии Шеннона – оценка распределения вероятностей по второй формуле Фишберна.

Изучим более подробно свойства значений энтропии Шеннона для распределений вероятностей реализации состояний экономической среды, определяемых первой и второй формулами Фишберна, т.е. формулами (5) и (6).

Рассмотрим асимптотическое поведение значения энтропии Шеннона для оценок распределений вероятностей, полученных по первой и второй формулам Фишберна.

Для первой формулы Фишберна, опуская некоторые несложные промежуточные алгебраические преобразования, имеем

$$\begin{aligned} H(\hat{\mathbf{q}}) &= -\sum_{j=1}^n \hat{q}_j \ln \hat{q}_j = -\sum_{j=1}^n \frac{2(n-j+1)}{n(n+1)} \ln \frac{2(n-j+1)}{n(n+1)} \geq \\ &\geq \frac{\ln 2}{n(n+1)} \sum_{j=1}^n 2(n-j+1) \left(\log_2 n + \log_2 \frac{n+1}{2} - \log_2(n-j+1) \right) \geq \\ &\geq \frac{\ln 2}{n(n+1)} \log_2 \frac{n+1}{2} \sum_{j=1}^n 2(n-j+1) = \frac{\ln 2}{n(n+1)} \log_2 \frac{n+1}{2} (n(n+1)) = \ln \frac{n+1}{2}. \end{aligned}$$

Следовательно, для вектора $\hat{\mathbf{q}}$, значения компонент которого найдены по формулам (5), справедливы неравенства $\ln \frac{n+1}{2} \leq H(\hat{\mathbf{q}}) \leq \ln n$, откуда $\lim_{n \rightarrow +\infty} H(\hat{\mathbf{q}}) = +\infty$, так как $\lim_{n \rightarrow +\infty} \ln \frac{n+1}{2} = +\infty$ и

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \ln n = +\infty$, т.е. в этом случае значение энтропии Шеннона и хаотичность неограниченно возрастают, при этом справедливо приближенное равенство $H(\hat{\mathbf{q}}) \approx \ln n - c$, где $c = \text{const}$, удовлетворяющая соотношениям $0 \leq c \leq \ln 2$. Для удобства можно считать $c = 0$ и справедливым приближенное равенство

$$H(\hat{\mathbf{q}}) \approx \ln n. \quad (7)$$

Действительно, из справедливости неравенств $\ln \frac{n+1}{2} / \ln n \leq H(\hat{\mathbf{q}}) / \ln n \leq 1$ следует справедливость предельного соотношения $\lim_{n \rightarrow +\infty} (H(\hat{\mathbf{q}}) / \ln n) = 1$.

Для второй формулы Фишберна имеем

$$\begin{aligned} H(\hat{\mathbf{q}}) &= -\sum_{j=1}^n \hat{q}_j \ln \hat{q}_j = -\sum_{j=1}^n \frac{2^{n-j}}{2^n - 1} \ln \frac{2^{n-j}}{2^n - 1} = \frac{1}{2^n - 1} \sum_{j=1}^n 2^{n-j} \ln \frac{2^n - 1}{2^{n-j}} = \\ &= \frac{\ln 2}{2^n - 1} \sum_{j=1}^n 2^{n-j} (\log_2(2^n - 1) - (n - j)) \approx \frac{1}{2^n - 1} \sum_{j=1}^n 2^{n-j} (\log_2 2^n - n + j) = \\ &= \frac{\ln 2}{2^n - 1} \sum_{j=1}^n 2^{n-j} (n - n + j) = \frac{2^n \ln 2}{2^n - 1} \sum_{j=1}^n 2^{-j} j = \frac{2^n \ln 2}{2^n - 1} \sum_{j=1}^n j 2^{-j} = \frac{2^n \ln 2}{2^n - 1} \sum_1^{n+1} x 2^{-x} \delta x, \end{aligned}$$

при этом сумму $\sum_1^{n+1} x 2^{-x} \delta x$, легко вычислить по формуле суммирования по частям (Грэхем, 2009, с. 15):

$$\sum_a^b u(x) \Delta v(x) \delta x = u(x) v(x) \Big|_a^b - \sum_a^b v(x+1) \Delta u(x) \delta x,$$

и она оказывается равной $2 - (n+2)/2^n$.

