ЭКОНОМИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ, 2009, том 45, № 1, с. 3–14

НАУЧНАЯ СЕССИЯ: ИННОВАЦИОННАЯ ЭКОНОМИКА: МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ*

ОБЗОР МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЭКОНОМИКИ С ИННОВАЦИЯМИ

© 2009 г. **В. Л. Макаров**

(Москва)

В статье дается обзор математических моделей, в которых в явном виде присутствуют такие продукты, как знания, новшества и инновации. Обзор является весьма неполным. Тем не менее читатель может получить представление об основных моделях и характере получаемых результатов. В статье описывается новая имитационная модель производства и распространения знаний с презентацией результатов экспериментов.

Сразу оговоримся, что здесь речь идет о чисто теоретических моделях, практическое применение которых остается за рамками нашего рассмотрения (хотя некоторые из упомянутых в обзоре моделей получили практическое применение, наполнены реальными цифрами и используются при принятии решений, аспект их практического применения остается в стороне).

О том, что знание – продукт особого рода, писалось немало, начиная с классических трудов Ф. Махлупа (Махлуп, 1966; Machlup, 1980). Особенно подчеркивались три свойства: неисчезновение при потреблении (подобно информации), неделимость (подобно изделиям) и уникальность (подобно произведению искусства).

Посмотрим, как эти свойства воплощаются в математических моделях.

Начну со своей работы (Макаров, 1973). В ней речь шла о "производстве" нововведений с помощью других нововведений. Применительно к обычным продуктам мы имеем межотраслевой баланс производства и распределения продукции или модель Леонтьева. При замене обычных продуктов на знания модель существенно корректируется. Вариант такой корректировки и приведен в (Макаров, 1973).

Пусть имеется конечное число нововведений n, которые уже были изобретены к данному времени, i, j = 1,..., n. Как и в обычном межотраслевом балансе имеется информация, что для увеличения уровня разработки нововведения j на величину Dxj необходим прирост уровней всех других нововведений {Dxij}. Свойство неисчезновения при использовании дает соотношение $\Delta x_j = \max_i \Delta x_{ij}$ вместо обычного суммирования, применяемого в межотраслевом балансе. Целевые неравенства, задающие задания по удовлетворению сверху заданных потребностей, остаются такими же. А именно, $\Delta x \geq y$, где y – вектор, задающий необходимые приросты в уровнях разработки нововведений.

В указанной работе приводится алгоритм вычисления Δx_i, $i = 1,..., n$, которые удовлетворяют написанным соотношениям.

Уже из этого короткого вступления ясно, что измерять знания не так просто, как измерять количество обычных продуктов.

Измерение. Итак, как измерить, сколько нового знания приросло, если кто-то изобрел что-то новое. Один подход – мерить по *затратам*, как это принято при измерении стоимости обычных продуктов.

Здесь, обычно, вспоминается изречение Исаака Ньютона о том, что он получил свои результаты потому, что *стоял на плечах гигантов*. Прежде всего, надо зафиксировать номенклатуру знаний, чтобы можно было считать в штуках, т.е. в целых числах. А далее подсчитать, сколько знаний из зафиксированной номенклатуры непосредственно использовалось, чтобы получить данное знание. Определится целое число, которое характеризует прямые затраты для получения данного знания. Можно подсчитать также полные затраты, добавляя к прямым затратам затраты на получение знаний, использованных при получении рассматриваемого знания, и так далее, до-

* 19 мая 2008 г. в Центральном экономико-математическом институте состоялось заседание Научной сессии Отделения общественных наук РАН. Приводится полный текст докладов этой сессии.

ходя до самых первичных знаний. Естественно, что по-настоящему полные затраты получить чрезвычайно трудно. Можно ограничиться фиксированным числом уровней, на которые следует опускаться для подсчета затрат.

Подсчет величины затрат, прямых и полных, оказывается полезным для подсчета времени обучения тем или иным разделам, а также для правильного построения учебника.

Также может быть осуществлено измерение количества знания по результатам. Такое измерение более правильно с точки зрения получения полезности для общества от данного знания. Если знание никогда никем не использовалось, то логично считать, что его ценность (полезность) равна нулю. Тогда, чем большим числом людей знание использовалось, тем выше его ценность. Требует уточнения вопрос: что значит “использовалось”? В зависимости от ответа на этот вопрос будут получаться разные способы измерения количества (и ценности) знания. Я подробно писал об этом в (Макаров, 2001, гл. 5).

Наиболее распространены индексы цитирования (см. Science Citation Index, Social Science Citation Index в Интернете). К подобному же типу измерений относятся количество кликов или получения копий в Интернете, количество упоминаний в СМИ и тому подобное. На базе этой информации начинает развиваться так называемая *экономика внимания*. Внимание общества к персоне, к явлению, к компании получает денежную оценку. Популярные личности или компании имеют рыночное преимущество. Не случайно в последние годы быстро растет сектор рейтинговых агентств.

Более тонким инструментом, чем подсчет числа обращений являются *социальные сети*. Термин “социальные сети” был введен еще в 1954 г. социологом из “Манчестерской школы” Дж. Барнсом в работе “Классы и собрания в норвежском островном приходе”. Последние годы этот инструмент широко используется в ряде областей, в маркетинге, в формировании виртуальных групп, а не только в измерении знаний. В социальной сети, где вершинами являются знания, а соединениями – использование одних знаний другими, выявляются базисные или коренные знания, выявляются такие знания, утрата которых приведет к существенным потерям, т.е. можно подсчитать степень незаменимости знания. Более тонкий анализ социальных сетей знаний может дать представление, из каких кусков складывается современная картина мира.

Социальные сети с множественными связями между знаниями являются удобным инструментом исследования многообразных проблем, возникающих в экономике знаний.

Назовем некоторые из них.

– Лестница улучшения качества.

