ЭКОНОМИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ, 2014, том 50, № 4, с. 112–133

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

ВЕРТИКАЛЬНЫЕ МЕЖФИРМЕННЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С УПРАВЛЯЕМОЙ НАДБАВКОЙ К ЗАТРАТАМ*

© 2014 г. А.С. Плещинский

(Москва)

Предложен механизм транзакций между вертикально связанными фирмами с контролируемой ценовой надбавкой, которая определяется коэффициентом маржинализации, равным отношению цены продукта к средним издержкам поставщика. Разработаны модели и уравнения равновесия вертикальных олигополий до интеграции производителей промежуточного и конечного продукта и в результате применения контрактной формы сделок между предприятиями по цене ниже рыночной и наличия компенсирующего трансферта, выплачиваемого производителем конечного продукта. Определены нижняя и верхняя границы коэффициента маржинализации, при уменьшении которого в этом интервале прибыль каждой фирмы, применяющей предложенную форму взаимодействия, синергетический эффект и выгода потребителей возрастают от значений, соответствующих отсутствию вертикального контроля, до максимальных величин, достигаемых в случае создания поставщиком и потребителем интегрированной фирмы.

Ключевые слова: межфирменные взаимодействия, вертикальная интеграция, маржинализация, равновесие вертикальных олигополий, контрактная цена, синергетический эффект.
Классификация JEL: D23, D43, L22.

1. ОБЪЕКТ И ПРЕДМЕТ АНАЛИЗА

Теория анализа вертикальных межфирменных взаимодействий широко известна. Модель вертикальных связей рынков (Хэй, Моррис, 1999) объясняет процесс изменения маржи – разности рыночной цены и предельных издержек фирмы при переходе продукта от вышележащей к нижележащей олигополии. Это явление называется двойной маржинализацией, обусловленной отсутствием вертикального контроля при максимизации прибыли двумя экономическими агентами-производителями промежуточного и конечного продукта. В результате этого цена конечного продукта возрастает, а объем выпуска уменьшается. Стремление увеличить прибыль за счет снижения и даже ликвидации указанного отрицательного эффекта является стимулом к вертикальному контролю. Существуют следующие организационные формы вертикального контроля: слияние и поглощение, участие в собственности, долгосрочные соглашения. В случае *слияния и поглощения* компаний осуществляется вертикальная интеграция, которая обеспечивает контроль над собственностью предприятий-производителей промежуточной и конечной продукции и над их поведением. *Долгосрочные соглашения* – контрактная форма вертикального контроля над поведением участников межфирменных взаимодействий без контроля над их собственностью, когда экономические агенты принимают выгодные каждому решения. В этом случае проявляется кооперативное поведение участников рынка. *Участие в собственности* представляет вариант, способствующий реализации контрактной формы вертикального контроля.

Каждый из указанных видов межфирменных взаимодействий имеет свои преимущества и недостатки. В общем случае создание интегрированной фирмы сопровождается существенными трансформационными затратами. При контрактной вертикальной интеграции их можно избежать, однако возникают риски оппортунистического поведения участников соглашения.

* Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского гуманитарного научного фонда (проект 14-02-00334).

Механизм вертикального контроля (Плещинский, 2001а) учитывает различные экономические реалии и позволяет участникам получать (в случае выполнения всех предусмотренных соглашением условий) такую же величину суммарной прибыли, как при создании ими интегрированной фирмы. Эта форма вертикальных межфирменных взаимодействий характеризуется тем, что цена промежуточного продукта устанавливается ниже рыночной, но используется компенсационный трансферт, выплачиваемый производителем конечного продукта. Был рассмотрен (Плещинский, 2001б) случай совершенной эластичности спроса на продукцию фирм. Для выявления значимых аспектов стратегического поведения, имеющего место при несовершенной конкуренции, необходимо исследовать товарные рынки с функцией спроса общего вида.

Модели равновесия вертикальных олигополий (Лазарев, Плещинский, 2007) применяются в мезоэкономическом анализе налогообложения добавленной стоимости с точки зрения результатов функционирования производственных цепочек.

Вертикальные межфирменные взаимодействия в условиях олигополий исследованы в (Плещинский, Лазарев, 2008) с учетом таких реалий, как несовершенство рыночной конкуренции, уровень организации финансового рынка и фискальная политика государства.

Двухставочные тарифы позволяют производителям промежуточного и конечного продуктов получать величину суммарной прибыли такую же, как при их вертикальной интеграции (Тироль, 2000). На практике они реализуются в различных формах. Общим их свойством является линейная цена. Покупатель промежуточного продукта рассчитывается за него двумя платежами. Первый платеж пропорционален объему продаваемого продукта, а второй равен постоянной величине, компенсирующей при необходимости недостающую часть. В случае назначения цены на промежуточный продукт, равной предельным издержкам поставщика, затраты вертикальной структуры, объем производства и прибыль такие же, как у эквивалентной интегрированной фирмы.

Эквивалентная интегрированная фирма – структура, образуемая в результате объединения рассматриваемых вертикально связанных предприятий без изменения их бизнес-процессов.

Двухставочный тариф сопровождается риском снижения выручки производителя конечного продукта относительно планируемой им до заключения контракта величины в результате возможного падения спроса. Для того чтобы приблизить суммарную прибыль поставщика и потребителя к прибыли интегрированной фирмы, необходимо минимальное превышение контрактной цены промежуточного продукта относительно предельных издержек поставщика. В варианте, если фирма-производитель промежуточного продукта и предприятие-потребитель, действующее на конечном рынке, имеют различных собственников, наличие второго платежа необходимо для согласования экономических интересов участников сделки. С уменьшением маржи увеличивается выплата компенсации производителем конечного продукта из своей выручки. Это обусловлено тем, что чем меньше пропорциональная объему поставки первая часть платежа, тем больше должна быть вторая, компенсирующая недостаток первой, для того чтобы условия соглашения были приняты обеими сторонами.

При незначительном риске нарушения условий спроса, изменения цены и объема реализации конечной продукции может быть заключен контракт с минимальной величиной маржи, с тем чтобы получить суммарную прибыль, равную или близкую к вертикально интегрированной. В условиях возможного снижения выручки предприятия нижележащей отрасли вследствие падения спроса взаимовыгодным может быть контракт с маржой, близкой к равновесной, при отсутствии вертикальной интеграции.

Для согласования экономических интересов при вертикальных межфирменных взаимодействиях необходимы механизмы, которые обладают способностью управлять маржинализацией. Превышение цены промежуточного продукта над средними издержками поставщика и величина компенсирующей выплаты, не зависящая от объема продаваемого продукта, перераспределяют прибыль между предприятиями. Эти условия являются предметом договора и выбираются с точки зрения выгодности обоим участникам.

Рассмотрим механизм транзакций, в котором фирмы – поставщик i и потребитель j – рассчитываются между собой за поставляемую продукцию не по рыночной цене, а по более низкой, трансфертной P_{tr}. Возмещение разницы за поставку происходит после того, как потребитель промежуточного продукта произведет реализацию своего конечного. На первом этапе потребитель выплачивает часть $P_{tr}q_i$ рыночной стоимости продукции в объеме q_i, что эквивалентно предоставлению кредита поставщиком. На втором – потребитель из выручки за конечную продукцию возвращает поставщику сумму TF (трансферт), перераспределяющую часть прибыли в пользу производителя промежуточного продукта. Это необходимо для компенсации недостатка, возникшего в результате применения цены, которая ниже рыночной. В результате такой формы расчетов затраты на промежуточный продукт фирмы, действующей на конечном рынке, равны $TR_j = P_{tr}q_i + TF$, а выручка поставщика составляет $TR_i = P_{tr}q_i + TF$.

Контрактная цена $P_{tr} = kAC(q_i) = kc_i(q_i)/q_i$ равна увеличенным в $k \geq 1$ раз средним издержкам производителя промежуточного продукта. Отсюда коэффициент маржинализации $k = P_{tr}q_i/c_i(q_i)$ определяется отношением стоимости $P_{tr}q_i$ промежуточного продукта до выплаты трансферта TF к производственным затратам $c_i(q_i)$ поставщика. При $k = 1$ первая часть платежа равна затратам производителя промежуточного продукта. Выбор величины коэффициента маржинализации k задает удельную разность контрактной цены и средних издержек поставщика $(P_{tr} - AC(q_i))/AC(q_i) = k - 1$.

Контрактная форма вертикального контроля поведения фирм i и j предусматривает два этапа взаимодействия. На первом этапе совместно выбираются значения коэффициента маржинализации k и трансферта TF. На втором – производитель конечного продукта определяет объем производства q_j^*, максимизирующий его прибыль $\pi_j = P(q_j)q_j - c_j(P_{tr}, q_j) - TF$, с учетом обратной функции индивидуального спроса $P(q_j)$, всех производственных затрат $c_j(P_{tr}, q_j)$, которые зависят от контрактной цены P_{tr} и объема выпуска q_j, а также от величины трансферта TF. При таком вертикальном управлении предприятие i производит q_i^* единиц продукции, которые необходимы потребителю j для выпуска q_j^* единиц конечной продукции. Выручка от продажи по контрактной цене P_{tr} этой продукции с учетом трансферта TF при затратах $c_i(q_i)$ дает производителю промежуточного продукта прибыль $\pi_i = P_{tr}q_i - c_i(q_i) + TF$.

Для фиксированной структуры ресурсов у производителя конечного продукта замещение промежуточного продукта другим фактором невозможно. Тогда затраты фирмы j на этот продукт равны $P_{tr}q_i = kc_i(q_i)$, ее предельные издержки составляют величину $kc_i'(q_i)$, а при $k = 1$ они равны предельным затратам поставщика $c_i'(q_i)$. В этом случае при $k = 1$ формула прибыли фирмы j такая же, как в варианте вертикальной интеграции рассматриваемых агентов. Максимум прибыли производителя конечного продукта достигается при величине выпуска, как у соответствующей интегрированной структуры.

Обозначим через π_i^*, π_j^* прибыли фирм i и j, соответствующие объемам q_i^* и q_j^* производства. Эти величины зависят от значения коэффициента маржинализации и трансферта, поэтому суммарная прибыль $\pi_\Sigma^*(k) = (\pi_i^* + \pi_j^*)$, полученная в результате производства q_i^* и q_j^* единиц продукции, также определяется величиной k. Синергетический эффект по прибыли $SE(k) = \pi_\Sigma^*(k) - (\pi_i^- + \pi_j^-)$, равный превышению суммарной прибыли при применении вертикального контроля относительно случая отказа от кооперативного поведения, также зависит от величины коэффициента маржинализации.

Рассмотрим вариант взаимодействия при некотором значении k и TF. Для того чтобы сделка была выгодна предприятию i, его прибыль π_i^* с учетом второй части платежа TF не должна быть меньше величины π_i^-, соответствующей случаю отказа фирмы i от контрактной формы вертикального контроля. Из условия $\pi_i^* \geq \pi_i^-$ следует, что $TF \geq TF_{min}$, где $TF_{min} = \pi_i^- - (P_{tr}q_i^* - c_i(q_i^*))$. Аналогичное условие внешней устойчивости кооперативного поведения агентов должно выполняться для потребителя: $\pi_j^* \geq \pi_j^-$, где π_j^- – прибыль производителя конечного продукта при отсутствии вертикального контроля. Отсюда $TF \leq TF_{max}$, где $TF_{max} = (P(q_j^*)q_j^* - c_j(P_{tr}, q_j^*)) - \pi_j^-$.

Механизм маржинализации далее исследуется для агентов вертикальных олигополий. При $k = 1$ он обеспечивает суммарную прибыль $\pi_\Sigma^*(k)$, равную этому показателю в случае интеграции фирм i и j, причем величина $\pi_\Sigma^*(k)$, как будет показано далее, уменьшается, когда k увеличивается. Из условия $\pi_\Sigma^*(k) \geq \pi_i^- + \pi_j^-$ выбирается максимальное значение k_{max} коэффициента маржинализации. Таким образом, определен интервал $1 \leq k \leq k_{max}$ изменения k, в котором наблюдается синергетический эффект $SE(k) \geq 0$. В этом случае сделка между поставщиком и потребителем взаимовыгодна, так как каждый получает прибыль не меньше, чем в случае отсутствия вертикального контроля.