Следовательно, в итоге

$$H(\hat{\mathbf{q}}) \approx \frac{2^n \ln 2}{2^n - 1} \sum_1^{n+1} x 2^{-x} \delta x = \frac{2^n \ln 2}{2^n - 1} \left(2 - \frac{n+2}{2^n} \right) = \frac{2^{n+1} - n - 2}{2^n - 1} \ln 2,$$

откуда для вектора $\hat{\mathbf{q}}$, значения компонент которого найдены по формулам (6), получаем предельное соотношение

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} H(\hat{\mathbf{q}}) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2^{n+1} - n - 2}{2^n - 1} \right) \ln 2 = 2 \ln 2 = \ln 4 \approx 1,386294,$$

т.е. значение энтропии Шеннона и хаотичность фактически остаются постоянными и характеризуются малым, по сравнению с максимально возможным, уровнем, т.е. по сравнению с числом $\ln n$, при этом справедливо приближенное равенство

$$H(\hat{\mathbf{q}}) \approx \frac{2^{n+1} - n - 2}{2^n - 1} \ln 2. \quad (8)$$

Заметим, что сумму $\sum_{j=1}^n j 2^{-j} = \sum_{j=1}^n j (0,5)^j$ можно найти не только приведенным методом конкретной математики (Грэхем, 2009; Сигал, 2012), но и методами математического анализа, например, дифференцируя формулу суммы геометрической прогрессии $\sum_{j=0}^n x^j = (1 - x^{n+1}) / (1 - x)$ по переменной x , а затем подставляя $x = 0,5$.

Рассчитаем значения энтропии Шеннона для $n = 5, \dots, 10$ в случае оценок распределений вероятностей, найденных согласно первой и второй формулам Фишберна (табл. 3, 4). Найденные значения энтропии Шеннона (Shannon, 1948) сравним со значениями соответствующих асимптотических оценок и оценим точность асимптотических величин значениями погрешностей: абсолютных погрешностей Δ и относительных, измеренных в процентах, погрешностей $\delta = [|\Delta| / H(\hat{\mathbf{q}})] \times 100\%$.

Таблица 3. Значения энтропии Шеннона для распределений вероятностей, оцененных согласно первой формуле Фишберна

N	$H(\hat{\mathbf{q}})$	Асимптотическая оценка (7)	Δ	$\delta, \%$
5	1,489750	1,609438	-0,119588	8,0341
6	1,662377	1,791759	-0,129382	7,7830
7	1,809118	1,945910	-0,136792	7,5613
8	1,936798	2,079442	-0,142644	7,3649
9	2,049841	2,197225	-0,147384	7,1900
10	2,151282	2,302585	-0,151303	7,0332

Таблица 4. Значения энтропии Шеннона для распределений вероятностей, оцененных согласно второй формуле Фишберна

N	$H(\hat{\mathbf{q}})$	Асимптотическая оценка (8)	Δ	$\delta, \%$
5	1,242748	1,274496	-0,031748	2,4911
6	1,304532	1,320280	-0,015748	1,1928
7	1,340246	1,348089	-0,007843	0,5818
8	1,360635	1,364548	-0,003913	0,2868
9	1,372131	1,374086	-0,001955	0,1423
10	1,378542	1,379519	-0,000977	0,0708

Итак, наибольшим уровнем хаотичности характеризуется процесс принятия решений, для которого распределение вероятностей состояний экономической среды оценено согласно первой формуле Фишберна ($H(\hat{q}) \approx \ln n$), а наименьшим уровнем хаотичности характеризуется процесс принятия решений, для которого распределение вероятностей состояний экономической среды оценено согласно второй формуле Фишберна $H(\hat{q}) \approx \ln 4$.

