
**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЗМА ГОСУДАРСТВЕННЫХ
ГАРАНТИЙ И КРЕДИТНОЙ ПОЛИТИКИ БАНКА
ПРИ ИНВЕСТИРОВАНИИ РИСКОВАННЫХ ПРОЕКТОВ***

© 2014 г. В.И. Аркин, А.Д. Сластников

(Москва)

Построена модель взаимодействия инвестора, банка и государства при финансировании рискованных проектов. В рамках модели проводится исследование механизма государственных гарантий по кредитам. Предлагается оптимизационный подход к определению размера гарантий и кредитной политики банка при финансировании рискованных проектов. Проводится модельный анализ оптимальных решений государства и банка по кредитованию, обсуждается ряд экономических выводов.

Ключевые слова: инвестиционный проект, кредит, риск, государственные гарантии, оптимальный размер гарантий по кредиту.

Классификация JEL: G2, D81, C61.

Инвестиции в реальный сектор являются одним из основных источников экономического роста. Механизмы привлечения инвестиций включены в законодательства многих стран: развитых, развивающихся и с переходной экономикой. С некоторой долей условности механизмы привлечения можно разбить на две группы: налоговые и неналоговые.

К *налоговым механизмам* относятся налоговые каникулы (по различным налогам), ускоренная амортизация, снижение налоговых ставок. *Неналоговые механизмы* включают различные виды государственно-частного партнерства (например, в форме прямого софинансирования инвестиционных проектов), субсидирование уплаты процентов по кредитам, привлекаемых для реализации инвестиционных проектов, государственные гарантии по кредитам. В некоторых случаях налоговые и неналоговые механизмы могут использоваться одновременно. Так, в особых экономических зонах, с одной стороны, существуют налоговые каникулы (по налогам на прибыль, на имущество), а с другой – инфраструктурные затраты при реализации инвестиционных проектов берет на себя государство.

Институциональная реализация механизмов привлечения инвестиций включает:

- особые экономические зоны, в которых сочетаются налоговые каникулы с государственным финансированием инфраструктуры, необходимой для реализации инвестиционных проектов (в России к началу 2014 г. таких зон 27);
- территории опережающего экономического развития, которые планируется создать на Дальнем Востоке и в Восточной Сибири, с пятилетними каникулами по налогам на прибыль, имущество, землю, пониженной ставкой страховых взносов (для новых предприятий);
- институты развития (такие как Внешэкономбанк, Инвестиционные фонды РФ и отдельных регионов, Европейский банк реконструкции и развития, венчурные инновационные фонды, гарантийные фонды и т.п.), сопровождающие инвестиционные проекты кредитами и гарантиями;
- государственные мегапроекты, для которых предполагается снижение налоговых ставок (например, проект горно-туристического кластера “Кавказ” и др.).

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского гуманитарного научного фонда (проект 14-02-00036) и Российского фонда фундаментальных исследований (проект 13-01-00784).

Модельному анализу механизмов привлечения инвестиций посвящены, в частности, работы (Аркин, Сластников, 2007; Сластников, 2010) и др. Исследования в этих работах проводились по следующей схеме.

Имеется инвестиционный проект (например, создание нового предприятия). Предполагается, что прибыль от этого предприятия и затраты на его создание описываются некоторыми случайными процессами. Предполагается также, что в каждый момент времени инвестор может либо сделать вложения в проект (и создать предприятие), либо отложить решение об инвестировании до наступления более благоприятного момента, решение об инвестировании принимается на основе наблюдаемой информации.

При выборе момента инвестирования критерием инвестора является максимизация ожидаемого чистого приведенного дохода (NPV) от реализованного проекта, который зависит от выбранных механизмов привлечения инвестиций. Таким образом, оптимальное поведение инвестора, определяемое моментом инвестирования проекта, также зависит от механизма привлечения инвестиций.

Механизмы привлечения инвестиций определяются некоторыми параметрами, например длительностью налоговых каникул, нормой амортизации, долей софинансирования и т.д. В качестве критерия государства рассматривается бюджетный эффект от данного инвестиционного проекта, представляющий собой разность ожидаемых налоговых поступлений в бюджет от реализованного проекта и ожидаемых затрат государства по поддержке механизма привлечения. Выбор параметров механизма привлечения инвестиций влияет на оптимальное поведение инвестора (момент инвестирования) и тем самым на бюджетный эффект. Цель государства – выбрать такие параметры механизма привлечения инвестиций, при которых бюджетный эффект будет максимальным.

Настоящая работа посвящена изучению механизма государственных гарантий по кредиту для привлечения инвестиций на рискованные инвестиционные проекты. Под рискованным проектом в данной статье будет пониматься проект, который после инвестирования может (с какой-то вероятностью) потерпеть неудачу, так и не создав новое предприятие. Финансирование проекта происходит из собственных средств инвестора и кредита, полученного в банке. При этом в случае неудачи проекта кредит не возвращается. Поскольку у рискованного проекта существует вероятность невозврата кредита, соответствующая процентная ставка кредита может быть достаточно высокой, но банк готов уменьшить ее при снижении риска невозврата кредита. С целью снижения процентной ставки по кредиту и тем самым стимулирования инвестора государство гарантирует банку возврат (в случае неудачи проекта) определенной доли предоставленных проекту кредитов.

Механизм государственных гарантий по возврату кредита закреплён в Бюджетном кодексе РФ (ст. 115 “Государственные и муниципальные гарантии”). В федеральном бюджете государственные гарантии относятся к государственному внутреннему долгу (ст. 15 Закона о федеральном бюджете).

Государственная гарантия – это обязательство государства (гаранта) полностью или частично выполнить платежи в пользу кредитной организации в случае неисполнения заемщиком (принципалом) обязательств по полученным кредитам. Предоставление государственных гарантий по кредитам существенно уменьшает кредитный риск банков и, как правило, сопровождается снижением процентных ставок по кредитам.

Условия и порядок предоставления государственных гарантий устанавливаются государством и регулируются Постановлением Правительства РФ от 14.12.2010 № 1016 “Об утверждении Правил отбора инвестиционных проектов и принципалов для предоставления государственных гарантий Российской Федерации по кредитам либо облигационным займам, привлекаемым на осуществление инвестиционных проектов”. Аналогичные постановления имеются на региональном и местном уровне, а также для отдельных отраслей.