Из определения TF_{min} и TF_{max} следует справедливость равенств

$$TF_{min} = \pi_i^- - (P_{tr} q_i^* - c_i(q_i^*)) = \pi_i^- - \pi_i^* + TF,$$
$$TF_{max} = (P(q_j^*) q_j^* - c_j(P_{tr}, q_j^*)) - \pi_j^- = \pi_j^* - \pi_j^- + TF.$$

Отсюда выполняется условие $TF_{min} \leq TF_{max}$ возможности перераспределения прибыли с помощью выбора значения TF, так как $TF_{max} - TF_{min} = (\pi_i^* + \pi_j^*) - (\pi_i^- + \pi_j^-) = SE(k) \geq 0$. Интервал $TF_{min} \leq TF \leq TF_{max}$ представляет переговорное множество. Фирма i дополнительно к величине π_i^-, соответствующей трансферту TF_{min}, получает $TF - TF_{min}$, и ее прибыль в итоге равна π_i^*. Величина $\gamma = (TF - TF_{min})/SE(k) = (TF - TF_{min})/(TF_{max} - TF_{min})$, $0 \leq \gamma \leq 1$, представляет собой долю синергетического эффекта, которую поставщик получает сверх прибыли π_i^-, которую он имеет в случае отказа от вертикального контроля. В итоге трансферт TF определяется ставкой γ, а значение трансферта –

$$TF = TF_{min} + \gamma(TF_{max} - TF_{min}) = (1 - \gamma)TF_{min} + \gamma TF_{max}.$$

Объектом исследования являются вертикально связанные отрасли a и b. Вышележащая отрасль a производит промежуточный продукт, который покупает нижележащая отрасль b. Отрасль a промежуточного товара представляет олигополию, состоящую из m независимых фирм. Функция минимальных затрат фирмы i для производства q_{ai} единиц товара имеет вид $c_{ai}(q_{ai})$, $i = 1, \ldots, m$. Выпуск отрасли a равен $Q_a = \sum_{i=1}^{m} q_{ai}$.

Рынок конечного товара также есть олигополистическая структура b, состоящая из n фирм. Производители, действующие на рынке конечного продукта, сталкиваются со спросом на свою продукцию со стороны потребителей, заданным функцией $P_b(Q_b)$. Выпуск отрасли b равен $Q_b = \sum_{i=1}^{n} q_{bj}$, где q_{bj} – объем производства фирмы $j = 1, \ldots, n$.

Все фирмы в отрасли конечного продукта применяют технологию с фиксированной структурой ресурсов. Вследствие этого недопустимо замещение промежуточного товара другими факторами производства. Функция издержек для технологии с фиксированной структурой является линейно-сепарабельной по цене промежуточного продукта. Для изготовления единицы конечного продукта требуется одна единица промежуточного товара и комбинация других ресурсов. Принятое предположение не ограничивает общности, так как достаточно выбрать такую размерность единицы промежуточного продукта и его цены, при которых выполняется указанное условие. В результате такого выбора масштаба измерения объемов производства и цен отраслевые выпуски промежуточного и конечного продуктов равны $Q_b = \sum_{j=1}^{m} q_{bj} = Q_a = \sum_{j=1}^{m} q_{ai} = Q$, где Q – объем производства олигополии a или b.

В рассматриваемом случае общие производственные издержки фирмы j отрасли b равны $P_a q_{bj} + c_{bj}(q_{bj})$, где P_a – рыночная цена промежуточного продукта; $c_{bj}(q_{bj})$ – функция минимальных затрат, необходимых для производства q_{bj} единиц конечной продукции. Производители конечного продукта не обладают монопсонической властью на рынке промежуточного. Они воспринимают цену на промежуточный товар как заданную, поэтому их предельные издержки на продукт отрасли a равны P_a.

Объект анализа и модель имеют следующие характеристики.

А1. Вертикально связанные отрасли a и b являются олигополиями Курно.

А2. Производители отрасли a имеют доступ к одной технологии, поэтому их функции издержек $c_{ai}(q_{ai}) = c_a(q_{ai})$, $i = 1, \ldots, m$, не зависят от номера фирмы. Аналогично для предприятий отрасли b их затраты равны $c_{bj}(q_{bj}) = c_b(q_{bj})$, $j = 1, \ldots, n$. Эти функции издержек являются непрерывными, возрастающими и выпуклыми (вниз).

А3. Функции спроса (обратная) $P_b(Q_b) \geq 0$ и производственных затрат $c_b(q_{bj}) \geq 0$, $j = 1, \ldots, n$, $c_a(q_{ai}) \geq 0$, $i = 1, \ldots, m$, трижды непрерывно дифференцируемы.

А4. Обратная функция спроса нисходящая: $P_b' < 0$.

А5. Функция предельной выручки $MR_j^b = P_b + P_b' q_{bj}$ каждой фирмы отрасли b конечного продукта в зависимости от суммарного объема выпуска Q_{-j}^b всех ее конкурентов убывающая: $\dfrac{\partial MR_j^b}{\partial Q_{-j}^b} = P_b' + P_b'' q_{bj} < 0, j = 1, ..., n,$ где $Q_{-j}^b = \sum\limits_{\nu=1}^{n} q_{b\nu},\ \nu \neq j.$

А6. Функция предельной выручки $MR_i^a = P_a + P_a' q_{ai}$ каждой фирмы отрасли a промежуточного продукта в зависимости от суммарного объема выпуска Q_{-i}^a всех ее конкурентов должна быть убывающей: $\dfrac{\partial MR_i^a}{\partial Q_{-i}^a} = P_a' + P_a'' q_{aj} < 0,\ i = 1, \ldots, m,$ где $Q_{-i}^a = \sum\limits_{\nu=1}^{m} q_{a\nu},\ \nu \neq i.$

А7. Выполняются соотношения:

а) $P_b(0) > c_a'(0) + c_b'(0)$;

б) $P_b''' Q_{-j}^b < \dfrac{-(m-1)(n-1)}{Q_{-j}^b} P_b' - (m+n-1) P_b'', \quad j = 1, ..., n;$

в) $\dfrac{-Q_{-j}^b}{n-1} c_b''' \left(\dfrac{Q_{-j}^b}{n-1} \right) < -(m+n-1) P_b' - 2 P_b'' Q_{-j}^b, j = 1, ..., n.$

При выполнении А1–А7 в олигополиях a и b существует симметричное равновесие Курно–Нэша. Условия существования и единственности равновесий олигополий (Rosen, 1965; Szidarovszky, Yakowitz, 1977; Varian, 1992; Vives, 1999) положены в основу обоснования механизма маржинализации для вертикальных взаимодействий предприятий в случае несовершенной конкуренции. Рассмотрим состояние отраслей a и b при отсутствии вертикальной интеграции предприятий.

2. РАВНОВЕСИЕ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ОЛИГОПОЛИЙ ДО ИНТЕГРАЦИИ

Каждое предприятие j отрасли b и i, конкурирующее в олигополии a, максимизирует свою прибыль:

$$\pi_{bj} = P_b(q_{bj} + Q_{-j}^b) q_{bj} - c_b(q_{bj}) - P_a q_{bj}, \quad j = 1, \ldots, n; \tag{1}$$

$$\pi_{ai} = P_a(q_{ai} + Q_{-i}^a) q_{ai} - c_a(q_{ai}), \quad i = 1, \ldots, m. \tag{2}$$

Равновесие Курно в олигополиях b и a характеризуется нулевыми вариациями, которые представляют предположения конкурирующих производителей об изменении выпуска своих соперников и имеют вид

$$\frac{\partial q_{b\nu}}{\partial q_{bj}} = 0,\ \nu = 1, \ldots, n, \nu \neq j,\ \frac{\partial q_{a\nu}}{\partial q_{ai}} = 0,\ \nu = 1, \ldots, m, \nu \neq i,$$

поэтому

$$\frac{\partial Q_{-j}^b}{\partial q_{bj}} = 0, j = 1, ..., n, \quad \frac{\partial Q_{-i}^a}{\partial q_{ai}} = 0, \quad i = 1, ..., m. \tag{3}$$

В отрасли b условия оптимальности первого порядка при выполнении (3) и величине предельных издержек каждой фирмы на продукт отрасли a, равной P_a, выражаются системой уравнений (фирмы отрасли b не обладают монопсонической властью и воспринимают цену P_a как заданную):

$$\frac{\partial \pi_{bj}}{\partial q_{bj}} = P_b + P_b' q_{bj} - c_b'(q_{bj}) - P_a = 0, j = 1, ..., n. \tag{4}$$

Обоснуем выполнение достаточных условий оптимальности. В уравнениях (4) цена P_a является параметром, связывающим выпуски отраслей a и b. Обозначим решение уравнений (4) как $q_{bj}(P_a)$, $j = 1, \ldots, n$. Для любого значения P_a разность предельной выручки и предельных издержек каждой фирмы отрасли b – убывающая функция, так как с учетом A2, A4, A5 выполняются соотношения:

A8. $\dfrac{\partial MR_j^b}{\partial q_{bj}} - c_b''(q_{bj}) = 2P_b' + P_b'' q_{bj} - c_b''(q_{bj}) = P_b' + \dfrac{\partial MR_j^b}{\partial Q_{-j}^b} - c_b''(q_{bj}) < 0,\ j = 1, ..., n.$

Это означает, что для любой величины P_a предельная прибыль $\partial\pi_{bj} / \partial q_{bj} > 0$ при $q_{bj} < q_{bj}(P_a)$ и $\partial\pi_{bj} / \partial q_{bj} < 0$ при $q_{bj} > q_{bj}(P_a)$, $j = 1, \ldots, n$. Отсюда следует максимум прибыли фирм отрасли b при выпусках $q_{bj}(P_a)$.

В симметричной (в силу A2) олигополии b в равновесии Курно–Нэша выпуски всех фирм равны $q_{bj} = q_b = Qb/n$, $j = 1, \ldots, n$. Суммируя равенства (4) по всем фирмам отрасли b и учитывая, что $Q_b = Q_a$, получим обратную функцию спроса на промежуточный продукт, выпускаемый отраслью a:

$$P_a(Q_a) = P_b + P_b' \frac{Q_a}{n} - c_b'\left(\frac{Q_a}{n}\right). \tag{5}$$

В отрасли a условия оптимальности первого порядка при нулевых предполагаемых вариациях выражаются системой уравнений

$$\frac{\partial\pi_{ai}}{\partial q_{ai}} = P_a + \frac{\partial P_a}{\partial q_{ai}} q_{ai} - c_a'(q_{ai}) = 0,\ i = 1, ..., m. \tag{6}$$

В симметричной (в силу A2) олигополии a в равновесии Курно–Нэша выпуски всех фирм равны $q_{ai} = q_a = Q_a/m$, $i = 1, \ldots, m$. Дифференцируя функцию производного спроса P_a и затем P_a' по объему Q_a производства промежуточного продукта, получим

$$P_a' = \left(1 + \frac{1}{n}\right) P_b' + P_b'' \frac{Q_a}{n} - \frac{1}{n} c_b''\left(\frac{Q_a}{n}\right), \tag{7}$$

$$P_a'' = \left(1 + \frac{2}{n}\right) P_b'' + P_b''' \frac{Q_a}{n} - \frac{1}{n^2} c_b'''\left(\frac{Q_a}{n}\right). \tag{8}$$

С учетом A2, A4, A5 обратная функция производного спроса $P_a(Q_a)$ на промежуточный продукт отрасли a нисходящая:

$$\textbf{A9:}\ P_a' = \frac{1}{n} P_b' + \frac{\partial MR_j^b}{\partial Q_{-j}^b} - \frac{1}{n} c_b''\left(\frac{Q_a}{n}\right) < 0.$$

В силу A2, A6, A9 в отрасли a выполняются достаточные условия оптимальности второго порядка:

A10: $\dfrac{\partial^2\pi_{ai}}{\partial q_{ai}^2} = 2P_a' + P_a'' q_{ai} - c_a''(q_{ai}) = P_a' + \dfrac{\partial MR_i^a}{\partial Q_{-i}^a} - c_a''(q_{ai}) < 0, i = 1, ..., m.$

В симметричном равновесии олигополии a условия (6) имеют вид

$$\frac{\partial\pi_{ai}}{\partial q_{ai}} = MR_i^a - c_a'\left(\frac{Q_a}{m}\right) = P_a + P_a' \frac{Q_a}{m} - c_a'\left(\frac{Q_a}{m}\right) = 0,\ i = 1, .., m. \tag{9}$$

Утверждение 1. *Уравнение*

$$f(Q) = P_b + P_b' Q \frac{m + n + 1}{mn} + P_b'' \frac{Q^2}{mn} - c_b'\left(\frac{Q}{n}\right) - c_a'\left(\frac{Q}{m}\right) - \frac{Q}{mn} c_b''\left(\frac{Q}{n}\right) = 0 \tag{10}$$

имеет единственное решение Q^*, *определяющее объемы выпуска фирм* $q_{bj}^- = q_b^- = \dfrac{Q^*}{n}$, $j = 1, \ldots, n$; $q_{ai}^- = q_a^- = \dfrac{Q^*}{m}$; $i = 1, \ldots, m$.

