
**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ**

*Посвящается 125-летию со дня рождения
Йозефа Шумпетера
(1883–1950)*

**КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ДЕЛОВЫХ ЦИКЛОВ
НА ЭКОНОМИЧЕСКИЙ РОСТ**

© 2009 г. А. А. Акаев

(Москва)

Дан качественный анализ решений дифференциальных уравнений, описывающих циклические колебания деловой активности и экономического роста, исследована устойчивость системы. Рассчитана точка бифуркации, где система теряет устойчивость и становится восприимчивой к структурным изменениям и инновациям. Следствием бифуркации является возникновение в системе самоподдерживающихся незатухающих автоколебаний. Показано, что в условиях неустойчивости происходит смена уровней равновесия, что определяет возрастающий экономический рост. Выявлен механизм влияния краткосрочных циклических колебаний на формирование траектории долгосрочного экономического роста.

ВВЕДЕНИЕ

В XX в. теория циклов и теория экономического роста были двумя центральными проблемами в экономической науке и получили огромное развитие. Авторы общепринятого определения экономического цикла, ставшего классическим, американские ученые У. Митчелл и А. Бернс (Burns, Mitchell, 1946) исходили из гипотезы о том, что динамика рядов выпуска и занятости обуславливает экономический рост, известный как возрастающий тренд, а циклы деловой активности представляют собой колебания вокруг тренда. Причем тренд есть результат действия факторов, обуславливающих долгосрочный рост в экономике, — уровня сбережений, прироста трудовых ресурсов, технологических сдвигов и т.д. Поскольку исследования У. Митчелла и А. Бернса опирались на результаты анализа огромных объемов статистических данных, наиболее достоверных для начала XX в., вполне естественно, что их выводы способствовали формированию взгляда на экономические циклы как на колебания, происходящие вокруг трендовой траектории экономического роста. Предполагалось также, что циклические колебания деловой активности являются колебаниями, происходящими вокруг положения равновесия. Большинство последующих исследователей были согласны с тем, что факторы, определяющие вид деловых циклов, почти не влияют на формирование тренда долгосрочного экономического роста.

Однако наряду с этим основным направлением развития взглядов на природу деловых циклов и экономического роста были работы, в которых утверждалась идея об их тесной взаимосвязи. В первую очередь здесь следует указать на выдающийся труд Й. Шумпетера (Schumpeter, 1939), где он утверждал, что циклические колебания есть составная часть долгосрочного экономического роста.

И все же вплоть до 1980-х годов преобладающей точкой зрения на характер деловых циклов была их трактовка как колебаний, независимых от долгосрочного экономического роста. Вот что писал по этому поводу один из известных российских исследователей этой проблемы С. Аукуционек (Аукуционек, 1990): “Фактор долговременного развития всегда считался одним из важнейших при исследовании механизма циклических колебаний. И длительное время два типа движения — колебательное и поступательное — рассматривались взаимосвязанно. Как стороны единого процесса. Глубокое размежевание между теориями цикла и роста наметилось только в 1950-е годы. Созданные к тому времени теоретические модели обнаруживали любопытную общую черту: колебательные механизмы, которые они описывали, оказались одинаково “работоспособными” как в статике, так и в динамике. То есть были логически независимы от трендового движения. Сначала эта особенность моделей воспринималась как их крупный недостаток. И немало сил было потрачено на его исправление. Но безуспешно. Совмещение двух видов движения до сих

пор достигается не теоретическим, а скорее, инженерным путем – механическим наложением тренда, взятого со стороны, на бестрендовую модель колебаний. А исключение долговременной составляющей стало одним из самых распространенных приемов при исследовании циклов. Можно сказать, что ныне колебательное и поступательное движения все чаще трактуются как равнофундаментальные”.

Вместе с тем уже в 1980-е годы целый ряд американских исследователей (Р. Лукас, Ф. Кюдланд, Э. Прескотт, Ч. Пlossер, Р. Кинг и др.) пришли к выводу о том, что деловые циклы играют значительную роль в формировании тренда экономического роста. На основе идей Нобелевского лауреата Р. Лукаса (Lucas, 1977) сформировалась новая концепция “теории циклов роста”. Отталкиваясь от этой концепции, Ф. Кюдланд и Э. Прескотт разработали теорию реального делового цикла (РДЦ), объединившую механизмы циклических колебаний и экономического роста (Kydland, Prescott, 1982). В основе этой теории прежде всего лежат идеи Й. Шумпетера о том, что циклические колебания возникают как результат воздействия технологических нововведений (Шумпетер, 1982). Ф. Кюдланд и Э. Прескотт показали, что именно факторы совокупного предложения, связанные с технологическими шоками, являются причиной колебаний в совокупном выпуске и занятости, самое главное, что эффект долгосрочного роста есть следствие краткосрочных циклических колебаний. На основе своей теории Ф. Кюдланд и Э. Прескотт создали дискретные модели реального делового цикла и экономического роста, которые стали базовыми в численном макроэкономическом компьютерном имитационном моделировании различных сценариев экономического развития.

Следующим логическим шагом в этом направлении является создание непрерывных моделей. Надо ли говорить о необходимости и важности непрерывных моделей реального делового цикла и экономического роста, которые позволяют проводить не только количественный анализ с помощью компьютера, как в случае дискретных моделей, но и качественный анализ с помощью аналитических методов, наглядно иллюстрирующих механизмы взаимного влияния циклических колебаний деловой активности и экономического роста. Именно эту цель и преследует настоящая работа, являющаяся продолжением предыдущей работы автора (Акаев, 2008).