Теперь перейдем к рассмотрению возможности и особенностей применения энтропии и формул Фишберна для принятия решений об оптимальном распределении ресурсов, т.е. для оптимизации процесса диверсификации покупки активов на фондовом рынке. Научной основой этой диверсификации является современная теория портфеля ценных бумаг, начало которой было положено работами Гарри Марковица (Markowitz, 1952, 1959). Суть подхода Марковица состоит в том, что нормы прибыли (доходность) активов и составленных из них портфелей характеризуют соответствующие случайные величины, и тогда на вербальном, легко формализуемом и алгоритмируемом, уровне традиционная задача Марковица однокритериальной оптимизации портфеля ценных бумаг на фондовом рынке, например в блестящей монографии¹⁴ (Первозванский, Первозванская, 1994, с. 91), формулируется так: *“определить, какую долю капитала инвестора надо вложить в какую ценную бумагу, чтобы обеспечить при этом требуемую ожидаемую доходность допустимого портфеля при минимально возможном при этом ожидаемом риске портфеля, идентифицируемого вариацией (дисперсией или среднеквадратическим отклонением) доходности портфеля, или в эквивалентном виде – сформировать допустимый портфель с максимально возможной ожидаемой доходностью, ожидаемый риск которого не превышает экзогенно заданного уровня”*.

Введем следующие обозначения: k – количество активов, составляющих портфель, x_i – доля актива вида i в портфеле, $\mathbf{x} = (x_1; \dots; x_i; \dots; x_k)$ – портфель (точнее, его структура), R_i – с.в., характеризующая случайную доходность (норму прибыли) актива вида i , $R_{\mathbf{x}} = \sum_{i=1}^k R_i x_i$ – с.в., характеризующая случайную доходность портфеля $\mathbf{x}$, $m_i = M(R_i)$ и $m_{\mathbf{x}} = M(R_{\mathbf{x}})$ – ожидаемые нормы прибыли соответствующего актива и портфеля $\mathbf{x}$, т.е. математические ожидания соответствующих с.в., $\sigma_i^2 = D(R_i)$ и $\sigma_{\mathbf{x}}^2 = D(R_{\mathbf{x}})$ – уровни риска соответствующего актива и портфеля $\mathbf{x}$, т.е. дисперсии соответствующих с.в., $c_{ij} = \text{cov}(R_i; R_j)$ – ковариация между соответствующими с.в., $\mathbf{C} = \mathbf{C}_{k \times k} = (c_{ij})$ – ковариационная матрица. Согласно современной теории портфеля традиционная модель Марковица задачи поиска структуры эффективного портфеля трансформируется в следующие приводимые ниже задачи двухкритериальной (9)–(12) либо трехкритериальной (13)–(19) оптимизации:

$$m_{\mathbf{x}} = \sum_{i=1}^k m_i x_i \rightarrow \max_{\mathbf{x}}, \quad (9)$$

$$\sigma_{\mathbf{x}}^2 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k c_{ij} x_i x_j \rightarrow \min_{\mathbf{x}}, \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^k x_i = 1, \quad (11)$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, k. \quad (12)$$

¹⁴ В ней приведены содержательная и формальная постановки в общем и конкретном (на иллюстративном примере) видах, алгоритм решения задачи Марковица–Тобина оптимизации портфеля на фондовом рынке, где представлены не только рискованные, но и безрисковые ценные бумаги, причем допускается на этом рынке проведение инвестором операций short sale – получение любого из рассматриваемых активов в кредит. Показано, вслед за Дж. Тобиным, что при этом доходность оптимального портфеля может быть равна любой экзогенно заданной величине, не меньшей доходности безрискового актива, и для различных итоговых уровней доходности портфеля сохраняется структура его рискованного портфеля. Меняется лишь суммарная доля вложений в рискованные и безрисковые ценные бумаги, в их оптимальные портфели.