Доказательство. Подставим выражения P_a и P'_a (7), P''_a (8) в (9) и получим условие (10) равновесия вертикальной структуры в дифференциальной форме. Функция $f(Q) = \partial\pi_{ai}/\partial q_{ai}$ из (9) является (строго) убывающей, так как ее производная $\partial f/\partial Q < 0$. Действительно, $Q = mq_{ai}$, $i = 1, \ldots, m$, и справедливо A10, т.е. $\partial f/\partial q_{ai} < 0$, поэтому

$$\frac{\partial f}{\partial q_{ai}} = \frac{\partial f}{\partial Q}\frac{\partial Q}{\partial q_{ai}} = m\frac{\partial f}{\partial Q} < 0.$$

В силу A7 выполняется $f(0) = P_b(0) - c'_a(0) - c'_b(0) > 0$. Так как функция $c'_a(Q/m)$ является возрастающей и неограниченной сверху (A2), то при некотором значении $\tilde{Q}$ справедливо $f(\tilde{Q}) < 0$. Получили, что убывающая и непрерывная функция $f(Q)$ удовлетворяет условиям $f(0) > 0, f(\tilde{Q}) < 0$. По теореме Больцано–Коши об обращении функции в нуль уравнение (10) имеет решение Q^*, причем $0 < Q^* < \tilde{Q}$, а в силу строгого убывания $f(Q)$ оно единственное. Отсюда объемы производства фирм $q^-_{bj} = q^-_b = Q^*/n, j = 1, ..., n$, $q^-_{ai} = q^-_a = Q^*/m$, $i = 1, \ldots, m$, и соответствующие этим величинам прибыли фирм в равновесии $\pi^-_{bj} = \pi^-_b$, $j = 1, \ldots, n$, $\pi^-_{ai} = \pi^-_a$, $i = 1, \ldots, m$.

3. ВЕРТИКАЛЬНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С УПРАВЛЯЕМОЙ МАРЖИНАЛИЗАЦИЕЙ

Исследуем контрактную форму вертикальной интеграции фирмы l отрасли a и предприятия l олигополии b. В силу симметричных функций издержек выбор номера l непринципиален. Рассмотрим результаты следующей трансформации структуры связей фирм вертикальных олигополий. Производитель l вышележащей отрасли a все q_l единиц промежуточного продукта продает по контрактной цене $P_{tr} = kc_a(q_l)/q_l$ потребителю l нижележащей отрасли b. Эта фирма выпускает q_l единиц конечного продукта и выплачивает своему поставщику из выручки трансферт TF, обусловленный использованием контрактной цены ниже рыночной P_a. В результате затраты на промежуточный продукт фирмы l, действующей на конечном рынке, равны $TR_l = P_{tr}q_l + TF$, а выручка поставщика составляет, соответственно, $TR_l = P_{tr}q_l + TF$.

Фирмы $j \neq l$ и $i \neq l$ отраслей a и b совершают сделки по рыночной цене P_a. После изменения связей фирма l отрасли b не является конкурентом других предприятий $j = 1, \ldots, n, j \neq l$, выпускающих конечный продукт. В этом случае суммарный выпуск Q^b_{-j} всех конкурентов j не включает объем производства q_l. Суммарный выпуск всех предприятий $i = 1, \ldots, m, i \neq l$ отрасли a равен суммарному объему производства фирм $j = 1, \ldots, n, j \neq l$ олигополии b. Эту величину обозначим $Q_{-l} : Q_a = \sum_{i \neq l}^{m} q_{ai} = \sum_{j \neq l}^{n} q_{bj} = Q_{-l}$. На конечный рынок продукт поступает в количестве $Q_b = q_l + Q_{-l}$.

Каждая фирма отраслей b и a максимизирует свою прибыль:

$$\pi_{bj} = P_b(q_l + Q_{-l})\, q_{bj} - c_b(q_{bj}) - P_a\, q_{bj}, \quad j = 1, \ldots, n, \quad j \neq l; \tag{11}$$

$$\pi_{ai} = P_a(Q_{-l})q_{ai} - c_a(q_{ai}),\ i = 1, \ldots, m,\ i \neq l; \tag{12}$$

$$\pi_{bl} = P_b(q_l + Q_{-l})q_l - c_b(q_l) - P_{tr}q_l - TF = P_b(q_l + Q_{-l})q_l - c_b(q_l) - k\, c_a(q_l) - TF; \tag{13}$$

$$\pi_{al} = P_{tr}q_l - c_a(q_l) + TF = (k - 1)\, c_a(q_l) + TF. \tag{14}$$

В отрасли b для предприятий $j \neq l$ с учетом нулевых предполагаемых вариаций и величины предельных издержек каждой фирмы на продукт отрасли a, равной P_a, условия оптимальности первого порядка выражаются системой уравнений:

$$\frac{\partial \pi_{bj}}{\partial q_{bj}} = P_b + P'_b q_{bj} - c'_b(q_{bj}) - P_a = 0,\ j = 1, ..., n,\ j \neq l. \tag{15}$$

Достаточные условия оптимальности для предприятий $j \neq l$ такие же, как A8. Отметим, что в выражении A8 величина Q^b_{-j} не включает объем производства q_l.

Для симметричной в силу A2 олигополии b в равновесии Курно–Нэша все фирмы $j = 1, \ldots, n$, $j \neq l$ выпускают конечный продукт в равных объемах, поэтому $q_{bj} = Q_{-l}/(n-1)$, $j = 1, \ldots, n, j \neq l$. Суммируя равенства (15) по всем фирмам $j = 1, \ldots, n, j \neq l$ отрасли b, получим обратную функцию спроса на промежуточный продукт, обусловленный потребностью фирм $j = 1, \ldots, n, j \neq l$ отрасли b:

$$P_a = P_b + P'_b \frac{Q_{-l}}{n-1} - c'_b\left(\frac{Q_{-l}}{n-1}\right). \tag{16}$$

В отрасли a для предприятий $i \neq l$, которые продают промежуточный продукт по рыночной цене P_a, с учетом нулевых предполагаемых вариаций условия оптимальности первого порядка выражаются системой уравнений:

$$\frac{\partial \pi_{ai}}{\partial q_{ai}} = P_a + \frac{\partial P_a}{\partial q_{ai}} q_{ai} - c'_a(q_{ai}) = 0,\ i = 1, ..., m, \quad i \neq l. \tag{17}$$

Для предприятий этой отрасли выполняются условия оптимальности второго порядка, которые совпадают с А10 для $i \neq l$.

В симметричной в силу А2 олигополии a в равновесии Курно–Нэша все предприятия $i \neq l$ производят продукт в равных объемах, поэтому $q_{ai} = Q_{-l}/(m-1)$, $i = 1, \ldots, m$, $i \neq l$.

Для фирмы l отрасли b при нулевых предполагаемых вариациях $\partial q_{b\nu}/\partial q_l = 0$, $\nu = 1, \ldots, n$, $\nu \neq l$, условие оптимальности имеет вид

$$F(q_l, Q_{-l}) = \frac{\partial \pi_{bl}}{\partial q_l} = P_b + P'_b q_l - c'_b(q_l) - kc'_a(q_l) = 0. \tag{18}$$

Выполняется достаточное условие оптимальности второго порядка для предприятия l отрасли b:

$$\frac{\partial^2 \pi_{bl}}{\partial q_l^2} = \frac{\partial MR_l^b}{\partial q_l} - c''_b(q_l) - kc''_a(q_l) =$$

$$= 2P'_b + P''_b q_{bj} - c''_b(q_l) - kc''_a(q_l) = P'_b + \frac{\partial MR_l^b}{\partial Q_{-l}^b} - c''_b(q_l) - kc'_a(q_l) < 0,$$

так как имеют место А2, А4, А5, причем в А5 номер фирмы $j = l$.

Отметим, что предельная прибыль фирмы l отрасли a промежуточного продукта $\frac{\partial \pi_{al}}{\partial q_l} = (k-1)c'_a(q_l)$ равна нулю при значении коэффициента маржинализации $k = 1$.

Дифференцируя функцию производного спроса P_a из (16) и затем P'_a по объему $Q_a = Q_{-l}$ производства промежуточного товара, выпускаемого фирмами $i = 1, \ldots, m$, $i \neq l$, отрасли a, получим

$$P'_a = \frac{n}{n-1} P'_b + P''_b \frac{Q_{-l}}{n-1} - \frac{1}{n-1} c''_b\left(\frac{Q_{-l}}{n-1}\right),$$

$$P''_a = \left(1 + \frac{2}{n-1}\right) P''_b + P'''_b \frac{Q_{-l}}{n-1} - \frac{1}{(n-1)^2} c'''_b\left(\frac{Q_{-l}}{n-1}\right). \tag{19}$$

Обратная функция спроса P_a убывающая: $P'_a < 0$. Это доказывается аналогично А9, причем в А5 номер фирмы $j = l$. Отметим, что с учетом нулевых предполагаемых вариаций олигополии Курно справедливо $\frac{\partial P_a}{\partial q_{ai}} = \frac{\partial P_a}{\partial Q_{-l}} \frac{\partial Q_{-l}}{\partial q_{ai}} = P'_a$. Достаточные условия оптимальности второго порядка с учетом (19) такие же, как А10, и выполняются.

Для симметричного равновесия отрасли a условия оптимальности первого порядка (17) имеют вид

$$G(q_l, Q_{-l}) = \frac{\partial \pi_{ai}}{\partial q_{ai}} = P_a + P'_a \frac{Q_{-l}}{m-1} - c'_a\left(\frac{Q_{-l}}{m-1}\right) = 0, \quad i = 1, ..., m, \quad i \neq l. \tag{20}$$

Подставим P_a и P'_a из (19) в выражение (20) для фирмы $i \neq l$ отрасли a. Получим условие оптимальности первого порядка для фирм $i = 1, \ldots, m$, $i \neq l$ и предприятий $j = 1, \ldots, n$, $j \neq l$ отраслей a и b в дифференциальной форме:

$$G(q_l, Q_{-l}) = P_b(q_l + Q_{-l}) + P'_b(q_l + Q_{-l})Q_{-l}\,\frac{m+n-1}{(m-1)(n-1)} + P''_b(q_l + Q_{-l})\frac{Q^2_{-l}}{(m-1)(n-1)} -$$

$$- c'_b\left(\frac{Q_{-l}}{n-1}\right) - c'_a\left(\frac{Q_{-l}}{m-1}\right) - \frac{Q_{-l}}{(m-1)(n-1)}c''_b\left(\frac{Q_{-l}}{n-1}\right) = 0. \qquad (21)$$

Утверждение 2. *Система уравнений* $F(q_l, Q_{-l}) = 0$, $G(q_l, Q_{-l}) = 0$ из (18), (21) *имеет единственное решение* $q^*_l > 0$, $Q^*_{-l} > 0$, *определяющее выпуски фирм при заданной величине коэффициента маржинализации.*

Далее покажем, что решение $q^*_l > 0$, $Q^*_{-l} > 0$ существует и единственное. Ранее мы получили, что объемы производства фирм q^*_l, $q^*_{bj} = q^*_b = Q^*_{-l}/(n-1)$, $j = 1, \ldots, n$, $j \neq l$, $q^*_{ai} = q^*_a = Q^*_{-l}/(m-1)$, $i = 1, \ldots, m$, $i \neq l$. Этим выпускам соответствуют прибыли фирм в равновесии π^*_{bl}, π^*_{al}, $\pi^*_{bj} = \pi^*_b$, $j = 1, \ldots, n$, $j \neq l$, $\pi^*_{ai} = \pi^*_a$, $i = 1, \ldots, m$, $i \neq l$.