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Характер влияния деловых циклов на формирование траектории долгосрочного экономического роста до сих пор недостаточно изучен. Пользуясь общим уравнением макроэкономической динамики, описывающим совместное взаимодействие долгосрочного экономического роста и краткосрочных деловых циклов, полученным в (Акаев, 2008), можно в значительной мере прояснить этот важный вопрос. Для этой цели наиболее подходящим средством является качественный анализ дифференциальных уравнений, описывающих циклические колебания деловой активности и траекторию долгосрочного экономического роста.

Нелинейное дифференциальное уравнение, описывающее циклические колебания деловой активности вокруг трендовой кривой роста, имеет вид (Акаев, 2008):

$$\frac{d^2y}{dt^2} - \left[\sigma_0 - \frac{4}{3} \varkappa \lambda v^3 \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 \right] \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 \left[1 - \frac{s(1-s)}{\varkappa} i \right] y = \phi(t), \quad (1)$$

где $\sigma_0 = -[\lambda + \varkappa - \varkappa \lambda v - \lambda(1-s)\beta/\gamma]$; $\omega_0^2 = \lambda \varkappa$; $y = Y - \bar{Y}$; $Y(t)$ – текущий объем выпуска продукции (текущий уровень ВВП); $\bar{Y}(t)$ – уровень выпуска соответствующего траектории долговременного роста; $\phi(t)$ – квазипериодическая функция, выражающая действие внешней вынуждающей силы; v – мощность акселератора; λ – скорость реакции запаздывания предложения от спроса; \varkappa – скорость реакции запаздывания фактических капиталовложений от момента принятия решения об индуцированных инвестициях; s – коэффициент сбережений; β – эластичность выпуска по труду; γ – параметр Оукена; i – норма процента. Для дальнейшего анализа примем следующие типичные численные значения параметров: $\lambda = 4$; $\varkappa = 1$; $s = 0.25$; $i = 0.1$; $\beta = 2/3$; $\gamma = 2.5$. Мощность акселератора v является основным управляющим параметром и оказывает существенное влияние на динамику исследуемой системы. Поэтому будем менять его в определенных пределах.

Дифференциальное уравнение, описывающее траекторию экономического роста, имеет вид (Акаев, 2008):

$$\frac{d^2\bar{Y}}{dt^2} + \bar{\sigma}_0 \frac{d\bar{Y}}{dt} + \bar{\omega}_0^2 \bar{Y} = \lambda \left(\frac{d\bar{A}}{dt} + \bar{\alpha} \bar{A} \right), \quad (2)$$

где $\bar{\sigma}_0 = \lambda + \bar{\alpha} - \bar{\alpha}\lambda v$; $\bar{\omega}_0^2 = \lambda s \bar{\alpha}$; \bar{A} – трендовая составляющая независимых инвестиций ($A(t) = \bar{A}(t) + \phi(t)$). Отметим, что при выводе уравнения (1) циклических колебаний была учтена циклическая безработица, которая возникает в периоды спадов, что позволяет рассматривать реальную экономическую систему с неполной занятостью, тогда как в большинстве моделей используются только схемы с полной занятостью. Как известно, колебания уровня безработицы связаны с колебаниями фактического выпуска согласно закону А. Оукена:

$$(Y_F - Y)/Y_F = \gamma(u - u^*),$$

где Y_F – потенциальный объем выпуска при полной занятости; Y – фактический объем выпуска при наличии циклической безработицы; u^* – естественный уровень безработицы, соответствующий полной занятости; u – фактический уровень безработицы; γ – параметр Оукена.

Отсюда следует, что решения уравнения (1) определяют не только колебания выпуска, но и одновременно колебания занятости. Поскольку циклическая безработица имеет негативные экономические и социальные последствия, очевидно, что экономическая политика должна быть направлена на ограничение уровня циклической безработицы, а следовательно, амплитуды колебаний выпуска. Таким образом, при сокращении амплитуды колебаний совокупного выпуска одновременно сокращается уровень циклической безработицы.

Поскольку уровень выпуска продукции влияет на величину капитала, необходимого для ее производства, изменения объема выпуска воздействуют на объем потребного капитала и, следовательно, влекут чистые капиталовложения. Итак, если поток выпуска меняется, то трансформируется также необходимый наличный капитал и имеют место положительные или отрицательные чистые индуцированные капиталовложения, которые представляют собой производную от величины всего наличного капитала (основного и оборотного) $\dot{K} = I - \mu K$, где μ – коэффициент выбытия; I – фактические капиталовложения; K – наличный капитал. Данное уравнение также было учтено при выводе уравнений (1) и (2).

Рассмотрим динамическую систему (1). Если ввести переменную $x = dy/dt$, то (1) сводится к системе двух дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\dot{y} = x; \quad \dot{x} = (\sigma_0 - 4\bar{\alpha}\lambda v^3 x^2/3)x - \omega_0^2[1 - s(1-s)i/\bar{\alpha}] + \varphi(t). \quad (3)$$

Нам важно изучить фазовый портрет данной динамической системы методами качественного анализа, поэтому положим $\phi(t) = 0$. Что же касается действия внешних сил, его лучше всего исследовать количественными методами, например методом усреднения Крылова–Боголюбова–Митропольского (Боголюбов, Митропольский, 1974). Поскольку величина $s(1-s)i/\bar{\alpha} \ll 1$, поэтому в дальнейшем анализе ею можно пренебречь. С учетом сделанных допущений получаем следующую автономную динамическую систему, описываемую системой дифференциальных уравнений стандартного типа:

$$\dot{y} = x; \quad \dot{x} = (\sigma_0 - 4\bar{\alpha}\lambda v^3 x^2/3)x - \omega_0^2 y \quad \text{или} \quad \dot{x} = P(x, y); \quad \dot{y} = Q(x, y). \quad (4)$$

КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ДИНАМИКИ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Стационарное состояние динамической системы (4) ($\dot{x} = \dot{y} = 0$) имеет место в начале координат фазовой плоскости: $x = 0$, $y = 0$. Таким образом, нулевая точка ($x = 0$, $y = 0$) является особой точкой, или точкой равновесия исследуемой динамической системы (4).

