
**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ**

**МОДЕЛИ ПОЛИТИЧЕСКОЙ КОНКУРЕНЦИИ:
ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ***

© 2009 г. А. В. Захаров

(Москва)

Дается обзор научных достижений в области теоретико-игрового моделирования политической конкуренции и голосования. Формулируется модель голосования с честными избирателями. В рамках этой модели излагаются главные результаты – наличие равновесия в одномерном случае и его отсутствие в многомерном случае. Приводятся различные обобщения основной модели – стратегическое голосование, ситуация нескольких кандидатов и т.п. Особое внимание уделяется вероятностным моделям голосования. Изложена методология проверки гипотез теории голосования в ходе эмпирических исследований.

Одно из определений современной экономической науки – изучение принятия экономических решений рациональными индивидами. Математический аппарат для анализа таких решений формировался с конца XIX в. и постепенно переходил на язык теоретико-игрового моделирования. Начиная с конца 1950-х годов, те же методы стали использоваться и при анализе общественного выбора, т.е. политических решений, принимаемых коллективно.

Основоположниками рационалистического подхода к анализу общественного выбора являются два американских ученых – Нобелевский лауреат Дж. Бьюкенен и Г. Таллок. Согласно их доктрине, наблюдаемые нами политические решения (исход выборов, голосование в парламенте и даже решения, принимаемые внутри диктаторских или бюрократических структур) являются продуктом взаимодействия большого числа физических лиц, причем каждое имеет определенные личные интересы.

С этой точки зрения между позитивным анализом принятия решения о покупке того или иного товара и, например, решением о том, за какую партию голосовать на выборах, нет никакой принципиальной разницы. В обоих случаях индивид осуществляет выбор из ограниченного числа альтернатив. В первом случае доступные покупателю альтернативы – различные наборы товаров, на множестве которых у него определены предпочтения. Бюджетное ограничение обусловлено связанными с каждым набором товаров ценой и фиксированным бюджетом. Во втором случае доступные избирателю альтернативы – партии в списке (плюс возможность не участвовать в голосовании). С каждой альтернативой связан выигрыш (благополучие избирателя в том случае, если эта партия победит); при этом у избирателя есть всего один голос.

Следовательно, помимо “экономического рынка”, на котором принятые участниками решения приводят к потреблению и производству товаров и услуг, уместно говорить и о “политическом рынке”. Единственное принципиальное отличие политического рынка от экономического – отсутствие ценового механизма.

Экономические последствия решений, принимаемых участниками политического рынка, как правило, попадают в одну из двух категорий: производство общественных благ и перераспределение богатства между разными группами граждан. И в том, и в другом случае интересы различных представителей политического рынка могут конфликтовать.

Решения об объеме предоставления общественных благ, как правило, принимаются вне рыночными методами. Рыночный механизм здесь неэффективен из-за того, что при покупке общественного блага одним из участников рынка возможность пользования благом предоставляется всем остальным участникам. Таким образом, возникает проблема “зайцев”: каждый надеется, что общественное благо будет приобретено кем-то еще. При этом объем общественного блага, предоставленного рыночным способом, неэффективно мал.

У разных групп граждан могут быть различные взгляды на то, в каком объеме должно быть произведено общественное благо. Например, рассмотрим принятие городским правительством решения о строительстве новой линии метро. В строительстве метро более всего заинтересованы малоимущие категории граждан, использующие общественный автотранспорт. При этом более

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского гуманитарного научного фонда (проект 06-02-00081А).

состоятельные граждане, владельцы частного автотранспорта, предпочли бы меньшие затраты на строительство метро. В качестве обратного примера, как правило, приводится национальная оборона. В более высоких затратах на оборону заинтересованы более обеспеченные группы граждан, владеющие капиталом. Хрестоматийным примером является решение о выборе места для строительства здания общественного пользования. Каждый житель города хотел бы, чтобы здание располагалось как можно ближе к его дому.

Второй вид политических решений, требующих общественного согласования – перераспределение богатства между различными группами граждан. Объем перераспределяемых средств может достигать десятков процентов ВВП (Miller, 2003, ch. 3). К данной категории относятся средства пенсионных фондов (в странах с распределительной пенсионной системой), медицинское обеспечение малоимущих, бюджетные трансферы из федерального бюджета в регионы, и наоборот.

Данная работа содержит обзор литературы, исследующей принятие политических решений (о перераспределении и предоставлении общественных благ) в рамках модели предвыборной конкуренции, в которой описывается поведение политических агентов (партий или отдельных кандидатов) во время выборов. Основным интересом представляет выбор агентом политической платформы, т.е. его обещания относительно действий, которые он предпримет в случае победы на выборах. Во-вторых, тот же модельный инструментарий применим и к анализу решений, принимаемых голосованием в выборных органах – законодательных собраниях, советах директоров и т.п.

Основной концепцией решения таких моделей является равновесие Нэша, в котором действия, выбранные политическими агентами (и избирателями), таковы, что ни одному из них не выгодно в одностороннем порядке выбрать другое действие (Nash, 1950).

Современные модели политической конкуренции восходят к работам Э. Даунса и Э. Блэка (Downs, 1957; Black, 1958). Главный теоретический результат, полученный этими авторами – теорема о медианном избирателе, гласящая, что при некоторых разумных предположениях (два кандидата, мотивация – победа на выборах, стопроцентная явка, честное голосование и однопиковые предпочтения избирателей) следует ожидать схождения политических платформ кандидатов к альтернативе, наиболее предпочитаемой медианным избирателем. При более общем классе предпочтений избирателей не следует ожидать, что выбор политических платформ будет стабильным (Plott, 1967, McKelvey, 1976). Полученные теоретические результаты конфликтуют с наблюдаемым поведением политических партий или отдельных кандидатов по двум причинам.

Во-первых, схождение политических платформ, прогнозируемое теорией для одномерного случая, редко наблюдается на практике. В частности, анализ политических платформ отдельных кандидатов на выборные должности (Poole, Rosenthal, 1984) или анализ голосования отдельных депутатов (Алескеров, Благовещенский и др., 2005) показывают, что позиции политических агентов не только поляризованы, но подчас являются более экстремальными, чем позиции большинства избирателей.

Во-вторых, решения, принимаемые законодательными собраниями, как правило, достаточно устойчивы и не меняются от одного голосования к другому, что противоречит основному результату для многомерной модели.

Существуют два пути преодоления этого парадокса. Можно использовать концепцию решения, отличающуюся от равновесия Нэша. Также можно рассматривать модель голосования при других предположениях: большем числе политических агентов, стратегическом поведении избирателей, заинтересованности политических агентов в реализации конкретной политической платформы, стратегическом взаимодействии политических агентов, неполной явке избирателей и т.д.

Особое место занимают вероятностные модели голосования, начиная с работ М. Хинича, Дж. Ледиярда и П. Ордешука (Hinich, Ledyard, Ordeshook, 1972; Hinich, 1978). В рамках таких моделей предполагается, что выбор избирателя с точки зрения политических агентов не является детерминированным. В этих моделях, как правило, существует сходящееся равновесие (в котором все политические агенты выбирают одинаковую политическую платформу). Глобальность такого равновесия, к сожалению, определить достаточно трудно.

Наличие качественных опросных данных позволяет проводить эмпирический анализ различных аспектов моделей голосования и количественно оценивать, как предлагаемые агентами политические платформы влияют на решения, принимаемые отдельными избирателями (Poole, Howard, 1984 и др.)¹.

¹ Хороший обзор ранней литературы по данному вопросу был сделан М.А. Айзерманом (Айзерман, 1981). В мировой научной литературе большое число обзорных работ посвящено отдельным аспектам теории голосования (Coughlin, 1992; McKelvey, Ordeshook, 1990; Miller, 2006; Person, Tabellini, 2000 и др.).

1. ОСНОВНАЯ МОДЕЛЬ ГОЛОСОВАНИЯ

1.1. Предпочтения избирателей. Рассмотрим множество альтернатив $X \subset \mathbf{R}^n$. Как правило, предполагается, что X – выпуклое и компактное множество.

Существует множество избирателей N . Оно может быть как счетным, так и несчетным. В примерах, исследуемых в данной работе, X будет либо конечным множеством с нечетным числом элементов, либо несчетным. Каждый избиратель $i \in N$ обладает предпочтениями на множестве X , выраженными непрерывной и дважды дифференцируемой функцией полезности u_i . Стандартными предположениями относительно u_i являются:

1) *однопиковость*: $n = 1$ и существует $v_i \in X$ такой, что для любого $y < x \leq v_i$ или $v_i \leq x < y$ имеем $u_i(x) > u_i(y)$;

2) *евклидовость*: $u_i(x) = \psi(\|v_i - x\|)$, где $\psi(\cdot)$ – некая монотонная функция, $\|\cdot\|$ – евклидова мера расстояния.

В обоих случаях альтернатива v_i называется *наилучшей альтернативой* избирателя i . Можно привести несколько примеров задач, в которых разумно предположить, что предпочтения избирателей являются евклидовыми или однопиковыми. Во-первых, альтернативой может быть местоположение некоторого объекта, которым пользуются избиратели. Тогда если функция полезности каждого избирателя отражает его транспортные издержки при пользовании этим ресурсом, то наилучшей альтернативой избирателя будет его собственное местоположение. Эта интерпретация наиболее часто встречается в экономической литературе и восходит к работе (Hotelling, 1929) (см. также (d'Aspremont, Gabszewicz, Thisse, 1979)).