Эффективным портфелем в модели Марковица называют портфель, структура которого является оптимальным по Парето решением задачи (9)–(12). Для формирования структуры эффективного портфеля можно применять традиционные методы поиска оптимальных по Парето решений соответствующей задачи (9)–(12) двухкритериальной оптимизации или теоретико-игровой подход (Сигал, 2000, 2009).

Пусть q_j – вероятность реализации возможного состояния j экономической среды. Если известны значения всех чисел r_{ij} и вероятностей q_j , то все дискретные с.в. R_i полностью заданы своими известными законами распределения и поэтому можно вычислить точные истинные значения их числовых характеристик: $m_i = M(R_i)$, $\sigma_i^2 = D(R_i)$, $c_{ij} = \text{cov}(R_i; R_j)$. В этом случае модель задачи поиска структуры эффективного портфеля представляет задачу (9)–(12).

Если имеет место четвертая ИС (Трухачев, 1981, с. 13) – когда о поведении экономической среды нет никакой информации, т.е. для возможных значений вероятностей $q_1, \dots, q_n$ нет никаких ограничений, кроме естественных, – то следует применять энтропийный подход. При этом модель задачи поиска структуры эффективного портфеля в поле четвертой ИС представляет следующую задачу трехкритериальной оптимизации:

$$H(\mathbf{q}) = - \sum_{j=1}^n q_j \ln q_j \rightarrow \max_{\mathbf{q}}, \quad (13)$$

$$m_{\mathbf{x}} = \sum_{i=1}^k m_i x_i \rightarrow \max_{\mathbf{x}}, \quad (14)$$

$$\sigma_{\mathbf{x}}^2 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k c_{ij} x_i x_j \rightarrow \min_{\mathbf{x}}, \quad (15)$$

$$\sum_{j=1}^n q_j = 1, \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^k x_i = 1, \quad (17)$$

$$q_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad (18)$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, k. \quad (19)$$

Очевидно, суть требования (13) состоит в формализации принципа максимума энтропии (3). Подчеркнем, что в задаче поиска структуры эффективного портфеля в поле четвертой ИС каждый критерий имеет свой смысл. На наш взгляд, ожидаемая норма прибыли $m_{\mathbf{x}}$ характеризует экономическую эффективность портфеля, дисперсия $\sigma_{\mathbf{x}}^2$ – уровень экономического риска, энтропия $H(\mathbf{q})$ – неполноту информации, т.е. знаний ЛПР о поведении экономической среды.

Как отмечалось выше, в случае применения энтропии Шеннона для анализа временных рядов требуется большое количество исходной информации. Однако в случае применения энтропийного подхода для поиска структуры эффективного портфеля объем выборочных данных о наблюдавшихся значениях норм прибыли активов, составляющих портфель инвестора, существенной роли не играет. Кроме того, в обобщенной модели Марковица в поле четвертой ИС энтропия выступает в роли одного из критериев задачи поиска структуры эффективного портфеля. Собственно говоря, здесь энтропия выступает в роли одного из критериев принятия управленческих решений в экономике.

В простейшем случае задача (13)–(19) естественным образом может быть приведена к традиционной модели (9)–(12) двухкритериальной задачи поиска структуры эффективного портфеля. Как известно, при выполнении ограничений (16) и (18) энтропия (3) Шеннона достигает своего наибольшего возможного значения при равномерном распределении вероятностей (белом шуме), т.е. когда справедливо соотношение $\max_{\mathbf{q}} H(\mathbf{q}) = H(\hat{\mathbf{q}}) = \ln n$, где $\hat{\mathbf{q}} = (1/n; \dots; 1/n)$ – соответствующий n -мерный вектор. Поэтому, подставляя в формулы для характеристик m_i, σ_i^2, c_{ij}

оценки $\hat{q}_1 = \dots = \hat{q}_n = 1/n$, задачу (13)–(19) можно привести к соответствующей задаче (9)–(12). Собственно, такой подход означает замену неизвестных значений соответствующих числовых характеристик с.в. R_i и R_x их точечными статистическими оценками. Заметим, что в этом случае энтропийный подход позволяет обосновать корректность применения смещенных статистических оценок соответствующих числовых характеристик активов. В частности, энтропийный подход ориентирует на то, что здесь применение выборочной дисперсии предпочтительнее применения исправленной выборочной дисперсии.