Для исследования характера и устойчивости точки равновесия воспользуемся методом анализа устойчивости по первому приближению (Кузнецов А., Кузнецов С., Рыскин, 2005). Выпишем якобиан, соответствующий линеаризованным в окрестности нулевой точки уравнениям системы (4):

$$J_0 = \begin{vmatrix} P'_x(0,0) & P'_y(0,0) \\ Q'_x(0,0) & Q'_y(0,0) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sigma_0 & -\omega_0^2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

Таблица 1

Интервалы изменения мощности акселератора	Корни характеристического уравнения	Состояния равновесия
$0 < v \leq \frac{\lambda + \alpha - 2\sqrt{\lambda\alpha} - \lambda(1-s)\beta/\gamma}{\lambda\alpha}$ [0 < v ≤ 0.05]	Вещественные и отрицательные ($\sigma_0 < 0$)	Устойчивый узел
$\frac{\lambda + \alpha - 2\sqrt{\lambda\alpha} - \lambda(1-s)\beta/\gamma}{\lambda\alpha} < v < \frac{\lambda + \alpha - \lambda(1-s)\beta/\gamma}{\lambda\alpha}$ [0.05 < v < 1.05]	Комплексные. Вещественная часть отрицательна ($\sigma_0 < 0$)	Устойчивый фокус
$v = \frac{\lambda + \alpha - \lambda(1-s)\beta/\gamma}{\lambda\alpha}$ [v = 1.05]	Чисто мнимые ($\sigma_0 = 0$)	Точка бифуркации
$\frac{\lambda + \alpha - \lambda(1-s)\beta/\gamma}{\lambda\alpha} < v < \frac{\lambda + \alpha + 2\sqrt{\lambda\alpha} - \lambda(1-s)\beta/\gamma}{\lambda\alpha}$ [1.05 < v < 2.05]	Комплексные. Вещественная часть положительна ($\sigma_0 > 0$)	Неустойчивый фокус
$v \geq \frac{\lambda + \alpha + 2\sqrt{\lambda\alpha} - \lambda(1-s)\beta/\gamma}{\lambda\alpha}$ [v ≥ 2.05]	Вещественные и положительные ($\sigma_0 > 0$)	Неустойчивый узел

Отсюда следует, что

$$J_0 = \omega_0^2; \quad S_0 = \sigma_0, \tag{5}$$

где S_0 – след матрицы Якоби. Характеристическое уравнение линеаризованной системы имеет вид $p^2 - S_0p + J_0 = 0$, а его корни –

$$p_{1,2} = 0.5(S_0 \pm \sqrt{S_0^2 - 4J_0}) = 0.5(\sigma_0 \pm \sqrt{\sigma_0^2 - 4\omega_0^2}). \tag{6}$$

Таким образом, характер поведения фазовых траекторий и, следовательно, вид фазового портрета в окрестности особой точки определяются корнями характеристического уравнения $p_{1,2}$, а они выражаются через след S_0 и детерминант J_0 матрицы Якоби. Учитывая выражения для σ_0 и ω_0^2 из (1), согласно (6) получаем

$$p_{1,2} = -0.5[\lambda + \alpha - \alpha\lambda v - \lambda(1-s)\beta/\gamma] \pm 0.5\sqrt{[\lambda + \alpha - \alpha\lambda v - \lambda(1-s)\beta/\gamma]^2 - 4\lambda\alpha}. \tag{7}$$

Классификация корней (7) характеристического уравнения и тип соответствующего состояния равновесия представлены в табл. 1.

Как видно из табл. 1, при значениях мощности акселератора v , меньших единицы (точнее, $v \leq 1.05$), состояние равновесия системы весьма устойчиво, причем имеет место асимптотическая устойчивость. Это означает, что если система будет выведена из состояния равновесия под действием внешних шоков, то по прошествии определенного времени она будет асимптотически стремиться к состоянию равновесия, а значит, отсутствия развития. Следовательно, система будет сохранять первоначальное состояние равновесия. Естественно, что при этом невозможно наращивать темпы экономического роста.

При значении мощности $v = 1.05$ (т.е. в точке $\sigma_0 = 0$) корни характеристического уравнения являются чисто мнимыми ($p_{1,2} = \pm\sqrt{\lambda\alpha}i$) и особая точка принимает тип центра. В этом случае система становится негрубой и, следовательно, структурно неустойчивой и весьма чувствительной к малым флуктуациям. Поскольку при $\sigma_0 > 0$ ($v > 1.05$) состояние равновесия теряет устойчи-

вость, то налицо все признаки рождения в точке $\sigma_0 = 0$ устойчивого предельного цикла, т.е. точка $\sigma_0 = 0$ – точка бифуркации. Для доказательства этого предположения воспользуемся теоремой (Эрроусмит, Плейс, 1986).

Теорема. Если точка $O(0, 0)$ является особой точкой динамической системы (4) при всех значениях параметра σ_0 , корни $p_1(\sigma_0)$ и $p_2(\sigma_0)$ характеристического уравнения соответствующей линеаризованной системы оказываются чисто мнимыми при

$$\sigma_0 = \sigma_0^*, \quad \operatorname{Re} p_1(\sigma_0) = \operatorname{Re} p_2(\sigma_0), \quad \frac{d}{d\sigma_0}(\operatorname{Re} p_1(\sigma_0))|_{\sigma_0=\sigma_0^*} > 0,$$

точка $O(0, 0)$ асимптотически устойчива при $\sigma_0 = \sigma_0^*$, то значение $\sigma_0 = \sigma_0^*$ является точкой бифуркации для системы (4).