Во-вторых, альтернативой может являться ставка налогообложения (и, соответственно, объем производства некоторого общественного блага). Очевидно, что “правые” избиратели с более высоким доходом предпочтут более низкую ставку, и наоборот. Именно такое объяснение множества альтернатив дается, начиная с известной книги Э. Даунса (Downs, 1957), в большинстве работ, моделирующих поведение кандидатов и политических партий на выборах. Однопиковые предпочтения относительно ставки налогообложения возникают эндогенно (например (Meltzer, Richard, 1981; Person, Tabellini, 2000)).

В-третьих, с помощью евклидовой функции полезности можно формализовать предпочтения нескольких избирателей относительно способа разделения между ними фиксированного количества некоторого частного блага. Для избирателей N наилучшие альтернативы будут находиться в вершинах $(N - 1)$ -мерного симплекса; расстояние между вершиной и противоположным основанием можно интерпретировать как долю ресурса, которую получит избиратель.

1.2. Предпочтения общества и игра между кандидатами. Теоретико-игровые модели демократических выборов предполагают, как минимум, существование двух игроков – кандидатов или политических партий, чьими стратегиями являются политические платформы, предлагаемые ими избирателям. Основной подход к исследованию таких моделей заключается в нахождении и анализе равновесия Нэша. Однако ряд фундаментальных результатов был получен, не прибегая к концепции равновесия.

Пусть избирателей нечетное число N . Зададим на множестве альтернатив X следующие предпочтения:

$$\begin{aligned} x > y, & \text{ если } \#\{i | u_i(x) > u_i(y)\} > \alpha N, \\ x \sim y, & \text{ если } \alpha N \geq \#\{i | u_i(x) > u_i(y)\} \geq (1 - \alpha)N, \\ y > x, & \text{ если } \#\{i | u_i(x) > u_i(y)\} < (1 - \alpha)N, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\alpha \geq 0.5$ – большинство, необходимое для принятия решения, а символом “#” обозначено число элементов в множестве.

Наиболее часто в литературе рассматривается пример, когда $\alpha = 0.5$, т.е. общество предпочитает альтернативу x альтернативе y , если для простого большинства избирателей альтернатива x является строго лучшей.

Значительный объем литературы (особенно ранней) посвящен исследованию свойств предпочтения $>$. В наиболее простой постановке теоретико-игровая модель голосования предполагает существование K игроков – политических агентов, выбирающих политические платформы $y_j \in X$. После того как кандидаты высказали предпочтения политическим платформам, каждый избиратель отдает свой голос за одного из кандидатов. Пусть $p_{ij}(y_1, \dots, y_K)$ – вероятность, с которой избиратель $i \in W$ проголосует за кандидата j , в зависимости от политических платформ кандидатов.

При честном голосовании предполагается что

$$p_{ij} = \begin{cases} 0, & u_i(y_j) \neq \max_k u_i(y_k), \\ 1/\#\{l | u_i(y_l) = \max_k u_i(y_k)\}, & u_i(y_j) = \max_k u_i(y_k), \end{cases} \quad (2)$$

т.е. избиратель голосует за агента, чья платформа ему наиболее близка². Определим долю голосов кандидата j как

$$V_j = \int_{i \in W} p_{ij}. \quad (3)$$

Пусть выигрыш кандидата j описывается зависимостью

$$U_i = G_i(V_1, \dots, V_K), \quad (4)$$

где $G: \Delta^K \rightarrow [0, 1]^K$ – так называемая функция успеха кандидатов.

В литературе наиболее часто встречаются следующие функции успеха:

1) *правило большинства*:

$$G_j = \begin{cases} 0, & V_j \neq \max_k V_k, \\ 1/\#\{l | V_l = \max_k V_k\}, & V_j = \max_k V_k; \end{cases} \quad (5)$$

2) *пропорциональное представительство*:

$$G_i = V_i. \quad (6)$$

В своей работе (Zakharov, 2006) А. Захаров доказал, что пропорциональное представительство – единственная функция успеха, которая удовлетворяет двум условиям регулярности – монотонности по каждому из аргументов и симметричности.

Будем рассматривать как свойства предпочтения $>$, так и равновесие Нэша в игре с выигрышами (game payoffs).

1.3. Нетранзитивность общественных предпочтений в общем случае. При исследовании свойств предпочтений $>$, заданных (1), возникают два взаимосвязанных вопроса. Первый касается транзитивности этих предпочтений, второй – существования *чемпиона Кондорсе*, т.е. такой альтернативы x , что не существует альтернативы y , такой, что $y > x$ ³. Положительный ответ на эти два вопроса означает, что голосование является приемлемым механизмом: оно гарантирует принятие решения, причем порядок, в котором альтернативы выставляются на голосование, не влияет на то, какая альтернатива победит.

Д. Блэк (Black, 1958) показал, что при $n = 1$ достаточным условием для существования чемпиона Кондорсе и транзитивности $>$ служит однопиковость предпочтений. При этом чемпионом Кондорсе будет наилучшая альтернатива медианного избирателя.

При $n \geq 2$ и евклидовых предпочтениях чемпиона Кондорсе в грубом случае не существует. Ч. Плотт (Plott, 1967) доказал, что при нечетном числе избирателей и $n \geq 2$ чемпион Кондорсе существует только при соблюдении достаточно жестких условий. Идеальные альтернативы избирателей должны располагаться на прямых, пересекающихся в одной точке. Этой точке должна соответствовать наилучшая альтернатива избирателя, которая также должна являться медианой для всех избирателей, расположенных на каждой прямой. Эти условия будут необходимыми и достаточными для транзитивности $>$. О. Дэвис, М. де Грут и М. Хинич (Davis, Hinich, DeGroot, 1972) получили условия, аналогичные условиям Плотта, для континуума избирателей.

В связи с отсутствием чемпиона Кондорсе и нарушением транзитивности в общем случае возникает естественный вопрос: существуют ли другие способы выбрать альтернативу или множество альтернатив, которое будет в каком-то смысле устойчиво относительно процедуры голосования.

Было предложено рассмотреть разбиение множества X на непересекающиеся множества X_1, \dots, X_m , обладающие следующими свойствами.

² Альтернативное предположение – *стратегические избиратели* (Myerson, Weber, 1993).

³ Множество всех таких альтернатив также принято называть *ядром*.

1. Для $k = 1, \dots, m$, $x, y \in X_k$, существуют $x_1, \dots, x_l \in X_k$, такие, что $x > x_1 > \dots > x_l > y$.
2. Для $m = 1, \dots, n - 1$, $x \in X_m$, $y \in X_{m+1}$, имеем $x > y$.

Таким образом альтернативы могут образовывать цикл только внутри одного из множеств X_m . Множество X_1 является, в определенном смысле, множеством наилучших альтернатив. В ряде известных работ, таких, как (Buchanan, 1968; Tullock, 1967; Sen, 1976), X_1 рассматривалось как концепция решения при пустом ядре. Рассуждения авторов основывались на интуиции, что размер X_1 стремится к нулю при увеличении числа избирателей. Однако Р. МакКельви (McKelvey, 1976) доказал, что при пустоте ядра разбиение X тривиально: $X_1 = X$. Это означает, что при нарушении транзитивности предпочтений $>$ не бывает “хороших” и “плохих” случаев: путем манипулирования повесткой дня всегда можно добиться принятия любого (пусть даже Парето-доминируемого) решения.

Р. МакКельви (McKelvey, 1976) обобщил свой предыдущий результат для $n > 3$. Дальнейшие исследования в этой области принадлежат Л. Коуэн и Н. Скофилду (Cohen, 1979; Schofield, 1977, 1983).

2. ДЕТЕРМИНИСТИЧЕСКИЕ КОНЦЕПЦИИ РЕШЕНИЯ

В отсутствие чемпиона Кондорсе естественно попытаться найти способ выбрать из множества альтернатив некоторое подмножество, которое было бы в определенном смысле “хорошим” (например, альтернативы, которые являются устойчивыми при некоторых дополнительных предположениях о процедуре голосования). Было предложено несколько таких “концепций решения”, как точечных, так и множественных.

2.1. Точечные концепции решения. К. Шепсли (Shepsle, 1979) предложил при евклидовых предпочтениях рассматривать альтернативу $\bar{v}_M(v_1, \dots, v_N)$, такую, что

$$\bar{v}_{Mi} = \text{med}\{v_{1i}, \dots, v_{Ni}\} \quad (7)$$

для каждого компонента $i = 1, \dots, n$. Такая альтернатива называется *структурированным равновесием* и всегда существует при нечетном числе избирателей. Она может быть достигнута, если избиратели поочередно принимают решение по каждому компоненту.

Существует несколько причин, по которым возможности использования структурированного равновесия ограничены. Во-первых, такое равновесие чувствительно к процедуре принятия решений по каждой компоненте. Представим себе, что депутаты законодательного собрания решают, в каком объеме следует профинансировать два общественно значимых проекта. В первом случае они поочередно принимают решение по каждому вопросу — x_1 и x_2 , соответственно. Во втором случае они сначала определяют суммарный бюджет (т.е. определяют $x_1 + x_2$), а затем решают, как распределить его между двумя проектами. Как правило, решения, принимаемые в этих двух случаях, будут разными.

В более общем случае, если рассмотреть невырожденное линейное преобразование A , то при покомпонентном голосовании при наилучших альтернативах избирателей $A(v_1), \dots, A(v_N)$ получим структурированное равновесие, отличное от $A(\bar{v}_M(v_1, \dots, v_N))$.

Вторая проблема заключается в том, что при предпочтениях, более общих, чем евклидовы, на предпочтения избирателей относительно каждой компоненты альтернативы влияют их ожидания относительно того, какое решение будет принято в будущем по другим компонентам (влияние ожиданий на структурное равновесие исследовалось в (Enelow, Hinich, 1983; Enelow, 1984; Erpple, Kadane, 1990)).

