
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

МОДЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОРРУПЦИИ В ТРЕХУРОВНЕВЫХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ

© 2009 г. А. Б. Усов

(Ростов-на-Дону)

Построена математическая модель коррупции в трехуровневых системах управления, экономические интересы субъектов которых состоят в максимизации получаемого ими дохода. Для субъекта управления верхнего уровня обязательным является выполнение требований устойчивого развития системы. В качестве метода управления используется метод побуждения. Предложен алгоритм нахождения равновесий системы, выявлены причины возникновения коррупции и условия ее искоренения.

1. ВВЕДЕНИЕ

В современном обществе о коррупции (получении взяток должностными лицами в обмен на предоставление различных привилегий и льгот) можно говорить как о явлении, получившем широкое распространение. Коррупция пронизывает различные сферы жизни. В современной экономической литературе вопросам математической формализации коррупции посвящено немного работ. Например, в (Левин, 2001; Левин В., Левин М., 2001) выводятся условия, обеспечивающие минимальный уровень коррупции при приватизации неделимых объектов группой участников.

В статье при формализации явления коррупции использовано понятие иерархически управляемой динамической системы (Угольницкий, 1999, с. 71, 72), учитывающей специфику реальных систем управления. Исследуется эколого-экономическая система, состоящая из субъектов управления и речной системы. В процессе производства промышленные предприятия загрязняют водоемы и водотоки. Решение задач экологической безопасности различных производств невозможно без совместного рассмотрения экономических и экологических систем. Государство, в лице многочисленных органов управления, призвано обеспечить устойчивое развитие эколого-экономической системы, требующее выполнения государственных стандартов качества речных и сточных вод.

Отношения внутри государственной системы управления строятся по иерархическому принципу (например, федеральный центр – субъекты Федерации – органы местного самоуправления – промышленные предприятия). С увеличением числа уровней коррумпированность системы управления (количество взяток за некоторый промежуток времени) резко возрастает. В двухуровневых системах, состоящих из федерального центра и промышленных предприятий, явление коррупции наблюдается редко и возможно только при принуждении (Угольницкий, Усов, 2004, с. 377, 378). Федеральный центр в таких системах не берет предлагаемые взятки, потому что сам определяет величины платы за сброс загрязнений в водоток и все поступающие средства оставляет в своем распоряжении. В системах управления с тремя и более уровнями управления возможность коррупции обусловлена наличием промежуточных звеньев управления, экономические интересы которых субъектом управления верхнего уровня не учитываются вообще или учитываются лишь частично.

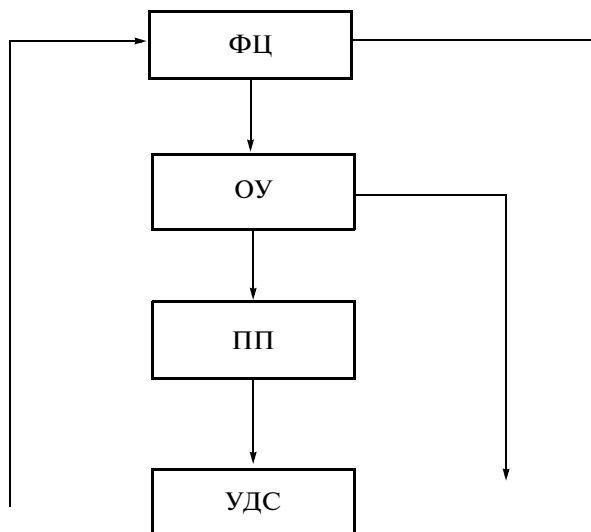
Субъект управления верхнего уровня (федеральные чиновники) в иерархических системах может придерживаться разных стратегий поведения. Во-первых, он может стремиться к минимизации уровня коррумпированности системы управления при выполнении условий ее устойчивого развития или отказе от них. В этом случае он не учитывает величину собственных затрат и размер получаемого дохода или убытков. Во-вторых, он может стараться достичь максимального дохода в условиях коррупции, не обращая внимания ни на уровень коррумпированности системы, ни на выполнение условий ее устойчивого развития.

Но наибольший интерес, исходя из реального положения дел, представляет рассмотренный ниже случай, когда субъект управления верхнего уровня не обращает внимания на уровень коррумпированности системы, но требует обязательного выполнения условий ее устойчивого раз-

вития (государственных стандартов качества речной и сточных вод). Все субъекты управления при этом стремятся к максимизации своего дохода в условиях коррупции, а их целевые функции достаточно точно отражают существующую реальность.