Нетрудно проверить, что все условия данной теоремы выполняются для системы (4) в точке $\sigma_0 = 0$.

Таким образом, при переходе параметра σ_0 через критическое значение, равное нулю, слева направо происходит бифуркация Андронова–Хопфа (Кузнецов А., Кузнецов С., Рыскин, 2005): устойчивый фокус превращается в неустойчивый и рождается устойчивый предельный цикл малой амплитуды $\sim \sqrt{\sigma_0}$. Такой вид потери устойчивости называется *мягкой* потерей устойчивости. Следовательно, устойчивость равновесия переходит к циклу, равновесие становится неустойчивым и теряется структурная устойчивость.

Итак, при значениях мощности $\nu > 1.05$ любые малые колебания, возникающие в системе, перестают затухать и делаются нарастающими, пока не стабилизируются на уровне $\sim \sqrt{\sigma_0}$, являющемся следствием нелинейных эффектов (Кузнецов А., Кузнецов С., Рыскин, 2005). Выходу на предельный цикл предшествует некоторый переходный процесс. При $\sigma_0 \ll 1$ автоколебания являются квазигармоническими. При $\sigma_0 \sim 1$, $\nu \sim 1.3$ колебания будут существенно нелинейными, т.е. негармоническими. Таким образом, экономическая система с нелинейным акселератором (4) является классической автоколебательной системой, в которой роль механизма положительной обратной связи играет нелинейный акселератор, а в качестве коэффициента усиления выступает мощность акселератора ν . Если коэффициент усиления ν достаточно велик ($\nu > 1.05$), то в системе будет протекать самоподдерживающийся колебательный процесс, основные характеристики которого определяются параметрами системы и не зависят от начальных условий.

Для самовозбуждения автоколебаний в системе необходимо выполнение двух условий (Кузнецов А., Кузнецов С., Рыскин, 2005):

- а) энергия источника, которая преобразуется в энергию колебаний, должна превосходить потери;
- б) энергия должна поступать в колебательную систему через положительную обратную связь в правильной фазе и способствовать усилению колебаний.

Потери – это диссипация всего произведенного (товаров, услуг и т.п.) в экономической системе путем его распродажи индивидам и фирмам для их личного и производственного потребления. Средства производства и технологическое оборудование со временем изнашиваются, устаревая морально и физически, что также является примером диссипации. Понижение прибылей, банкротство предприятий, банковские крахи – это потери от конкуренции, т.е. диссипация другого рода.

Внешний источник энергии, питающий экономическую систему, – это непрерывно поступающие извне инвестиции. Поэтому первое условие автоматически обеспечивается при всех значениях мощности акселератора $\nu > 1$. Таким образом, акселератор индуцированных инвестиций, с одной стороны, свидетельствует об увеличении инвестиционной активности предпринимателей, а с другой – служит тем механизмом, который в каждом цикле отмеряет необходимую порцию дохода, в точности компенсирующую потери, и обеспечивает ее расходование в целях восстановления истраченных запасов готовой продукции, сырья и материалов. Естественно, что объем поступающих в систему инвестиций в каждом цикле должен превышать объем потерь, чтобы обеспечить расширенное функционирование структур производственно-потребительского уровня. В этой связи следует отметить, что еще Дж. Хикс полагал, что мощность акселератора должна быть больше единицы и, следовательно, рост инвестиций, индуцированных ростом национального дохода, должен идти с опережением (Hicks, 1950). Если мощности акселератора не-

достаточно ($v < 1.05$) и ее не хватает для компенсации потерь, то после затухающих колебаний система приходит в состояние равновесия (табл. 1). Все это подтверждается результатами нашего анализа. Действительно, из табл. 1 следует, что при

$$v > [\lambda + \alpha - \lambda(1-s)\beta/\gamma] / \lambda\alpha, \quad v > 1.05,$$

в системе имеет место незатухающий колебательный процесс.

Для реализации второго условия ключевую роль играют запасы готовой продукции, которые расходуются в первую очередь, чтобы без замедления синфазно реагировать на возникающий спрос. Запасы пополняются по мере поступления индуцированных акселератором инвестиций. Таким образом, ключевую роль в колебаниях выпуска играет оборотный капитал, охватывающий запасы готовой продукции, сырья и незавершенного производства. Влияние роста спроса сказывается на увеличении объемов выпуска продукции и стимулировании необходимых для этого капиталовложений. Но первая реакция, безусловно, должна повлечь уменьшение оборотного капитала. Следует учитывать, что вначале расширение производства может быть осуществлено за счет использования незагруженных производственных мощностей и лишь затем — за счет новых капиталовложений. Это также учитывается принятой математической моделью с распределенным запаздыванием отклика. И только затем размещаются заказы на капитальное оборудование, составляющие элементы основного капитала, поставка и монтаж которых требуют времени.

Производители, как правило, всегда стремятся к соответствию запасов прогнозируемому уровню продаж и соблюдению между этими величинами пропорциональности. Например, согласно данным американских исследователей в США запасы товаров всех видов обычно равны объему продаж за три месяца (Клинов, 2005). В частности, среднегодовые оценки запасов продукции обрабатывающих отраслей промышленности США в начале текущего столетия составляли 1.47 для товаров длительного пользования и 1.14 для товаров краткого пользования от величины ежемесячных отгрузок. Причем норма запасов относительно ежемесячных продаж колебалась в оптовой торговле США в пределах 1.13–1.38, а в розничной — в диапазоне 1.41–1.58 на всем протяжении второй половины XX в. Эти данные убедительно показывают, что нормы запасов в экономике США достаточны для поддержания незатухающих автоколебаний. (Заметим, что нормы запасов в экономике США соответствуют значениям мощности акселератора, требуемым для поддержания незатухающих колебаний, и во всех случаях превышают ее бифуркационное значение.)