Синергетический эффект по прибыли от вертикальной координации фирм l отраслей a и b равен $SE_l = (\pi^*_{al} + \pi^*_{bl}) - (\pi^-_a + \pi^-_b)$. В нем не учитывается величина трансформационных затрат, которая для контрактной формы вертикальной интеграции не должна быть большой.

4. ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ МАРЖИНАЛИЗАЦИЕЙ

4.1. Устойчивость равновесия. Покажем, что выполняется условие устойчивости равновесия в вертикальных олигополиях

$$D = \frac{\partial F}{\partial q_1}\frac{\partial G}{\partial Q_{-l}} - \frac{\partial F}{\partial Q_{-l}}\frac{\partial G}{\partial q_l} > 0.$$

Функция $F(q_l, Q_{-l}) = P_b(q_l + Q_{-l}) + P'_b(q_l + Q_{-l})q_l - c'_b(q_l) - kc'_a(q_l)$ из (18) непрерывна вместе со своими частными производными

$$\frac{\partial F}{\partial q_l} = 2P'_b + P''_b q_l - c''_b(q_l) - kc''_a(q_l) < 0, \quad \frac{\partial F}{\partial Q_{-l}} = P'_b + P''_b q_l < 0.$$

Отрицательность этих производных следует из условий A4, A5 и выпуклости функций издержек. По теореме о неявной функции уравнение $F(q_l, Q_{-l}) = 0$ определяет выражение $q_l = R_l(Q_{-l})$ реакции фирмы l отрасли b на суммарный объем выпуска Q_{-l} всех ее конкурентов. Продифференцируем условие оптимальности (18) по Q_{-l}. Получим $\frac{\partial F}{\partial q_l}R'_l(Q_{-l}) + \frac{\partial F}{\partial Q_{-l}} = 0$, откуда $R'_l(Q_{-l}) = -\frac{\partial F}{\partial Q_{-l}} / \frac{\partial F}{\partial q_l} < 0$.

Кроме того, по условиям A2, A4 имеем $\frac{\partial F}{\partial Q_{-l}} - \frac{\partial F}{\partial q_l} = -P'_b + c''_b(q_l) + kc''_a(q_l) > 0$. С учетом $\frac{\partial F}{\partial Q_{-l}} > \frac{\partial F}{\partial q_l}$ и отрицательности этих производных получим, что $R'_l(Q_{-l}) > -1$. Итак, $-1 < R'_l(Q_{-l}) < 0$, откуда $|R'_l(Q_{-l})| < 1$.

Функция $G(q_l, Q_{-l})$ из (20), (21) непрерывна вместе со своими частными производными. Дифференцирование $G(q_l, Q_{-l})$ из (21) по q_l дает

$$(m-1)(n-1)\frac{\partial G}{\partial q_l} = (m-1)(n-1)P'_b + (m+n-1)P''_b Q_{-l} + P'''_b Q^2_{-l} < 0.$$

Отрицательность $\frac{\partial G}{\partial q_l}$ следует из условия А7б с учетом того, что $Q^b_{-j} = Q_{-l}$. Дифференцирование $G(q_l, Q_{-l}) = MR^a_i - c'_a\left(\frac{Q_{-l}}{m-1}\right) = P_a + P'_a\frac{Q_{-l}}{m-1} - c'_a\left(\frac{Q_{-l}}{m-1}\right)$ из (20) по Q_{-l} дает

$$\frac{\partial G}{\partial Q_{-l}} = \frac{1}{m-1}P'_a + P'_a + P''_a\frac{Q_{-l}}{m-1} - \frac{1}{m-1}c''_a\left(\frac{Q_{-l}}{m-1}\right) < 0.$$

Отрицательность этой производной следует из А2, А6, А9. Тем самым показали убывание функции $G(q_l, Q_{-l})$ по обеим переменным.

Условие $G(q_l, Q_{-l}) = 0$ неявно определяет уравнение $Q_{-l} = R_{-l}(q_l)$ реакции фирм $j = 1, ..., j$, $n \neq l$ отрасли b и предприятий $i = 1, \ldots, m$, $i \neq l$ отрасли a на выпуск q_l конкурента. Продифференцируем условие оптимальности (20) $G(q_l, Q_{-l}) = 0$ по q_l. Получим

$$\frac{\partial G}{\partial q_l} + \frac{\partial G}{\partial Q_{-l}}R'_{-l}(q_l) = 0,$$

откуда

$$R'_{-l}(q_l) = -\frac{\partial G}{\partial q_l} / \frac{\partial G}{\partial Q_{-l}} < 0.$$

Дифференцирование $G(q_l, Q_{-l})$ из (21) по Q_{-l} и условия А2, А7в дают соотношения

$$(m-1)(n-1)\frac{\partial G}{\partial q_l} - (m-1)(n-1)\frac{\partial G}{\partial Q_{-l}} = -(m+n-1)P'_b - 2P''_b Q_{-l} + mc''_b\left(\frac{Q_{-l}}{n-1}\right) +$$

$$+(n-1)c''_a\left(\frac{Q_{-l}}{m-1}\right) + \frac{Q_{-l}}{n-1}c'''_b\left(\frac{Q_{-l}}{n-1}\right) > -(m+n-1)P'_b - 2P''_b Q_{-l} + \frac{Q_{-l}}{n-1}c'''_b\left(\frac{Q_{-l}}{n-1}\right) > 0.$$

С учетом $\frac{\partial G}{\partial q_l} > \frac{\partial G}{\partial Q_{-l}}$ и отрицательности этих производных получим, что $R'_l(Q_{-l}) > -1$. Итак, $-1 < R'_l(Q_{-l}) < 0$, откуда $|R'_l(Q_{-l})| < 1$.

Из справедливости $|R'_l(Q_{-l})||R'_{-l}(q_l)| < 1$ следует выполнение условия

$$\frac{\partial F}{\partial q_l}\frac{\partial G}{\partial Q_{-l}} > \frac{\partial F}{\partial Q_{-l}}\frac{\partial G}{\partial q_l},$$

поэтому $D > 0$.

4.2. Влияние коэффициента маржинализации на объемы производства. Теперь будем рассматривать коэффициент маржинализации $k \geq 1$ в качестве параметра. Обозначим функцию $\partial\pi_{bl}/\partial q_l$ из (18) как $F(q_l(k), Q_{-l}(k), k)$, а левую часть условия (21) – $G(q_l(k), Q_{-l}(k))$. Тем самым получили систему уравнений:

$$F(q_l(k), Q_{-l}(k), k) = 0, \tag{22}$$

$$G(q_l(k), Q_{-l}(k)) = 0. \tag{23}$$

Эти функции непрерывны вместе со своими частными производными, и якобиан D не равен нулю. Система (22)–(23) неявно определяет выпуски $q_l(k)$ и $Q_{-l}(k)$ как непрерывные функции коэффициента маржинализации k вместе с непрерывными частными производными. Покажем, что равновесие $q^*_l(k) > 0$, $Q^*_{-l}(k) > 0$ вертикальных олигополий единственно и объемы производства положительны.

Рассмотрим функции (18), (21). Их все частные производные отрицательны. В точке $q_l = 0$, $Q_{-l} = 0$ с учетом А7, и выполняются соотношения $F(0, 0) > 0$, $G(0, 0) > 0$. Отдельно надо выделить случай $c'_a(q_l) > 0$. Тогда при величине коэффициента маржинализации $1 \le k \le k_1$ справедливо

$$F(0, 0) = P_b(0) - c'_b(0) - kc'_a(0) > 0,$$

где k_1 удовлетворяет условиям $1 \le k_1 < (P_b(0) - c'_b(0))/c'_a(0)$. В силу строгого убывания этих функций при некотором значении $\tilde{Q} > 0$ и $q_l = \tilde{Q}$, $Q_{-l} = \tilde{Q}$ выполняется $F(\tilde{Q}, \tilde{Q}) < 0$ и $G(\tilde{Q}, \tilde{Q}) < 0$.

Это означает, что в квадрате $0 \le q_l \le \tilde{Q}$ и $0 \le Q_{-l} \le \tilde{Q}$ непрерывные функции $F(q_l, Q_{-l})$, $G(q_l, Q_{-l})$ при фиксированном значении k, $1 \le k \le k_1$ принимают значения разных знаков. По теореме об обращении функции в нуль в этой области найдется точка $q_l^* \ge 0$, $Q_{-l}^* \ge 0$, в которой $F(q_l^*, Q_{-l}^*) = 0$, причем хотя бы одна переменная q_l^* или Q_{-l}^* положительна, а в силу строгого убывания $F(q_l, Q_{-l})$ по обеим переменным q_l и Q_{-l} такая точка только одна. Аналогичными свойствами обладает функция $G(q_l, Q_{-l})$, поэтому существует единственная точка, а она нам известна как неявное решение системы (22)–(23), для которой $G(q_l^*, Q_{-l}^*) = 0$.

Докажем положительность выпусков фирм в равновесии. Проведем доказательство от противного: пусть $q_l^* = 0$ и $Q_{-l}^* > 0$. Для этих объемов выпуска из (18) следует, что $P_b(Q_{-l}^*) = c'_b(0) + kc'_a(0)$. Приравняем выражения P_a из (16) и (20) и подставим значение $P_b(Q_{-l}^*)$, тогда

$$c'_b\left(\frac{Q_{-1}^*}{n-1}\right) - c'_b(0) + c'_a\left(\frac{Q_{-1}^*}{m-1}\right) - kc'_a(0) = P'_b\ \frac{Q_{-l}^*}{n-1} + P'_a\ \frac{Q_{-l}^*}{m-1}.$$

Правая часть тождества отрицательна, так как $P'_b < 0, P'_a < 0$ в силу А4, А9. Предельные издержки являются возрастающими функциями объема производства, поэтому левая часть тождества неотрицательна для любого k при $c'_a(0) = 0$, а в случае $c'_a(0) > 0$ для k в интервале $1 \le k \le k_2$, где $k_2\left(c'_b\left(\frac{Q_{-l}^*}{n-1}\right) - c'_b(0) + c'_a\left(\frac{Q_{-l}^*}{m-1}\right)\right)/c'_a(0)$. Получили противоречие. Итак, возможна ситуация, только когда $q_l^* > 0$.

Теперь пусть $q_l^* > 0$ и $Q_{-l}^* = 0$. Для этих объемов выпуска из (21) следует, что $P_b(q_l^*) = c'_a(0) + c'_b(0)$. Уравнение (18) в этой точке $F(q_l^*, 0) = 0$ принимает вид:

$$P_b(q_l^*) = c'_b(q_l^*) + kc'_a(q_l^*) - P'_b q_l^*.$$

Сравнение двух полученных выражений для $P_b(q_l^*)$ дает условие

$$c'_a(0) + c'_b(0) - c'_b(q_l^*) - kc'_a(q_l^*) = -P'_b q_l^*.$$

Правая часть тождества положительная в силу $P'_b < 0$, а левая – отрицательная для любого $k \ge 1$, так как предельные издержки являются возрастающими функциями. Противоречие доказывает положительность объема производства Q_{-l}^*.

Итак, для $1 \le k \le \max(k_1, k_2)$ равновесие с положительными выпусками предприятий единственно.