– Распределение прибыли, полученной на конце, по цепочке знаний.

– Выбор платформы (Windows, UNIX), стандарта (PAL, SECAM), языка или формата изложения.

– Инновацию можно продать полностью или продавать лицензию (право) на право пользоваться на тех или иных условиях.

– Кумулятивная инновация: VisiCalc, Lotus 1-2-3, Excel.

– Базисная инновация – множество применений (фундаментальная и прикладная наука). В частности, возникает практически важный вопрос: когда выгодно и когда не выгодно заключать лицензионное соглашение, а также: когда его заключать – до или после проведения исследований.

В книге (Scotchmer, 2004) перечисленные проблемы подробно разбираются, при этом формулируются некоторые простые математические модели, помогающие найти ответ на поставленные вопросы.

В работах (Макаров, 1976; Makarov, 1977) использовалась терминология: *нововведение* или потенциальное нововведение и внедренное нововведение. Там предложена модель общего экономического равновесия, в которой в явном виде фигурировал такой продукт, как нововведение. В модели предполагается, что нововведения производит и осуществляет государство на деньги налогоплательщиков.

Сейчас в литературе используются термины: “*идея*” *и* “*инновация*” (см., например (Scotchmer, 2004)).

Идея есть пара (v, c), где v – суммарная за все время ценность (полезность) идеи, если она будет реализована; c – затраты на реализацию идеи. Идея становится инновацией после реализации.

Пусть имеется $k = 1, ..., l$ обычных (частных) продуктов; R^l — пространство этих продуктов; n потребителей, $i = 1, ..., n$, каждый из которых обладает функцией полезности $u_i(x_i)$, где $x_i \in R^l_+$ его "потребительская" корзина. Кроме того, у потребителей имеется начальный запас продуктов $w_i \in R^l_+$.

Имеется также m производителей, $j = 1,..., m$, обладающих множеством производственных способов $Y_j \subseteq R^l$, и матрица $\theta = \|\theta_{ij}\|$, которая задает долю θ_{ij} прибыли компании j, принадлежащую потребителю i. На элементы матрицы θ накладываются условия $\theta_{ij} \geq 0$ и $\sum_{ij} \theta_{ij} = 1$, которые означают, что вся прибыль распределяется между потребителями.

Нововведение в эту модель вводится следующим образом. Пусть номер нововведения есть r, а их общее количество – R. Нововведение r описывается вектором затрат g_r и множеством появляющихся производственных возможностей Z_r.

По современной терминологии пара (g_r, Z_r) называется *идеей*, а после того как затраты g_r сделаны – *инновацией* (см., например (Scotchmer, 2004)). Обозначим через $\delta = (\delta_{\hat{e}})$ булев вектор, где единица показывает, что данная идея превращается в инновацию, ноль – в противном случае.

Задача социального плановика формулируется следующим образом. Найти $(x_1, ..., x_n, y_1, ..., y_m, \delta)$, для которых выполнены условия

$$y_j \in Y_j + \sum_1^R Z_r \delta_r \text{ для всех } j, \; x_i \in X_i, \; i = 1, \dots, n;$$

$$\sum_{j=1}^m y_j + \sum_{i=1}^n w_i - \sum_1^R g_r \delta_r = \sum_{i=1}^n x_i$$

и функция $\sum_{i=1}^n \lambda_i u_i(x_i)$ достигает максимума.

В данной формулировке оптимизационной задачи предполагается, что инновации доступны всем производителям. Рассматриваются также варианты, когда инновации оказываются доступными производителям при определенных условиях. Тогда возникает задача продажи обладателем идеи (собственником) этой идеи другим производителям.

Дискриминация цен на рынке идей. В моделях экономического равновесия со знаниями как особыми продуктами, которые также торгуются на рынке и, следовательно, получают цену, возникает феномен так называемых дискриминационных цен, т.е. цен, зависящих от того, кто покупает знание. Природа возникновения дискриминационных цен похожа на природу налогов Линдала, устанавливаемых, как известно, каждому потребителю персонально. Дело в том, что знания, как и линдаловские публичные блага, будучи погружены в экономическую модель, оказываются персонифицированными. Знания для одного человека и те же знания для другого человека формально оказываются разными продуктами и, естественно, имеют, как правило, разные цены. В реальных экономиках дискриминационные цены на рынке знаний стали скорее правилом, чем исключением. Например, компьютерные программы продаются по разным ценам в зависимости от покупателя, в частности его институционального статуса.

Денежная мотивация для изобретений. Проблема нахождения наиболее эффективной схемы использования денег для мотивации изобретений существует много веков. Еще древние правители объявляли призы за решение той или иной трудной задачи. Имеются варианты, как это делать, эффективность этих действий можно анализировать математическими методами. Например, существуют такие варианты.

1. Призы могут быть двух типов: объявляемые заранее или выдаваемые после осуществления изобретения. Последние получили название *цены чистого неба* (*blue-sky prices*). И в том, и в другом случае могут возникнуть трудности с правильной оценкой результата, чтобы выявить победителя. Примеров тому нет числа.

2. Другая проблема из этой области возникает у самого изобретателя. Что выгоднее: самому реализовывать свое изобретение или взять патент для последующей продажи. Это задача на получение максимальной прибыли для изобретателя в течение заданного периода времени.

Вообще проблеме патентной защиты посвящена богатая литература, в том числе и математического характера. Не утихают споры о том, насколько жесткой и всеобщей должна быть эта защита. Дело в том, что защищать все и вся не эффективно, поскольку многие полезные изобретения так и не найдут применения. С другой стороны, если патентная защита совсем слабая, то изобретатели не получают достаточного поощрения, особенно в денежной форме. Следовательно, возникает задача поиска золотой середины. В качестве примера математической модели из этой области укажу статью (Grossman, Lai, 2004).