Еще одной точечной концепцией решения является так называемый победитель по Копленду — альтернатива, для которой множество побеждающих ее альтернатив минимально. Эта альтернатива, как правило, единственна и достаточно легко вычислима (см. (Shapley, Owen, 1985; Grofman, Owen, Noviello, Glazer, 1987)). К сожалению, эта концепция решения не подразумевает механизма, благодаря которому избиратели останавливают свой выбор именно на победителе по Копленду.

2.2. Альтернативные правила голосования. В рассмотренной нами модели голосования предполагалось, что для $x > y$ достаточно, чтобы x предпочитался более чем половиной избирателей. Однако существуют и иные правила голосования. Для принятия наиболее важных решений (например, внесение поправок в Конституцию или изменение устава акционерного общества), как правило, требуется более чем простое большинство голосов.

Рассмотрим подход, предложенный Дж. Крамером (Kramer, 1977). Для альтернатив x, y определим $n(x, y)$ как число избирателей, предпочитающих альтернативу y альтернативе x . Пусть $V(x) = \max_y n(x, y)$ — максимальная доля избирателей, которая может голосовать против альтернативы x за какую-нибудь другую альтернативу. Определим минимакс-число как

$$V_m = \min_x V(x), \quad (8)$$

а минимакс-множество —

$$M = \{y | V(y) = V_m\}. \quad (9)$$

В случае существования чемпиона Кондорсе он является единственным элементом минимакс-множества⁴. В обратном случае это множество состоит из альтернатив, которые будут побеждены с наименьшим возможным перевесом.

Представим себе законодательное собрание, в котором депутаты голосуют, выбирая между статус-кво x и некоторой внесенной на голосование альтернативой y . Если для принятия альтернативы за нее должны проголосовать более чем V_m депутатов, то при $x \in M$ статус-кво x является непобеждаемым. Таким образом, интересно оценить, каково максимальное значение V_m .

Дж. Гринберг (Greenberg, 1979) показал, что для евклидовых предпочтений $V_m \leq n/(n+1)$. Следовательно, в произвольном случае только единогласное правило принятия решения может гарантировать наличие непобеждаемого статус-кво.

А. Каплин и Б. Нейлбуф (Caplin, Nalebuff, 1988) рассмотрели данную задачу для случая с континуумом избирателей. Они показали, что если наилучшие альтернативы избирателей распределены на выпуклом множестве и функция плотности их распределения является вогнутой, то $V_m \leq 1 - 1/e \approx 0.63$. Таким образом, правило большинства, необходимое для существования непобеждаемого статус-кво, может не зависеть от числа вопросов, по которым ведется голосование. Однако условие вогнутости функции плотности будет достаточно сильным. Оно нарушается, если электорат поляризован относительно вопросов, по которым ведется голосование. Такое может произойти, например, если одним из вопросов является пропорция, в которой некоторый бюджет должен быть распределен между двумя группами избирателей.

2.3. Множественные концепции решений. Несколько концепций решений предполагают существование множества альтернатив, удовлетворяющих какому-то положительному критерию. Наиболее ранней множественной концепцией можно считать устойчивые множества фон Неймана—Моргенштерна. Множество S является устойчивым, если для любого $y \notin S$ существует $x \in S$, такой, что $x > y$. Множество, удовлетворяющее такому критерию, всегда существует, но не является единственным.

Современная литература уделяет большое внимание *непокрываемому множеству* — концепции решения, предложенной Н. Миллером (Miller, 1980). Будем говорить, что альтернатива x *покрывает* альтернативу y , если $x > y$ и не существует z , такого, что $y > z > x$. Определим непокрываемое множество как множество альтернатив, не покрываемых никакими другими альтернативами. Р. МакКельви (McKelvey, 1986) показал, что непокрываемое множество непусто, связано и содержится внутри окружности, радиус которой стремится к нулю при приближении множества наилучших альтернатив к выполнению условий Плотта (Plott, 1967).

Непокрываемое множество будет интересным объектом для исследования по ряду причин. Во-первых, отметим, что если x — непокрываемая альтернатива, то для любой $y \neq x$ либо $x > y$, либо существует z такой, что $x > z > y$. Данное свойство имеет следующую интерпретацию.

Представим себе законодательное собрание, в котором депутаты выбирают между альтернативой, вынесенной на голосование, и некоторой альтернативой — статус-кво. Непокрываемая альтернатива побеждает любой статус-кво либо сразу после вынесения ее на голосование, либо в результате минимального манипулирования повесткой дня, когда на голосование сначала выносятся некоторая промежуточная альтернатива, побеждающая статус-кво.

Непокрываемое множество может быть использовано для оценки равновесных смешанных стратегий в игре (4). При $N = 2$ равновесие в чистых стратегиях в игре с выплатами (5) при честном голосовании (2) существует тогда и только тогда, когда существует чемпион Кондорсе. В противном случае необходимо рассматривать равновесия в смешанных стратегиях. Можно доказать, что носитель любой равновесной смешанной стратегии является подмножеством непокрываемого множества.

⁴ См. также динамические модели голосования в работах (Чеботарев, 1984; Новиков, 1984).

Получение границ непокрываемого множества аналитическими методами представляется достаточно трудной задачей, решенной только для случая трех избирателей. В ряде работ (см., например (Bianco, Lynch et al., 2006)) для оценки непокрываемого множества использовались численные методы. Было доказано, что для большинства случаев размер этого множества достаточно велик и сравним с размером множества парето-оптимальных альтернатив.

Отсутствие чемпиона Кондосе означает, что не существует устойчивого статус-кво при условии, что для победы одной альтернативы над другой достаточно поддержка большинства голосующих. Однако в ряде демократических стран процедура принятия законодательных решений более сложна – законопроекты, для того чтобы быть принятыми, должны быть поддержаны двумя палатами парламента. При такой системе можно рассчитывать на большую устойчивость, так как для того чтобы проголосовать против статус-кво, необходимо сформировать коалицию депутатов, которая будет не просто обладать большинством, но и большинством в каждой из двух палат.

Т. Хэммонд и Г. Миллер (Hammond, Miller, 1987) формализовали это рассуждение, предложив рассмотреть два множества избирателей, V_1 и V_2 , численностью N_1 , N_2 , соответственно, и предпочтения, определенные на X следующим образом:

$$\begin{aligned} x > y, & \text{ если } \#\{i \in V_1 | u_i(x) > u_i(y)\} > N_1/2 \text{ и } \#\{i \in V_2 | u_i(x) > u_i(y)\} > N_2/2, \\ y > x, & \text{ если } \#\{i \in V_1 | u_i(x) < u_i(y)\} > N_1/2 \text{ и } \#\{i \in V_2 | u_i(x) < u_i(y)\} > N_2/2, \\ x \sim y & - \text{ в остальных случаях.} \end{aligned} \quad (10)$$

Было показано, что для любых нечетных множеств избирателей существует *двухпалатное ядро*, т.е. множество всех x , таких, что не существует $y \in X$, такого, что $y > x$.

Примечательно, что если существует более двух множеств избирателей и альтернатива требует поддержки более чем половины избирателей из каждого множества, то в общем случае любая альтернатива может являться устойчивым статус-кво.

3. МОДЕЛИ ГОЛОСОВАНИЯ ПРИ БОЛЕЕ ОБЩИХ ПРЕДПОЛОЖЕНИЯХ

Исследованию различных модификаций теоретико-игровой модели голосования посвящен значительный объем литературы. Будем предполагать, что предпочтения избирателей являются евклидовыми.

3.1. Большое число кандидатов и порядок ходов. При $K > 2$ равновесий в одновременной модели голосования с честными избирателями и евклидовыми предпочтениями, как правило, не существует. При континууме избирателей исключение составляет одномерный случай при равномерной плотности распределения наилучших альтернатив избирателей (см. (Eaton, Lipsey, 1975)) и $K \neq 3$. При $n \geq 2$ равновесия не существует, что подтверждено аналитически для $K = 3$ (Shaked, 1975), а также численными методами (Eaton, Lipsey, 1975, Lomborg, 2006).

Достаточно общий результат несуществования равновесия для N кандидатов был получен М. Осборном (Osborne, 1995a, 1995b). Он рассмотрел задачу, в которой каждый кандидат имеет возможность отказаться от участия в выборах. Предполагается, что полезность при отказе от участия в выборах выше, чем при проигрыше. Формально рассматривается одновременная игра между K кандидатами, в которой множество стратегий каждого кандидата есть $[0, 1] \cup \{\text{out}\}$, а выигрыш –

$$G_i = \begin{cases} V_i - \max_{j \neq i} V_j, & y_j \neq \text{out}, \\ -\epsilon, & y_i = \text{out}, \end{cases} \quad (11)$$

где ϵ – небольшое число; $\{\text{out}\}$ – отказ от участия в выборах. М. Осборн доказал, что при $K \geq 3$ почти для всех распределений наилучших альтернатив избирателей равновесия Нэша в данной игре не существует.

Целое семейство работ посвящено анализу моделей, в которых некоторые политические агенты имеют возможность выбирать политическую платформу на более позднем этапе, зная, какие платформы были выбраны другими агентами. Классической постановкой является двухэтапная игра с тремя кандидатами, в которой на первом этапе кандидаты 1 и 2 выбирают позиции $y_1, y_2 \in X = [0, 1]$, а на втором этапе – кандидат 3. Выигрыш кандидата равен доле полученных им голосов. В состоянии равновесия при равномерной плотности распределения наилучших альтер-

натив избирателей имеем $y_1 = 0.25, y_2 = 0.75, y_3 = 0.5$. Таким образом, наличие третьего кандидата привело к тому, что кандидаты 1 и 2 выбрали разные политические платформы⁵.