Отбору подлежат инвестиционные проекты (включая взаимосвязанные проекты), осуществляемые в рамках модернизации российской экономики, имеющие общегосударственное значение, соответствующие “Основным направлениям деятельности Правительства РФ на период до

2018 года” и направленные на создание новых и (или) на реконструкцию существующих социальных, агропромышленных, промышленных, коммунальных и транспортных объектов и их последующую эксплуатацию, а также проекты в области энергосбережения и повышения энергетической эффективности в сфере жилищно-коммунального хозяйства и в сфере промышленности.

К основным критериям отбора проектов относятся:

- 1) полная стоимость проекта должна быть не менее 5 млрд руб.;
- 2) доля собственных средств принципала при финансировании должна составлять не менее 15% полной стоимости проекта;
- 3) общий объем государственной поддержки в различных формах не должен превышать 75% полной стоимости проекта;
- 4) планируемый объем финансирования проекта за счет кредитов, обеспеченных государственной гарантией, составляет не более 50% полной стоимости проекта.

Конкретные величины указанных показателей достаточно сильно меняются в зависимости от направленности проекта и даже региона, в котором его планируется осуществлять.

Что касается доли возврата кредита, то она может достигать до 100% от основного долга (например, для проектов в рамках программы развития оборонно-промышленного комплекса).

Функции агента Правительства РФ по вопросам предоставления и исполнения государственных гарантий по кредитам на осуществление отобранных инвестиционных проектов возложены на Внешэкономбанк.

На 2013 г. законом о Федеральном бюджете РФ (Федеральный бюджет РФ, Приложение 41, п. 3) были предусмотрены государственные гарантии по кредитам на проекты создания туристического кластера на Северном Кавказе (инвестор – ОАО “КСК”), проект “Сухой Суперджет 100” (инвестор – ЗАО “Гражданские самолеты Сухого”) на общую сумму 2,4 млрд долл. Часть этих гарантий продлевается и на последующие годы.

Что касается модельного анализа, то подавляющее большинство работ по исследованию механизма гарантий связано с реализацией этого механизма через систему гарантийных фондов. В отличие от описанного выше механизма государственных гарантий предоставление гарантий через различные фонды носит коммерческий характер – за гарантию взимается определенная плата (независимо от наступления гарантийного случая), обычно составляющая несколько процентов от общей суммы займа. Причем эту плату фонды могут получать не только от инвестора (принципала), но и от банка (такая практика характерна для многих западных фондов). Гарантийные фонды активно используются во всем мире (в том числе и в России) для поддержки малого и среднего бизнеса. Подробный обзор таких фондов, а также их некоторых моделей можно найти, например, в (Вороновская, 2001; Шпынова, 2009). В марте 2014 г. в Государственную думу внесен законопроект о создании Агентства кредитных гарантий, задачей которого будет являться обеспечение гарантий по кредитам, предоставленным малому и среднему бизнесу.

Актуальность механизма государственных гарантий и имеющийся опыт его использования порождает ряд вопросов, интересных как с теоретической точки зрения, так и с практической. Среди них мы выделяем следующие.

1. Как описать влияние механизма государственных гарантий по кредитам на поведение инвестора?
2. Как влияет риск невозврата кредита на условия предоставления банком кредита инвестору при наличии механизма государственных гарантий?
3. Можно ли оптимизировать (и в каком смысле) механизм государственных гарантий?
4. Можно ли совместить интересы частного инвестора и фискальные интересы государства с помощью механизма государственных гарантий?

В данной статье делается попытка дать ответы (в определенных рамках) на эти, а также и некоторые другие вопросы, связанные с механизмом государственных гарантий по кредитам. Отметим, что работы по модельному анализу механизма именно государственных гарантий, а не гарантийных фондов, практически отсутствуют в научной литературе.

Настоящая работа является развитием статьи (Сластников, 2014) на случай смешанного финансирования проекта, когда инвестор наряду со взятым в банке кредитом вкладывает и часть собственных средств. Тем самым у инвестора возникает риск потери вложенных собственных средств в случае неудачи проекта.

Отметим также близкий по постановке задачи доклад И.В. Володченкова на Втором Российском экономическом конгрессе (Суздаль, февраль 2013 г.), где автор на примере инвестирования в малые и средние предприятия исследовал проблему максимизации региональных налоговых поступлений, управляющим параметром в которой является предоставление государственных гарантий для региональных бизнес-проектов сельскохозяйственного сектора.

1. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Общую схему рассматриваемой модели можно описать следующим образом. Имеется некоторый инвестиционный проект, который по истечении определенного промежутка времени после финансирования (лага) может начать приносить прибыль. Однако проект является рискованным, т.е. после финансирования он может (с какой-то вероятностью) потерпеть неудачу, так и не начиная функционировать. Финансирование проекта носит смешанный характер и происходит за счет собственных средств инвестора и банковского кредита. При этом в случае неудачи проекта кредит не возвращается (дефолт инвестора).

Поскольку у рискованного проекта существует вероятность невозврата кредита, соответствующая процентная ставка по кредиту может быть достаточно высокой, но банк готов уменьшить ее при условии, что кредит будет ему возвращен (хотя бы частично).

С целью снижения процентной ставки по кредиту и тем самым стимулирования инвестора государство гарантирует банку возврат (в случае неудачи проекта и дефолта инвестора) определенной доли предоставленного проекту кредита.

В основе построений данной работы лежит модель инвестиционных ожиданий (Аркин, Сластников, 2007), опирающаяся на теорию реальных опционов (см., например, (Dixit, Pindyck, 1994)). В качестве основных гипотез этой модели принимаются следующие предположения, касающиеся инвестиционного проекта и поведения инвестора:

- финансовые потоки, связанные с проектом, носят *случайный характер*;
- в каждый момент времени инвестор может либо сделать вложения в проект, либо *отложить решение* об инвестировании до наступления более благоприятного момента;
- решение об инвестировании принимается на основе *наблюдаемой информации* о рыночных ценах, инсайдерская информация отсутствует;
- реализация проекта *не меняет* рыночные цены;
- после инвестирования проект может остаться *нереализованным*;
- инвестиции, требуемые для реализации проекта, являются *необратимыми*, одноразовыми и мгновенными.

1.1. Инвестиционный проект. Перейдем к более конкретному описанию проекта.

Пусть I – объем инвестиций, необходимых для финансирования проекта, h – длительность лага капитальных вложений (т.е. интервал времени между моментом инвестирования и началом получения прибыли, в дальнейшем будем называть его просто лагом).