Вообще говоря, система ограничений в задаче поиска структуры эффективного портфеля при неизвестном законе распределения вероятностей может содержать не только ограничения (16)–(19). Если закон распределения вероятностей состояний экономической среды неизвестен, но известны некоторые соотношения между вероятностями этих состояний, то согласно классификации ИС, предложенной Р.И. Трухачевым, имеет место не четвертая, а третья ИС (Трухачев, 1981, с. 13). В этом случае решение задачи максимизации энтропии может существенно усложняться и предпочтительнее использовать некоторые упрощенные формулы оценки неизвестных вероятностей состояний экономической среды. В частных случаях можно применять формулы Фишберна.

Очевидно, модель задачи поиска структуры эффективного портфеля в поле третьей ИС представляет задачу трехкритериальной оптимизации (13)–(19), система ограничений которой содержит дополнительные соотношения для возможных значений вероятностей $q_1, \dots, q_n$ реализаций состояний экономической среды. В частности, если единственным дополнительным ограничением является простое линейное соотношение упорядоченности, то для вычисления значений оценок неизвестных вероятностей реализаций состояний экономической среды можно использовать первую формулу Фишберна, т.е. формулу (5). А если единственным дополнительным ограничением служат частично усиленные линейные соотношения упорядоченности, то для вычисления значений оценок неизвестных вероятностей реализаций состояний экономической среды подойдет вторая формула Фишберна, т.е. формула (6).

Конечно, иногда принцип максимума шэнноновской энтропии (или его дифференциально-аналого для непрерывных случайных величин) – правило максимальной неопределенности Гиббса–Джейнса (Janes, 1957; Тарасенко, 1963; Королев и др., 2013) может в некоторых задачах применяться непосредственно в рамках вспомогательной однокритериальной задачи оптимизации для определения неизвестного закона распределения случайной величины, удовлетворяющего кроме стандартных ограничений вида (16) и (18) еще некоторым другим. Так, в (Тарасенко, 1963; Лившиц, 1971, с. 76) отмечается, что если известно, что ненулевые значения плотности распределения случайной величины находятся в пределах числового сегмента от a до b , то в соответствии с правилом Джейнса эта случайная величина имеет равномерную плотность на этом сегменте и нулевую за его пределами, если случайная величина может принимать любые действительные значения и заданы ее средняя и дисперсия, то доказывается, что самым неопределенным будет нормальное (гауссово) распределение вероятностей и т.д.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Андрианов В.** (2013). Монетизация экономики: глобальные тенденции и российские реалии. [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://viperson.ru/wind.php?ID=666261>, свободный. Загл. с экрана. Яз. рус. (дата обращения: март 2014 г.).
- Блекуэлл Д.** (1958). Теория игр и статистических решений. М.: ИЛ.
- Бухгольц Н.Н.** (1965). Основы курса теоретической механики. Часть 1. М.: Наука, Физматгиз.
- Вальд А.** (1960). Последовательный анализ. М.: Физматгиз.
- Виленский П.Л., Лившиц В.Н., Смоляк С.А.** (2008). Оценка эффективности инвестиционных проектов. Теория и практика. М.: Дело.
- Вильсон А.Дж.** (1978). Энтропийные методы моделирования сложных систем. М.: Наука.
- Гринберг Р.** (2002). Об итогах и уроках десятилетнего опыта проведения радикальных рыночных преобразований в России. Тезисы выступления на Круглом столе в “Горбачев-Фонде” 1 марта 2002 г.