При неравномерной плотности в предыдущем примере нахождение равновесия более сложно. В работах (Palfrey, 1984; Weber, 1990), где данная задача рассматривалась при симметричной плотности и в общем случае, пришлось использовать концепции равновесия, отличные от равновесия Нэша.

Дж. Гринберг и К. Шепсли (Greenberg, Shepsle, 1987) исследовали следующую задачу: могут ли K кандидатов, действуя сообща, заблокировать вхождение $K + 1$ кандидата, т.е. формально была взята игра с функцией успеха

$$G_i = \begin{cases} 1, & V_{K+1} < \min_{j \leq K} V_j, \\ 0, & V_{K+1} \geq \min_{j \leq K} V_j, \end{cases} \quad (12)$$

$i \leq K, G_{K+1} = 1 - G_1$. При этом был определен континуум избирателей и $n = 1$. Кандидат $K + 1$ последним выбирает свою позицию.

Авторами было показано, что для всех $K \geq 2$ существуют такие распределения наилучших альтернатив избирателей, что K -равновесия (т.е. равновесия в игре с выигрышами (12)) не существует.

Ш. Вебер и Р. Коуэн (Weber, 1990; Cohen, 1987) попытались дать ответ на вопрос: какие ограничения на распределение наилучших альтернатив избирателей гарантируют существование равновесия? В первой работе было показано, что при конечном числе избирателей равновесие существует, если $2K + 1 \geq N$, где N — число избирателей. Во второй работе были получены условия существования K -равновесия при симметричном распределении наилучших альтернатив избирателей. Было показано, что достаточным условием существования K -равновесия является существование равновесия в модели Полфрей (Palfrey, 1984). Интуитивно это понятно, так как если кандидаты 1 и 2 блокируют вхождение кандидата 3 в равновесии Нэша, то они смогут сделать это и в том случае, когда имеют возможность координировать свои действия.

Теоретико-игровое взаимодействие нескольких кандидатов в модели голосования анализировалось в работах (Osborne, 2000; Chisik, Lemke, 2004). Сравнительно новым направлением в исследовании динамического взаимодействия в задаче голосования является использование численных методов (Laver, 2005; Laver, Schilperoord, 2006; Kollman, Miller, Page, 1998).

3.2. Политическая мотивированность кандидатов. Один из наиболее естественных способов обобщить модель голосования — предположить, что политический агент заинтересован не только в победе на выборах, но и в реализации какой-то конкретной политической программы. Такое предположение является уместным по ряду причин. Политическая партия в демократической стране — сложный механизм, действия которого отражают интересы как профессиональных политиков, заинтересованных в первую очередь в занятии должности и карьерном росте, так и рядовых партийных активистов, по сути принадлежащих к числу избирателей и желающих, чтобы политическая платформа партии соответствовала их интересам⁶.

Другая причина может состоять в том, что с позицией политической партии или кандидата могут быть связаны определенные ожидания. Если политическая платформа кандидата или партии слишком сильно отклоняется от ожидаемой, то кандидат или партия может потерять часть доверия избирателей. Наконец, могут существовать группы влияния, или лобби, в чьей поддержке могут нуждаться партия или кандидат. Каждая группа влияния тоже заинтересована в реализации той или иной политики. Впервые такие модели были рассмотрены в работах (Wittman, 1983; Calvert, 1985).

Для $K = 2$ предположение о политической мотивированности кандидатов можно формализовать как

$$U_i = \lambda(G_i u_{ii}^c + G_{-i} u_{i,-i}^c) + (1 - \lambda)G_i, \quad (13)$$

где величина G_i интерпретируется как вероятность победы кандидата i ; u_{ij}^c — выигрыш кандидата i от реализации политической платформы, предложенной кандидатом j ; λ — величина, отра-

⁵ Этот пример известен по крайней мере из работ (Chamberlain, 1933; Smithies, 1941).

⁶ Обзор литературы на эту тему можно встретить в (Wittman, 1990).

жающая важность оспариваемой должности для кандидата. Как правило, предполагается, что предпочтения кандидатов относительно политики являются евклидовыми:

$$u_{ij}^c = -\psi(\|a_i - y_j\|), \quad (14)$$

где a_i — наилучшая альтернатива для кандидата i .

Выбор политической платформы рядом с медианным избирателем увеличивает вероятность победы кандидата на выборах, но снижает его выигрыш в случае победы. При мажоритарной системе голосования в равновесии оба кандидата выберут идеальную политику медианного избирателя, так как функция G_i не является непрерывной по y_i, y_{-i} . При пропорциональной системе политические платформы кандидатов будут разными, при выполнении определенных условий на функцию $\psi(\cdot)$ (Wittman, 1990).

Наиболее очевидное слабое место подобных моделей состоит в том, что победивший кандидат i будет иметь желание нарушить предвыборное обещание и реализовать политику a_i вместо обещанной им политической платформы y_i (Alesina, 1988). Если избиратели рациональны, то они не будут ожидать от кандидата никакой другой политики.

Критика в адрес моделей с политической мотивацией кандидатов привела к появлению моделей “гражданин–кандидат”, начиная с работ (Besley, Coate, 1997; Osborne, Slivinski, 1996). В таких моделях предполагается, что победивший кандидат всегда реализует свою наилучшую альтернативу и что этот факт известен избирателям. При этом эндогенным является само множество кандидатов. Любой избиратель может стать кандидатом, понеся при этом определенные издержки. Нас интересует, при каком числе и составе кандидатов не существует избирателя, который может улучшить свое благосостояние, став кандидатом.

Рассмотрим модель, предложенную в (Osborne, Slivinski, 1996). Существует континуум избирателей с наилучшими альтернативами, распределенными на интервале $[0, 1]$. Стратегия каждого избирателя в одноэтапной игре — становится или не становится кандидатом. После того как каждый избиратель решил, выдвигаться ему или нет, происходит честное голосование. Победитель определяется по мажоритарной системе (5). В случае победы на выборах выигрыш кандидата с наилучшей альтернативой a —

$$U(a) = \frac{b}{L} - |a - y| - c, \quad (15)$$

в случае поражения —

$$U(a) = -|a - y| - c. \quad (16)$$

Здесь y — наилучшая альтернатива победившего кандидата; c — издержки, связанные с выдвижением в кандидаты; b — дополнительный выигрыш от победы на выборах; L — число кандидатов, набравших максимальное количество голосов. Выигрыш простого избирателя составляет

$$u(a) = -|a - y|. \quad (17)$$

Можно сделать несколько наблюдений. При достаточно высокой стоимости участия в выборах ($b \leq 2c$) возможно существование только одного кандидата с медианной наилучшей альтернативой. Возможны и равновесия с двумя (при $c < 1/3 + b/2$) или тремя (при $c < 2/3$) кандидатами.

В равновесии с двумя кандидатами должны удовлетворяться три условия. Во-первых, позиции кандидатов не должны быть слишком удалены друг от друга (иначе потенциальный кандидат с промежуточной позицией может победить на выборах). Во-вторых, позиции кандидатов не должны быть слишком близки, так как одному из кандидатов будет выгодно отказаться от участия в избирательной кампании. В-третьих, оба кандидата должны набрать одинаковую долю голосов.

В работе Т. Бизли и Ш. Коута (Besley, Coate, 1997) исследовалась аналогичная задача, но при более общих предположениях — стратегическом голосовании и предпочтениях общего вида. При стратегическом голосовании возможен более широкий спектр равновесий, так как сокращается угроза возникновения и победы на выборах кандидата с промежуточной позицией.

3.3. Личные характеристики кандидатов. В рассмотренных выше моделях голосования предполагалось, что при честном голосовании избиратель всегда отдает свой голос кандидату, чья политическая платформа ближе к наилучшей альтернативе избирателя. Начиная с работы Д. Стокса (Stokes, 1963), неоднократно отмечалось, что такая постановка является недостаточно общей. Например, кандидат, ранее занимавший должность, на которую он избирается, имеет некоторое

преимущество перед своим конкурентом в глазах всех избирателей (конечно же, при условии, что ему удалось хорошо себя проявить). В числе других причин, по которым у одного из кандидатов может быть подобное преимущество — это “раскрученность”, харизма, опыт работы, плохая репутация оппонента и т.д. (Groseclose, Timothy, 2001). Совокупность таких факторов принято называть *валентностью* или *политическим весом* кандидатов (*candidate valence* в англоязычной литературе).

Разная валентность кандидатов при евклидовых предпочтениях избирателей предполагает следующую модификацию модели голосования:

$$p_{ij} = \begin{cases} 0, & u_{ij} \neq \max_k u_{ik}, \\ 1/(\#\{l | u_{il} = \max_k u_{ik}\}), & u_{ij} = \max_k u_{ik}, \end{cases} \quad (18)$$

где

$$u_{ij} = e_j - \phi(\|v_i - y_j\|). \quad (19)$$

Здесь e_j — величина, отражающая валентность кандидата j , v_i — наилучшая альтернатива избирателя i , y_j — политическая платформа кандидата j . В такой модели кандидат, обладающий более высоким e , имеет двойное преимущество. Во-первых (рассматривается случай с $K = 2$ и $n = 1$), позиция безразличного избирателя ближе к позиции кандидата с более высоким e . Во-вторых, у такого кандидата выше предельное влияние его позиции на позицию безразличного избирателя.