Экономика у этих авторов состоит из двух секторов, где первый производит однородный продукт (деньги, или обобщенный продукт материального характера), а второй сектор – континуум дифференцированных продуктов, которые идентифицируются как знания. Дифференцированный продукт появляется (изобретается, проектируется) в результате (частных) затрат продукта первого сектора на R&D. У любого дифференцированного продукта одна и та же конечная продолжительность жизни, т.е. после того как продукт изобретен, он интересен потребителям в течение некоторого срока. Потребители в модели идентичны и описываются, как обычно, с помощью функций предпочтения и имеющихся у них бюджетов. Если патентная защита слабая, то изобретений будет слишком много и потребитель не сможет их все потребить. При сильной защите, наоборот – готовых изобретений недостаточно, поэтому возникает оптимизационная задача, которую решает автор.

К данной тематике примыкает так называемая грантовая система, специально придуманная для поощрения научных изысканий.

Простейшая модель грантовой системы. Идея задается парой (v, c), где v – суммарная за все время ценность идеи; c – затраты на осуществление идеи. Оставляем в стороне непростой вопрос о том, что такое ценность (полезность, нужность) идеи.

Положим, что исследователь (соискатель гранта) имеет продуктивность в год, равную λ, где λ – некоторое положительное число. Грантовая система предоставляет гранты тем исследователям, у которых продуктивность λ больше.

Пусть размер гранта есть ρ, а коэффициент дисконтирования равен r. Тогда средний ожидаемый доход в год для исследователя с продуктивностью λ есть $(\lambda / (1 + r)^t)(\rho - c)$. В принципе, если исследователь получил грант, то у него возникает альтернатива, выполнять грант или “пойти на пляж”.

Несложный подсчет показывает, что исследователю выгодно выполнять грант при условии $c \le (\lambda / (\lambda + r)\rho$. Таким образом, грантовая система, ориентированная на исследователей с высокой продуктивностью, способствует тому, чтобы они действительно выполняли гранты, а не тратили деньги на другие нужды.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ОРГАНИЗАЦИИ И ЗАРАБОТНОЙ ПЛАТЫ В ЭКОНОМИКЕ ЗНАНИЙ

В экономике знаний человеческий капитал, особенно его компонента интеллектуальный капитал, играют бóльшую роль, чем в традиционной экономике. В частности, формирование уровня заработной платы работника существенно зависит от его творческих способностей. Строятся математические модели, объясняющие повышенный уровень заработной платы для работников, принимающих сложные решения. В качестве примера привожу здесь некоторую модификацию модели, предложенной в работе (Garicano, Rossi-Hansberg, 2005).

В этой модели производство и знания различаются следующим образом. Рабочие производят продукцию, используя для этого знания, которые у них имеются (т.е. без знаний продукции не произведешь). Количество знаний, усвоенных человеком, измеряется числом q, определенным между нулем и единицей.

Производство продукции представляет собой решение проблемы, с которой сталкивается рабочий. Рабочий в течение единичного интервала времени может решить проблему, если у него достаточно знаний для ее решения. Если он решил проблему, то произвел продукцию в количестве 1. В противном случае производство равно 0. Таким образом, трудность проблемы задается некоторым числом z. Если $z \le q$, то рабочий решает проблему.

Человек получает знания в процессе обучения. Затраты на обучение представляют собой функцию типа $c(a, t) = t - a$. Здесь t – время обучения, а число a – измеритель способностей человека. Таким образом, вполне естественно считается, что затраты на обучение пропорциональны времени обучения и способностям со знаком минус.

Рассмотрим фирму, в которой имеется иерархическая структура, состоящая из L уровней или слоев, $l = 0, 1, ..., L$. На нулевом уровне находятся рабочие, которые производят продукцию. На следующих уровнях находятся менеджеры (управляющие), которые решают проблемы, если рабочие не могут эти проблемы решить, т.е. у них (рабочих) не хватает знаний для решения проблем. Если рабочий не может решить проблему, то он обращается к менеджеру уровня 1. Последний либо решает проблему, если у него достаточно знаний для ее решения, либо обращается на уровень 2, и т.д.

Далее положим, что число рабочих равно n_0. Их уровень знаний для решения проблем есть $q_0 = F(z_0)$. Соответственно, для произвольного уровня l имеем $q_l = F(z_l)$. Таким образом, каждый рабочий, встретившийся с проблемой, либо решает ее, если она его уровня, либо передает наверх. Число проблем, переданных наверх, на уровень 1, равно $n_0\,(1 - q_0)$.

Обозначим через h время, которое менеджер тратит на решение проблемы. Тогда общее потраченное время всех менеджеров уровня 1 на решение проблем есть $n_0\,(1 - q_0)\,h$. Поскольку все менеджеры тратят все свое время на решение проблем, т.е. их количество n_1 в точности такое, какое надо, тогда имеем $n_0\,(1 - q_0)\,h = n_1$.

Проведенные автором калькуляции показывают, что решающую роль играют способности и затраты на обучение. Поэтому заработная плата от уровня к уровню существенно увеличивается и на самом высоком уровне достигает заоблачных величин, что мы и наблюдаем в действительности применительно к топ-менеджерам крупных компаний.

ДИНАМИЧЕСКИЕ МАКРОМОДЕЛИ С ПРОИЗВОДСТВЕННЫМ ФАКТОРОМ ЗНАНИЙ

В данном обзоре следует упомянуть динамические макромодели, в которых в явном виде фигурируют знания. Такие модели стали естественным развитием динамических моделей с техническим прогрессом, которым посвящена обширная литература. Здесь же к классическим факторам – *труд*, *капитал*, *земля* (в широком смысле), – добавляется *накопленное знание*.

Пожалуй, наибольшую известность получила модель Ромера (Romer, 1990).

МОДЕЛЬ РОМЕРА

В модели представлены два сектора: сектор, производящий товары и услуги, и сектор, производящий новые знания.