Описанный выше механизм использования запасов готовой продукции для неотложного удовлетворения рыночного спроса синфазно с его колебаниями и механизм акселератора для стимулирования индуцированных инвестиций для последующего восстановления запасов являются единым механизмом положительной обратной связи в экономической системе, основанной на принципах свободной конкуренции. Мощность акселератора выступает в роли коэффициента усиления обратной связи. В такой системе колебания, поступившие с выхода обратной связи, синфазны с колебаниями выпуска в системе, поэтому они способствуют их усилению. Итак, незатухающие колебания в экономической системе существуют потому, что расход оборотного капитала, возникающий в результате действия диссипативных сил, для немедленного реагирования на спрос будет компенсироваться за счет соответствующих индуцированных инвестиций с определенным запаздыванием по времени.

Таким образом, в нелинейной экономической системе (4) в окрестности неустойчивого фокуса любые малые флуктуации усиливаются, достигая макроскопического уровня, а также вызывают структурную перестройку динамической системы и переводят ее в новое состояние равновесия. По Й. Шумпетеру (Шумпетер, 1982) именно смена уровней равновесия как раз и определяет долгосрочную траекторию экономического развития.

Мощность акселератора целиком зависит от предпринимательской активности (они прямо пропорциональны). Всплески предпринимательской активности согласно (Шумпетер, 1982) вызываются не всяким инвестированием в производство, а лишь инновациями, т.е. введением принципиально новых товаров, техники, технологий и форм организации производства и обмена. Именно инновационные шоки, которые случайны по своей природе, служат двигателем экономического развития. Они вносят очередную “порцию энергии” в предпринимательскую среду, что способствует всплеску деловой активности и, следовательно, резкому возрастанию мощности акселератора. Вслед за этим следует взрывной рост капиталовложений в экономику. Таким образом, мощность акселератора является циклической величиной, поскольку с началом падения предпринимательской прибыли падает и предпринимательская активность вплоть до появления нового инновационного толчка, вызывая постепенное снижение мощности акселератора.

Таблица 2

Интервалы изменения ν	Корни характеристического уравнения	Решение однородного уравнения
$0 < \nu \leq \frac{\lambda + \varkappa - 2\sqrt{\lambda s \varkappa}}{\lambda \varkappa}$ [0 < $\nu \leq 0.75$]	Вещественные и отрицательные ($\bar{\sigma}_0 > 0$)	Неколебательное, затухающее
$\frac{\lambda + \varkappa - 2\sqrt{\lambda s \varkappa}}{\lambda \varkappa} < \nu < \frac{\lambda + \varkappa}{\lambda \varkappa}$ [0.75 < $\nu < 1.25$]	Комплексные. Вещественная часть отрицательна ($\bar{\sigma}_0 > 0$)	Колебательное, затухающее
$\nu = \frac{\lambda + \varkappa}{\lambda \varkappa}$ [$\nu = 1.25$]	Чисто мнимые ($\bar{\sigma}_0 = 0$)	Колебательное, незатухающее
$\frac{\lambda + \varkappa}{\lambda \varkappa} < \nu < \frac{\lambda + \varkappa + 2\sqrt{\lambda s \varkappa}}{\lambda \varkappa}$ [1.25 < $\nu < 1.75$]	Комплексные. Вещественная часть положительна ($\bar{\sigma}_0 < 0$)	Колебательное, взрывное
$\frac{\lambda + \varkappa + 2\sqrt{\lambda s \varkappa}}{\lambda \varkappa} \leq \nu$ [$\nu \geq 1.75$]	Вещественные и положительные	Неколебательное, взрывное

Без инноваций экономика будет находиться в застое, т.е. пребывать в первоначальном равновесном состоянии. Только очередной инновационный толчок вновь пробуждает предпринимательскую активность, рождает новых инноваторов, которые обеспечивают новую волну подъема.

Рассмотрим влияние циклических колебаний на долгосрочный рост. Для этого проведем анализ решений дифференциального уравнения (2), описывающего траекторию экономического роста. Характер влияния циклических колебаний на долгосрочный рост определяется решением однородной части уравнения (2). Соответствующее характеристическое уравнение имеет вид $p^2 + \bar{\sigma}_0 p + \bar{\omega}_0^2 = 0$, а его корни вычисляются по формуле

$$p_{1,2} = -0.5\bar{\sigma}_0 \pm \sqrt{0.25\bar{\sigma}_0^2 - \bar{\omega}_0^2} = -0.5(\lambda + \varkappa - \lambda \varkappa \nu) \pm 0.5\sqrt{(\lambda + \varkappa - \lambda \varkappa \nu)^2 - 4\lambda s \varkappa}.$$

Следовательно, возможные варианты влияния циклических колебаний на долгосрочный рост можно представить в виде табл. 2.

Как видно из табл. 2, устойчивый рост возможен в диапазоне мощностей акселератора $0 < \nu < 1.25$, причем при $0 < \nu \leq 0.75$ имеет место неколебательное (апериодическое) затухающее влияние циклических колебаний, при $0.75 < \nu < 1.25$ — колебательное затухающее влияние, а при $\nu > 1.25$ — неустойчивый взрывной рост.