Дифференцируя условия (22)–(23) по k и учитывая, что $\frac{\partial F}{\partial k} = -c'_a(q_l)$, получим систему уравнений:

$$\frac{\partial F}{\partial q_l}\frac{\partial q_l}{\partial k} + \frac{\partial F}{\partial Q_{-l}}\frac{\partial Q_{-l}}{\partial k} = c'_a(q_l), \tag{24}$$

$$\frac{\partial G}{\partial q_l}\frac{\partial q_l}{\partial k} + \frac{\partial G}{\partial Q_{-l}}\frac{\partial Q_{-l}}{\partial k} = 0. \tag{25}$$

Решение (24), (25) дает следующие соотношения:

$$\frac{\partial q_l}{\partial k} = \frac{1}{D}\begin{vmatrix} c'_a(q_l) & \frac{\partial F}{\partial Q_{-l}} \\ 0 & \frac{\partial G}{\partial Q_{-l}} \end{vmatrix} = \frac{\partial G}{\partial Q_{-l}}\frac{c'_a(q_l)}{D}, \tag{26}$$

$$\frac{\partial Q_{-l}}{\partial k}=\frac{1}{D}\begin{vmatrix}\dfrac{\partial F}{\partial q_l} & c_a'(q_l)\\ \dfrac{\partial G}{\partial q_l} & 0\end{vmatrix}=-\frac{\partial G}{\partial q_l}\frac{c_a'(q_l)}{D}. \qquad (27)$$

Следовательно, выполняется условие устойчивости равновесия в вертикальных олигополиях $D=\dfrac{\partial F}{\partial q_l}\dfrac{\partial G}{\partial Q_{-l}}-\dfrac{\partial F}{\partial Q_{-l}}\dfrac{\partial G}{\partial q_l}>0$. Из (26) следует, что при вертикальном контроле $\dfrac{\partial q_l}{\partial k}<0$, так как $\dfrac{\partial G}{\partial Q_{-l}}<0$ и $c_a'(q_l)>0$. Из (27) следует, что в равновесии $\dfrac{\partial Q_{-l}}{\partial k}>0$, так как $\dfrac{\partial G}{\partial q_l}<0$.

Утверждение 3. *В отраслях a и b при увеличении коэффициента маржинализации k выпуск q_l фирмы l уменьшается, а суммарный объем Q_{-l} производства всех конкурентов фирмы l увеличивается.*

4.3. Влияние коэффициента маржинализации на величину суммарной прибыли. Участники соглашения о кооперативном поведении заинтересованы в максимальном синергетическом эффекте, который распределяется между ними, а значит, и в максимальной суммарной прибыли. Исследуем зависимость суммарной прибыли $\pi_\Sigma^*(k)=\pi_{al}^*+\pi_{bl}^*$ фирмы l отрасли a и предприятия l нижележащей отрасли b, которые используют данную форму контрактной вертикальной интеграции, от величины коэффициента маржинализации k.

Рассмотрим сумму $\pi_{al}+\pi_{bl}$ функций (13), (14) при объемах производства $q_l=q_l^*(k)$, $Q_{-l}=Q_{-l}^*(k)$, зависящих от k и удовлетворяющих уравнениям (18), (21), которые выражают условия применения механизма управляемой маржинализации:

$$\pi_\Sigma^*(k)=P_b(q_l+Q_{-l})q_l-c_b(q_l)-c_a(q_l). \qquad (28)$$

Результаты управляемой маржинализации будем сравнивать с вариантом структурной трансформации вертикальных олигополий, когда предприятие l отрасли a и производитель l отрасли b в результате слияния или поглощения образовали интегрированную фирму. Она состоит из двух подразделений, первое из которых производит промежуточный продукт и передает его второму, которое выпускает конечный товар. При этом технологические процессы не изменились. Остальные олигополисты не изменили свои бизнес-процессы. В этом случае для $k=1$ система уравнений (22), (23) задает условия равновесия вертикальных олигополий после указанного их изменения. Получили, что $q_l^*(k)=q_{INT}^*$, $\pi_\Sigma^*(k)=\pi_{INT}^*$, где q_{INT}^* и π_{INT}^* выпуск и прибыль интегрированной фирмы в состоянии равновесия вертикальных олигополий.

Утверждение 4. *Механизм управляемой маржинализации при $k=1$ позволяет участникам кооперативного поведения получать величины объема производства и прибыли, равные соответствующим показателям интегрированной фирмы.*

Синергетический эффект по прибыли от контрактной формы вертикальной интеграции такой же, как при слиянии или поглощении, однако второй вариант требует в общем случае значительных трансформационных затрат.

Теперь определим изменение суммарной прибыли $\pi_\Sigma^*(k)$ из (28) в зависимости от коэффициента маржинализации, когда объемы производства $q_l=q_l^*(k)$, $Q_{-l}=Q_{-l}^*(k)$ соответствуют условиям равновесия вертикальных олигополий. Дифференцируя $\pi_\Sigma^*(k)$ по k, получим:

$$\frac{\partial \pi_\Sigma^*(k)}{\partial k}=P_b'q_l\left(\frac{\partial q_l}{\partial k}+\frac{\partial Q_{-l}}{\partial k}\right)+P_b\frac{\partial q_l}{\partial k}-c_a'(q_i)\frac{\partial q_l}{\partial k}-c_b'(q_l)\frac{\partial q_l}{\partial k}=$$

$$=[P_b+P_b'q_l-c_a'(q_l)-c_b'(q_l)]\frac{\partial q_l}{\partial k}+P_b'q_l\frac{\partial Q_{-l}}{\partial k}=$$

$$=[F(q_l(k),Q_{-l}(k),k)+(k-1)c_a'(q_l)]\frac{\partial q_l}{\partial k}+P_b'q_l\frac{\partial Q_{-l}}{\partial k}=(k-1)c_a'(q_l)\frac{\partial q_l}{\partial k}+P_b'q_l\frac{\partial Q_{-l}}{\partial k}.$$

Из условий $\dfrac{\partial q_l}{\partial k} < 0, \dfrac{\partial Q_{-l}}{\partial k} > 0, P'_b > 0, c'_a(q_l) > 0$ следует, что при $k \geq 1$ выполняется $\dfrac{\partial \pi^*_\Sigma(k)}{\partial k} < 0$.

Утверждение 5. *При увеличении коэффициента маржинализации $k \geq 1$ суммарная прибыль $\pi^*_\Sigma(k)$ вертикально связанных олигополистов, применяющих данную схему вертикального контроля, уменьшается.*

4.4. Интервал изменения коэффициента маржинализации и величины трансферта. Выберем максимальное значение k, не превышающее $\max(k_1, k_2)$, для которого $\pi^*_\Sigma(k) \geq \pi^-_a + \pi^-_b$. Обозначим эту величину коэффициента маржинализации k_{max}. В силу того что при $k = 1$ суммарная прибыль $\pi^*_\Sigma(k)$ максимальна при условии $k \geq 1$ и равна $\pi^*_{INT} \geq \pi^-_a + \pi^-_b$, а с ростом k она уменьшается, то $k_{max} \geq 1$. Это означает, что в интервале $1 \leq k \leq k_{max}$ суммарная прибыль $\pi^*_\Sigma(k)$ возрастает с уменьшением k, достигая величины π^*_{INT} для вертикально интегрированной фирмы.

При $1 \leq k \leq k_{max}$ синергетический эффект от вертикального контроля $SE(k) = \pi^*_\Sigma(k) - (\pi^-_a + \pi^-_b) \geq 0$, а при $k = k_{max}$ он равен нулю, так как $\pi^*_\Sigma(k_{max}) = \pi^-_a + \pi^-_b$, поэтому существует переговорное множество $TF_{min} \leq TF \leq TF_{max}$. Нижняя граница величины трансферта TF_{min}, для которой выполняется условие $\pi^*_{al} = \pi^-_a$, равна $TF_{min} = \pi^-_a - (P_{tr}q^*_l - c_a(q^*_l)) = \pi^-_a - (k-1)c_a(q^*_l)$. Верхняя TF_{max}, соответствующая соотношению $\pi^*_{bl} = \pi^-_b$, вычисляется как

$$TF_{max} = P^*_b q^*_l - c_b(q^*_l) - P_{tr} q^*_l - \pi^-_b = P^*_b q^*_l - c_b(q^*_l) - kc_a(q^*_l) - \pi^-_b = \pi^*_\Sigma(k) - (k-1)c_a(q^*_l) - \pi^-_b.$$

Длина интервала $TF_{max} - TF_{min} = \pi^*_\Sigma(k) - (\pi^-_a + \pi^-_b) = SE(k)$ для всех $1 \leq k \leq k_{max}$ возрастает с уменьшением k от нуля до максимальной величины синергетического эффекта $SE^* = SE(1) = \pi^*_{INT} - (\pi^-_a + \pi^-_b)$. При фиксированном значении коэффициента маржинализации k ставка $0 \leq \gamma \leq 1$ задает трансферт $TF = (1-\gamma)TF_{min} + \gamma TF_{max}$, который распределяет синергетический эффект между участниками соглашения. С учетом его границ TF_{min}, TF_{max} величина трансферта выражается в виде

$$TF = \gamma\pi^*_\Sigma(k) + (1-\gamma)\pi^-_a - \gamma\pi^-_b - (k-1)c_a(q^*_l) = \pi^-_a + \gamma SE(k) - (k-1)c_a(q^*_l).$$

4.5. Зависимость прибыли от коэффициента маржинализации и ставки трансферта. Минимальное значение коэффициента маржинализации k выгодно производителям промежуточного и конечного продуктов. Покажем, что прибыль каждого из них возрастает при уменьшении k. Подставив TF в выражение прибыли (13), (14), для производителей конечного и промежуточного продукта получим

$$\pi^*_{bl}(k) = (1-\gamma)\pi^*_\Sigma(k) - (1-\gamma)\pi^-_a + \gamma\pi^-_b = (1-\gamma)SE(k) + \pi^-_b, \tag{29}$$

$$\pi^*_{al}(k) = \gamma\pi^*_\Sigma(k) + (1-\gamma)\pi^-_a - \gamma\pi^-_b = \gamma SE(k) + \pi^-_a. \tag{30}$$

Суммарная прибыль $\pi^*_\Sigma(k)$ возрастает с уменьшением коэффициента маржинализации для всех $1 \leq k \leq k_{max}$, поэтому увеличивается прибыль каждой фирмы при любой величине ставки $0 \leq \gamma \leq 1$. В случае $\gamma = 1/2$, когда производитель конечного и промежуточного продуктов получает половину синергетического эффекта, разница прибыли $\pi^*_{al}(k) - \pi^*_{bl}(k) = \pi^-_a + \pi^-_b$ такая же, как до использования механизма управляемой маржинализации.

Для любого допустимого $1 \leq k \leq k_{max}$ и ставки $0 \leq \gamma \leq 1$ величина прибыли производителя конечного продукта удовлетворяет условию $\pi^-_b \leq \pi^*_{bl}(k) \leq SE(k) + \pi^-_b$. Нижняя граница соответствует величине ставки 1, а верхняя – 0. Фирма, выпускающая промежуточный продукт, получает прибыль $\pi^-_a \leq \pi^*_{al}(k) \leq SE(k) + \pi^-_a$, причем минимальное значение соответствует величине ставки 0, а максимальное значению 1.

4.6. Зависимость выгоды потребителя конечного продукта от величины коэффициента маржинализации. Минимальное значение коэффициента маржинализации k выгодно не только производителям, участвующим в соглашении, но и потребителям, так как их излишек возрастает при уменьшении k. Это происходит потому, что в состоянии равновесия вертикальных олигополий при использовании механизма управляемой маржинализации с ростом k уменьшается объем отраслевого выпуска $Q_b = q_l + Q_{-l}$.

Покажем, что $\frac{\partial Q_b}{\partial k} = \frac{\partial q_l}{\partial k} + \frac{\partial Q_{-l}}{\partial k} < 0$. Из (26), (27) следует, что

$$\frac{\partial Q_b}{\partial k} = \frac{\partial q_l}{\partial k} + \frac{\partial Q_{-l}}{\partial k} = \frac{c'_a(q_l)}{D}\left(\frac{\partial G}{\partial Q_{-l}} - \frac{\partial G}{\partial q_l}\right).$$

Приведенное ранее уравнение реакции $R'_{-l}(q_l) = -\frac{\partial G}{\partial q_l} / \frac{\partial G}{\partial Q_{-l}}$ удовлетворяет условию $-1 < R'_{-l}(q_l) < 0$. Ранее мы получили, что $\left| R'_{-l}(q_l) \right| = \left| \frac{\partial G}{\partial q_l} \right| / \left| \frac{\partial G}{\partial Q_{-l}} \right| < 1$, откуда $\left| \frac{\partial G}{\partial q_l} \right| < \left| \frac{\partial G}{\partial Q_{-l}} \right|$, поэтому $\frac{\partial G}{\partial Q_{-l}} - \frac{\partial G}{\partial q_l} < 0$, так как $\frac{\partial G}{\partial Q_{-l}} < 0$, $\frac{\partial G}{\partial q_l} < 0$. В силу того, что $\frac{c'_a(q_l)}{D} > 0$, выполняется условие $\frac{\partial Q_b}{\partial k} < 0$.