Легко убедиться, что при $K = 2$ и мажоритарной системе в такой игре не существует равновесия в чистых стратегиях, либо оно является вырожденным. В таком равновесии кандидат, обладающий большей e , может выбрать альтернативу, при которой он побеждает с вероятностью 1 — независимо от того, какую альтернативу выбрал его соперник. Ш. Ансолабере и Дж. Снайдер (Ansolabehere, Snyder, 2000) получили условие существования такого равновесия, а Э. Арагонес и Т. Полфри (Aragones, Palfrey, 2002) исследовали смешанное равновесие в такой игре.

Отсутствие равновесия в чистых стратегиях в игре голосования указывает на необходимость более адекватного модельного описания мотивации избирателей и кандидатов. В работе (Groseclose, 2001) рассмотрена комбинированная модель с континуумом избирателей, в которой $X = [0, 1]$ при предпочтениях избирателей (18) и выигрышах кандидатов (13). При этом предполагалось, что $e_2 = 0, e_1 > 0, a_1 = 0, a_2 = 1$. Авторы показали, что при достаточно большом значении λ равновесие существует. При этом дистанция $|y_1 - y_2|$ между равновесными позициями кандидатов возрастала с величиной e_1 . В целом следует ожидать, что равновесная позиция кандидата 1 (имеющего преимущество в валентности) будет более близка к наилучшей альтернативе медианного избирателя.

Расхождение равновесных позиций кандидатов наблюдается и в моделях голосования с эндогенной валентностью кандидатов. В модели Скофильда (Schofield, 2003) рассматривался случай, в котором валентность кандидатов являлась продуктом деятельности групп влияния, заинтересованных в реализации той или иной политики. Предполагается, что объем поддержки, которую группа влияния оказывает кандидату, зависит от расстояния между политической платформой кандидата и наилучшей политикой для этой группы влияния. Таким образом, при определенных условиях кандидат может выбрать позицию, более близкую к позиции той или иной группы влияния и отличную от позиции медианного избирателя.

Другой подход к эндогенизации валентности кандидатов был предложен А. Захаровым (Zakharov, 2005). Он предположил, что валентности кандидатов являются результатом их собственной деятельности во время предвыборной кампании (например, предвыборной агитации или поиска компромата против соперника). В его работе была рассмотрена двухэтапная игра между двумя кандидатами. На первом этапе кандидаты выбирали политические платформы $y_1, y_2 \in \mathbf{R}$, а на втором этапе — количество средств, которое следует затратить на увеличение своей валентности. Таким образом, выигрыш кандидата i составляет⁷

$$U_i = V_i - c(e_i), \quad (20)$$

где e_i — валентность кандидата, $c(\cdot)$ — вогнутая функция издержек. При этом голосование происходит согласно правилу (18).

⁷ Для простоты анализа было предположено, что избирательная система является пропорциональной.

Автор рассматривал модель с континуумом избирателей с наилучшими альтернативами, распределенными на отрезке $[0, 1]$ с дифференцируемой плотностью $f(\cdot)$. Было показано, что при существовании равновесия Нэша в чистых стратегиях равновесные позиции кандидатов будут различаться. Причина расхождения состоит в том, что равновесные расходы на приобретение валентности убывают с дистанцией $|y_1 - y_2|$. В крайнем случае, когда $y_1 = y_2$, любое превосходство в валентности приводит к гарантированному выигрышу для кандидата. В таком случае в подыгре, в которой кандидаты одновременно выбирают e_1, e_2 , равновесия существовать не будет. Таким образом, кандидатам может быть выгодно до некоторой степени дистанцировать свои политические платформы для того, чтобы избежать чрезмерных затрат на приобретение валентности.

3.4. Неполная явка избирателей. Моделирование электоральной активности при стратегических избирателях представляется сложной задачей, так как вероятность того, что каждый отдельно взятый избиратель сможет оказать влияние на итог выборов, крайне мала (Palfrey, Rosenthal, 1983, 1985; Ledyard, 1981, 1984). Если голосование связано с положительными издержками, то избиратель предпочтет воздержаться. Более перспективной кажется возможность экзогенно ограничить выбор избирателя. Следующие два предположения являются общепризнанными.

1. При гипотезе безразличия предполагается, что

$$p_{ij} = \begin{cases} 0, & u_i(y_j) - c < \max_{k \neq j} u_i(y_k), \\ 1, & u_i(y_j) - c \geq \max_{k \neq j} u_i(y_k). \end{cases} \quad (21)$$

2. При гипотезе отчуждения предполагается, что

$$p_{ij} = \begin{cases} 0, & u_i(y_j) < \max\{\max_{k \neq j} u_i(y_k), d\}, \\ 1/(\#\{l | u_i(y_l) = u_i(y_j)\}), & u_i(y_j) \geq \max\{\max_{k \neq j} u_i(y_k), d\}. \end{cases} \quad (22)$$

Можно показать, что при гипотезе безразличия избирателей $n = 1$ и $K = 2$ позиции политических агентов сходятся к медианному избирателю, а при гипотезе отчуждения — их равновесные позиции могут расходиться (Davis, Hinich, Ordeshook, 1970).

4. ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МОДЕЛИ ГОЛОСОВАНИЯ

Отсутствие транзитивности в детерминистических моделях голосования привело к появлению в 1970-е годы вероятностных моделей голосования. Основное предположение таких моделей состоит в том, что кандидат не может точно предугадать, какой эффект выбираемая им политическая платформа окажет на выбор того или иного избирателя. Таким образом, с точки зрения кандидата действие избирателя — случайная величина, зависящая от наилучшей альтернативы избирателя, политических платформ всех кандидатов, а также от прочих факторов. Доля голосов, получаемых кандидатом, также является случайной величиной⁸.

Найдено несколько причин такой неопределенности. На любых выборах основными источниками информации кандидатов будут опросы общественного мнения, подверженные статистической ошибке. Мнение избирателя относительно кандидата формируется не только на основе предлагаемой кандидатом политической платформы или идеологии кандидата, но и исходя из таких субъективных факторов, как восприятие избирателем компетентности кандидата или простой привлекательности кандидата.

Кандидат не может прогнозировать, как изменение его политической платформы повлияет на решение того или иного избирателя. Скорее, кандидаты рассматривают электорат как несколько однородных групп избирателей, каждая из которых с определенной вероятностью проголосует за того или иного кандидата или не проголосует вовсе. Эти вероятности зависят от политических платформ кандидатов.

Вероятностные модели голосования подразумевают существование равновесия, в котором все кандидаты выбирают одинаковые политические платформы. Анализ таких моделей, как правило, призван ответить на один из трех вопросов. Во-первых, какой будет политическая платформа, выбираемая в таком сходящемся равновесии? Во-вторых, при каких условиях существует

⁸ Можно рассмотреть и обратный случай, когда избиратели не осведомлены о платформе кандидатов (McKelvey, Ordeshook, 1986; Grofman, Withers, 1993).

локальное или глобальное сходящееся равновесие? В-третьих, существуют ли еще какие-нибудь равновесия?

Работа (Hinich, Ledyard, Ordeshook, 1972) была одной из первых, исследовавших равновесие в игре между двумя кандидатами с вероятностным голосованием. При N избирателях ожидаемая доля голосов, получаемых кандидатом j , имеет вид

$$V_j = \sum_{i=1}^N p_{ij}. \quad (23)$$

Обозначим через u_{ij} полезность избирателя i в случае победы на выборах кандидата j . Тогда, если:

- 1) u_{ij} непрерывна и вогнута по y_j ,
- 2) p_{ij} не убывает и вогнута по u_{ij} , не убывает и выпукла по $u_{i,-j}$, где индекс $-j$ обозначает другого кандидата,
- 3) $p_{ij}(u_{ij}, u_{i,-j}) = p_{i,-j}(u_{i,-j}, u_{ij})$,

то в игре с выигрышами игроков (23) существует единственное равновесие Нэша в чистых стратегиях, в котором $y_1^* = y_2^* = y^*$. Это утверждение является следствием существования равновесия Нэша для определенного класса непрерывных игр.

При выполнении некоторых условий в полученном сходящемся равновесии y^* максимизируется суммарная полезность избирателей. Пусть предпочтения избирателей заданы как $u_{ij} = -\phi(\|v_i - y_j\|)$ при

$$p_{ij} = P(u_{ij} - u_{i,-j}). \quad (24)$$

Тогда при $y_1 = y_2 = y$ условия первого порядка в задаче кандидата 1 имеют вид:

$$\frac{\partial V_1}{\partial y_1} = P(0) \sum_{i=1}^K \frac{\partial \phi(\|v_i - y\|)}{\partial y} = 0, \quad (25)$$

что совпадает с условиями первого порядка для политики, максимизирующей суммарное благосостояние избирателей. Наиболее часто в литературе рассматривается случай, когда $\phi(x) = x^2$. Легко показать, что в равновесии

$$y^* = y_1^* = y_2^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i, \quad (26)$$

т.е. оба кандидата выбирают политические платформы, соответствующие средневзвешенным наилучшим альтернативам избирателей. Интуитивно, этот результат понятен. Предельное влияние y_1 на u_{i1} возрастает с $\|v_i - y_1\|$. Таким образом, если $y_1 = y_2$, то p_{i1} тем более чувствительна к изменениям y_1 , чем больше $\|v_i - y_1\|$. Следовательно, кандидаты с большим весом учитывают позиции избирателей с более удаленными наилучшими альтернативами. Если полезность избирателя квадратична по $\|v_i - y_1\|$, то вес избирателя линейно зависит от $\|v_i - y_1\|$.