Результаты качественного анализа решений уравнений (1) и (2), описывающих циклические колебания деловой активности и траекторию долгосрочного экономического роста, удобно представить в виде наглядной диаграммы (рис. 1), характеризующей влияние деловых циклов на экономический рост.

Построим аналитическое решение в диапазоне устойчивого роста с колебательным затухающим влиянием делового цикла. Допустим, что $\nu = 1.1$. Тогда $p_{1,2} = -0.3 \pm 0.95i$. Значит, $\bar{Y}_{\text{одн}} = (c_1 \cos 0.95t + c_2 \sin 0.95t)e^{-0.3t}$. Для отыскания частного решения зададимся конкретным видом функции $\bar{A}(t) = \bar{A}_0 e^{gt}$, когда трендовая кривая независимых инвестиций растет с постоянным ежегодным темпом, равным g . Следовательно, частное решение имеет вид $\bar{Y}_q = B e^{gt}$,

$$B = \lambda(g + \varkappa)\bar{A}_0 / (g^2 + \bar{\sigma}_0 g + \bar{\omega}_0^2), \quad (8)$$

а общее решение —

$$\bar{Y} = \bar{Y}_{\text{одн}} + \bar{Y}_q = (c_1 \cos 0.95t + c_2 \sin 0.95t)e^{-0.3t} + B e^{gt}.$$

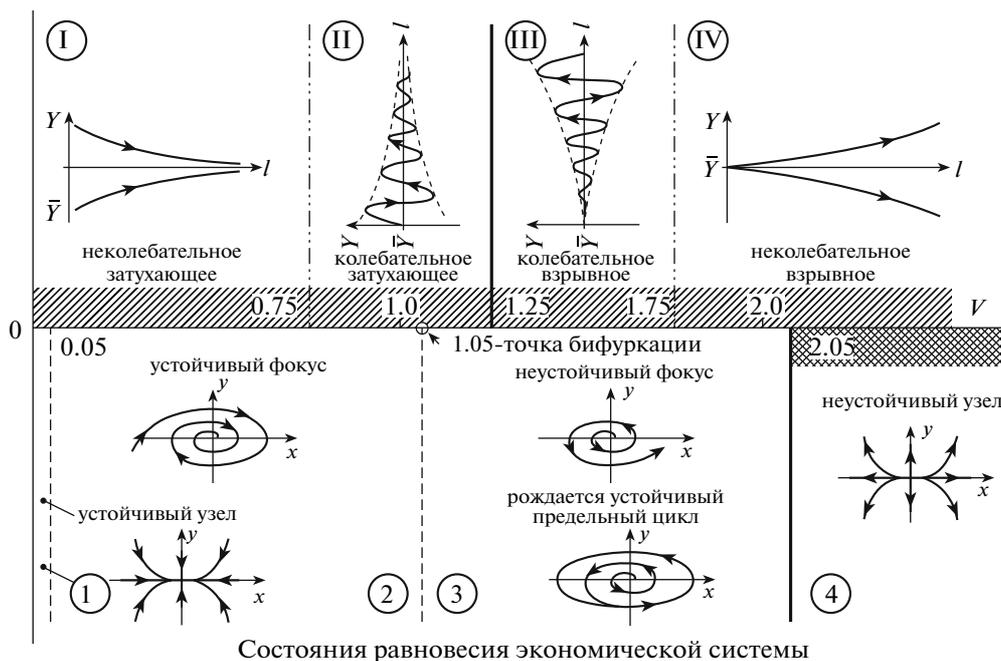


Рис. 1. Диаграмма, характеризующая влияние циклических колебаний экономической системы на ее долгосрочный рост.

Что же касается произвольных постоянных c_1 и c_2 , то при начальных условиях

$$\bar{Y}(0) = \bar{Y}_0, \quad \left. \frac{d\bar{Y}}{dt} \right|_{t=0} = 0 \quad (9)$$

получаем $c_1 = \bar{Y}_0 - B$; $c_2 = 0.32[\bar{Y}_0 - (1 + 3.3g)B]$. Итак, искомое аналитическое решение уравнения (2) имеет вид

$$\bar{Y}(t) = B e^{gt} + \{(\bar{Y}_0 - B)\cos 0.95t + 0.32[\bar{Y}_0 - (1 + 3.3g)B]\sin 0.95t\} e^{-0.3t}. \quad (10)$$

Второе слагаемое в фигурных скобках представляет собой затухающий колебательный процесс, поэтому в стационарном состоянии $\bar{Y}_{ст}(t) = B e^{gt}$. Поскольку величина g , как правило, весьма мала и составляет всего несколько процентов, то из (8) следует, что $B \cong \bar{A}_0/s = \bar{A}_0/(1 - c)$. А это есть простой мультипликатор, который означает, что если независимые капиталовложения растут вследствие внезапного появления крупных инноваций, то мультипликатор порождает соответствующий рост выпуска продукции, обеспечивающий новое равновесие в системе $\bar{Y} = \bar{A}_0 e^{gt}/s$, причем этот результат будет устойчивым в динамике (Аллен, 1963). Выше был рассмотрен экспоненциальный рост независимых инвестиций, на практике же независимые капиталовложения развиваются “скачками”, как это описывал Й. Шумпетер (Шумпетер, 1982). Следовательно, тренд выпуска в долгосрочном периоде также будет иметь ступенчатый вид, который несколько сглажен переходными процессами и внешними шумами.