Список обозначений: Y – выпуск товаров и услуг; K – основные фонды; L – труд; L_Y – труд, производящий товары и услуги; L_A – труд, производящий новые знания; A – технология, знания и идеи; $\dot{A}$ – прирост технологий, знаний и идей (новые технологии, знания и идеи); α – коэффициент производственной функции товаров и услуг; $\overline{\delta}$ – средняя производительность труда в производстве знаний (количество произведенных новых знаний на одного исследователя); δ, φ, λ – константы.

Описание модели. Модель описывается уравнениями (1)–(4):

– выпуск товаров и услуг:

$$Y = K^{\alpha}(A\,L_Y)^{1-\alpha}\,,\ 0 < \alpha < 1; \tag{1}$$

– баланс труда:

$$L_Y + L_A = L; \tag{2}$$

– производство новых знаний:

$$\dot{A} = \overline{\delta}\,L_A; \tag{3}$$

– средняя производительность знаний:

$$\overline{\delta} = \beta\,A^{\varphi}\,L_A^{\lambda-1}\,,\ \delta > 0\,,\ 0 < \lambda < 1. \tag{4}$$

Из уравнений (3) и (4) получаем функцию производства новых знаний:

$$\dot{A} = \delta\, L_A^{\lambda}\, A^{\varphi}. \tag{5}$$

Это уравнение показывает, что производство новых знаний в данный момент зависит от количества исследователей и существующего объема знаний. Из уравнения (5) следует: если $\varphi > 0$, то существует положительный перелив знаний в будущее; если $\varphi < 0$, то основные знания произведены в прошлом, а в будущем станет все труднее производить новые знания.

В своей исходной работе П.М. Ромер (Romer, 1990) рассматривал конкретный вид производственной функции знаний при постоянном "эффекте от масштаба", когда $\varphi = 1$, $\lambda = 1$:

$$\dot{A} = \delta\, L_A\, A. \tag{6}$$

Отсюда уравнение темпа роста знаний записывается следующим образом:

$$\frac{\dot{A}}{A} = \delta\, L_A. \tag{7}$$

Следовательно, в стационарном состоянии будем иметь:

$$g_Y = g_A = \delta\, L_A. \tag{8}$$

Уравнение (8) показывает, что в долгосрочном периоде производство знаний, а точнее, численность научных работников, увеличивает темп экономического роста на душу населения. Таким образом, политика государства, направленная на повышение численности занятых в науке (например, посредством увеличения финансирования), оказывает прямое положительное воздействие на темп долгосрочного экономического роста.

Модель Ромера получила дальнейшее развитие в модели Джонса (Jones, 1998). Джонс модифицировал модель Ромера, отказавшись от предположения о постоянстве "эффекта от масштаба" в уравнении (5). Поделив обе части уравнения (5) на A, он получил:

$$\frac{\dot{A}}{A} = \delta \frac{L_A^{\lambda}}{A^{1-\varphi}}. \tag{9}$$

Поскольку в стационарном состоянии темп роста знаний $\dot{A}/A$ постоянен, следовательно, правая часть уравнения (9) также должна быть постоянной, т.е. $A^{1-\varphi}$ и L_A^{λ} должны расти с одинаковым темпом:

$$\lambda \frac{\dot{L}_A}{L_A} = (1-\varphi)\frac{\dot{A}}{A}. \tag{10}$$

Предполагая, что $\varphi < 1$, из уравнения (11) получаем:

$$g_A = \frac{\lambda}{1-\varphi}\frac{\dot{L}_A}{L_A}. \tag{11}$$

Полагая, что темп роста исследователей равен экзогенному темпу роста трудоспособного населения $\frac{\dot{L}_A}{L_A} = \frac{\dot{L}}{L} = n$, в стационарном состоянии имеем:

$$g_Y = g_A = \frac{\lambda}{1-\varphi} n. \tag{12}$$

Уравнение (12) говорит о том, что темп долгосрочного экономического роста зависит от экзогенных параметров и от изменений параметров производственной функции знаний, в то же время увеличение финансирования науки повышает объем знаний в стационарном состоянии, хотя и не влияет на темпы его роста.

Следует заметить, что *эти макромодели (и им подобные) имеют два плохо исправляемых недостатка.*

1. По приросту ВВП мерить вклад фактора знаний менее корректно, чем для других факторов. Например, цена мегабайта памяти за несколько лет упала в сотни раз. Потребитель выиграл на повышении качества гораздо больше, чем это измерено в объемах продаж и, тем самым, в ВВП.

2. Фактор знаний в этих моделях меряется в затратах на производство знаний (в основном, затраты на R&D). Измерять выпуск знаний удается пока хуже, например, через статистику патентов, что сильно зависит от развитости соответствующих институтов данной страны.

КОМПЬЮТЕРНАЯ СИМУЛЯЦИЯ

В этом, заключительном, разделе рассматриваются две компьютерные модели производства и распространения знаний, построенные автором. Обе модели относятся к классу так называемых агенто-ориентированных моделей, в последнее время широко используемых в работах по социальному компьютерному моделированию, в частности в работах по искусственным обществам.

Модель производства и распространения знаний № 1. Модель опубликована в (Макаров, 2001, гл. 5).

Действующими лицами в этой модели выступают люди, множество которых есть I, а произвольный элемент его есть i. Люди делятся на три категории: I – потребители знания, S – производители знания (ученые), K – транспортировщики знания (учителя); J – множество возможных видов знания, представляющее собой натуральный ряд чисел.

Обозначения: $i \in I$ – номер человека; $s \in S$ – номер ученого; $k \in K$ – номер учителя; $j \in J$ – номер вида знания.