Проект является рискованным в том смысле, что после инвестирования и лага он с вероятностью q , $0 < q < 1$, терпит неудачу и остается нерезализованным, а с дополнительной вероятностью $1 - q$ начинает свое функционирование и приносит некий поток прибыли. Срок жизни проекта для простоты считается бесконечным, а прибыль описывается случайным процессом.

Пусть τ обозначает момент инвестирования проекта, выбор которого, согласно приведенным выше гипотезам, осуществляется самим инвестором.

Финансирование проекта предполагается смешанным. Это означает, что доля μ необходимых инвестиций I берется в кредит в банке, остальная часть $(1 - \mu)I$ – собственные средства инвестора, при этом момент получения кредита совпадает с моментом инвестирования проекта τ .

В момент окончания лага $\tau + h$ становится известной дальнейшая судьба проекта. Если проект начинает функционировать, то возврат кредита и начисленных по нему процентов начинается сразу после окончания лага, т.е. в момент $\tau + h$. В случае, когда проект после финансирования остается нереализованным (терпит неудачу), кредит инвестором не возвращается, однако банк получает от государства компенсацию (гарантированный возврат) в виде доли θ от суммы выданного кредита, т.е. $\theta\mu I$.

Кредитная политика банка (по отношению к данному инвестиционному проекту) описывается в модели набором $\{L, \lambda, (f_t)\}$, где L – срок кредита, λ – процент по кредиту, $f_t \geq 0$, $\tau + h \leq t \leq \tau + L$ – график возврата основного тела кредита (без учета процентов) на единицу кредита

(плотность потока кредитных платежей):
$$\int_{\tau+h}^{\tau+L} f_t dt = 1.$$

Такое описание графика возврата кредита включает в себя многие распространенные схемы возврата кредита, точнее, их модификации в непрерывном времени. Так, равномерный возврат соответствует плотности $f_t = 1/L$, $\tau + h \leq t \leq \tau + L$, а аннуитетные платежи (постоянная сумма основных выплат и процентов в каждый момент времени) описываются экспоненциальной плотностью $f_t = \lambda e^{\lambda t} / (e^{\lambda L} - 1)$, $\tau + h \leq t \leq \tau + L$. Схема, при которой значительная часть кредита возвращается уже по окончании срока кредитования (принцип “воздушного шара”), формально не укладывается в описанный выше график возврата, но может быть легко получена добавлением к плотности возврата дельта-функции (со скачком в момент времени $\tau + L$).

Зная кредитную политику банка, можно подсчитать общие выплаты по кредиту (включая основные выплаты и проценты), приведенные к моменту кредитования τ , приходящиеся на единицу кредита. Для описанной выше схемы возврата эта величина равна

$$k_\tau = \lambda h e^{-\rho h} + \int_{\tau+h}^{\tau+L} (f_t + \lambda r_t) e^{-\rho(t-\tau)} dt, \quad (1)$$

где $r_t = \int_t^{\tau+L} f_s ds$ – остаточный долг по кредиту (на единицу кредита) в момент времени t , ρ – коэффициент дисконтирования. Обозначая $M = \int_{\tau+h}^{\tau+L} f_t e^{-\rho(t-\tau)} dt$, из (1) имеем

$$\begin{aligned} k_\tau &= \lambda h e^{-\rho h} + M + \lambda \int_{\tau+h}^{\tau+L} \left(\int_t^{\tau+L} f_h ds \right) e^{\rho t} dt = \lambda h e^{-\rho h} + M + \lambda \int_{\tau+h}^{\tau+L} f_s \left(\int_{\tau+h}^s e^{-\rho t} dt \right) ds = \\ &= \lambda h e^{-\rho h} + M + \lambda (e^{-\rho h} - M) / \rho = \lambda h e^{-\rho h} + e^{-\rho h} + (\lambda / \rho - 1) (e^{-\rho h} - M). \end{aligned} \quad (2)$$

Будем предполагать, что кредитная политика банка не зависит от момента кредитования τ .

Отсюда следует, что $M = \int_{\tau+h}^{\tau+L} f_t e^{-\rho(t-\tau)} dt = \int_h^L f_t e^{-\rho t} dt$ не зависит от τ . Поэтому величина k_τ также не зависит от момента кредитования, в дальнейшем будем обозначать ее просто k , опуская индекс τ .

Величину $k\mu I$ можно рассматривать как приведенную полную стоимость кредита¹. При этом величину k естественно называть приведенной полной ценой кредита (далее – цена кредита). В то же время для банка эта величина представляет собой выплаты банку за единицу выданного (под проект) кредита, приведенные к моменту кредитования.

1.2. Участники. Перейдем к описанию агентов, связанных с реализацией описанного выше инвестиционного проекта:

- 1) инвестор, финансирующий проект и получающий прибыль от его реализации;
- 2) банк, предоставляющий инвестору кредит;
- 3) государство, гарантирующее банку возврат определенной доли кредита в случае неудачи проекта (дефолта инвестора).

Отметим, что в данной работе, в отличие от (Сластников, 2014), инвестор подвергается риску потери собственных средств (в случае неудачи проекта).

Опишем более подробно каждого из участников и его интересы.

Инвестор. В случае успешной реализации проект начинает (после окончания лага капитальных вложений) приносить некоторый случайный поток прибыли. В данной работе под прибылью будет пониматься валовая выручка за вычетом материальных затрат и оплаты труда, что по существу близко к показателю EBITDA (прибыль до вычета расходов по уплате процентов, налогов и начисленной амортизации). Эта прибыль в момент времени $t \geq \tau + h$ (для проекта, инвестированного в момент τ) моделируется с помощью случайного процесса $(\pi_t, t \geq 0)$, заданного на вероятностном пространстве $(\Omega, \mathcal{F}, \{\mathcal{F}_t, t \geq 0\}, P)$ и согласованного с потоком σ -алгебр $\{\mathcal{F}_t\}$ (“историей” системы до момента t)².

Поведение инвестора будет характеризоваться моментом инвестирования τ , который будет предполагаться марковским моментом относительно потока $\mathcal{F}_t$ ³.

В качестве целевой функции (критерия) инвестора будет рассматриваться ожидаемая чистая прибыль инвестора от реализованного проекта, приведенная к нулевому (базовому) моменту времени (NPV):

$$N(\tau, k) = E \left[(1 - q) \int_{\tau+h}^{\infty} (1 - \gamma) \pi_t e^{-\rho t} dt - (1 - \mu) I e^{-\rho \tau} - (1 - q) k \mu I e^{-\rho \tau} \right], \quad (3)$$

где τ – момент инвестирования, k – цена кредита, γ – коэффициент налоговой нагрузки на проект, т.е. отношение всех налогов реализованного проекта к прибыли (EBITDA)⁴.