Т.-М. Лин, Дж. Энеллоу и Х. Доруссен (Lin, Enelow, Dorussen, 1999) показали, что данный результат сохраняется для произвольного числа кандидатов. Аналогичные результаты для других моделей были получены в работах (Coughlin, Nitzan, 1981a, 1981b; Lindback, Weibull, 1987). В более общей постановке (при стратегических избирателях) этот результат был получен в (McKelvey, Patty, 2006).

Для существования сходящегося равновесия необходимо, чтобы вероятность p_{ij} была вогнута по u_{ij} . Очевидно, что это условие не может выполняться для всех возможных значений y_j . Таким образом, один из подходов к анализу вероятностных моделей типа (24) — нахождение условий, при которых функция $P(u_{ij} - u_{i,-j})$ вогнута в точке $P(0)$, что должно обеспечить существование локального равновесия Нэша. Дальнейшей (и более сложной) задачей является нахождение условий, при которых равновесие также будет глобальным.

Н. Скофильд (Schofield, 2006) рассмотрел одновременную игру между K кандидатами. Предполагалось, что полезность избирателя i при победе кандидата j составляет

$$u_{ij} = \lambda_j + \epsilon_{ij} - \|y_j - v_i\|^2, \quad (27)$$

где λ_j – величина, отражающая восприятие избирателями личных характеристик кандидата j ; ϵ_{ij} – независимые случайные величины с функцией распределения $F(h) = \exp(-\exp(-h))$. Предполагается, что избиратель i голосует, максимизируя u_{ij} . Н. Скофильдом были получены условия существования локального сходящегося равновесия Нэша. Для случая с $n = 1$, $K = 2$ и произвольного распределения величин ϵ , эти условия приобретают вид

$$2|f'(0)|D_v < f(0), \quad (28)$$

где $f(\cdot)$ – плотность распределения $F(\cdot)$, D_v – дисперсия наилучших альтернатив кандидатов. Видно, что равновесие существует, если $f(0)/D_v$ достаточно велико, т.е. если модель достаточно далека от детерминистической. Однако это условие не является достаточным: при ϵ , равномерно распределенной на отрезке $[-a, a]$, u^* всегда будет локальным равновесием – при достаточно малой a оно уже не будет глобальным равновесием.

Получение условий глобальности равновесия u^* – сложная задача. Для частных случаев (два избирателя с разной массой) эти условия были получены, в частности, в (Enelow, Hinich, 1982; Zakharov, 2006).

5. ЭМПИРИЧЕСКИЙ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ МОДЕЛЕЙ ГОЛОСОВАНИЯ

Для эмпирической проверки пространственной модели голосования необходимо иметь выборку избирателей, в которой для каждого избирателя известна как его наилучшая альтернатива, так и кандидат, за которого он проголосовал. При наличии этих данных можно оценить логит- или пробит-модель множественного выбора со следующей полезностью:

$$u_{ij} = e_j + \beta d_{ij}^\gamma + \epsilon_{ij}, \quad (29)$$

где u_{ij} – выигрыш избирателя в случае победы кандидата j , d_{ij} – евклидово расстояние между позицией кандидата j и избирателя i (независимая переменная), e_j – валентность кандидата j (зависимая переменная), β – зависимая переменная, γ – константа (как правило, предполагается $\gamma = 1$ или $\gamma = 2$)⁹, ϵ_{ij} – случайная величина с нулевым математическим ожиданием. Предполагается, что избиратель i отдал голос за кандидата k , такого, что

$$u_{ik} = \max_j u_{ij}. \quad (30)$$

Наиболее сложную задачу представляет определение величин d_{ij} . Для того чтобы получить эти величины, необходимо иметь количественные оценки политических платформ кандидатов и наилучших альтернатив избирателей. В зависимости от характера имеющихся опросных данных возможны разные подходы к решению этой проблемы.

При первом подходе необходимо провести опрос, в котором респонденты дают одномерную количественную оценку каждому кандидату. Координаты наилучших альтернатив каждого избирателя и кандидата выбираются таким образом, чтобы минимизировать суммарное квадратичное отклонение

$$D = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^K \left(d_{ij}^* - \left(\sum_{k=1}^n (v_{ik} - v_{jk})^2 \right)^{1/2} \right)^2, \quad (31)$$

где $d_{ij}^* \in [0, 1]$ – оценка, данная избирателем i кандидату j (0 – наиболее благоприятная, 1 – наименее благоприятная), v_{ik} – оценка позиции избирателя i по измерению k , v_{jk} – оценка позиции кандидата j по измерению k , N – число избирателей в выборке, K – число кандидатов, n – число измерений пространства, в котором мы определяем позиции избирателей и кандидатов.

Такая методика применялась во многих ранних работах (например (Rabinowitz, 1978; Poole, 1981; Poole, Daniels, 1985)). К. Пуль и Г. Розенталь (Poole, Rosenthal, 1984) впервые использовали полученные таким образом данные для оценки модели типа (29). Они исследовали данные двухэтапного опроса, который делался во время президентских кампаний 1968, 1972, 1976 и 1980 гг.

⁹ Оценка коэффициента γ затруднительна, так как функция правдоподобия не будет вогнутой (Poole, Rosenthal, 1984).

Коэффициенты корреляции между d_{ij}^* и оцененными d_{ij}

n	1972	1976
1	0.428	0.329
2	0.601	0.475

Первый этап проводился до выборов; респондент должен был дать оценку каждому кандидату на пост президента США, а также ряду ведущих политиков, не баллотирующихся на этот пост. Второй этап состоялся после выборов; респондент должен был сказать, за кого в итоге он проголосовал.

Авторы показали, что позиции кандидатов поляризованы сильнее, чем позиции большинства избирателей¹⁰. При этом значительная доля различий в позициях кандидатов и избирателей может быть объяснена в рамках 1–2-мерной модели (см. таблицу).

Второй подход к оценке расстояний d_{ij} требует проведения опроса, в котором каждый респондент дает количественные ответы на большое число вопросов, определяющих его отношение к различным аспектам политических платформ потенциальных кандидатов. Например, вопрос “Согласны ли вы с утверждением, что налоги необходимо повысить?” может допускать ответ от 1 (категорически не согласен) до 7 (полностью согласен).

Из большого числа вопросов в анкете исследователь, как правило, отбирает несколько, которые он считает наиболее важными для определения пространственной позиции избирателя. Далее к ответам избирателей на отобранные исследователем вопросы применяются методы факторного анализа. В итоге получится множество наилучших альтернатив избирателей; как правило, размерность этого множества равна 2, реже 1.

Для оценки позиций кандидатов или политических партий необходимо оценить позицию кандидата или партии по каждому из отобранных исследователем вопросов. Например, нескольким экспертам может быть задан вопрос: “Согласны ли вы с тем, что кандидат X в случае победы на выборах повысит налоги” при возможных вариантах ответа от 1 (совершенно не согласен) до 7 (полностью согласен). Позиция кандидата оценивается как сумма усредненных ответов экспертов, умноженных на соответствующие факторные нагрузки.

Целый цикл работ (Schofield, Sened, 2005; Schofield, 2006; и др.) основан на данных опросов, проведенных в Израиле после парламентских выборов 1992 и 1996 гг. Из анкеты было отобрано 25 вопросов; двумерное множество наилучших альтернатив было получено в результате факторного анализа ответов.

В работе (Schofield, 2006) оценивалась логит-модель (29), но без обычного в этом случае ограничения $e_i = e$. Автор получил оценки \hat{e}_i от -4.52 до 4.95 и $\hat{\beta} = 1.12$, при том, что наилучшие альтернативы избирателей и позиции кандидатов располагались в интервале $[-2, 2]$ по обоим измерениям. Далее автор использовал эти оценки для численного моделирования локальных равновесий Нэша при полученном из опроса множестве наилучших альтернатив избирателей. В таком равновесии партии с высокой валентностью занимают позиции ближе к центру распределения наилучших альтернатив избирателей, в то время как позиции партий с низкой валентностью находятся ближе к периферии. Этот результат расходится с оценками позиций политических партий, найденными экспертным путем. В частности, в реальности позиции партий (даже с высокой валентностью) значительно удалены друг от друга. Аналогичный результат был получен ранее в (Schofield, Sened, Nixon, 1998).

К. Квинн, А. Мартин и А. Уитфорд (Quinn, Martin, Whitford, 1999) оценивали наилучшие альтернативы избирателей на основе результатов опроса Eurobarometer-11, проведенного в 1979 г. Центром эмпирических общественных исследований Колонского университета¹¹. Позиции по-

¹⁰ Возможное объяснение этому расхождению – существование групп специнтересов (промышленных лобби, профсоюзов), влияющих на политические позиции кандидатов. Исследование К. Пуля (Poole, 1981) показало, что позиции таких групп поляризованы еще сильнее.

¹¹ Всего использовалось семь вопросов. Исследовался электорат в Великобритании и Нидерландах.

литических партий определялись на основе опроса политических элит, содержащего аналогичные вопросы. Полученные результаты были использованы для анализа обобщенной модели

$$u_{ij} = \beta d_{ij}' + \eta x_i + \epsilon_{ij}, \quad (32)$$

где x_i — вектор индивидуальных характеристик избирателя, не зависящих от кандидата j .

В своей работе авторы поставили вопрос: что лучше объясняет выбор избирателя — его пространственные характеристики (отраженные в величинах d_{ij}) или его принадлежность к той или иной социальной группе. В частности, в вектор x_i входили фиктивные переменные, отражающие вид занятости респондента (физический или интеллектуальный труд) и его отношение к религии, и доход избирателя. Логит- и пробит-модель множественного выбора (32) была оценена для трех случаев: при $\eta = 0$, при $\beta = 0$ и без ограничений.