Переменные модели: t – номер временного интервала, совпадающий с моментом начала данного временного интервала; $x_{i,j}(t)$ – аккумулированное к моменту времени t человеком i знание j. Максимальное количество знания может быть равно 1, т.е. $x_{i,j}(t)$ лежит в интервале [0, 1]; $x_j(t)$ – количество знания j, накопленное к моменту времени t; $x(t)$ – суммарное количество всех знаний, накопленное к моменту времени t; $y_{j,k}(t)$ – число людей, обучаемых знанию j учителем k в периоде t; $y_j(t)$ – число людей, обучаемых знанию j всеми учителями в периоде t; $a_{i,j}(t)$ – привлекательность знания j для самостоятельного изучения человеком i в момент времени t; $a_{i,j,k}(t)$ – привлекательность знания j для человека i при обучении учителем k в момент времени t (привлекательность выражается неотрицательным числом); $\xi_s(t)$ – вероятность получения нового знания ученым s в момент времени t; $\varsigma_s(t,a)$ – вероятность, что общая привлекательность нового знания, созданного ученым s в момент времени t, есть a; $\overline{a}_i(t)$ – предел привлекательности любого знания для человека i, начиная с которого он готов потреблять знание; $a_j(t)$ – общая привлекательность нового знания j; $\alpha_i(t)$ – коэффициент забывания знаний у человека i в момент времени t; $b_i(t)$ – порог наличия знания (любого типа) у человека i, начиная с которого привлекательность потребления (дополнительного) этого знания для него равна нулю; $e_i(t)$ – коэффициент предпочтения человеком i получения знаний с помощью учителя по сравнению с получением знаний самостоятельно; $\lambda(t)$ – нормирующий множитель, вычисляемый таким образом, чтобы сумма компонент вектора $(a_{i,j}(t+1), a_{i,j,k}(t+1))$ равнялась единице.

Соотношения модели.

1. $x_j(t) = \sum_i x_{i,j}(t)$. Это соотношение показывает, как измеряется количество конкретного вида знания. Предположением здесь является то, что все люди полагаются равными как носители знания.

2. $x(t) = \sum_j x_j(t)$. Это соотношение базируется на предположении, что все виды знания равноправны в том смысле, что потребление человеком любого знания есть единица.

Поведение произвольного потребителя знания состоит из следующих действий:

1) обозреть все виды знания и выбрать наиболее привлекательное для самостоятельного изучения (потребления);

2) опросить всех учителей и выбрать наиболее привлекательный вид знания для познания с помощью учителя;

3) сравнить привлекательность выбранных знаний (для самостоятельного изучения и с помощью учителя) и выбрать наиболее привлекательное;

4) принятие решения: если наиболее привлекательное знание выше индивидуального порога, то оно потребляется в текущем периоде времени, если это знание по привлекательности ниже индивидуального порога, то акта потребления не происходит.

Соотношения 3–4 выражают сказанное в формальном виде:

$$x_{i,j}(t+1)=1\text{, если } j=\arg\max_{\hat{j},k}(a_{i,\hat{j}}(t),a_{i,\hat{j},k}(t))\text{, } \bar{a}_i(t)\le\max_{\hat{j},k}(a_{i,\hat{j}}(t),a_{i,\hat{j},k}(t)) \tag{13}$$

и

$$x_{i,j}(t+1)=\alpha_i(t)x_{i,j}(t) \text{ – в противном случае.} \tag{14}$$

Уравнение (14) отражает тот факт, что знания со временем выветриваются.

Поведение производителя знания (ученого) состоит из двух частей: производства нового знания и потребления знания, полученного другими. Это поведение можно описать следующим образом.

1. В текущий момент времени производится реализация случайного события – появления нового знания. Реализация осуществляется для имеющейся в данный момент вероятности появления нового знания у данного ученого.

2. Если в процессе реализации новое знание не появилось, то данный производитель потребляет знание как обычный потребитель. Если новое знание появилось, то данный производитель его потребляет, и, кроме того, он потребляет другое знание (старое) как потребитель. Следовательно, в этом случае он потребляет в один период времени два вида знания.

3. Кроме того, если появляется новое знание, то одновременно появляется показатель общей привлекательности этого нового знания также в виде реализации случайного события.

Формально это выглядит так:

$$x_{s,j}(t+1)=[\xi_s(t)] \tag{15}$$

для минимального номера *j* такого, что $x_j(t)=0$,

$$a_j(t+1)=[\varsigma_s(t,a)]\text{, если } [\xi_s(t)]=1, \tag{16}$$

$$a_j(t+1)=0 \text{ – в противном случае.} \tag{17}$$

Здесь $[\xi_s(t)]$ – обозначение для реализации случайного события, вероятность которого есть $\xi_s(t)$. То же самое для $[\varsigma_s(t,a)]$.

Поведение учителя (переносчика знаний).

1. Учитель, знание которого выбрал потребитель, потребляет это знание снова, т.е. восстанавливает его у себя в полном объеме. Таким образом, учитель в текущий момент потребляет столько знаний, сколько его учителя выбрали для потребления разных знаний. Кроме того, учитель потребляет знание как потребитель, а также потребляет новое знание, если он его произвел как ученый.

2. Если учителя не выбрал ни один потребитель, то он выступает только в роли обычного потребителя.

Формально это выглядит так:

$$x_{k,j,k}(t+1)=1\text{, если } k=\arg\max_{j,\hat{k}}(a_{i,j}(t),a_{i,j,\hat{k}}(t)) \text{ и } \bar{a}_i(t)\le\max_{j,\hat{k}}(a_{i,j}(t),a_{i,j,\hat{k}}(t)). \tag{18}$$

Далее в пунктах A–D описывается процесс вычисления коэффициентов привлекательности для человека *i* и периода времени *t* + 1. При этом следует иметь в виду, что коэффициенты привлекательности $a_{i,j}(t)$, $a_{i,j,k}(t)$ нормированы таким образом, что

$$\sum_j a_{i,j}(t)+\sum_{j,k}a_{i,j,k}(t)=1$$

для любого *i*.