- Гринберг Р.С.** (2012). Свобода и справедливость. Российские соблазны ложного выбора. М.: Магистр, ИНФРА-М.
- Грэхем Р.Л.** (2009). Конкретная математика. Математические основы информатики. М.: Вильямс.
- Евстигнеева Л.П., Евстигнеев Р.Н.** (2010). Экономика как синергетическая система. М.: ЛЕНАНД.
- Заде Л., Дезоер Ч.** (1970). Теория линейных систем. М.: Наука.
- Калантаров П.Л., Нейман Л.Р.** (1951). Теоретические основы электротехники. М.: Госэнергоиздат.
- Королев О.Л., Кусый М.Ю., Сигал А.В.** (2012). Применение энтропии при моделировании процессов принятия решений в экономике. Симферополь: ОДЖАКЪ.
- Костюк В.Н.** (2001). Теория эволюции и социальноэкономические процессы. М.: УРСС.
- Костюк В.Н.** (2004). Нестационарные экономические процессы. М.: ИСА РАН, УРСС.
- Костюк В.Н.** (2006). Системная теория эволюции: развитие идеи. В сб.: *“Системные исследования. Ежегодник 2003–2005”*. М.: URSS. С. 12–28.
- Костюк В.Н.** (2013). Нестационарная экономика. М.: ЛЕНАНД.
- Курс экономической теории (2006) / Под ред. М.Н. Чепурина, Е.А. Киселевой. Киров: АСА.
- Лившиц В.Н.** (1971). Выбор оптимальных решений в технико-экономических расчетах. М.: Экономика.
- Лившиц В.Н., Лившиц С.В.** (2008). Макроэкономические теории, реальные инвестиции и государственная российская экономическая политика. М.: ЛКИ.
- Лившиц В.Н., Лившиц С.В.** (2011). Системный анализ нестационарной экономики России (1992–2010): рыночные реформы, кризис, инвестиционная политика. М.: Маросейка.
- Лившиц С.В.** (2001). Об особенностях оценки эффективности производственных инноваций в стационарной и нестационарной экономиках. В сб.: *“Оценка эффективности инвестиций”*. М.: ЦЭМИ РАН. С. 50–58.
- Мартин Н., Инглэнд Дж.** (1988). Математическая теория энтропии. М.: Мир.
- Николай Е.Л.** (1952). Теоретическая механика. М.: Гос. изд-во технико-теоретической литературы.
- Николис Г., Пригожин И.** (1979). Самоорганизация в неравновесных системах. М.: Мир.
- Первозванский А.А., Первозванская Т.Н.** (1994). Финансовый рынок: расчет и риск. М.: ИНФРА-М.
- Полюхович А.** (2012). Старость догоняет // *Известия*. 01.10.2012. № 184 (28691). С. 1.
- Полюхович А.** (2013). Рост настроений // *Известия*. 10.09.2013. № 168 (28922). С. 1.
- Попков Ю.С.** (1999). Теория макросистем. Равновесные модели. М.: УРСС.
- Попков Ю.С.** (2008). Макросистемные модели пространственной экономики. М.: КомКнига.
- Прангишвили И.В., Пашенко Ф.Ф., Бусыгин Б.П.** (2001). Системные законы и закономерности в электродинамике, природе и обществе. М.: Наука.
- Прангишвили И.В.** (2003). Энтропийные и другие системные закономерности: Вопросы управления сложными системами. М.: Наука, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова.
- Пригожин И., Стенгерс И.** (1994). Время. Хаос. Квант. К решению парадокса времени. М.: URSS.
- Рапопорт А.** (1969). Различные подходы к общей теории систем. В сб.: *“Системные исследования. Ежегодник”*. М.: Наука. С. 55–79.
- Россия в цифрах (2009). Росстат. Официальное издание. М.: Фин. и стат.
- Россия в цифрах (2012). Росстат. Официальное издание. М.: Фин. и стат.
- Россия в цифрах (2013). Росстат. Официальное издание. М.: Фин. и стат.
- Самуэльсон П.А.** (2002). Основания экономического анализа. СПб.: Экономическая школа.
- Сигал А.В.** (2000). Основы современной теории портфеля ценных бумаг. Симферополь: КЭИ КНЭУ.
- Сигал А.В.** (2009). Теоретико-игровая оптимизация структуры портфеля в условиях неопределенности и риска. В сб.: *“Экономическая политика и фондовый рынок: модели и методы системного анализа”*. Труды ИСА РАН. М.: Поли Принт Сервис. Т. 47. С. 126–136.
- Сигал А.В., Яценко Л.Ф.** (2012). Конкретная математика. Симферополь: ДИАЙПИ, Министерство образования и науки Украины, РВУЗ “Крымский инженерно-педагогический ун-т”.