Рассмотрим трехуровневую систему управления, состоящую из источников воздействия верхнего (федеральный центр (ФЦ)), среднего (местные органы управления (ОУ)), нижнего (промышленные предприятия (ПП)) уровней и управляемой динамической системы (УДС) (или водоток).

Предполагается, что взаимоотношения между элементами исследуемой системы устроены следующим образом: ФЦ воздействует на ОУ и УДС, ОУ — на ПП и УДС, ПП — только на УДС. В системе имеется обратная связь, т.е. информация о состоянии УДС поступает (с запаздыванием по времени) к ОУ и ФЦ (см. рисунок).



Структура трехуровневой системы управления.

ПП пытаются максимизировать получаемую в результате производства прибыль за вычетом всех расходов. В процессе производства в УДС сбрасываются загрязняющие вещества (ЗВ). ОУ определяют размеры и функции платы за сброс ПП загрязнений в водоток и максимизируют объем средств, поступающих к ним от ПП. ФЦ должен поддерживать УДС в устойчивом состоянии. Опосредствованное воздействие ФЦ на УДС осуществляется путем определения того, какая часть средств, полученных с ПП в виде платы за сброс загрязнений, остается у ОУ.

Интересы ФЦ и ОУ различны, порой противоположны, поэтому ОУ могут быть заинтересованы в получении взяток от ПП, в обмен за которые они занижают размер платы за сброс загрязнений в водоток. Для чиновников ОУ взятки считаются допустимыми и рассматриваются как один из факторов (наряду с доходами от платы за загрязнение и штрафами) в общем балансе их интересов. Фактически ОУ, вопреки декларируемым целям защиты государственных интересов, часто выступают как коммерческая структура. Поскольку благополучие ОУ зависит только от ФЦ, а не от качества жизни в регионе, то стандарты качества речной и сточных вод могут нарушаться. ФЦ должен создать условия, при которых поддержание системы в устойчивом состоянии в условиях коррупции будет экономически выгодно для ОУ.

ФЦ контролирует деятельность ОУ и наказывает их за взятки путем штрафов. В модели предполагается, что в случае принятия ОУ предлагаемой им взятки штрафуются только они, а при отказе от взятки — штрафуются ПП и размер штрафа равен величине взятки, которая предлагалась ОУ. Величина штрафа, накладываемого на ОУ в случае получения ими взятки, зависит от “масштабных” коэффициентов, устанавливаемых ФЦ. Если “масштабные” коэффициенты достаточно велики (т.е. велика вероятность наказания за взятку), то экономического смысла в даче и получении взятки не будет. “Масштабные” коэффициенты определяются в ходе проверок ОУ, контроля за их деятельностью. С ростом “масштабных” коэффициентов увеличиваются затраты со стороны ФЦ на контроль. Рассмотрение ведется при ограниченных финансовых возможностях ФЦ, поэтому значения “масштабных” коэффициентов ограничены некоторыми постоянными. В качестве метода управления в системе используется метод побуждения (Угольников, Усов, 2004, с. 378, 379).

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть на расположенных вдоль реки N предприятиях производится сброс в УДС загрязняющих веществ. ЗВ условно делятся на углеродо- и азотосодержащие (в дальнейшем обозначим их индексами s и n , соответственно). ФЦ, наряду с поддержанием УДС в устойчивом состоянии (ос-

новная цель), стремится к максимизации поступающих к нему средств за вычетом расходов на очистку речной воды и противодействие коррупции. Целевая функция ФЦ имеет вид:

$$J_0 = \int_0^{\Delta} \left\{ -C_{\Phi}(y_c(t), y_n(t)) + \sum_{i=1}^N [(1 - P_i^c(t)) W_i^c(t) (F_i^c((T_i^c(t))^0) H_i^c(t) - h_i^c(L_i^c(t)) + \right. \\ \left. + L_i^c(t) \delta_i^c(t) f^c(b_i^c) + (1 - \delta_i^c(t)) b_i^c) + (1 - P_i^n(t)) W_i^n(t) (F_i^n((T_i^n(t))^0) H_i^n(t) - \right. \\ \left. - h_i^n(L_i^n(t)) + L_i^n(t) \delta_i^n(t) f^n(b_i^n) + (1 - \delta_i^n(t)) b_i^n)] \right\} dt \longrightarrow \max(\{H_i^{c,n}; L_i^{c,n}\}_{i=1}^N); \\ y_m(t) = \sum_{i=1}^N [1 - P_i^m(t)] W_i^m(t); \quad m = n, c.$$