A. Корректировка набора (вектора) коэффициентов $(a_{i,j}(t),\ a_{i,j,k}(t))$, где i фиксирован, а j и k пробегают свои множества J и K. Корректировка состоит в том, что полагается

$$a_{i,j}(t) = 0, \text{ если } x_{i,j}(t) \geq b_i(t), \tag{19}$$

$$a_{i,j,k}(t) = 0, \text{ если } x_{i,j}(t) \geq b_i(t). \tag{20}$$

Полученный в результате такого зануления некоторых компонент вектор обозначим через $(a^*_{i,j}(t),\ a^*_{i,j,k}(t))$.

B. Корректировка вектора $(a^*_{i,j}(t),\ a^*_{i,j,k}(t))$, учитывающая общественную привлекательность знаний:

$$a^{**}_{i,j}(t) = (1 - c_i(t))a^*_{i,j}(t) + c_i(t)\frac{x_j(t)}{x(t)}, \tag{21}$$

$$a^{**}_{i,j,k}(t) = (1 - c_i(t))a^*_{i,j,k}(t) + c_i(t)\frac{x_j(t)}{x(t)}. \tag{22}$$

C. Корректировка на популярность учителя:

$$a^{***}_{i,j,k}(t) = (1 - d_i(t))\,a^{**}_{i,j,k}(t) + d_i(t)\frac{y_{j,k}(t)}{y_j(t)}. \tag{23}$$

Таким образом, после описанных корректировок для любого i имеются два вектора:

$$(a^{**}_{i,j}(t)),\quad j \in J \text{, и } (a^{***}_{i,j,k}(t)),\quad j \in J,\quad k \in K.$$

D. Финальная операция состоит в том, что из этих двух векторов составляется набор (вектор) коэффициентов привлекательности знаний для следующего момента времени следующим образом: для любого i имеем

$$(a_{i,j}(t+1), a_{i,j,k}(t+1)) = \lambda(t)(a^{**}_{i,j}(t) + e_i(t)a^{***}_{i,j,k}(t)). \tag{24}$$

Описанная модель реализована в среде EXCEL (электронная таблица фирмы Microsoft).

Надо сказать, что EXCEL не очень приспособлен для проведения компьютерных экспериментов с агенто-ориентированными моделями. В настоящее время разработаны специальные средства для подобного рода компьютерных симуляций. Среди них выделяется AnyLogic. В этой среде разработан вариант описанной выше модели, которую назовем здесь модель № 2.

Модель производства и распространения знаний № 2. Эта модель разработана автором совместно с А.Р. Бахтизиным, который реализовал ее в среде AnyLogic (см. http://www.xjtek.ru).

В этой модели знание предполагается единым, не разделенным на категории. Как и в предыдущем случае, предполагается, что в модели имеются агенты трех видов: производители знания – ученые, распространители знания – учителя и потребители знания – обычные люди, а также ученые и учителя.

С точки зрения принятия решений, агенты в этой модели более просты. Однако, с другой стороны, они действуют в другой, более сложной, пространственной окружающей среде. Напомним, что в первой модели агенты были как бы сосредоточены в одной точке и могли обозревать все общество в целом. Здесь же агенты двигаются в двумерном пространстве и у них конечный горизонт видения.

Итак, агенты любого вида появляются случайным образом, с разными уровнями вероятности, и имеют конечный срок жизни.

Цель ученого – произвести как можно больше знания и передать его учителю; цель учителя – распространить знание среди как можно большего числа людей и, наконец, цель обычного человека – потребить как можно больше знания.

В начальный момент времени имеется некоторое число агентов всех видов, двигающихся в случайном направлении. Текущее состояние ученого и учителя характеризуется количеством знания, которым они обладают. Соответственно, у всех остальных людей текущее состояние есть количество потребленного знания за весь период их существования.

Далее агенты появляются в случайные моменты времени и в случайных точках. Запас знаний у них также случаен за исключением потребителей, у которых начальное состояние равно нулю.

Поведение ученого. Ученый двигается с некоторой заданной скоростью в случайном направлении. Если в пределах видимости оказался другой агент, то происходит следующее. Ученый устремляется к нему, пока расстояние не станет минимальным. Тогда происходит остановка обоих агентов, при которой возможны три случая.

1. При встрече двух ученых у обоих происходит прирост количества знаний пропорционально знанию собеседника. После встречи агенты расходятся и некоторое время недоступны для последующих контактов.

2. При встрече с учителем у ученого прироста знания не происходит, а происходит прирост показателя, характеризующего передачу знания. У учителя происходит прирост знания пропорционально количеству знания ученого.

3. При встрече с потребителем у ученого происходит прирост (существенно меньший, чем при встрече с учителем) переданного знания, а у потребителя соответственно прирост потребленного знания.

Поведение учителя. Встреча с ученым описана выше. При встрече с другим учителем происходит взаимный обмен опытом, т.е. у обоих прирастает объем знаний пропорционально объему знаний собеседника. При встрече с потребителем происходит процесс обучения, т.е. у учителя прирастает значение переменной, показывающей объем переданных знаний, а у потребителя соответственно объем потребления.

Поведение потребителя знаний. Процесс встречи с ученым и учителем описан выше, а при встрече с себе подобным происходит обмен знаниями в объемах пропорционально накопленным знаниям собеседника.

Если в поле зрения агента находится сразу несколько других агентов, то он устремляется к тому, который дает максимальный прирост его целевой функции.

Формальное описание модели.