Банк. При определении кредитной политики банк руководствуется следующим критерием ожидаемой прибыли банка от кредитования данного инвестиционного проекта, приведенной к нулевому моменту времени:

$$C(k, \theta, \tau) = E((1 - q) k \mu I + q \theta \mu I e^{-\rho h} - \mu I) e^{-\rho \tau}, \quad (4)$$

где k – цена кредита (приведенные выплаты банку, приходящиеся на единицу кредита, выданного на инвестиционный проект), θ – доля возврата кредита (в случае дефолта инвестора, вероятность которого равна q).

Тем самым кредитная политика банка (по отношению к данному инвестиционному проекту), которую выше мы определяли как совокупность срока кредитования, процента и графика возврата, сводится к величине k приведенной полной цены кредита. Далее мы и будем связывать кредитную политику банка с выбором коэффициента k (он же для банка показывает приведенные доходы банка от кредитования проекта, приходящиеся на единицу кредита).

¹ Хотя этот термин чаще используется в несколько ином смысле, в процентах за год.

² Это означает, что для всех $t \geq 0$ случайная величина π_t измерима относительно σ -алгебры $\mathcal{F}_t$.

³ Это означает, что решение об инвестировании в момент времени $\{\tau = t\}$ принимается только на основе информации о системе до момента t (в частности, инсайдерская информация отсутствует).

⁴ Предполагается, что этот коэффициент постоянен во времени.

Достаточно естественным представляется условие, что k должна быть не меньше некоторой заданной величины $k \geq k_0$ ($k_0 > 1$). Из соотношения (2) нетрудно вывести условия, например, на процент λ , обеспечивающее выполнение этого ограничения.

Государство. Рычагом воздействия государства на банк, а через него – на инвестора, является величина государственных гарантий по возврату кредита в случае дефолта инвестора, точнее, доля возврата θ от исходной суммы кредита.

Для сравнения различных вариантов государственных гарантий по кредиту в качестве критерия будет использоваться показатель бюджетного эффекта, который представляет собой разность ожидаемых налоговых поступлений в бюджет от реализованного проекта и ожидаемых затрат государства по возврату банку соответствующей доли θ выданного кредита, приведенная к нулевому моменту времени:

$$B(\theta, \tau) = E \left[(1 - q) \int_{\tau+h}^{\infty} \gamma \pi_t e^{-\rho t} dt - q \theta I_{\mu} e^{-\rho(\tau+h)} \right], \quad (5)$$

где τ – момент инвестирования проекта.

Конечно, эффект от реализации инвестиционного проекта для государства не всегда оценивается только налоговыми поступлениями в бюджет. Реализация инвестиционного проекта может быть связана, например, с экологическими, социальными эффектами, созданием инфраструктуры, развитием политических и экономических связей и т.п. Однако в данной работе мы ограничиваемся исследованием бюджетных эффектов, поскольку они, во-первых, входят (как составная часть) в различные методики определения эффективности и критерии отбора инвестиционных проектов, а во-вторых, определяются по четким правилам Налогового кодекса и в силу этого хорошо формализуются.

На допустимые доли возврата кредита накладываются дополнительные условия в виде верхней и нижней границы: $\Theta = \{\theta \leq \theta \leq \bar{\theta}\}$. Эти границы могут быть связаны, например, с законодательными рамками или приоритетами государства.

2. ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ

Каждый участник проекта (инвестор, банк, государство) имеет свои собственные интересы, определяемые формулами (3)–(5). При этом критерии каждого участника зависят не только от его собственного решения, но и от решений других участников. Однако участники не равноправны, а расположены как бы на трех уровнях.

На нижнем уровне находится инвестор, который, зная принятое банком решение об условиях кредитования проекта, определяет оптимальный (при данных условиях) момент инвестирования.

На среднем уровне располагается банк – по доле возврата кредита (назначаемой государством) и оптимальному решению инвестора он выбирает оптимальную кредитную политику (цену кредита для проекта).

Наконец, на верхнем уровне находится государство, которое знает оптимальные решения участников нижних уровней в зависимости от назначаемой доли возврата кредита. На основе этой информации государство выбирает оптимальную для него долю возврата кредита.

2.1. Постановка задачи. Опишем эту трехуровневую задачу оптимизации более формально.

Задача инвестора. Для произвольной допустимой кредитной политики банка k инвестор выбирает оптимальный момент инвестирования $\tau^*(k)$ как решение следующей задачи оптимальной остановки

$$N(\tau, k) \rightarrow \max_{\tau}, \quad (6)$$

где максимум берется по всем марковским моментам τ .

Задача банка. Зная зависимость оптимального поведения инвестора $\tau^*(k)$ от условий кредитования k , банк выбирает оптимальную цену кредита (для проекта) $k^*(\theta)$ для произвольной доли гарантированного возврата по кредиту θ как решение задачи

$$C(k, \theta, \tau^*(k)) \rightarrow \max_{k \geq k_0}. \quad (7)$$

Задача государства. Зная оптимальную цену кредита для проекта $k^*(\theta)$ и соответствующее оптимальное поведение инвестора $\tau^*(k^*(\theta))$, государство определяет оптимальную долю возврата по кредиту θ^* как решение бюджетной задачи

$$B(\theta, \tau^*(k^*(\theta))) \rightarrow \max_{\theta \leq \bar{\theta}}. \quad (8)$$

Отметим, что тройку $(\theta^*, k^*(\theta^*), \tau^*(k^*(\theta)))$ можно рассматривать как вариант равновесия по Штакельбергу в игре “государство – банк – инвестор”.

2.2. Решение задачи оптимизации. Сформулируем математические предположения, необходимые для дальнейшего анализа.

Будем предполагать, что процесс, моделирующий поток прибыли π_t от реализованного проекта, описывается процессом геометрического броуновского движения с параметрами (α, σ) :

$$d\pi_t = \pi_t(\alpha dt + \sigma dw_t) \quad (9)$$

с заданным начальным значением π_0 . При этом предполагается, что $\alpha < \rho$, так как в противном случае задача инвестора не имеет решения – ему выгодно откладывать момент инвестирования как можно дальше (до бесконечности). Параметры такого процесса имеют прозрачную экономическую интерпретацию: α – средний темп роста прибыли, σ – волатильность.