Здесь t — время; C_F — функция затрат ФЦ на улучшение качества речной воды, зависящая от общего количества сброшенных в реку углеродо- и азотосодержащих ЗВ (y_c, y_n); W_i^m — количество ЗВ, сбрасываемых в реку предприятием i до очистки (после очистки — $W_i^m (1 - P_i^m)$) сточных вод в момент времени t ; $P_i^m(t)$ — доля ЗВ, удаляемых из сточных вод на предприятии i в процессе их очистки; F_i^m — функция платы за единицу сброшенных углеродо- ($m = c$) и азотосодержащих ($m = n$) загрязняющих веществ на ПП i в момент времени t в условиях коррупции; T_i^m — размеры платы за единицы сброшенных загрязнений при отсутствии взяток, а $(T_i^m(t))^0$ — при наличии взяток, причем

$$(T_i^m(t))^0 = \begin{cases} 0, & \text{если } T_i^m(t) - \delta_i^m a^m(b_i^m(t)) \leq 0, \quad m = n, c; \\ T_i^m(t) - \delta_i^m a^m(b_i^m(t)) & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

T_i^m — размер платы за единицы сброшенных загрязнений при отсутствии взяток; δ_i^m — коэффициенты, равные нулю, если взятка за уменьшение платы за сброс загрязнений не давалась, и единице в противном случае; $b_i^m(t) = b_i^m(t)$ — размер взятки, даваемой ПП в момент времени t ОУ за уменьшение размера платы за сброс единицы загрязнений; $a^m(z)$ — функции “эффективности” взяток, характеризующие, насколько взятки уменьшают размер платы за сброс загрязнений; W_i^m — количество ЗВ, сбрасываемых в реку предприятием i до очистки (после очистки — $W_i^m (1 - P_i^m)$) сточных вод в момент времени t ; $P_i^m(t)$ — доля ЗВ, удаляемых из сточных вод на предприятии i в процессе их очистки; C_{Φ} — функция затрат ФЦ на улучшение качества речной воды, зависящая от общего количества сброшенных в реку ЗВ; $H_i^m(t)$ — доля платы ПП за сброс загрязнений в момент времени t , остающаяся у ФЦ; $f^z(z)$ — функции штрафа ОУ при получении ими взяток от ПП; $L_i^m(t)$ — “масштабные” коэффициенты для функций штрафа за взятки (они позволяют варьировать размер наказания за взятки); $h_i^m(L_i^m(t))$ — функции затрат ФЦ на определение “масштабных” коэффициентов, отнесенные к единице сброшенных ЗВ; Δ — момент времени, до которого ведется рассмотрение.

ОУ стремятся максимизировать средства, поступающие к ним от ПП в виде взяток и платы за сброс загрязнений, за вычетом расходов из местного бюджета на очистку речной воды и штрафов за взятки. Целевая функция ОУ, с учетом возможных взяток и наказаний за них, имеет вид:

$$J_y = \int_0^{\Delta} \left\{ -C_0(y_c, y_n) + \sum_{i=1}^N [(1 - P_i^c(t)) W_i^c(t) (F_i^c((T_i^c(t))^0) (1 - H_i^c(t)) - \right. \\ \left. - L_i^c(t) \delta_i^c(t) f^c(b_i^c) + \delta_i^c(t) b_i^c) + (1 - P_i^n(t)) W_i^n(t) (F_i^n((T_i^n(t))^0) (1 - H_i^n(t)) + \right. \\ \left. + L_i^n(t) \delta_i^n(t) f^n(b_i^n) + \delta_i^n(t) b_i^n)] \right\} dt \longrightarrow \max(\{T_i^{c,n}; \delta_i^{c,n}\}_{i=1}^N),$$

где C_o — функция затрат ОУ на улучшение качества речной воды. ОУ выбирают размер платы за сброс загрязнений в водоток и решают, выгодно ли им брать предлагаемые ПП взятки.

Цель ПП — максимизация своей прибыли в условиях коррупции, т.е.

$$J_i = \int_0^{\Delta} \left\{ z_i R_i(\Phi_i) - C_p^c(P_i^c) W_i^c - C_p^n(P_i^n) W_i^n - F_i^c((T_i^c)^0)(1 - P_i^c) W_i^c - F_i^n((T_i^n)^0)(1 - P_i^n) W_i^n - \right. \\ \left. - b_i^n(1 - P_i^n) W_i^n - b_i^c(1 - P_i^c) W_i^c \right\} dt \longrightarrow \max(P_i^{c,n}; b_i^{c,n}), \quad i = 1, \dots, N, \quad (3)$$

где $C_p^m(P_i^m)$ — функции затрат ПП i на очистку единицы сбрасываемых загрязнений от азото- и углеродосодержащих ЗВ ($m = n$ и $m = c$, соответственно); $\Phi_i(t)$ — производственные фонды; $R_i(\Phi_i)$ — производственная функция ПП i ; $z_i(t)$ — прибыль предприятия от реализации единицы произведенной продукции в момент времени t ; $(1 - P_i^m) W_i^m b_i^m$ — взятка, которую ПП дают ОУ при сбросе ЗВ в размере $(1 - P_i^m) W_i^m$.