Обозначения: a_s – номер ученого; a_t – номер учителя; a_c – номер потребителя; $k(t, a_s)$, $k(t, a_t)$, $k(t, a_c)$ – объемы имеющихся (накопленных) знаний у ученого, учителя и потребителя, соответственно; $w(t, a_s)$, $w(t, a_t)$, $w(t, a_c)$ – объемы переданных другим агентам знаний ученым, учителем и потребителем, соответственно; x – координата по оси абсцисс (меняется в зависимости от скорости); y – координата по оси ординат (меняется в зависимости от скорости); vx – скорость по оси абсцисс (может меняться, когда агент увидел собеседника (максимальная скорость), а также после окончания разговора с агентом); vy – скорость по оси ординат (может меняться, если агент увидел собеседника (максимальная скорость), а также после окончания разговора с агентом); $\alpha 1$, $\alpha 2$, $\alpha 3$, $\alpha 4$, $\alpha 5$, $\alpha 6$ – доли передаваемых знаний от агента к агенту; L_a – срок жизни агента a; K_s, K_t, K_c – суммарные количества знания, произведенные учеными, учителями и потребителями, соответственно; K – общее количество знания в обществе; p_s, p_t, p_c – вероятности появления ученого, учителя и потребителя, соответственно.

Состояние ученого a_s в момент времени t есть следующий набор параметров: $k(t, a_s)$, $w(t, a_s)$, x, y, vx, vy. Аналогично определяется состояние учителя и потребителя.

Встреча двух ученых:

$$k(t + 0, a_{s1}) = k(t, a_{s1}) + \alpha 1\, k(t, a_{s2}),$$

$$k(t + 0, a_{s2}) = k(t, a_{s2}) + \alpha 1\, k(t, a_{s1}),$$

$w(t, a_{s1})$, $w(t, a_{s2})$ остаются прежними.

Встреча ученого и учителя:

$$w(t + 0, a_s) = w(t, a_s) + \alpha 2\, k(t, a_s),$$

$$k(t + 0, a_t) = k(t, a_t) + \alpha 3\, k(t, a_s),$$

$k(t, a_s)$, $w(t, a_t)$ остаются прежними.

Встреча ученого и потребителя:

$$w(t + 0, a_s) = w(t, a_s) + \alpha 4\, k(t, a_s),$$

$$k(t + 0, a_c) = k(t, a_c) + \alpha 4\, k(t, a_s),$$

$k(t, a_s)$ остается прежним.

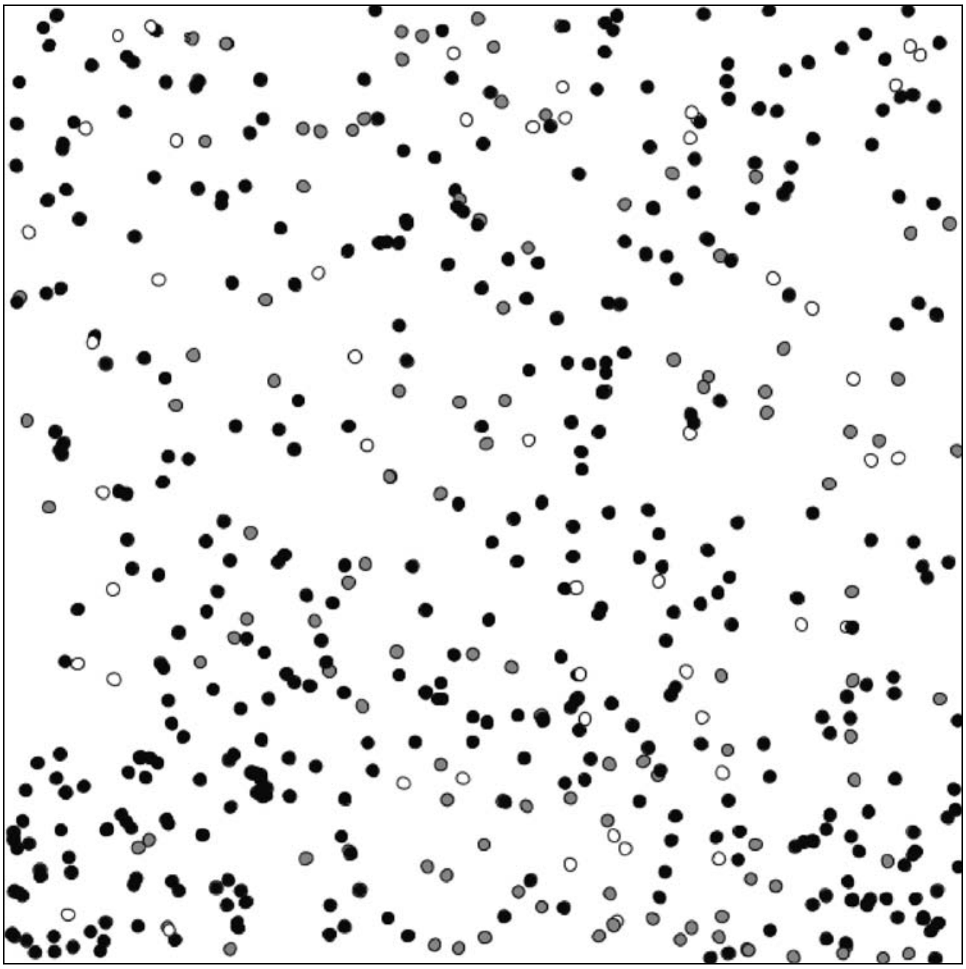

Рис. 1.

Встреча учителя и потребителя:

$$w(t+0, a_t) = w(t, a_t) + \alpha 5\, k(t, a_t),$$
$$k(t+0, a_c) = k(t, a_c) + \alpha 5\, k(t, a_t),$$

$k(t, a_t)$ остается прежним.