Модель с ограничением $\eta = 0$ показала лучший результат, чем модель с $\beta = 0$. В модели без ограничений значимыми были оба коэффициента — β и η . Авторы сделали вывод, что политическая платформа партии больше влияет на выбор избирателя, чем идентификация партии с социальной группой, к которой принадлежит избиратель.

Аналогичные исследования были проведены для Великобритании (Alvarez, Nagler, 1998; Alvarez, Michael, Nagler, Bowler, 2000), США (Schofield, Miller, Martin, 2003; Adams, Merrill, 2005) и для других стран.

Дж. Адамс, Дж. Доу и С. Меррилл (Adams, Dow, Merrill, 2006) и Д. Лэйси и Б. Берден (Lacy, Burden, 1999) исследовали обобщение модели (29), допускающее неявку избирателей в силу безразличия или отчуждения. М. Алварез, Ш. Нэглер и С. Боулер (Alvarez, Nagler, Bowler, 2000) анализировали парламентские выборы 1987 г. в Великобритании на предмет стратегического голосования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данном обзоре представлены основные результаты теории голосования в рамках единой модели. К сожалению, за рамками статьи осталось довольно много интересных работ в этой и смежной областях. Во-первых, существуют разнообразные модели взаимодействия кандидатов и групп влияния (большое внимание этой теме уделено в (Person, Tabellini, 2000)). Во-вторых, часть литературы, исследующей устойчивость федеративных государственных структур, использует тот же инструментарий, что и модели голосования (см., например (Bogomolnaya, Breton, Savvateev, Weber, 2006)). В-третьих, большой объем литературы посвящен принятию решений законодательными органами в ходе коалиционного торга, когда непринятие решения может привести к роспуску парламента и новым выборам. Классическими работами в этой области считаются работы (Baron, Ferejohn, 1989; Austen-Smith, Banks, 1988)¹². В-четвертых, устойчивость принимаемых решений (как в случае наличия чемпиона Кондорсе, так и в случае его отсутствия) можно исследовать экспериментально (McKelvey, Ordeshook, 1990).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Айзерман М.А. (1981): Динамические аспекты теории голосования (обзор) // *Автоматика и телемеханика*. № 12.
- Алескеров Ф.Т., Благовещенский Н.Ю., Сатаров Г.А., Соколова А.В., Якуба В.И. (2005): Согласованность и влияние групп и фракций в Государственной думе третьего созыва по заданной тематике вопросов. Препринт WP7/2005/06. М.: ВШЭ—ГУ.
- Алескеров Ф.Т., Хабина Э.Л., Шварц Д.А. (2006): Бинарные отношения, графы и коллективные решения. М.: ВШЭ—ГУ.
- Новиков С.Г. (1984): Об одной динамической задаче в теории голосования // *Автоматика и телемеханика*. № 1.
- Чеботарев П.Ю. (1984): О некоторых свойствах траектории в динамической задаче голосования // *Автоматика и телемеханика*. № 5.

¹² Различные концепции коалиционно устойчивых при евклидовых предпочтениях политических агентов решений были предложены Лэвером и Шепсли (Laver, Shepsle, 1990) и Скофильдом (Schofield, 1997). Способность различных коалиций влиять на принимаемые решения можно попытаться измерить численно, при помощи различных индексов влияния (Алескеров, Хабина, Шварц, 2006).

- Adams J., Merrill S. III** (2005): Candidates' Policy Platforms and Election Outcomes: The Three Faces of Policy Representation // *European J. of Polit. Research*. Vol. 44. № 6.
- Adams J., Dow J., Merrill S. III** (2006): The Political Consequences of Alienation-Based and Indifference-Based Voter Abstention: Applications to Presidential Elections // *Polit. Behavior*. Vol. 28. № 1.
- Alesina A.** (1988): Credibility and Policy Convergence in a Two-Party System with Rational Voters // *American Econ. Rev.* Vol. 78. № 4.
- Alvarez M., Nagler J.** (1998): When Politics and Models Collide: Estimating Models of Multiparty Elections // *American J. of Polit. Science*. Vol. 42. № 1.
- Alvarez M., Nagler J.** (2000): A New Approach for Modeling Strategic Voting in Multiparty Elections // *British J. of Polit. Science*. Vol. 30. № 1.
- Alvarez M., Nagler J., Bowler S.** (2000): Issues, Economics, and Dynamics of Multiparty Elections: The British 1987 General Elections // *The American Polit. Science Rev.* Vol. 94. № 1.
- Ansolabehere S., Snyder J.M. Jr.** (2000): Valence Politics and Equilibrium in Spatial Elections Model // *Public Choice*. № 103.
- Aragones E., Palfrey T.R.** (2002): Mixed Equilibrium in a Downspin Model with a Favored Candidate // *J. of Econ. Theory*. Vol. 103. № 1.
- Austen-Smith D., Banks J.** (1988): Elections, Coalition, and Legislative Outcomes // *American Polit. Science Rev.* Vol. 82. № 2.
- Baron D., Ferejohn J.** (1989): Bargaining in Legislatures // *The American Polit. Science Rev.* Vol. 83. № 4.
- Besley T., Coate S.** (1997): An Economic Model of Representational Democracy // *Quart. J. of Econ.* № 112.
- Bianco W.T., Lynch M.S., Miller G.J., Sened I.** (2006): A Theory Waiting to be Discovered and Used: A Reanalysis of Canonical Experiments on Majority Rule Decision Making // *J. of Politics*. Vol. 68. № 4.
- Black D.** (1958): *The Theory of Committees and Elections*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Bogomolnaya A., Breton M.L., Savvateev A.V., Weber S.** (2006): Stability of Jurisdiction Structures under the Equal Share and Median Rules // *Econ. Theory*. Vol. 34. № 3.
- Buchanan J.M.** (1968): *The Demand and Supply of Public Goods*. Chicago: Rand McNelly.
- Calvert R.** (1985): Robustness of Multidimensional Voting Model: Candidate Motivations, Uncertainty and Convergence // *American J. of Polit. Science*. № 29.
- Caplin A., Nalebuff B.** (1988): On the 64% Majority Rule // *Econometrica*. Vol. 56. № 4.
- Chamberlain Ed.** (1933): *The Theory of Monopolistic Competition*. Cambridge: Harvard University Press.
- Chisik R.A., Lemke R.J.** (2004): When Winning is the Only Thing: Pure Strategy Nash Equilibria in a Three-Candidate Spatial Voting Model. Unpublished manuscript.
- Cohen L.** (1979): Cyclic Sets in Multidimensional Voting Models // *J. of Econ. Theory*. № 20.
- Cohen R.N.** (1987): Symmetric 2-Equilibria of Unimodal Voter Distribution Curves. Boston: Harvard University. Unpublished manuscript.
- Coughlin P., Nitzan S.** (1981a): Directional and Local Electoral Equilibria with Probabilistic Voting // *J. of Econ. Theory*. № 24.
- Coughlin P., Nitzan S.** (1981b): Electoral Outcomes with Probabilistic Voting and Nash Social Welfare Maxima // *J. of Public Econ*. Vol. 15.
- Coughlin P.** (1992): *Probabilistic Voting Theory*. Cambridge: Cambridge University Press.
- d'Aspermont C., Gabszewicz J.J., Thisse J.-Fr.** (1979): On Hotelling's "Stability in competitions" // *Econometrica*. Vol. 47. № 5.
- Davis O.A., Hinich M.J., Ordeshook P.C.** (1970): An Expository Development of a Mathematical Model of the Electoral Process // *The American Polit. Science Rev.* № 64.
- Davis O.A., Hinich M.J., DeGroot M.H.** (1972): Social Preference Ordering and Majority Rule // *Econometrica*. Vol. 40. № 1.
- Downs A.** (1957): *An Economic Theory of Democracy*. N.-Y.: Harper & Row.
- Eaton C., Lipsey R.** (1975): The Principle of Minimum Differentiation Reconsidered: Some New Developments in the Theory of Spatial Competition // *Rev. of Econ. Studies*. № 42.
- Enelow J.M.** (1984): A Generalized Model of Voting One Issue at a Time with Application to Congress // *American J. of Polit. Science*. № 28.
- Enelow J.M., Hinich M.** (1982): Nonspatial Candidate Characteristics and Electoral Competition // *J. of Polit.* № 44.
- Enelow J.M., Hinich M.** (1983): Voting One Issue at a Time: The Question of Voter Forecasts // *American Polit. Science Rev.* № 77.
- Epple D., Kadane J.B.** (1990): Sequential Voting with Endogenous Voting Forecasts // *The American Polit. Science Rev.* Vol. 84. № 1.