Динамика изменения производственных фондов ПП i описывается обыкновенным дифференциальным уравнением вида

$$\frac{d\Phi_i}{dt} = -\theta_i \Phi_i + Y_i; \quad i = 1, \dots, N, \quad (4)$$

где $\theta_i(t)$ — коэффициент амортизации производственных фондов; $Y_i(t)$ — инвестиции. Считается, что вся полученная на ПП прибыль идет на расширение производства.

Пусть общий объем сбрасываемых ЗВ (до очистки) линейно зависит от объема произведенной на ПП продукции с постоянными коэффициентами β_i^m ($m = n, c$); производственные функции предприятий, следуя (Моисеев, 1981, с. 163), возьмем в виде

$$R_i(\Phi_i) = \gamma_i \Phi_i^\eta; \quad i = 1, \dots, N; \quad \eta, \gamma_i = \text{const}; \quad 0 < \eta < 1. \quad (5)$$

Основные характеристики качества речной воды — концентрации углеродного и азотного биохимического потребления кислорода $B^c(x, t)$, $B^n(x, t)$ и концентрация растворенного в воде кислорода $B^0(x, t)$ описываются одномерными уравнениями переноса:

— изменение концентраций углеродного ($m = c$) и азотного ($m = n$) биохимического потребления кислорода

$$\frac{\partial B^m}{\partial t} + v_x \frac{\partial B^m}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left[EA \frac{\partial B^m}{\partial x} \right] - K_m B^m + \frac{(W^m)^0 (1 - (P^m)^0)}{A}; \quad (6)$$

— изменение концентрации растворенного в воде кислорода

$$\frac{\partial B^0}{\partial t} + v_x \frac{\partial B^0}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left[EA \frac{\partial B^0}{\partial x} \right] - K^n B^n - K^c B^c + K_0 [B_{\text{нас}}^0 - B^0] + g_0 - g_1 - g_2, \quad (7)$$

где x — пространственная (вдоль русла реки) координата; L — длина реки, $0 \leq x \leq L$; точки $x = x_i$ соответствуют местоположениям предприятий $i = 1, \dots, N$; E — коэффициент дисперсии; A — площадь поперечного сечения реки при координате x ; v_x — продольная скорость воды в реке; $K_n B^n$ ($K_c B^c$) — изменение во времени азотного (углеродного) биохимического потребления кислорода из-за распада, $K_n, K_c = \text{const}$; K^c, K^n — коэффициенты убыли кислорода, вызванной его потреблением из-за углеродного и азотного биохимического распада; $K_0 [B_{\text{нас}}^0 - B^0]$ — добавка растворенного кислорода вследствие реаэрации, $K_0 = \text{const}$; $B_{\text{нас}}^0$ — концентрация насыщения кислорода; g_0 — добавка

вследствие фотосинтеза, g_1 — потребление растворенного кислорода на дыхание; g_2 — придонное потребление растворенного кислорода. Функции $(W^m)^0$, $(P^m)^0$ определяются по формулам: $m = n, c$,

$$(P^m)^0(x, t) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \neq x_i, i = 1, \dots, N; \\ P_i^m(t), & \text{если } x = x_i; \end{cases}$$

$$(W^m)^0(x, t) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \neq x_i, i = 1, \dots, N; \\ W_i^m(t), & \text{если } x = x_i. \end{cases}$$

Уравнения (6), (7) рассматриваются со следующими начальными и граничными условиями:

$$B^m(x, 0) = B_1^m(x); \quad m = n, c, o; \quad 0 \leq x \leq L, \quad (8)$$

$$B^m(0, t) = B_2^m(t); \quad B^m(L, t) = B_3^m(t); \quad m = n, c, o, \quad 0 \leq t \leq \Delta. \quad (9)$$

Функции B_1^m , B_2^m , B_3^m ($m = n, c$) — заданы.