Этот случай рассматривается как классический в теории реальных опционов (см., например, (Dixit, Pindyck, 1994)). Нетрудно подсчитать, что при этом ожидаемая приведенная будущая интегральная прибыль от проекта (Present Value)

$$\begin{aligned} V_t &= E \left[\int_{t+h}^{\infty} \pi_s e^{-\rho(s-t)} ds \mid \mathcal{F}_t \right] = \int_{t+h}^{\infty} E(\pi_s \mid \mathcal{F}_t) e^{-\rho(s-t)} ds = \pi_t \int_{t+h}^{\infty} e^{\alpha(s-t)} e^{-\rho(s-t)} ds = \\ &= \pi_t e^{-(\rho-\alpha)h} / (\rho - \alpha), \quad t \geq 0, \end{aligned} \quad (10)$$

также является процессом геометрического броуновского движения с параметрами (α, σ) .

Отметим, что геометрически-броуновский характер процесса Present Value V_t возникает не только в случае геометрически-броуновской прибыли π_t . Другая ситуация, приводящая к геометрическому броуновскому движению, рассматривалась, например, в (Аркин, Сластников, 2006; Arkin, Slastnikov, 2006).

Для исключения тривиальных ситуаций будем предполагать выполнение условия

$$(1 - q)[(1 - \gamma)\pi_0 e^{-(\rho-\alpha)h} / (\rho - \alpha) - k_0 \mu I] \leq (1 - \mu)I.$$

Это условие означает, что инвестиционный проект имеет неположительный NPV при инвестировании в нулевой момент времени даже при минимальной допустимой цене кредита k_0 (см. (3)), т.е. проект неэффективен (по критерию NPV) в нулевой момент времени. А отсюда, в свою очередь, вытекает, что оптимальный момент инвестирования в задаче инвестора (6) будет строго положительным (с вероятностью 1), т.е. инвестирование не должно начинаться в нулевой момент времени.

Сформулируем теперь основной результат данной работы.

Обозначим через β положительный корень квадратного уравнения

$$\frac{1}{2} \sigma^2 \beta(\beta - 1) + \alpha \beta - \rho = 0. \quad (11)$$

Отметим, что $\beta > 1$ при $\rho > \alpha$.

Теорема. Решением трехуровневой задачи оптимизации (6)–(8) являются:

$$\tau^*(k) = \min \{t \geq 0: \pi_t \geq p^*(k)I\}, \text{ где } p^*(k) = \frac{\beta}{\beta-1} \times \frac{k\mu(1-q) + 1 - \mu}{(1-\gamma)(1-q)} e^{(\rho-\alpha)h} (\rho - \alpha), \quad (12)$$

$$k^*(\theta) = \max \left\{ k_0, \frac{\beta}{\beta-1} \times \frac{1}{1-q} \left(1 - q\theta e^{-\rho h} + \frac{1-\mu}{\beta\mu} \right) \right\}, \quad (13)$$

$$\theta^* = \begin{cases} \underline{\theta}, & \text{если } \hat{\theta} < \underline{\theta}; \\ \hat{\theta}, & \text{если } \underline{\theta} \leq \hat{\theta} \leq \bar{\theta}; \text{ где } \hat{\theta} = \frac{\beta^2\gamma - (\beta-1)(1-\gamma)}{\beta^2\gamma + (\beta-1)^2(1-\gamma)} \times \frac{e^{\rho h}}{\mu q}; \\ \bar{\theta}, & \text{если } \hat{\theta} > \bar{\theta}, \end{cases} \quad (14)$$

Доказательство. Задачу инвестора (6) можно записать как

$$E[(1-q)(1-\gamma)V_\tau - (1-q)k\mu I - (1-\mu)I]e^{-\rho\tau} \rightarrow \max_\tau,$$

где процесс V_t , определенный в (10), является геометрическим броуновским движением. Это задача оптимальной остановки процесса геометрического броуновского движения с линейной функцией платы. Используя известные формулы для оптимального момента остановки в этой задаче (для схемы реальных опционов они приведены, например, в (Dixit, Pindyck, 1994), строго доказаны в (Hu, Oksendal, 1998), а более общие варианты можно найти в (Аркин, Сластников, 2012)), приходим к соотношению (12).

Далее, по формуле Фейнмана–Каца, имеем:

$$\begin{aligned} C(k, \theta, \tau^*(k)) &= \mu I \left(\frac{\pi_0}{p^*(k)I} \right)^\beta (1-q) \left(k - \frac{1-\tilde{q}\theta}{1-q} \right) = \\ &= \mu I \left(\frac{\pi_0(1-\gamma)(\beta-1)}{\mu\beta I e^{(\rho-\alpha)h}(\rho-\alpha)} \right)^\beta (1-q) \left(k + \frac{1-\mu}{\mu(1-q)} \right)^{-\beta} \left(k - \frac{1-\tilde{q}\theta}{1-q} \right), \end{aligned} \quad (15)$$

где β – положительный корень уравнения (11), а $\tilde{q} = q e^{-\rho h}$. Максимизируя правую часть в (15) по k , приходим к решению (13) задачи банка (7).

Применяя аналогичные рассуждения к бюджетной задаче (8) с использованием уже полученных формул (12)–(13), выводится и соотношение (14). ■

Функция $p^*(k)$ в этой теореме характеризует оптимальный порог инвестирования. Это означает, что оптимальный момент инвестирования проекта наступает, когда процесс π_t впервые превысит порог $p^*(k)I$. Отметим, что, в отличие от работы (Сластников, 2014), оптимальное поведение инвестора здесь зависит от величины риска (вероятности неудачи проекта) q .