- Greenberg J., Shepsle K.A.** (1987): The Effects of Electoral Rewards in Multiparty Competition with Entry // *American Polit. Science Rev.* № 81.
- Greenberg J.** (1979): Consistent Majority Rules over Compact Sets of Alternatives // *Econometrica*. Vol. 47. № 3.
- Groseclose T.** (2001): A Model of Candidate Location when One Candidate Has a Valence Advantage // *American J. of Polit. Science*. Vol. 45. № 5.
- Grofman B., Withers J.** (1993): Information-Pooling Models of Electoral Politics. In: B. Grofman (ed.) "Information, Participation, and Choice: An Economic Theory of Democracy in perspective". Ann Arbor: The University of Michigan Press.
- Grofman B., Owen G., Noviello N., Glazer Am.** (1987): Stability and Centrality of Legislative Choice in the Spatial Context // *The American Polit. Science Rev.* Vol. 81. № 2.
- Hammond Th.H., Miller G.J.** (1987): The Core of the Constitution // *The American Polit. Science Rev.* Vol. 81. № 4.
- Hinich M., Ledyard J., Ordeshook P.** (1972): Nonvoting and the Existence of Equilibrium under Majority Rule // *J. of Econ. Theory*. № 4.
- Hinich M.** (1978): The Mean Versus the Median in Spatial Voting Games. In: P. Ordeshook, (ed.) "Game Theory and Political Science". N.-Y.: New-York University Press.
- Hotelling H.** (1929): Stability in Competition // *The Econ. J.* № 39.
- Kollman K., Miller J.H., Page S.** (1998): Political Parties and Electoral Landscapes // *British J. of Polit. Science*. Vol. 28. № 1.
- Kramer G.** (1977): A Dynamic Model of Political Equilibrium // *J. of Econ. Theory*. № 16.
- Lacy D., Burden B.** (1999): The Vote-Stealing and Turnout Effects of Ross Perot in the 1992 U.S. Presidential Election // *American J. of Polit. Science*. № 43.
- Laver M., Shepsle K.** (1990): Coalitions and Cabinet Formation // *American Polit. Science Rev.* № 84.
- Laver M., Schilperoord M.** (2006): Spatial Models of Political Competition with Endogenous Political Parties. Unpublished manuscript.
- Laver M.** (2005): Policy and the Dynamics of Political Competition // *The American Polit. Science Rev.* Vol. 99. № 2.
- Ledyard J.** (1981): The Paradox of Voting and Candidate Competition: A General Equilibrium Analysis. In: G. Hornwisch, J. Quirk (eds.) "Essays in Contemporary Fields of Economics". West Lafayette: Purdue University Press.
- Ledyard J.** (1984): The Pure Theory of Large Two-Candidate Elections // *Public Choice*. № 44.
- Lin T.-M., Enelow J., Dorussen H.** (1999): Equilibrium in Multicandidate Probabilistic Spatial Voting // *Public Choice*. Vol. 98.
- Lindback A., Weibull J.W.** (1987): Balanced-Budget Redistributions as the Outcome of Political Competition // *Public Choice*. № 52.
- Lomborg B.** (2006): Adaptive Parties in Multidimensional System with Imperfect Information. Unpublished manuscript.
- McKelvey R., Patty J.** (2006): A Theory of Voting in Large Elections // *Games and Economic Behavior*. Vol. 57. № 1.
- McKelvey R., Ordeshook P.** (1986): Information, Electoral Equilibria, and the Democratic Ideal // *J. of Politics*. Vol. 48. № 4.
- McKelvey R., Ordeshook P.** (1990): A Decade of Experimental Research on Spatial Models. In: Enelow J.M., M.J. Hinich (eds.) "Advances in the Spatial Theory of Voting". Cambridge: Cambridge University Press.
- McKelvey R.** (1976): Intransitivities in Multidimensional Voting models and Some Implications for Agenda Control // *J. of Econ. Theory*. № 18.
- McKelvey R.** (1979): General Conditions for Global Intransitivities in Formal Voting Models // *Econometrica*. Vol. 47. № 5.
- McKelvey R.** (1986): Covering, Dominance, and Institution Free Properties of Social Choice // *American J. of Polit. Science*. № 30.
- Meltzer Al., Richard S.** (1981): A Rational Theory of the Size of Government // *J. of Polit. Economy*. Vol. 89. № 5.
- Miller N.R.** (1980): A New Solution Set for Tournaments and Majority Voting // *American J. of Polit. Science*. Vol. 24. № 1.
- Miller N.R.** (2006): In Search of the Uncovered Set. Unpublished manuscript.
- Myerson R.D., Weber R.J.** (1993): A Theory of Voting Equilibria // *American Polit. Science Rev.* Vol. 87. № 1.
- Nash J.** (1950): Equilibrium Points in n -Person Games // *Proceedings of the National Academy of Sciences*. № 36.
- Osborne M.J.** (1995a): Candidate Positioning and Entry in a Political Competition // *Games and Econ. Behavior*. № 5.

- Osborne M.J.** (1995b): Spatial Models of Political Competition under Plurality Rule: A Survey of Some Explanations of the Number of Candidates and the Positions They Take // *Canadian J. of Econ.* Vol. 28. № 2.
- Osborne M.J.** (2000): Entry-Deterring Policy Differentiation by Electoral Candidates // *Math. Social Sciences.* № 40.
- Osborne M.J., Slivinski Al.** (1996): A Model of Political Competition With Citizen-Candidates // *Quarterly J. of Econ.* № 111.
- Palfrey T.R., Rosenthal H.** (1983): A Strategic Calculus of Voting // *Public Choice.* № 41.
- Palfrey T.R., Rosenthal H.** (1985): Voter Participation and Strategic Uncertainty // *The American Polit. Science Rev.* № 79.
- Palfrey T.** (1984): Spatial Equilibrium with Entry // *Rev. of Econ. Studies.* № 51.
- Person T., Tabellini G.** (2000): Political Economics: Explaining Economic Policy. Boston: The MIT Press.
- Plott Ch.** (1967): A Notion of Equilibrium and Its Possibility under Majority Rule // *American Econ. Rev.* № 58.
- Poole K.T.** (1981): Dimensions of Interest Group Evaluations of the U.S. Senate, 1969–1978 // *American J. of Polit. Science.* № 25.
- Poole K.T., Rosenthal H.** (1984): U.S. Presidential Elections 1968–1980: A Spatial Analysis // *American J. of Polit. Science.* Vol. 28. № 2.
- Poole K.T., Daniels R.S.** (1985): Ideology, Party, and Voting in the U.S. Congress // *The American Polit. Science Rev.* Vol. 79. № 2.
- Quinn K., Martin A., Whitford A.** (1999): Voter Choice in Multi-party Democracies: A Test of Competing Theories and Models // *American J. of Polit. Science.* Vol. 43. № 4.
- Rabinowitz G.** (1978): On the Nature of Political Issues: Insight from a Spatial Analysis // *American J. of Polit. Science.* № 22.
- Schachar R., Nalebuff B.** (1999): Follow the Leader: Theory and Evidence on Political Participation // *American Econ. Rev.* № 62.
- Schoefield N.** (1977): Transitivity of Preferences on a Smooth Manifold of Alternatives // *J. of Econ. Theory.* № 14.
- Schoefield N.** (1983): Generic Instability of Majority Rule // *The Rev. of Econ. Studies.* № 50.
- Schoefield N.** (2003): Valence Competition in the Spatial Stochastic Model // *J. of Theoretical Politics.* Vol. 15. № 4.
- Schofield N., Sened It.** (2005): Modeling the Interaction of Parties, Activists, and Voters: Why is the Political Center so Empty? // *European J. of Polit. Research.* № 44.
- Schofield N., Miller G., Martin An.** (2003): Critical Elections and Political Realignment in the US: 1860–2000 // *Polit. Studies.* № 51.
- Schofield N., Sened It., Nixon D.** (1998): Nash Equilibrium in Multiparty Systems with Stochastic Voters // *Annals of Operations Research.* № 84.
- Schofield N.** (1997): Multiparty Electoral Politics. In: D. Mueller (ed.) “*Perspectives on Public Choice*”. Cambridge: Cambridge University Press.
- Schofield N.** (2006): The Mean Voter Theorem: Necessary and Sufficient Conditions for Convergent Equilibrium // *Rev. of Econ. Studies.* № 42.
- Sen A.K.** (1976): Social Choice Theory: A Re-examination // *Econometrica.* № 45.
- Shaked Av.** (1975): Non-Existence of Equilibrium for the Two-Dimensional Three-Firm Location Problem // *Rev. of Econ. Studies.* № 42.
- Shapley Ll., Owen G.** (1985): The Copeland Winner and Shapley Value in Spatial Voting Games. San Francisco: University of California, Irvine. Typescript.
- Shepsle K.A.** (1979): Institutional Arrangements and Equilibrium in Multidimensional Voting Models // *American J. of Polit. Science.* Vol. 23. № 1.
- Smithies A.** (1941): Optimum Location in Spatial Competition // *J. of Polit. Econ.* № 49.
- Stokes D.** (1963): Spatial Models of Party Competition // *American Polit. Science Rev.* № 57.
- Tullock G.** (1967): Toward the Mathematics of Politics. Ann Arbor: University of Michigan Press.
- Weber S.** (1990): On the Existence of a Fixed-Number Equilibrium in a Multiparty Electoral System // *Math. Social Sciences.* № 20.
- Wittman D.** (1983): Candidate Motivation: A Synthesis of Alternative Theories // *American Polit. Science Rev.* № 77.
- Wittman D.** (1990): Strategies When Candidates Have Policy Preferences. In: Enelow J.M., Melvin J. Hinich (eds.) “*Advances in the Spatial Theory of Voting*”. Cambridge: Cambridge University Press.
- Zakharov Al.V.** (2005): Candidate Location and Endogenous Valence // *EERC.* № 05/17.
- Zakharov Al.V.** (2006): Voter Turnout in a Spatial Model of Elections. Unpublished manuscript.

Поступила в редакцию
20.02.2007 г.

The Models of Political Competition: a Review of Literature

A. V. Zakharov

The author presents a review of game-theoretic models of political competition and voting. The paper begins with the formulation of the model with sincere voters, and reviews the results of this model – the existence of equilibrium in the one-dimensional case and the nonexistence in the multi-dimensional case. Provides various generalizations of the basic model – strategic voting, several candidates, probabilistic voting, etc. Special attention is given to stochastic models of voting. The methodology of empirical testing of voting models is given.