Встреча двух потребителей:

$$k(t+0, a_{c1}) = k(t, a_{c1}) + \alpha 6\, k(t, a_{c2}),$$
$$k(t+0, a_{c2}) = k(t, a_{c2}) + \alpha 6\, k(t, a_{c1}),$$
$$w(t+0, a_{c1}) = w(t, a_{c1}) + \alpha 6\, k(t, a_{c2}),$$
$$w(t+0, a_{c2}) = w(t, a_{c2}) + \alpha 6\, k(t, a_{c1}).$$

Результаты компьютерных экспериментов. Приведу здесь для краткости только пару экспериментов, показывающих характер получаемых результатов и одну интересную, но объяснимую закономерность. В эксперименте участвуют порядка 500 агентов, где около 10% составляют ученые, примерно 25% – учителя, остальные – обычные потребители знания. При всех фиксированных параметрах меняется только горизонт видимости агентов. Если горизонт большой, то агенты живут в информационном обществе, где они знают все обо всем. При малом горизонте агенты живут в среде с информацией только о ближайших соседях.

На рис. 1 показана типичная картина при малом горизонте, где белые кружки относятся к ученым, серые – к учителям и черные – ко всем остальным. Какой-то явно выраженной структуры не видно.

Совсем другая картина получается при широком горизонте (рис. 2). На рис. 2 показан один из вариантов такой картины. На нем видно несколько четко выраженных групп. Причем в каждой

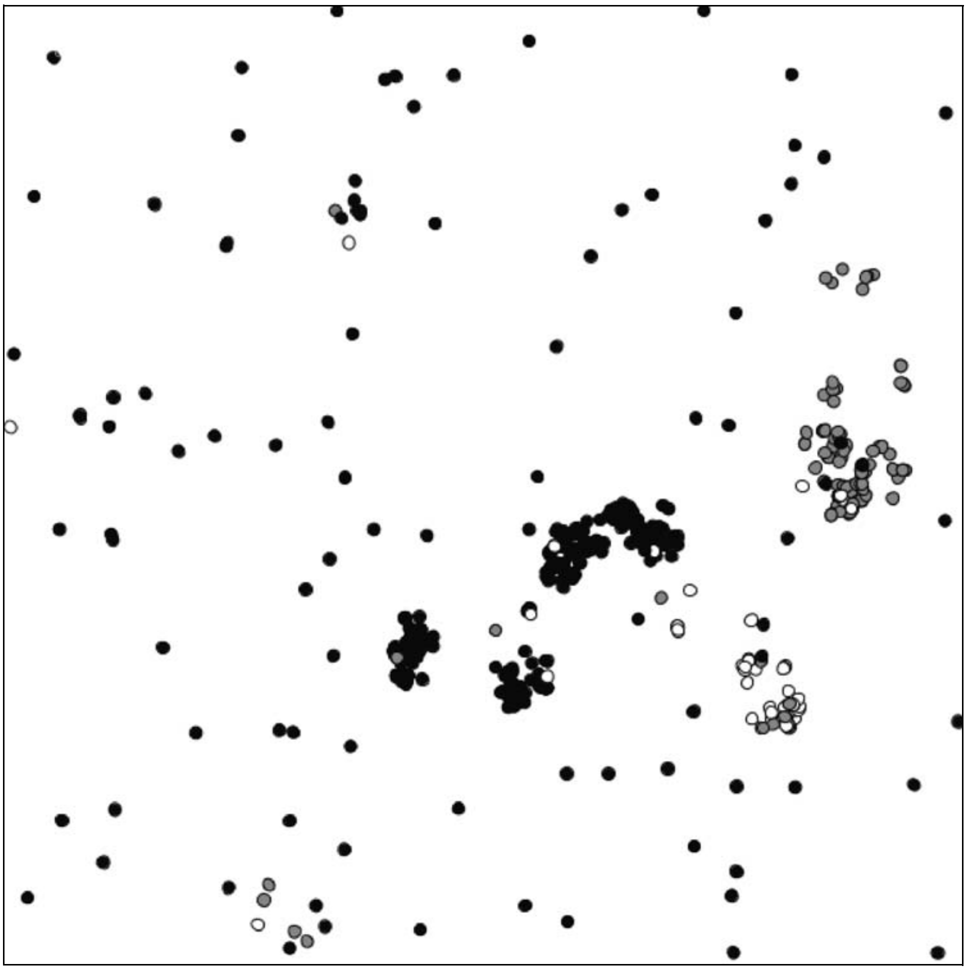

Рис. 2.

группе доминирует один тип агентов. Ученые тянутся к ученым, учителя – к учителям. Именно при такой структуре количество произведенного знания и передаваемого знания стремится к теоретически максимальному значению.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Макаров В.Л. (1973): Баланс научных разработок и алгоритм его решения. В сб. трудов ИМ СО АН СССР *"Оптимизация"*. Вып. 11.

Макаров В.Л. (1976): Модель экономического равновесия, учитывающая нововведения. В сб. трудов ИМ СО АН СССР *"Оптимизация"*. Вып. 18. М.: Изд-во ИМ СО АН СССР.

Макаров В.Л. (2001): Фундаментальная наука и образование: теоретические проблемы интеграции. В кн.: "*Наука и высокие технологии России на рубеже третьего тысячелетия*". М.: Наука.

Махлуп Ф. (1966): Производство и распространение знаний в США. М.: Прогресс.

Garicano L., Rossi-Hansberg E. (2005): NBER Working Paper № 11458.

Grossman G.M., Lai E.L.-C. (2004): International Protection of Intellectual Property // *The American Econ. Rev.* Vol. 94. № 5. December.

Jones C. (1998): Introduction to Economic Growth. N.Y.: W.W. Norton & Company.

Machlup F. (1980): Knowledge and Knowledge Production. Series: "*Knowledge, Its Creation, Distribution, and Economic Significance*". Vol. 1. Princeton: Princeton University Press.

Makarov V.L. (1977): Economic Equilibrium under Technological Changes // *Lecture Notes in Econ. and Math. Systems*. Vol. 141.

Romer P. (1990): Endogenous Technological Change // *J. of Polit. Econ.* October. Vol. 985. № 2.

Scotchmer S. (2004): Innovation and Incentives. Cambridge: The MIT Press.