4.7. Прибыль производителя промежуточного продукта без трансферта. Рассмотрим прибыль фирмы l отрасли a без учета трансферта $\pi^-_{al}(k) = (k-1)c_a(q^*_l(k))$ в зависимости от величины коэффициента маржинализации k. Функция $\pi^-_{al}(k)$ непрерывна на замкнутом интервале $[1, k_{max}]$ и, по теореме Вейерштрасса, на этом отрезке достигает максимального значения. В условиях кооперативного поведения, когда выпуск равен $q^*_l(k)$, а функция $\pi^-_{al}(k)$ в точке $k = 1$ возрастает от нуля, так как при $k = 1$ ее производная

$$\frac{d\pi^-_{al}(k)}{dk} = c_a(q^*_l(k)) + (k-1)c'_a(q^*_l(k))\frac{\partial q_l(k)}{\partial k}$$

положительная.

Обозначим через k^* значение коэффициента маржинализации, при котором $\pi^-_{al}(k)$ максимальна. Возможны два случая, $k^* = k_{max}$ или $1 < k \leq k_{max}$. Во втором варианте k^* определяется решением уравнения $d\pi^-_{al}(k)/dk = 0$. Тогда

$$k^* = 1 - c_a(q^*_l(k^*))/c'_a(q^*_l(k^*))\frac{\partial q^*_l(k)}{\partial k},$$

где $q^*_l(k)$ – равновесный выпуск как функция k, причем $k^* > 1$, так как вычитаемое в правой части уравнения отрицательно. Указанное свойство обусловлено выпуклостью функции издержек и убыванием выпуска с ростом k.

В интервале $1 \leq k \leq k^*$ прибыль без учета трансферта $\pi^-_{al}(k)$ возрастает с увеличением k, достигая максимальной величины при $k = k^*$, и уменьшается для $k > k^*$, когда $k^* < k_{max}$. Итак, функция $\pi^-_{al}(k)$ в интервале $1 \leq k \leq k_{max}$ имеет максимум в точке k^* и может превышать прибыль π^-_a фирмы при отсутствии вертикального контроля.

4.8. Случай выплаты фиксированной суммы *TF* поставщиком. Значение трансферта может быть отрицательным. Это означает, что не потребитель выплачивает его, а поставщик перечисляет фирме, действующей на конечном рынке, сумму TF с учетом полученной им стоимости промежуточного продукта $P_{tr}q^*_l(k) = kc_a(q^*_l(k))$.

Рассмотрим трансферт как функцию коэффициента маржинализации $TF(k) = \gamma SE(k) - (\pi^-_{al}(k) - \pi^-_a)$. Синергетический эффект $SE(k)$ убывает с ростом k до нуля в точке $k = k_{max}$. В случае, когда $\pi^-_{al}(k) - \pi^-_a > 0$ и для некоторых значений k и γ выполняется $\gamma SE(k) \leq (\pi^-_{al}(k) - \pi^-_a)$, имеем $TF(k) \leq 0$.

Определим условия существования интервала $k^{TF}_{min} \leq k \leq k^{TF}_{max}$, в котором $TF(k) \leq 0$, причем равенство справедливо на границе $k = k^{TF}_{min}$, и, возможно, при $k = k^{TF}_{max}$, , а внутри этого интервала величина трансферта отрицательная.

Непрерывная функция $TF(k)$ на замкнутом интервале $[1, k_{max}]$, по теореме Вейерштрасса, достигает минимального значения. В точке $k = 1$ справедливо

$$\frac{\partial TF(k)}{\partial k} = \gamma\frac{\partial SE(k)}{\partial k} - \frac{d\pi_{al}^{-}(k)}{dk} = \gamma\frac{\partial SE(k)}{\partial k} - c_a(q_l^*(k)) < 0,$$

так как $\frac{\partial SE(k)}{\partial k} = \frac{\partial \pi_{\Sigma}^*(k)}{\partial k} < 0$, поэтому $TF(k)$ в этой точке при увеличении k уменьшается.

Обозначим значение коэффициента маржинализации, при котором $TF(k)$ минимальная, как $\tilde{k}$. Для неравенства $\gamma SE(\tilde{k}) < (\pi_{al}^{-}(\tilde{k}) - \pi_a^{-})$ имеем $TF(\tilde{k}) < 0$. В случае, когда прибыль рассматриваемой фирмы без учета трансферта превышает значение этого показателя при отсутствии вертикального контроля в точке $\tilde{k}$, верно условие $\pi_{al}^{-}(\tilde{k}) - \pi_a^{-} > 0$. При увеличении k синергетический эффект уменьшается до нуля в точке k_{max}, поэтому для значения коэффициента маржинализации $\tilde{k}$, близком к k_{max}, величина $SE(\tilde{k})$ настолько мала, что получаем указанное условие отрицательности трансферта. В этом случае непрерывная функция $TF(k)$ уменьшается от положительного значения $TF(1) = \gamma SE(1) – (\pi_{al}^{-}(1) - \pi_a^{-}) = \gamma SE(1) + \pi_a^{-}$ до отрицательного $TF(\tilde{k})$, поэтому она равна нулю при некотором значении $k = k_{min}^{TF} < \tilde{k}$. Для $k > \tilde{k}$ функция $TF(k)$ возрастает, поэтому она может достигнуть нулевого значения при $k = k_{max}^{TF} \le k_{max}$. Если $TF(k) \le 0$ при $k > \tilde{k}$, тогда положим $k_{max}^{TF} = k_{max}$. Тем самым мы получили интервал $k_{min}^{TF} \le k \le k_{max}^{TF}$, определяющий значения коэффициента маржинализации, при которых величина трансферта отрицательна.

Случай отсутствия трансферта от потребителя, когда фиксированную сумму TF выплачивает поставщик, объясняется следующим. В интервале $k_{min}^{TF} \le k \le k_{max}^{TF}$ его прибыль без учета трансферта больше положенной $\pi_{al}^*(k) = \gamma SE(k) + \pi_a^{-}$ по условию механизма управляемой маржинализации, так как $\pi_{al}^*(k) - \pi_{al}^{-}(k) = TF < 0$. Это означает, что для производителя промежуточного продукта условия соглашения становятся более выгодными, чем для фирмы, действующем на конечном рынке. Ее прибыль при отсутствии трансферта меньше положенной, так как

$$\pi_{bl}^{-}(k) = \pi_{\Sigma}^*(k) - \pi_{al}^{-}(k) = \pi_{\Sigma}^*(k) - [\gamma\pi_{\Sigma}^*(k) + (1-\gamma)\pi_a^{-} - \gamma\pi_b^{-} - TF] =$$
$$= (1-\gamma)\pi_{\Sigma}^*(k) - (1-\gamma)\pi_a^{-} + \gamma\pi_b^{-} + TF = \pi_{bl}^*(k) + TF < \pi_{bl}^*(k).$$

Указанный платеж поставщика покрывает разницу $\pi_{bl}^*(k) - \pi_{bl}^{-}(k)$.

4.9. Достижение суммарной прибыли, превышающей величину вертикально интегрированной. Если допустить значения коэффициента маржинализации $k < 1$, в случае, когда выручка поставщика до получения им трансферта не покрывает его производственные затраты, можно получить $\pi_{\Sigma}^*(k) > \pi_{INT}^*$. Функция $\pi_{\Sigma}^*(k)$ непрерывна на замкнутом интервале $[0, 1]$. По теореме Вейерштрасса, она достигает максимального значения на этом отрезке. В точке $k = 1$ справедливо $\partial\pi_{\Sigma}^*(1)/\partial k < 0$, поэтому функция $\pi_{\Sigma}^*(k)$ при уменьшении k возрастает. Обозначим через k_{min} значение k, при котором $\pi_{\Sigma}^*(k)$ максимальна. Возможно два случая: $k_{min} = 0$, когда в интервале $0 \le k \le 1$ выполняется $\partial\pi_{\Sigma}^*(1)/\partial k < 0$, и $0<k_{min}< 1$. Во втором случае k_{min} определяется решением уравнения $\partial\pi_{\Sigma}^*(k)/\partial k = 0$. Получим

$$k_{min} = 1 - \left[q_l^*(k_{min})P_b'(q_1^*(k_{min}) + Q_{-l}^*(k_{min}))\frac{\partial Q_{-l}^*(k)}{\partial k}\right] / \left[c_a'(q_l^*(k_{min}))\frac{\partial q_l^*(k)}{\partial k}\right],$$

где $q_l^*(k), Q_{-l}^*(k)$ – равновесные выпуски как функции k, причем $k_{min} < 1$, так как вычитаемое в выражении k_{min} с учетом соотношений $P_b' < 0$, $\frac{\partial q_l(k)}{\partial k} < 0$, $\frac{\partial Q_{-l}(k)}{\partial k} > 0$ положительно. В интервале $k_{min} \le k \le 1$ суммарная прибыль $\pi_{\Sigma}^*(k)$ возрастает с уменьшением k, достигая максимальной величины $\pi_{max} > \pi_{INT}^*$ при $k = k_{min}$. Это означает, что увеличивается синергетический эффект, часть которого можно распределить в пользу поставщика, учитывая, конечно, и интересы потребителя так, чтобы условия контракта были взаимовыгодными.

4.10. Выбор значений коэффициента маржинализации и ставки трансферта. Каждый участвующий в соглашении производитель промежуточного и конечного продуктов стремится получить максимальную прибыль $\pi_{al}^*(k)$ и, соответственно, $\pi_{bl}^*(k)$. Оплата осуществляется в два этапа. На первом этапе поставщик имеет прибыль до получения трансферта $\pi^-_{al}(k)$, а на втором – ее величина равна $\pi^*_{al}(k)$. Естественным его желанием является наибольшее значение $\pi^-_{al}(k)$. В том случае, когда для фирмы l отрасли a отсутствует риск неполучения трансферта от потребителя из-за изменения конечного спроса или по другим причинам, величина $\pi^-_{al}(k)$ становится несущественной для поставщика и критериями выбора будут два показателя: $\pi^*_{al}(k)$ и $\pi^*_{bl}(k)$. При уменьшении коэффициента маржинализации k от k_{max} до 1 одновременно увеличивается прибыль поставщика $\pi^*_{al}(k)$ и потребителя $\pi^*_{bl}(k)$ от минимального гарантированного результата для каждого предприятия до максимальных значений для поставщика и потребителя. Отсюда следует, что выбор минимального значения $k = 1$ из интервала $1 \le k \le k_{max}$ выгоден обоим предприятиям. Величина γ ставки трансферта делит максимальный при $k = 1$ синергетический эффект так, что его долю γ получает поставщик и $(1 - \gamma)$ – потребитель, поэтому она представляет собой предмет договора между ними.

В том случае, когда фирма l отрасли a учитывает величину $\pi^-_{al}(k)$, ее критериями будут оба показателя, $\pi^-_{al}(k)$ и $\pi^*_{al}(k)$. Функция $\pi^-_{al}(k)$ может иметь максимум при $k^* < k_{max}$. С точки зрения максимизации $\pi^-_{al}(k)$ и выбора минимального коэффициента маржинализации, для которого функция $\pi^-_{al}(k)$ не превышает достигнутый при меньшем k уровень значения $k > k^*$, не являются оптимальными по Парето и могут быть отброшенными. Такое множество значений коэффициента маржинализации обозначим через K_m. Тем самым нами было получено переговорное множество значений коэффициента маржинализации $k \in K_m$ и ставки трансферта $0 \le \gamma \le 1$. Производитель промежуточного продукта выбирает значение $k \in K_m$, используя критерии $\pi^*_{al}(k)$ и $\pi^-_{al}(k)$. Первый возрастает, а второй убывает при уменьшении коэффициента маржинализации на множестве допустимых значений $k \in K_m$. Потребитель промежуточного продукта, стремясь получить максимум $\pi^*_{bl}(k)$, заинтересован в выборе минимального значения $k \in K_m$. Он может стимулировать потребителя согласиться с меньшей величиной $k \in K_m$, предложив ему большую ставку γ. Такой выбор дает поставщику большее значение критерия $\pi^*_{al}(k)$ за счет меньшей величины $\pi^-_{al}(k)$.