Оптимизационные задачи (1)–(3) решаются при следующих ограничениях на управления: $i = 1, \dots, N$; $0 \leq t \leq \Delta$; $m = n, c$;

$$0 \leq P_i^m \leq 1 - \varepsilon, \quad 0 < \varepsilon < 1, \quad 0 \leq b_i^m \leq b_{\max}^m, \quad (10)$$

$$0 \leq H_i^m \leq 1, \quad 0 \leq L_i^m \leq L_{\max}^m, \quad (11)$$

$$\delta_i^m = \begin{cases} 0, & \text{если взятки не было;} \\ 1, & \text{если взятка была;} \end{cases} \quad 0 \leq T_i^m \leq T_{\max}, \quad (12)$$

и на размер средств, затрачиваемых ФЦ на контроль за деятельностью ОУ

$$C_0 + \sum_{i=1}^N h_i^n(L_i^n)(1 - P_i^n)W_i^n + \sum_{i=1}^N h_i^c(L_i^c)(1 - P_i^c)W_i^c \leq C_{\max} \quad (13)$$

с известными стандартами на концентрации ЗВ в водотоке, на концентрацию растворенного в воде кислорода

$$0 \leq B^c \leq B_{\max}^c; \quad 0 \leq B^n \leq B_{\max}^n; \quad B_{\min}^o \leq B^o; \quad 0 \leq t \leq \Delta \quad (14)$$

и качество сточной воды, сбрасываемой в водоток

$$\sum_{i=1}^N \{W_i^n(t)[1 - P_i^n(t)] + W_i^c(t)[1 - P_i^c(t)]\} / Q_i^0(t) \leq Q_{\max}, \quad 0 \leq t \leq \Delta, \quad (15)$$

где $Q_i^0(t)$ — расход воды на ПП i в момент времени t ; C_0 — начальный размер средств ФЦ на контроль за ОУ; величины $C_{\max}$, $T_{\max}$, $b_{\max}^m$, $L_{\max}^m$, $Q_{\max}$, $B_{\max}^m$, $B_{\min}^o$ — заданы заранее; ε — постоянная, зависящая от технологических возможностей очистки сточных вод на ПП.

Далее методом побуждения исследуется модель, описываемая системой уравнений и неравенств (1)–(15), и предлагается алгоритм построения равновесий, позволяющих выполнить условия (14), (15) и приносящих при этом максимально возможный доход ФЦ.

3. МЕТОД ПОБУЖДЕНИЯ В УСЛОВИЯХ КОРРУПЦИИ

ОУ выбирают размер платы за единицы сброшенных ЗВ и решают, выгодно ли им брать предлагаемые ПП взятки.

Алгоритм построения равновесия побуждения в условиях коррупции.

1. В результате максимизации критериев (3) с ограничениями (10) определяются оптимальные стратегии ПП в зависимости от управлений ОУ

$$(P_i^m)^*(T_i^m, \delta_i^m); \quad (b_i^m)^*(T_i^m, \delta_i^m); \quad m = n, c; \quad i = 1, \dots, N.$$

2. Найденные стратегии ПП подставляются в (2). После этого проводится максимизация критерия (2) с ограничениями (12) по величинам $\{T_i^m, \delta_i^m\}_{i=1}^N$ ($m = n, c$), тем самым находятся оптимальные управления ОУ в зависимости от стратегии ФЦ

$$\{(T_i^m)^*(H_i^m, L_i^m); (\delta_i^m)^*(H_i^m, L_i^m)\}_{i=1}^N; \quad m = n, c.$$

3. Максимизируется критерий (1), в котором

$$P_i^m = (P_i^m)^*((T_i^m)^*, (\delta_i^m)^*); \quad b_i^m = (b_i^m)^*((T_i^m)^*, (\delta_i^m)^*);$$

$$T_i^m = (T_i^m)^*(H_i^m, L_i^m); \quad \delta_i^m = (\delta_i^m)^*(H_i^m, L_i^m); \quad m = n, c$$

с ограничениями (11), (13). Оптимальными для ФЦ являются величины $\{(H_i^m)^*; (L_i^m)^*\}_{i=1}^N, m = n, c$, приносящие ФЦ максимальный доход при выполнении условий (14), (15).