Таким образом, если значение мощности акселератора находится в диапазоне

$$\frac{\lambda + \alpha - \lambda(1 - s)\beta/\gamma}{\lambda\alpha} < v < \frac{\lambda + \alpha}{\lambda\alpha}, \quad 1.05 < v < 1.25,$$

то тренд выпуска совпадает с траекторией, описываемой частным решением $\bar{Y}(t) = \bar{Y}_q(t)$. Это означает увеличение выпуска продукции с той же относительной скоростью, что и скорость роста независимых инвестиций. Если рост выпуска продукции начинается с надлежащего уровня $\bar{Y}_0 = \bar{A}_0/s \cong B$, тогда из (10) следует, что

$$\bar{Y}(t) = \bar{Y}_0(e^{gt} - 1.06g e^{-0.3t} \sin 0.95t), \quad (11)$$

и его последующий рост происходит по линии равновесия, определяемой кривой $\bar{Y}_0 e^{gt}$. Этот результат совпадает с действием динамического мультипликатора. Под воздействием динамического мультипликатора выпуск продукции следует за движением независимых расходов, безразлично растут ли они по экспоненциальному закону или изменяются скачками (Аллен, 1963). Однако следует иметь в виду, что в нашем случае на этот тренд накладываются еще и циклические колебания, описываемые уравнением (1). Последние носят краткосрочный характер, поскольку мощность акселератора со временем меняется и рано или поздно выходит из рассматриваемого диапазона. Важно отметить, что в этом диапазоне экономическая система находится в неустойчивом состоянии и становится восприимчивой к структурным изменениям, переработке и поглощению инноваций.

Рассмотрим решение уравнения (2) в диапазоне мощностей акселератора:

$$\frac{\lambda + \alpha}{\lambda \alpha} < v < \frac{\lambda + \alpha + 2\sqrt{\lambda s \alpha}}{\lambda \alpha}, \quad 1.25 < v < 1.75.$$

Поскольку в этом диапазоне корни характеристического уравнения будут сопряженными комплексными числами с положительной вещественной частью (см. табл. 2) (т.е. $p_{1,2} = \alpha \pm j\theta$, где $\alpha > 0$ и j – мнимая единица), то общее решение примет вид

$$\bar{Y}(t) = B e^{gt} + (c_3 \cos \theta t + c_4 \sin \theta t) e^{\alpha t}.$$

Удовлетворяя начальным условиям (9), заданным в момент поступления случайного инновационного шока $t = t_i$, получаем следующее конкретное решение:

$$\bar{Y}(t) = B e^{g(t-t_i)} \left\{ (\bar{Y}_i - B) \cos \theta(t-t_i) - [Bg + (\bar{Y}_i - B)] \sin[\theta(t-t_i)] / \theta \right\} e^{\alpha(t-t_i)}. \quad (12)$$

Отсюда видно, что тренд выпуска в динамическом режиме все в большей мере отклоняется от траектории равновесия $B e^{g(t-t_i)}$, где $B \cong \bar{Y}_i = \bar{A}_i/s$. Причем $\bar{A}_i = \bar{A}_0 + \sum_{j=1}^i \Delta \bar{A}_j$, где $\Delta \bar{A}_j$ – приращение ступенчато меняющейся функции независимых инвестиций в момент времени $t = t_j$. Здесь важно отметить, что происходит смена уровней равновесия.

В диапазоне больших мощностей акселератора $v > (\lambda + \alpha + 2\sqrt{\lambda s \alpha})/\lambda \alpha$, $v > 1.75$, корни характеристического уравнения вещественные и положительные, т.е. $p_1 > 0$, $p_2 > 0$, причем $p_1 > p_2$ и общее решение имеет вид

$$\bar{Y}(t) = c_5 e^{p_1 t} + c_6 e^{p_2 t} + B e^{gt}.$$

При соблюдении начальных условий в момент времени $t = t_j$ получаем

$$c_5 = -[(\bar{Y}_j - B)p_2 + Bg]/(p_1 - p_2), \quad c_6 = [(\bar{Y}_j - B)p_1 + Bg]/(p_1 - p_2),$$

конкретное решение –

$$\bar{Y}(t - t_j) = c_5 e^{p_1(t-t_j)} + c_6 e^{p_2(t-t_j)} + B e^{g(t-t_j)}. \quad (13)$$

В этом случае траектория выпуска начинает стремительно отклоняться от траектории “равновесия”. Но затем взрывной рост кончается, начинается спад и устанавливается новое равновесие на уровне $B = \bar{Y}_j$, который будет удерживаться до очередного шока.

МЕХАНИЗМ ФОРМИРОВАНИЯ ТРЕНДОВОЙ КРИВОЙ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА

Опишем механизм формирования фактического тренда экономического роста с учетом влияния циклических колебаний деловой активности. Выше уже отмечалось, что Шумпетер считал важнейшим фактором экономического развития инновационное поведение предпринимателей и вытекающие отсюда технологические нововведения (Шумпетер, 1982). Мощность акселератора v изменяется пропорционально инновационной активности предпринимателей. Для внедрения инноваций на рынок необходимы не только изобретательский талант, смелость предпринимателя-инноватора, поощрительная политика правительства, но и главным образом способность экономической системы воспринять и распространить инновацию. Эта способность системы тесно связана с ее структурной устойчивостью. А структурные изменения в системе воз-

можно только тогда, когда она обладает сильной неустойчивостью, т.е. после того как в системе происходит бифуркация рождения цикла.

Если мощность акселератора, вызванная колебаниями инновационной активности предпринимателей, не слишком велика и находится в диапазоне

$$0 < v < \frac{\lambda + \alpha\lambda(1-s)B/\gamma}{\lambda\alpha}, \quad 0 < v < 1.05,$$

то любые внешние шоки, которые выводят экономическую систему из состояния равновесия, сглаживаются и система вновь асимптотически стремится к прежнему состоянию равновесия. К тому же при этом система структурно устойчива (см. диаграмму на рис. 1) и, следовательно, не восприимчива к инновациям, переменам. Подобная ситуация описана в (Пригожин, Стенгерс, 1986) следующим образом: «Если система структурно устойчива относительно вторжения новых единиц, новый режим функционирования не устанавливается, а сами новые единицы “инноваторы” погибают».