5. ВЕРТИКАЛЬНЫЕ ДУОПОЛИИ ПРИ ЛИНЕЙНОМ КОНЕЧНОМ СПРОСЕ И ПОСТОЯННЫХ ПРЕДЕЛЬНЫХ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ЗАТРАТАХ

Исследуем применение механизма управляемой маржинализации в условиях вертикальной дуополии $m = n = 2$. Обратная функция конечного спроса $P_b = a - bQ$. Производственные затраты предприятий l отраслей a и b равны c_a и c_b. Условие А7 дает соотношение $a - c_a - c_b > 0$.

Определим характеристики фирм до применения контрактной формы вертикальной интеграции. Из уравнения (10) равновесия вертикальной структуры в дифференциальной форме $f(Q) = a - 9bQ/4 - c_a - c_b = 0$ получаем отраслевой выпуск $Q^*=(4/9)\ (a - c_a - c_b)/b$, а затем вычисляются объемы производства предприятий $q^-_b = q^-_a = (2/9)(a - c_a - c_b)/b$, цены конечного $P_b = (5a + 4c_a + 4c_b)/9$ и промежуточного $P_a = (a + 2c_a - c_b)/3$ из (5) продуктов, прибыли (1), (2) производителей:

$$\pi^-_b = \frac{4}{81}\frac{(a - c_a - c_b)^2}{b}, \quad \pi^-_a = \frac{2}{27}\frac{(a - c_a - c_b)^2}{b}.$$

При отсутствии вертикального контроля суммарная прибыль производителей промежуточного и конечного продукта $\pi^-_\Sigma = \pi^-_a + \pi^-_b = \dfrac{10}{81}\dfrac{(a - c_a - c_b)^2}{b}$.

Рассмотрим состояние вертикальных дуополий при использовании механизма управляемой маржинализации. Обозначим объемы выпуска фирм q_l при вертикальном контроле и Q_{-l} для их конкурентов. Условия равновесия (18), (21) дают соотношения:

$$G(q_l, Q_{-l}) = a - bq_l - 4bQ_{-l} - c_a - c_b = 0,$$

$$F(q_l, Q_{-l}) = a - 2bq_l - bQ_{-l} - kc_a - c_b = 0.$$

Из системы уравнений

$$\begin{cases} q_l + 4Q_{-l} = (a - c_a - c_b)/b, \\ 2q_l + Q_{-l} = (a - kc_a - c_b)/b \end{cases}$$

получаем объемы производства

$$q_l^* = \frac{1}{7b}(3a - (4k-1)c_a - 3c_b) = \frac{c_a}{7b}(3C - 4(k-1)),$$

$$Q_{-l}^* = \frac{1}{7b}(a + (k-2)c_a - c_b) = \frac{c_a}{7b}(C + (k-1)),$$

где безразмерный коэффициент $C = (a - c_a - c_b)/c_a$. Затем вычисляем остальные характеристики фирм в результате применения контрактной формы вертикальной интеграции, а именно отраслевой выпуск $Q_b^* = (4a - (3k+1)c_a - 4c_b)/7b = (c_a/7b)(4C - 3(k-1))$, цены конечного $P_b^* = (3a + (3k+1)c_a + 4c_b)/7$ и промежуточного $P_a^* = (2a + (2k+3)c_a - 2c_b)/7$ из (16) продуктов, прибыли (13), (14) фирм, использующих механизм вертикального контроля

$$\pi_{bl}^*(k) = \frac{1}{49b}(3a - (4k-1)c_a - 3c_b)^2 = \frac{c_a^2}{49b}(3C - 4(k-1))^2 - TF,$$

$$\pi_{al}^*(k) = \frac{1}{7b}(k-1)c_a(3a - (4k-1)c_a - 3c_b) + TF = \frac{c_a^2}{7b}(k-1)(3C - 4(k-1)) + TF.$$

Изменение объемов и выпуска фирм в зависимости от коэффициента маржинализации показано на рис. 1. Точка пересечения линий реакции фирм на объем выпуска конкурентов

$$q_l = R_l(Q_{-l}) = \frac{a - kc_a - c_b}{2b} - \frac{Q_{-l}}{2}, \; Q_{-l} = R_{-l}(q_l) = \frac{a - c_a - c_b}{4b} - \frac{1}{4}q_l$$

дает значения q_l^* и Q_{-l}^* для $k = 1$. При увеличении коэффициента маржинализации до $k = 1 + C/4$ линия реакции $q_l = R_l(Q_{-l})$ смещается. Новое ее положение (пунктирная линия) приводит к меньшему выпуску предприятий, применяющих механизм управляемой маржинализации, и большей величине производства их конкурентов.

Суммарная прибыль этих производителей промежуточного и конечного продукта:

$$\pi_\Sigma^*(k) = \pi_{al}^*(k) + \pi_{bl}^*(k) = \frac{9}{49b}(a + (k-2)c_a - c_b)\left(a - \frac{1}{3}(4k-1)c_a - c_b\right) =$$

$$= \frac{3c_a^2}{49b}(C + (k-1))(3C - 4(k-1)). \tag{31}$$

При $k = 1$ объем производства и суммарная прибыль предприятий, применяющих схему управляемой маржинализации, равны соответствующим показателям интегрированной фирмы:

$$q_l^*(1) = q_{INT}^* = \frac{3}{7b}(a - c_a - c_b), \; \pi_\Sigma^*(1) = \pi_{INT}^* = \frac{9}{49b}(a - c_a - c_b)^2.$$

Максимальное значение суммарной прибыли достигается при $k_{min} = 1 - C/8$, когда

$$\frac{\partial \pi_\Sigma^*(k)}{\partial k} = -\frac{3c_a}{49b}(a + (8k-9)c_a - c_b) = 0.$$

Максимальное значение k_{max}, для которого синергетический эффект равен нулю, в случае, когда суммарная прибыль фирм, применяющих механизм маржинализации, такая же, как при использовании рыночной цены, определяется из условия $\pi_\Sigma^*(k_{max}) = \pi_\Sigma^- = \pi_a^- + \pi_b^-$. Преобразование этого выражения дает квадратичное уравнение

$$(k-1)^2 + C(k-1)/4 - (239/972)C^2 = 0,$$

откуда

$$k_{\max} = 1 + \left(\frac{1}{72}\sqrt{\frac{4067}{3}} - \frac{1}{8}\right)C \approx 1 + 0{,}386C.$$

Отметим, что $3C - 4(k-1) > 0$, так как $k \le k_{max} < 1 + 0{,}4C$. Отсюда следует положительность значения суммарной прибыли (31).

Сравним суммарную величину прибыли рассматриваемых фирм и соответствующей интегрированной фирмы как

$$\frac{\pi^*_{\Sigma}(k)}{\pi^*_{INT}} = \left(1 + \frac{1}{C}(k-1)\right)\left(1 - \frac{4}{3C}(k-1)\right).$$

При $k = 1$ это отношение $\pi^*_{\Sigma}(1)/\pi^*_{INT} = 1$, а при $k = k_{min}$ достигается максимальное значение $\pi^*_{\Sigma}(k_{min})/\pi^*_{INT} = 49/48 \approx 1{,}02$. При максимальной величине $k = k_{max}$ это отношение $\pi^*_{\Sigma}(k_{min})/\pi^*_{INT} = 490/729 \approx 0{,}67$.

Подставим в выражения прибыли (29), (30) зависимость (31) суммарной прибыли $\pi^*_{\Sigma}(k)$ от коэффициента маржинализации k. При дележе синергетического эффекта по ставке $0 \le \gamma \le 1$ фирмы получают прибыли:

$$\pi^*_{bl}(k) = \frac{3c_a^2}{49b}(1-\gamma)[-4(k-1)^2 - C(k-1) + 3C^2] + \gamma\pi^-_b - (1-\gamma)\pi^-_a;$$

$$\pi^*_{al}(k) = \frac{3c_a^2}{49b}\gamma[-4(k-1)^2 - C(k-1) + 3C^2] + \gamma\pi^-_b + (1-\gamma)\pi^-_a.$$

В случае, когда синергетический эффект распределяется по ставке $\gamma = 1/2$, при использовании механизма управляемой маржинализации прибыли фирм, возрастая с уменьшением k для всех $1 \le k \le k_{max}$, будут отличаться на ту же величину, что в условиях отсутствия вертикального контроля $\pi^*_{al}(k) - \pi^*_{bl}(k) = \pi^-_a - \pi^-_b$.

Прибыль фирмы l отрасли a без учета трансферта

$$\pi^-_{al}(k) = \pi^*_{al}(k) - TF = (k-1)c_a q^*_l = \frac{c_a^2}{7b}(k-1)(3C - 4(k-1))$$

максимальна при $k^* = 1 + 3C/8 \approx 1 + 0{,}375C$ и равна $\pi^*_{al}(k^*) = 9/112(a - c_a - c_b)^2/b$. Это наибольшее значение превышает величину π^-_a в случае отсутствия кооперативного поведения. Интервал

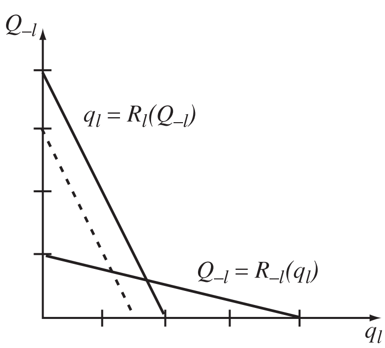

Рис. 1. Изменение объемов выпуска в зависимости от коэффициента маржинализации

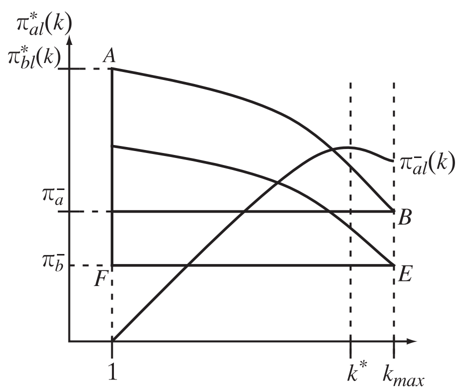

Рис. 2. Области прибыли поставщика и потребителя

Таблица

k	k_{min}				k^-_{min}		k^*	k_{max}
	0,875	1	1,1	1,2	1,27	1,35	1,375	1,38638
q^*_l	0,500	0,429	0,371	0,314	0,274	0,229	0,214	0,208
Q^*_{-l}	0,125	0,143	0,157	0,171	0,181	0,193	0,196	0,198
Q^*_b	0,625	0,571	0,529	0,486	0,456	0,421	0,411	0,406
P^*_b	2,375	2,429	2,471	2,514	2,544	2,579	2,589	2,594
P^*_a	1,250	1,286	1,314	1,343	1,363	1,386	1,393	1,396
$\pi^*_\Sigma(k)$	0,188	0,184	0,175	0,162	0,149	0,132	0,126	0,123
$SE(k)$	0,064	0,060	0,052	0,038	0,026	0,009	0,003	0,000
$\pi^-_{al}(k)$	–0,0625	0,0000	0,0371	0,0629	0,0741	0,0800	0,0804	0,0803
TF_{min}	0,1366	0,0741	0,0369	0,0112	0,0000	–0,0059	–0,0063	–0,0062
TF_{max}	0,2006	0,1343	0,0886	0,0494	0,0258	0,0029	–0,0035	–0,0062
γ	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
TF	0,169	0,104	0,063	0,030	0,013	–0,002	–0,005	–0,006
$\pi^*_{al}(k)$	0,106	0,104	0,100	0,093	0,087	0,078	0,075	0,074
$\pi^*_{bl}(k)$	0,081	0,079	0,075	0,068	0,062	0,054	0,051	0,049
γ	0	0	0	0	0	0	0	0
TF	0,137	0,074	0,037	0,011	0,000	–0,006	–0,006	–0,006
$\pi^*_{al}(k)$	0,074	0,074	0,074	0,074	0,074	0,074	0,074	0,074
$\pi^*_{bl}(k)$	0,113	0,110	0,101	0,088	0,075	0,058	0,052	0,049
γ	1	1	1	1	1	1	1	1
TF	0,201	0,134	0,089	0,049	0,026	0,003	–0,003	–0,006
$\pi^*_{al}(k)$	0,138	0,134	0,126	0,112	0,100	0,083	0,077	0,074
$\pi^*_{bl}(k)$	0,049	0,049	0,049	0,049	0,049	0,049	0,049	0,049

$k^-_{min} \le k \le k^-_{max}$ значений коэффициента маржинализации k, в котором $\pi^-_{al}(k)$ больше π^-_a, а равенство выполняется на границе $k = k^-_{min}$ и, возможно, при $k = k^-_{max}$, определяется из условия $\pi^-_{al}(k) = \pi^-_a$. Решение соответствующего уравнения $-4(k-1)^2 + 3C(k-1) - (14/27)C^2 = 0$ дает $k^-_{min} = 1 + (3 - \sqrt{19/3}/3)c/8 \approx 1 + 0{,}2701C$, а $k^-_{max} = k_{max}$, так как другое решение превышает значение k_{max}.