В качестве следствия этой теоремы можно вывести следующие формулы для оптимального NPV проекта, ожидаемой прибыли банка от оптимального кредитования проекта и оптимального бюджетного эффекта как функций от доли возврата кредита θ :

$$N(\tau^*(k^*(\theta)), k^*(\theta)) = c_1 \frac{\beta}{\beta-1} \left(\frac{1-\mu q \theta e^{-\rho h}}{1-q} \right)^{1-\beta}, \quad (16)$$

$$C(k^*(\theta), \theta, \tau^*(k^*(\theta))) = c_1 \left(\frac{1-\mu q \theta e^{-\rho h}}{1-q} \right)^{1-\beta}, \quad (17)$$

$$B(\theta, \tau^*(k^*(\theta))) = c_2 \left(\frac{1-\mu q \theta e^{-\rho h}}{1-q} \right)^{-\beta} \left[\frac{\beta^2\gamma + (\beta-1)^2(1-\gamma)}{(\beta-1)^2(1-\gamma)} (1-\mu q \theta e^{-\rho h}) - 1 \right], \quad (18)$$

где

$$c_1 = I \frac{1-q}{\beta-1} \left(\frac{\pi_0 e^{-(\rho-\alpha)h} (1-\gamma)(\beta-1)^2}{\beta^2(\rho-\alpha)I} \right)^\beta, \quad c_2 = c_1 \frac{\beta-1}{1-q}. \quad (19)$$

3. МОДЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ, ИНТЕРПРЕТАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ, НЕКОТОРЫЕ ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ВЫВОДЫ

Перейдем к анализу полученных формул и некоторым выводам из них. Прежде всего, чтобы избежать разветвленных формул, будем в дальнейшем предполагать, что

$$k_0 < \frac{\beta}{\beta-1} \times \frac{1-q\bar{\theta}e^{-\rho h}}{1-q},$$

т.е. оптимальная цена кредита для проекта превосходит минимально допустимую границу (при всех долях возврата кредита). Такое предположение представляется довольно естественным с экономической точки зрения.

Кроме того, будем считать, что $\underline{\theta} = 0$, $\bar{\theta} = 1$, т.е. государство потенциально может гарантировать банку возврат (в случае дефолта инвестора) до 100% кредита, выданного на инвестирование проекта.

3.1. Согласование интересов участников. Начнем с одного из наиболее любопытных и неочевидных (с нашей точки зрения) выводов.

Из формул (16)–(18) нетрудно увидеть, что если $\theta^* > 0$, то в области $\{\theta: 0 \leq \theta \leq \theta^*\}$ показатели:

- NPV проекта $N(\tau^*(k^*(\theta)), k^*(\theta))$,
- прибыль банка от кредитования проекта $C(k^*(\theta), \theta, \tau^*(k^*(\theta)))$,
- бюджетный эффект $B(\theta, \tau^*(k^*(\theta)))$

возрастают с ростом доли гарантированного возврата кредита θ .

Область параметров модели, при которых оптимальная доля возврата кредита превышает минимальную допустимую границу, можно рассматривать как *область существования согласованных интересов* инвестора, банка и государства. Это означает, что если параметры модели обеспечивают выполнение неравенства $\hat{\theta} > 0$, где $\hat{\theta}$ определено в (14), то увеличение доли возврата кредита (в определенных пределах) становится выгодным *всем участникам*, т.е. увеличивает значение критерия инвестора, банка и государства.

Этот факт несколько расходится с распространенным мнением, что льготы, предоставляемые государством инвестору, неизбежно ведут к определенным потерям (недополучениям) бюджета. Так, в работе (Малинина, 2010) последовательно излагается точка зрения, что предоставление налоговых льгот имеет не только прямой эффект, выражающийся в сокращении налоговых доходов бюджета, но и косвенные эффекты, которые часто сводятся к потерям для общества, не компенсируемым выгодами от этих льгот. На наш взгляд, такая позиция во многом справедлива для уже сложившейся (*существующей*) структуры налогоплательщиков. Однако если речь идет о создании *нового* налогоплательщика, то во внимание должны приниматься факторы, связанные с тем, насколько рано появится этот налогоплательщик и как скоро он начнет приносить налоги в бюджет. И в этой ситуации *выгоды* от более раннего поступления налогов в бюджет могут *перевесить* прямые или косвенные *потери* от введения льгот (как налоговых, так и не налоговых).

Условия, при которых увеличение налоговых льгот со стороны государства оказывается выгодным одновременно как инвестору (в смысле NPV от реализации проекта создания нового предприятия), так и государству (с точки зрения ожидаемых приведенных налоговых поступлений от создаваемого предприятия), были исследованы в (Аркин, Сластников, 2007) для налоговых каникул и в (Arkin, Slastnikov, 2007) для ускоренной амортизации. Более того, возможность подобного согласования интересов инвестора и государства была установлена и для механизма

государственного софинансирования инвестиционных проектов, который, в отличие от налоговых льгот, связан с прямыми затратами государства (Сластников, 2010).

Как нетрудно убедиться из формулы (14), для существования согласованных интересов необходимо и достаточно выполнения неравенства

$$\gamma > \frac{\beta - 1}{\beta^2 + \beta - 1}. \quad (20)$$

Правая часть неравенства (20) достигает максимума, равного 0,2, при $\beta = 2$. Поэтому соотношение (20) выполняется при любых $\beta > 1$ и $\gamma > 0,2$, что справедливо для большинства налоговых систем. Поэтому можно сказать, что если не существует априорных ограничений снизу на величину государственных гарантий по возврату кредита, то область согласования интересов, в которой предоставление государством гарантий по кредитам (в определенных пределах) выгодно всем участникам, существует практически для любых параметров модели.

Отметим, что условие существования области согласованных интересов (20) не зависит ни от величины риска (неудачи проекта) q , ни от доли кредита μ . Это означает, что предоставление государством гарантий банку по возврату кредита (в определенных пределах) является выгодным для всех участников (инвестора, банка и государства) при любом соотношении собственных и заемных средств в начальных инвестициях и даже в случае, когда величина риска (неудачи проекта) неизвестна.

3.2. Зависимость оптимальных решений банка и государства от параметров модели.

Исследуем теперь зависимость оптимальной кредитной политики банка (в отношении проекта), оптимальной доли гарантированного возврата кредита и оптимального бюджетного эффекта от параметров прибыли реализованного проекта (среднего темпа роста α и волатильности σ), коэффициента налоговой нагрузки γ , доли кредита μ и величины риска (невозврата кредита инвестором) q .

Отметим, что некоторые из описываемых ниже зависимостей имеют интуитивно понятный характер (типа монотонного поведения), что в определенной мере свидетельствует в пользу состоятельности модели, т.е. отсутствии расхождения с экономической интуицией, а некоторые зависимости далеко не очевидны и требуют более подробного исследования влияния разнородных и разнонаправленных факторов.

Банк. Из формулы (13) непосредственно следует, что оптимальная цена кредита для проекта $k^*(\theta)$, предлагаемая банком, убывает по доле возврата кредита θ и монотонно возрастает по риску q , что согласуется и с экономической интуицией.