4. Равновесие побуждения определим как набор величин

$$\{(H_i^c)^*, (H_i^n)^*; (L_i^c)^*, (L_i^n)^*; (T_i^c)^*, (T_i^n)^*; (\delta_i^c)^*, (\delta_i^n)^*; (P_i^c)^*, (P_i^n)^*; (b_i^c)^*, (b_i^n)^*\}_{i=1}^N,$$

$$(T_i^c)^* = (T_i^m)^*((H_i^m)^*, (L_i^m)^*); \quad (\delta_i^c)^* = (\delta_i^m)^*((H_i^m)^*, (L_i^m)^*); \quad (P_i^c)^* = (P_i^m)^*((T_i^m)^*, (\delta_i^m)^*);$$

$$(b_i^c)^* = (b_i^m)^*((T_i^m)^*, (\delta_i^m)^*); \quad m = n, c.$$

Пример 1. Исследуем модель (1)–(15) в случае, если

$$C_p^c(Y) = D^c Y / (1 - Y); \quad C_p^n(Y) = D^n Y / (1 - Y); \quad D^c, D^n = \text{const};$$

$$C_\Phi(y_c, y_n) = C_{1c} y_c + C_{1n} y_n; \quad C_0(y_1, y_2) = C_{2c} y_1 + C_{2n} y_2;$$

$$a^c(z) = \alpha^c z; \quad a^n(z) = \alpha^n z; \quad \varepsilon < 0.5.$$

Входными данными являются (условные сокращения: у.е. – условные единицы; сут. – сутки; м – метр; мг – миллиграмм): $N = 2$; $D^c = 30$; $D^n = 5$; $z_1 = 25 \text{ сут.}^{-1}$; $z_2 = 20 \text{ сут.}^{-1}$; $F_{1,2}^n(T) = 2T$; $T_{\max} = 1000$ у.е.; $F_{1,2}^c(T) = T$; $k_c = 0.03 \text{ сут.}^{-1}$; $k_n = 0.01 \text{ сут.}^{-1}$; $K_o = 0.2 \text{ сут.}^{-1}$; $\beta_i^c = 0.004 \text{ мг/(сут.у.е.)}$; $\beta_i^n = 0.003 \text{ мг/(сут.у.е.)}$; $Q_i^o = 10^6 \text{ м}^3/\text{сут.}$; ($i = 1, 2$); $E = 24000 \text{ м}^2/\text{сут.}$; $A = 100 \text{ м}^2$; $L = 100 \text{ м}$; $x_1 = 20 \text{ м}$; $x_2 = 60 \text{ м}$; $\Phi_0 = 10^{15}$; $g_j = 0 \text{ мг/(л сут.)}$; $B_j^0 = 10 \text{ мг/л}$; $B_j^n = 5 \text{ мг/л}$; $B_j^c = 7 \text{ мг/л}$; $j = 1, 2, 3$; $C_1^c = 40 \text{ (сут. у.е.)}/\text{мг}$; $C_1^n = 60 \text{ (сут.у.е.)}/\text{мг}$; $B_{\text{нас}}^0 = 18 \text{ мг/л}$; $B_{\text{max}}^{c,n} = 14 \text{ мг/л}$; $B_{\text{min}}^{c,n} = 4 \text{ мг/л}$; $K^n = 0.04 \text{ сут.}^{-1}$; $K^c = 0.06 \text{ сут.}^{-1}$; $C_2^c = 30 \text{ (сут.у.е.)}/\text{мг}$; $C_2^n = 70 \text{ (сут.у.е.)}/\text{мг}$; $Q_{\max} = 0.4$; $\alpha^n = 0.5$; $\alpha^c = 0.3$; $f^m(z) = 2z$; $L_{\max}^m = T_{\max}/5$; $b_{\max}^m = T_{\max}/2$; $m = n, c$; $v_x = 600 \text{ м/сут.}$; $\gamma_i = 0.2 \text{ у.е.}$; $\theta_i = 0.001 \text{ сут.}^{-1}$; $i = 1, 2$; $\Delta = 365 \text{ сут.}$; $\varepsilon = 0.001$; $C_0 = 100 W_1^c(0)$; $C_{\max} = 2 T_{\max} W_1^c(0)$; $h^n(z) = 0.2 z$; $h^c(z) = 5z$; $\eta = 0.5$.

В этом случае равновесие побуждения в условиях коррупции определяется формулами:

$$m = n, c, \quad (L_i^m)^* = L_{\max}^m; \quad (H_i^m)^* = 0; \quad (b_i^m)^* = 0; \quad (\delta_i^m)^* = 0;$$

$$(P_i^m)^* = 1 - (D^m / F_i^m((T_{\max}^m)^0))^{1/2}; \quad i = 1, 2; \quad R_\Phi = 473.4 \text{ у.е.};$$

$$R_y = -1.6 \times 10^4 \text{ у.е.}; \quad R_1 = -2.347 \times 10^{11} \text{ у.е.}; \quad R_2 = -2.453 \times 10^{11} \text{ у.е.},$$

где R_Φ, R_y, R_i – величины средств, остающихся у ФЦ, ОУ и ПП i , соответственно, после учета всех их расходов. Ввиду малой “эффективности” взяток (т.е. коэффициенты α^m ; $m = n, c$ – малы) ПП их не предлагают.