Области прибыли поставщика, потребителя и прибыль производителя промежуточного продукта без учета трансферта показаны на рис. 2. Прибыль фирмы l отрасли a отражена областью ABC. В зависимости от значений коэффициента маржинализации и ставки трансферта величина $\pi^*_{al}(k)$ для каждого k из интервала $1 \le k \le k_{max}$ возрастает от π^-_a до $\pi^-_a + SE(k)$ при увеличении γ от 0 до 1. Прибыль фирмы l отрасли b в области DEF возрастает от π^-_b до $\pi^-_b + SE(k)$ при уменьшении γ от 1 до 0. Прибыль производителя промежуточного продукта без трансферта $\pi^-_{al}(k)$ возрастает от нуля до $\pi^*_{al}(k^*) > \pi^-_a$ в интервале $[1, k^*]$, максимальна при $k = k^*$, убывает в интервале $[k^*, k_{max}]$.

Из условий $\pi^*_{al} = \pi^-_a$, $\pi^*_{bl} = \pi^-_b$ мы получим нижнюю и верхнюю границы трансферта, которые вычисляются по формулам:

$$TF_{min} = \pi^-_a - \frac{c_a^2}{7b}(k-1)(3C - 4(k-1)), \quad TF_{max} = \frac{c_a^2}{49b}(3C - 4(k-1))^2 - \pi^-_b.$$

Длина интервала

$$TF_{max} - TF_{min} = (3c_a^2/49b)(C + (k-1))(3C - 4(k-1)) - (\pi_a^- + \pi_b^-) = SE(k)$$

возрастает с уменьшением k для всех $1 \le k \le k_{max}$ от нуля до максимального значения $SE(1)$.

Интервал $k_{min}^{TF} \le k \le k_{max}^{TF}$ значений коэффициента маржинализации k, в котором трансферт отрицателен, а равенство выполняется на границе $k = k_{min}^{TF}$ и, возможно, при $k = k_{max}^{TF}$, определяется из условия $TF = 0$. Решение соответствующего уравнения

$$4(7 - 3\gamma)(k-1)^2 - 3C(7 + \gamma)(k-1) + (239\gamma + 294)C^2/81 = 0$$

дает

$$k_{min}^{TF} = 1 + \frac{C}{8(7-3\gamma)}\left(3(7+\gamma) - \frac{1}{9}\sqrt{729(7+\gamma)^2 - 16(7-3\gamma)(239\gamma+294}\right)C,$$

а $k_{max}^{TF} = k_{max}$, так как другое решение превышает значение k_{max}. Действительно, максимальная граница k_{max}^{TF}, отличающаяся от k_{min}^{TF} знаком “плюс” перед корнем, является возрастающей функцией γ, а при $\gamma = 0$ второй нуль $k_{max}^{TF} = 1{,}4799 > k_{max}$ функции TF выходит за границу интервала изменения коэффициента маржинализации.

Характеристики фирм, применяющих механизм вертикального контроля, для ряда значений коэффициента маржинализации k и ставки трансферта $\gamma = 0{,}5$; 0; 1, представлены в таблице. Максимальный синергетический эффект от кооперативного поведения достигается при $k = k_{min} = 0{,}875$. Трансферт уменьшается от максимума до нуля при значениях коэффициента маржинализации $k_{min}^{TF} = 1{,}27$; 1,34; 1,36, соответствующих величине ставки $\gamma = 0$; 0,5; 1. В интервале $[k_{min}^{TF}, k_{max}^{TF}]$ трансферт отрицателен, и при этих наибольших значениях коэффициента маржинализации оба платежа за промежуточный продукт осуществляет поставщик.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Механизм управляемой маржинализации является формой вертикального контроля, альтернативной интеграции производителей промежуточного и конечного продуктов. Его применение не сопровождается значительными трансформационными издержками, характерными для вертикальных слияний или поглощений. Этот механизм решает проблему двойной маржинализации, возникающей при максимизации прибыли двумя вертикально связанными экономическими агентами.

2. Предложенная норма кооперативного поведения позволяет участникам получать величину суммарной прибыли как при создании ими интегрированной фирмы. Контролируемая маржа определяется коэффициентом, равным отношению цены промежуточного продукта к средним издержкам поставщика. Управление маржинализацией основано на установлении цены этого продукта ниже рыночной и, что принципиально важно, наличия компенсационного трансферта, выплачиваемого производителем конечного продукта из выручки тогда, когда необходимо обеспечить уровни прибыли, соответствующие выгодности сделки обоим участникам. В этом случае каждая фирма получает прибыль не меньше, чем в случае отказа от кооперативного поведения. Величина этой прибыли является минимальным гарантированным результатом ее производственной деятельности.

3. Коэффициент маржинализации изменяется в допустимом интервале, нижняя граница которого равна единице, а верхняя – значению, при котором суммарная прибыль применяющих механизм фирм не меньше ее величины в случае отказа этих предприятий от вертикального контроля. От величины коэффициента маржинализации зависят суммарная прибыль и трансферт, а последний дополнительно определяется величиной ставки. Данная ставка задает долю синергетического эффекта, которую предприятие-поставщик получает сверх минимально гарантированной прибыли. Синергетический эффект, измеряемый превышением суммарной прибыли фирм, применяющих механизм управляемой маржинализации, относительно минимально гарантированной величины, также зависит от величины коэффициента маржинализации. Переговорное множество значений трансферта представляет собой интервал. Нижняя его граница соответству-

ет случаю, когда прибыль поставщика равна минимальному гарантированному результату. При величине трансферта, равной верхней границе переговорного множества, минимальную гарантированную прибыль получает потребитель. С уменьшением коэффициента маржинализации в допустимом интервале от верхней его границы до нижней разность максимальной и минимальной величины трансферта возрастает от нуля до максимальной величины, равной синергетическому эффекту, достигаемому при вертикальной интеграции.

4. Влияние коэффициента маржинализации на объемы производства проявляется в следующем. В нижележащей и вышележащей отраслях при его увеличении выпуск фирмы, применяющей механизм вертикального контроля, уменьшается, а суммарный объем производства всех конкурентов этой фирмы увеличивается. При уменьшении коэффициента маржинализации в допустимой области суммарная прибыль фирм, участвующих в кооперации, и синергетический эффект увеличиваются. Выгода потребителей конечного продукта возрастает при уменьшении коэффициента маржинализации.

5. Прибыли производителей промежуточного и конечного продуктов с учетом трансферта равны величинам их минимальных гарантированных результатов, увеличенных на доли синергетического эффекта, которые каждый получает в зависимости от ставки трансферта при выбранной величине коэффициента маржинализации. При уменьшении коэффициента маржинализации от максимально допустимого значения до единицы одновременно увеличивается прибыль поставщика и потребителя от минимального гарантированного результата для каждого предприятия до максимальных значений, соответствующих выбранной ими величине ставки трансферта. Прибыль производителя промежуточного продукта без учета трансферта при увеличении коэффициента маржинализации от единицы до максимально допустимого значения возрастает от нуля и достигает максимального значения, которое может превышать прибыль фирмы при отсутствии вертикального контроля.

6. Возможна ситуация, когда не потребитель выплачивает трансферт, а поставщик перечисляет фирме, действующей на конечном рынке, фиксированную сумму. С учетом полученной от потребителя стоимости промежуточного продукта величина трансферта может принимать отрицательное значение при некотором значении коэффициента маржинализации. Это объясняется тем, что в этом случае прибыль производителя промежуточного продукта без учета трансферта больше положенной ему по условию механизма управляемой маржинализации. При установленной цене промежуточного продукта условия соглашения для поставщика становятся более выгодными, чем для фирмы, действующей на конечном рынке. В таких обстоятельствах прибыль потребителя (при отсутствии трансферта) меньше положенной ему, а платеж поставщика покрывает недостающую сумму.

7. Согласование экономических интересов фирм осуществляется путем выбора ими значений коэффициента маржинализации и ставки трансферта. Цель каждого участника соглашения – получение максимальной прибыли. В случае, когда для поставщика в условиях двухэтапной оплаты риск неполучения трансферта отсутствует и ему несущественно, какая часть прибыли получена на первом этапе расчетов за его продукцию, для обоих предприятий выгодно минимальное значение коэффициента маржинализации. Целесообразно выбрать значение этого параметра, равное единице, так как прибыль каждой фирмы при фиксированной ставке трансферта возрастает с уменьшением коэффициента маржинализации. В результате предметом договора будет величина ставки трансферта, определяющая долю максимального синергетического эффекта, которую получает поставщик. Если для поставщика существенно, какая часть прибыли получена на первом этапе, его критериями являются прибыль без трансферта и итоговая, которая учитывает этот платеж. Критерием потребителя служит прибыль с учетом трансферта. Во втором случае предметом договора будет величина коэффициента маржинализации и ставки трансферта, которым соответствуют значения критериев производственной деятельности фирм, устраивающие как производителя промежуточного, так и конечного продуктов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Лазарев И.А., Плещинский А.С. (2007) Налогообложение добавленной стоимости: мезоэкономический анализ // *Проблемы прогнозирования*. № 4.

Плещинский А.С. (2001а). Механизм равновесных трансфертных цен при вертикальном взаимодействии производственных экономических агентов // *Экономика и математические методы*. Т. 37. № 2.

Плещинский А.С. (2001б). Динамическая эффективность механизма равновесных трансфертных цен // *Экономика и мат. методы*. Т. 37. № 4.

Плещинский А.С., Лазарев И.А. (2008). Вертикальные межфирменные взаимодействия на рынках с доминирующим положением отдельных экономических агентов // *Экономика и мат. методы*. Т. 44. № 1.

Тироль Ж. (2000). Рынки и рыночная власть: теория организации промышленности. СПб.: Экономическая школа.

Хэй Д., Моррис Д. (1999). Теория организации промышленности. СПб.: Экономическая школа.

Rosen J.B. (1965). Existence and Uniqueness of Equilibrium Points for Concave N-Person Games // *Econometrica*. Vol. 33. No. 3.

Szidarovszky F., **Yakowitz S.** (1977). A New Proof of the Existence and Uniqueness of the Cournot Equilibrium // *International Economic Review*. Vol. 18. No. 3.

Varian H.R. (1992). Microeconomic Analysis. N.Y.: Norton&Company.

Vives X. (1999). Oligopoly Pricing: Old Ideas and New Tools. London: MIT Press.

Поступила в редакцию
29.10.2013 г.

Vertical Inter-Company Interactions with Controllable Price-Margin

A.S. Pleschinsky

The mechanism of transactions between vertically connected firms with a controllable price-margin is offered and researched. The controllable price-margin is determined by the marginalization coefficient equal to the relation of the product price to average costs of the supplier. Models and the equations of vertical oligopolies balance before integration of manufacturers intermediate and an end-product and as a result applications of the contract form of transactions between the enterprises for the price below market and availability of the compensating transfer paid by the manufacturer of an end-product are developed. The bottom and top borders of margin factor are defined. While the margin factor decrease inside this interval, the profit of each firm applying the offered form of interaction, synergy effect and benefit of consumers increase from the values corresponding to absence of vertical control to the maximum sizes reached in case of creation by the supplier and the consumer of integrated firm.

Keywords: inter-company interactions, vertical integration, price-margin, balance of vertical oligopolies, contract price, synergy effect.
JEL Classification: D23, D43, L22.