Что касается зависимости $k^*(\theta)$ от доли кредита μ , то для каждого θ она является монотонно убывающей. Таким образом, если инвестор решил вложить в проект больше собственных средств (доля кредита тем самым уменьшается), то банку для оптимизации своей прибыли от кредитования придется увеличить цену кредита для инвестора, что уже менее очевидно. Заметим, однако, что, как следует из (17), оптимальная ожидаемая прибыль банка (при оптимальном поведении инвестора) $C(k^*(\theta), \theta, \tau^*(k^*(\theta)))$ монотонно возрастает по доле кредита μ .

Оптимальная цена кредита $k^*(\theta)$ зависит от параметров прибыли (среднего темпа роста и волатильности) только через показатель β . Из соотношения (13) следует, что $k^*(\theta)$ будет убывающей функцией от β . Дифференцируя обе части уравнения (11), определяющего показатель β , по соответствующим параметрам прибыли, легко вывести, что β является убывающей функцией от α и σ (при $\alpha + 0,5\sigma^2 > 0$). Таким образом, оптимальная цена кредита $k^*(\theta)$ при фиксированной доле возврата кредита θ будет возрастать при увеличении среднего темпа роста прибыли от проекта и его волатильности (показателя неопределенности).

Заметим, что $k^*(\theta)$ не зависит от налоговой нагрузки проекта γ , но ситуация немного меняется, если рассматривать оптимальную цену кредита при оптимальной доле θ^* возврата кредита $k^*(\theta^*)$. А именно, $k^*(\theta^*)$ не зависит от γ , если θ^* совпадает со своими допустимыми нижней или верхней границей (т.е. равна 0 или 1), и убывает по γ , если $0 < \theta^* < 1$. Это означает, что с ростом налоговой нагрузки на проект банк не должен увеличивать цену кредита.

Таблица

Доля кредита μ		Вероятность дефолта инвестора q				
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,99	γ	0,23	0,26	0,30	0,36	0,42
0,85	γ	0,22	0,25	0,29	0,32	0,37
0,5	γ	0,21	0,23	0,25	0,26	0,28
0,2	γ	0,21	0,21	0,22	0,22	0,23

Отметим, что все приведенные выше выводы, касающиеся оптимальной кредитной политики банка (для данного проекта), остаются справедливыми и для соответствующего оптимального процента по кредиту, который явно выписывается из соотношения (2) как

$$\lambda^*(\theta) = (k^*(\theta) - M)/\psi, \quad \text{где} \quad M = \int_h^L f_t e^{-\rho t} dt, \quad \psi = (\rho h e^{-\rho h} + e^{-\rho h} - M)/\rho.$$

Оптимальный размер государственных гарантий. Сначала разберем случай, когда государству выгодно (с точки зрения бюджетного эффекта) предоставлять банку гарантию полного возврата всей суммы кредита, т.е. $\theta^* = 1$. Из формулы (14) следует, что для этого необходимо и достаточно, чтобы $\hat{\theta} \geq 1$. Это условие можно переписать в виде:

$$\gamma \geq \frac{d}{1+d}, \quad \text{где} \quad d = \frac{(\beta - 1)[1 + (\beta - 1)\mu\bar{q}]}{\beta^2(1 - \mu\bar{q})}, \quad \bar{q} = q e^{-\rho h}. \quad (21)$$

Максимальное (по $\beta > 1$) значение правой части неравенства (20) дает нижнюю границу γ для коэффициента налоговой нагрузки, при превышении которой государству выгодно гарантировать банку полный возврат кредита. В таблице приводятся такие нижние границы для различных долей μ кредита в начальных инвестициях и вероятностей дефолта q . В качестве других параметров взята норма дисконта $\rho = 10\%$ (в год) и длительность лага капитальных вложений $h = 2$ (года).

Как видно из приведенных в таблице результатов, чувствительность величины γ от вероятности дефолта и доли кредита в начальных инвестициях по проекту оказывается довольно слабой, особенно для малых значений вероятности дефолта или доли кредита. Так, для вероятности дефолта не более 0,1 нижняя граница γ налоговой нагрузки, при которой государству выгодно предоставлять гарантии на всю сумму кредита, практически не меняется при разных долях кредита. В случае, когда доля кредита в инвестициях мала (не превышает 20%), величина нижней границы γ почти не зависит от вероятности дефолта (по крайней мере, если эта вероятность не превышает 0,5).

Далее, из приведенных в таблице расчетов видно, что при не слишком большой вероятности дефолта инвестора 100%-ные гарантии по кредиту выгодны государству (с точки зрения бюджетного эффекта) для налоговых систем (с не очень маленькой налоговой нагрузкой на прибыль). В частности, если коэффициент налоговой нагрузки превышает 30%, то полные гарантии по возврату кредита должны предоставляться проектам с вероятностью дефолта не более 0,3.

Из формулы (21) легко убедиться, что правая часть неравенства монотонно возрастает по доле кредита μ . Это означает, что если 100%-ная гарантия будет оптимальной для случая полного кредитования ($\mu = 1$), она останется оптимальной и для смешанного финансирования с любой (положительной) долей кредита.

Как следует из (14), оптимальная доля θ^* не возрастает по величине риска q и не убывает с ростом налоговой нагрузки γ .

Зависимость от параметров прибыли носит более сложный характер и определяется соотношением между коэффициентом γ и показателем β . При $\gamma < (\beta - 1)^2/(\beta^2 + (\beta - 1)^2)$ оптимальная доля θ^* не возрастает по параметрам α и σ , при $\gamma \geq (\beta - 1)^2/(\beta^2 + (\beta - 1)^2)$ — не убывает.

Довольно любопытной представляется зависимость оптимального размера гарантий от доли кредита при финансировании проекта. Из (14) следует, то оптимальная доля θ^* не возрастает с увеличением доли кредита μ . В частности, оптимальный размер гарантий при смешанном финансировании проекта ($0 < \mu < 1$) должен быть не меньше, чем в случае полного кредитования ($\mu = 1$).

Бюджетный эффект. Отметим, что если $\theta^* > 0$, то в области $\{\theta: 0 \leq \theta \leq \theta^*\}$ дополнительные (по сравнению с отсутствием господдержки кредита) средние налоговые поступления от проекта будут не меньше, чем средние приведенные затраты государства на поддержку проекта:

$$(1 - q)[T(\theta) - T(0)] \geq qE\theta I e^{-\rho(h + \tau^*(k^*(\theta)))},$$

где $T(\theta) = E e^{-\rho \tau^*(k^*(\theta))} \gamma X_{\tau^*(k^*(\theta))}$ – ожидаемые приведенные налоговые поступления в бюджет от реализованного проекта при оптимальном поведении инвестора и банка и доле возврата кредита θ .