Пример 2. В случае входных данных из примера 1 и $F_{1,2}^c(T) = 0.5T$; $\alpha^n = 1$; $\alpha^c = 3$; $b_{\max}^{c,n} = 100$ у.е., тогда:

$$m = n, c; \quad (L_i^m)^* = 100 \text{ у.е.}; \quad (H_i^m)^* = 1; \quad (b_i^m)^* = 100 \text{ у.е.}; \quad (T_i^m)^* = T_{\max}; \quad i = 1, 2;$$

$$(P_i^c)^* = 1 - (D^c/F_i^c((T_{\max})^0))^{1/2}; \quad (P_i^m)^* = 0.95; \quad \delta_i^m = 0; \quad R_\Phi = 1.75 \times 10^7 \text{ у.е.};$$

$$R_y = -2.3 \times 10^6 \text{ у.е.}; \quad R_1 = 5 \times 10^{10} \text{ у.е.}; \quad R_2 = 3.94 \times 10^{10} \text{ у.е.}$$

Эффективность взяток по сравнению с примером 1 возросла, ПП предлагают ОУ максимально возможные взятки, но ОУ невыгодно их брать ввиду высоких штрафов со стороны ФЦ.

Пример 3. В случае входных данных из примера 2 и $f^c(b) = 0.01b$, $f^b(b) = 0.005b$, $\alpha^n = 4$, $L_{\max}^{c,n} = 15$ у.е., тогда:

$$m = n, c; \quad (L_i^n)^* = 0 \text{ у.е.}; \quad (L_i^c)^* = 7.5 \text{ у.е.}; \quad (H_i^m)^* = 0.5; \quad (b_i^m)^* = b_{\max}^m; \quad (T_i^m)^* = T_{\max};$$

$$(P_i^c)^* = 1 - (D^c/F_i^c((T_{\max})^0))^{1/2}; \quad (P_i^n)^* = 0.95; \quad \delta_i^n = 0; \quad \delta_i^c = 1; \quad i = 1, 2;$$

$$R_\Phi = 1.3 \times 10^7 \text{ у.е.}; \quad R_y = 1.8 \times 10^7 \text{ у.е.}; \quad R_1 = 5 \times 10^{10} \text{ у.е.}; \quad R_2 = 3.97 \times 10^{10} \text{ у.е.}$$

ПП предлагают ОУ максимально возможные взятки, ОУ в обмен на уменьшение платы за сброс углеродосодержащих ЗВ взятки берут, для азотосодержащих ЗВ — нет.

Пример 4. В случае входных данных примера 3 и $\alpha^n = 1$, $\alpha^c = 1$, тогда:

$$m = n, c, \quad (P_i^m)^* = 1 - (D^c/F_i^c((T_{\max})^0))^{1/2}; \quad (P_i^n)^* = 0.95; \quad \delta_i^m = 0; \quad (b_i^m)^* = b_{\max}^m; \quad i = 1, 2;$$

$$(L_i^n)^* = 0 \text{ у.е.}; \quad (L_i^c)^* = 7.5 \text{ у.е.}; \quad (H_i^m)^* = 0.5; \quad (H_i^c)^* = 0.5; \quad (T_i^m)^* = T_{\max}; \quad R_\Phi = 2.73 \times 10^7 \text{ у.е.};$$

$$R_y = 4.82 \times 10^6 \text{ у.е.}; \quad R_1 = 5 \times 10^{10} \text{ у.е.}; \quad R_2 = 3.96 \times 10^{10} \text{ у.е.}$$

ПП предлагают ОУ максимально возможную взятку, но ФЦ, в отличие от примера 3, отдает часть получаемых с ПП средств ОУ (малую часть) и им становится невыгодным брать предлагаемые ПП взятки.

Пример 5. В случае входных данных примера 1 и $\beta_{1,2}^c = 0.08$ мг/(сут. у.е.) метод побуждения не работает, ФЦ не может сделать выгодным (у него недостаточно экономических рычагов воздействия на ПП) для ПП выполнение условий (14), (15).