- Смоляк С.А.** (2006). Дисконтирование денежных потоков в задачах оценки эффективности инвестиционных проектов и стоимости имущества. М.: Наука.
- Социально-экономический потенциал устойчивого развития (2007) / Под ред. Л.Г. Мельник, А. Хенса. Сумы: Университетская книга.
- Тарасенко Ф.П.** (1963). Введение в курс теории информации. Томск: Изд-во Томского ун-та.
- Трухаев Р.И.** (1981). Модели принятия решений в условиях неопределенности. М.: Наука.
- Фишберн П.** (1978). Теория полезности для принятия решений. М.: Наука.
- Хакен Г.** (1980). Синергетика. М.: Мир.
- Хакен Г.** (1991). Информация и самоорганизация: макроскопический подход к сложным системам. М.: Мир.
- Хакен Г.** (2003). Тайны природы. Синергетика: наука о взаимодействии. М., Ижевск: Институт компьютерных исследований.
- Чумак О.В.** (2011). Энтропии и фракталы в анализе данных. М., Ижевск: РХД.
- Шамбадаль П.** (1967). Развитие и приложения понятия энтропии. М.: Наука.
- Шеннон К.Э.** (1963). Работы по теории информации и кибернетике. М.: ИЛ.
- Шохин А.** (2006). Чубайс приелся. “Плохими парнями” выбраны Кудрин и Греф // *Известия*. 08.11.2006. С. 5.
- Janes E.T.** (1957). Information Theory and Statistical Mechaics // *Th. Physical Revue*. Vol. 106.
- Kullback S., Leibler R.A.** (1951). On Information and Sufficiency // *The Annals of Mathematical Statistics*. Vol. 22. No. 1. P. 79–86.
- Markowitz H.M.** (1952). Portfolio Selection // *Journal of Finance*. March. Vol. 7. No. 1. P. 77–91.
- Markowitz H.M.** (1959). Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. N.Y.: John Wiley & Sons.
- Renyi A.** (1961). On Measures of Entropy and Information // *Proc. Fourth Berkeley Symposium*. Vol. 1. Berkeley, Calif.: University of California Press. P. 547–561.
- Shannon C.E.** (1948). A Mathematical Theory of Communication // *Bell System Technical Journal*. Vol. 27. No. 3. P. 379–423, No. 4. P. 623–656.
- Stiglitz J.E.** (2002). Globalization and Its Discontents. N.Y., L.: W.W. Norton & Company.

Поступила в редакцию
29.01.2014 г.

On Entropy Analysis of Transitional Economy

V.N. Livchits, A.V. Sygal

Stationary and non-stationary economic states and processes in transitional economies of the countries – non-Baltic republics of the former Soviet Union are characterized. Various models of entropy and its behavior in connection with stationary economic state are studied. The spheres of using entropy instrument in economy and methods of its calculation are discussed.

Keywords: transitional economy, radical reform, stationary and non-stationary state, entropy, Fishbern formulae.

JEL Classification: A00, P20, B40.