Из формул (14) и (18) выводится следующее выражение для оптимального бюджетного эффекта с оптимальной долей возврата кредита:

$$B(\theta^*, \tau^*(k^*(\theta^*))) = c_2(1 - q)^\beta \times \begin{cases} \frac{\beta^2}{(\beta - 1)^2} \bar{\gamma}, & \text{если } \theta^* = 0, \\ \frac{1}{\beta - 1} \left(\frac{\beta}{\beta - 1} \bar{\gamma} + \frac{\beta - 1}{\beta} \right)^\beta, & \text{если } 0 < \theta^* < 1, \\ (1 - \mu \bar{q})^{-\beta} \left[\frac{\beta^2 \bar{\gamma} + (\beta - 1)^2}{(\beta - 1)^2} (1 - \mu \bar{q}) - 1 \right] & \text{если } \theta^* = 1, \end{cases}$$

где $\bar{\gamma} = \gamma/(1 - \gamma)$, $\bar{q} = q e^{-\rho h}$, а c_2 определена в (19).

Отсюда можно получить, что оптимальный бюджетный эффект с оптимальной долей возврата кредита убывает по риску q . Для случая $\theta^* < 1$ это очевидно, а при $\theta^* = 1$ следует из представления $B(\theta^*, \tau^*(k^*(\theta^*)))$ в виде произведения двух положительных убывающих (по q) функций

$$\left(\frac{1 - q}{1 - \mu \bar{q}} \right)^\beta \text{ и } \frac{\beta^2 \bar{\gamma} + (\beta - 1)^2}{(\beta - 1)^2} (1 - \mu \bar{q}) - 1.$$

Что касается зависимости оптимального бюджетного эффекта $B^* = B(\theta^*, \tau^*(k^*(\theta^*)))$ от доли кредита μ , то при неполных гарантиях ($\theta^* < 1$) B^* вообще не зависит от соотношения собственных и заемных средств.

Случай полной гарантии ($\theta^* = 1$) требует более подробного рассмотрения. Обозначим $x = \mu \bar{q}$, $B = \beta/(\beta - 1)$, $f(x) = (1 - x)^{-\beta} [(B^2 \bar{\gamma} + 1)(1 - x) - 1]$. Тогда

$$\begin{aligned} f'(x) &= (1 - x)^{-\beta-1} [\beta(B^2 \bar{\gamma} + 1)(1 - x) - \beta - (B^2 \bar{\gamma} + 1)(1 - x)] = \\ &= (\beta - 1)(1 - x)^{-\beta-1} [B^2 \bar{\gamma} - B + 1 - (B^2 \bar{\gamma} + 1)x] = \\ &= (\beta - 1)(1 - x)^{-\beta-1} (B^2 \bar{\gamma} + 1) \left(\frac{B^2 \bar{\gamma} - B + 1}{B^2 \bar{\gamma} + 1} - x \right) \geq 0, \end{aligned}$$

поскольку

$$\frac{B^2 \bar{\gamma} - B + 1}{B^2 \bar{\gamma} + 1} = \frac{\beta^2 \gamma - (\beta - 1)(1 - \gamma)}{\beta^2 \gamma + (\beta - 1)^2 (1 - \gamma)} \geq \mu \bar{q}$$

при $\theta^* = 1$ в силу формулы (14).

Таким образом, в случае полной гарантии оптимальный бюджетный эффект возрастает при увеличении доли кредита в начальных инвестициях, что, на наш взгляд, совсем неочевидно из интуитивных соображений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Аркин В.И., Сластников А.Д. (2006). Оптимизация налоговых каникул в стохастической модели создания нового предприятия // *Экономика и математические методы*. Т. 42. Вып. 1. С. 68–79.
- Аркин В.И., Сластников А.Д. (2007). Инвестиционные ожидания, стимулирование инвестиций и налоговые реформы // *Экономика и математические методы*. Т. 43. Вып. 2. С. 76–100.
- Аркин В.И., Сластников А.Д. (2012). Пороговые правила остановки диффузионных процессов и задача Стефана // *Доклады Академии наук*. Т. 446. № 3. С. 247–250.
- Вороновская О.Е. (2001). Схемы гарантирования кредитов малым предприятиям: модели и опыт. Препринт WP/2001/123. М.: ЦЭМИ РАН.
- Малинина Т.А. (2010). Оценка налоговых льгот и освобождений: зарубежный опыт и российская практика // *Научные труды. Институт экономической политики им. Е.Т. Гайдара*. № 146Р.
- Сластников А.Д. (2010). Оптимизация участия государства в софинансировании проектов в условиях государственно-частного партнерства // *Экономика и математические методы*. Т. 46. Вып. 4. С. 69–81.
- Сластников А.Д. (2014). Инвестирование рискованных проектов в условиях государственных гарантий по кредитам // *Журнал Новой экономической ассоциации* (в печати).
- Шпынова А.И. (2009). Кредитование малых и средних предприятий: зарубежный и российский опыт. М.: ПОЛПРЕД Справочники.
- Arkin V.I., Slastnikov A.D. (2006). Optimal Time to Invest under Tax Exemptions. In: *From Stochastic Calculus to Mathematical Finance. The Shiryaev Festschrift*. P. 17–32. Berlin Heidelberg N.Y.: Springer.
- Arkin V.I., Slastnikov A.D. (2007). The Effect of Depreciation Allowances on the Timing of Investment and Government Tax Revenue // *Annals of Operations Research*. Vol. 151. No. 1. P. 301–323.
- Dixit A.K., Pindyck R.S. (1994). *Investment under Uncertainty*. Princeton: Princeton University Press.
- Hu Y., Oksendal B. (1998). Optimal Time to Invest When the Price Processes Are Geometric Brownian Motions // *Finance and Stochastics*. Vol. 2. No. 3. P. 295–310.

Поступила в редакцию
04.03.2014 г.

The Model of Governmental Guarantees and Bank Credit Policy in Financing Risky Projects

V.I. Arkin, A.D. Slastnikov

The paper considers the model of interaction between investor, bank and government in financing the risky projects. This model allows to study a mechanism of the governmental loan guarantees. We propose the optimization approach for the determination of both maximal sum of guarantees and credit policy of a bank. We analyze the optimal decisions of the government and the bank in financing the risky projects and discuss some economic consequences.

Keywords: investment project, loan, risk, governmental guarantees, optimal part of loan reimbursement.

JEL classification: G2, D81, C61.