Нахождение равновесий во всех примерах было проведено по аналогии с (Угольников, Усов и др., 2004, с. 145–158) на основе методологии имитационного моделирования. Был построен дискретный аналог модели (1)–(15), проводился перебор возможных сценариев функционирования системы управления, находились оптимальные стратегии ФЦ, ОУ, ПП согласно алгоритму построения равновесия побуждения в условиях коррупции. Уравнения переноса, описывающие изменение концентраций ЗВ в водотоке, решались численно по явной схеме метода конечных разностей со вторым порядком аппроксимации по пространственной переменной и первым — по времени (Угольников, Усов и др., 2004, с. 150–154). Использовалась условно устойчивая разностная схема, условия устойчивости которой получены при помощи принципа Куранта–Фридрихса–Леви и спектрального принципа устойчивости Неймана (Марчук, 1989, с. 50, 51) и приведены в (Угольников, Усов и др., 2004, с. 155, 156).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Новизна предложенной математической формализации явления коррупции состоит как в построенной математической модели, так и в используемых критериях оптимальности равновесий. Исследование модели и проведенные численные эксперименты позволили сделать следующие выводы.

Возможность коррупции в многоуровневых системах управления следует из наличия промежуточных уровней управления, с ростом числа которых уровень коррумпированности системы возрастает. В двухуровневых системах (ФЦ — ПП — УДС) промежуточных управленческих звеньев нет, поэтому коррупции при побуждении не наблюдается. В трехуровневых системах для

ПП ответ на вопрос “стоит ли предлагать взятку ОУ в обмен на уменьшение размера платы за сброс ЗВ в водоток?” напрямую зависит от “эффективности” взяток (насколько дача взятки снижает размер платы за сброс загрязнений). Если “эффективность” взятки невелика (пример 1), то предлагать ее не имеет смысла, в противном случае для ПП выгодна максимально возможная взятка (примеры 2–4). Определяющими факторами для ОУ при решении вопроса – брать или не брать взятки – являются “масштабные” коэффициенты и доля платы ПП за сброс ЗВ, поступающая к ним. Если “масштабные” коэффициенты велики (вероятность наказания за взятки велика и наказание существенно) или ФЦ часть средств, поступающих от ПП, передает ОУ (происходит децентрализация управления, часть функций, и как следствие, средств ФЦ передает ОУ), то для ОУ не выгодно брать предлагаемые взятки (примеры 2, 4). В противном случае ОУ взятки берут (пример 3). Пример 5 показывает, что метод побуждения в условиях коррупции работает не всегда и актуален вопрос разработки других методов управления.

Для искоренения коррупции в многоуровневых системах управления необходимо или создать экономические предпосылки (например, увеличить финансовые возможности ФЦ по контролю за деятельностью ОУ и ПП, усилить ответственность за дачу и получение взятки), или изменить характер мышления ФЦ и ОУ (субъекты управления должны думать об интересах всей системы в целом). ФЦ сам создает существенные предпосылки для возникновения коррупции, оставляя все поступающие к нему от ПП средства в своем распоряжении. Стремясь не к максимизации остающихся у него средств, а к минимизации коррумпированности общества, независимо от своих затрат, он будет способствовать искоренению коррупции в обществе. С ростом числа уровней в системах управления при прочих равных условиях растет количество предпосылок, побуждений к даче и получению взяток, т.е. коррумпированность системы возрастает.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Левин В.Л. (2001): Модельное исследование коррупции при проведении приватизации // *Экономика и мат. методы*. Т. 37. № 4.
- Левин В.Л., Левин М.И. (2001): Модель приватизации неделимых благ в условиях коррупции // *Экономика и мат. методы*. Т. 37. № 1.
- Марчук Г.И. (1989): Методы вычислительной математики. М.: Наука.
- Моисеев Н.Н. (1981): Математические задачи системного анализа. М.: Наука.
- Угольников Г.А. (1999): Управление эколого-экономическими системами. М.: Вузовская книга.
- Угольников Г.А., Усов А.Б. (2004): Методы иерархического управления качеством воды с учетом манипуляции центра и контригры предприятий // *Водные ресурсы*. Т. 31. № 3.
- Угольников Г.А., Усов А.Б. и др. (2004): Компьютерное моделирование. Экология. Вып. 2. М.: Вузовская книга.

Поступила в редакцию
13.12.2006 г.

The Model Research to Corruptions in Three-Level Management Systems

A. B. Usov

The mathematical formalization of the corruptions phenomena in the three-level management systems is organized. The economic interests of the participants is to maximize the income. The subjects of the upper level has to provide the stable development of the system. Enhancement is the motivating method of management. The author gives the algorithm for finding the point of equilibrium of the system, as well as the reasons for corruption and the conditions to eliminate it.