Если мощность акселератора превысит первое критическое значение

$$v_0 = (\lambda + \alpha - \lambda(1-s)B/\gamma)/\lambda\alpha, \quad v_0 = 1.05,$$

то в системе происходит бифуркация и она теряет структурную устойчивость, открывая дорогу структурным изменениям и становясь восприимчивой к инновационным нововведениям. Экономика переходит на новый равновесный уровень и развивается по траектории, определяемой трендовой кривой независимых инвестиций $\bar{A}(t)$ (11), поддерживаемая устойчивыми циклическими колебаниями. А сами циклические колебания являются квазигармоническими автоколебаниями системы вокруг равновесной траектории экономического роста.

Появление достаточно мощного инновационного толчка приводит к качественным изменениям в экономической системе, вызывая массовое появление на рынке предпринимателей и стимулируя их активность, что, в свою очередь, влечет значительное повышение мощности акселератора. Мощность акселератора оказывается выше второго критического значения $v > v_{кр} = (\lambda + \alpha)/\lambda\alpha$, $v_{кр} = 1.25$. Система становится сильно неустойчивой. Действия предпринимателей-инноваторов меняют среду, в которой существуют хозяйствующие субъекты, и вынуждают их пересмотреть свое поведение. Влияние циклических колебаний на экономический рост принимает взрывной характер (рис. 1), хотя и сохраняет колебательный тип. Выпуск также увеличивается взрывным путем. На стороне спроса возрастает доход, поскольку увеличиваются и заработная плата, и прибыль, поэтому потребление также растет. Таков краткосрочный эффект благоприятного шока предложения. За этим следует взрывной рост капиталовложений в новые предприятия, выпускающие инновационные товары и услуги, резко расширяя их выпуск и предложение. Этим же объясняется и массовый спрос со стороны предпринимателей на средства производства, сырье и материалы, а также на рабочую силу, означающий появление значительной покупательной силы, вызывающей вторичную волну подъема, которая охватывает всю экономику и становится движущей силой всеобщего процветания и прогресса. Имеет место также характерный для периодов подъема рост цен и уровня процента кредитования. Поэтому продолжительное время все новые предприниматели производят и торгуют с ощутимой прибылью. И так будет продолжаться до тех пор, пока новое не станет привычным, реальным, а падение предпринимательской прибыли остановит выпуск новых изделий и товаров. Соответственно исчезает фактор, стимулирующий подъем, падает активность предпринимательской деятельности (соответственно и мощность акселератора становится ниже $v_{кр} = (\lambda + \alpha)/\lambda\alpha$) и начинается сокращение инвестиций, что, в свою очередь, ведет к спаду (мощность акселератора опускается ниже $v_0 = [\lambda + \alpha - \lambda(1-s)\beta/\gamma]/\lambda\alpha$), а затем – к депрессии, а через нее – к состоянию временного относительного равновесия.

Стабилизация нового уровня равновесия наступает и закрепляется в диапазоне мощностей акселератора $v_0 < v < v_{кр}$ за счет устойчивых краткосрочных колебаний, и поэтому система не возвращается к прежнему равновесному тренду (Nelson, Plosser, 1982; Prescott, 1986). В этот период происходят уход с рынка неконкурентоспособных экономических субъектов и усиление эффективных компаний, снижение издержек производства и цен, поглощение произведенной продукции, а также поиск новых инноваций. Все это порождает предпосылки будущего экономического подъема, начало нового цикла. В этом состоит позитивный аспект фазы депрессии. Принципиально важным является то обстоятельство, что без спада, т.е. без насильственного выравнивания предложения и спроса посредством сжатия промышленного производства и прежде

всего за счет ухода из процесса воспроизводства наименее эффективных предприятий, невозможно начало нового цикла. Поэтому необходимо различать негативные социальные последствия спада цикла и его оздоровляющее значение для повышения эффективности производства.

Сказанное выше означает, что траектория выпуска (12) со временем будет отклоняться от траектории равновесного развития во взрывной колебательной форме, пока мощность акселератора меняется в пределах $(\lambda + \varepsilon) / \lambda \varepsilon < v < (\lambda + \varepsilon + 2\sqrt{\lambda s \varepsilon}) / \lambda \varepsilon$, $1.25 < v < 1.75$. Дальнейшее повышение предпринимательской активности приводит к слишком большим значениям мощности акселератора $v > (\lambda + \varepsilon + 2\sqrt{\lambda s \varepsilon}) / \lambda \varepsilon$, $v > 1.75$, когда траектория выпуска также стремительно отклоняется от траектории равновесия, но уже в аperiodической форме. Поскольку экономическая система в рассматриваемом диапазоне мощностей акселератора имеет сильную неустойчивость, любые, даже малые, флуктуации могут вызвать структурную перестройку всей системы и увести ее далеко от первоначальной траектории, переводя в новое состояние. Это подтверждается и фактами, наблюдаемыми на практике. Во время фазы подъема бизнес-циклов даже малые изменения реальной заработной платы сопровождаются большими колебаниями выпуска и занятости. Взрывной рост заканчивается в момент, когда начинается падение предпринимательской прибыли, что также сопровождается падением предпринимательской активности и, следовательно, снижением мощности акселератора ниже критического значения $v < v_{кр} = (\lambda + \varepsilon) / \lambda \varepsilon$, $v_{кр} = 1.25$, которая, однако, определенный промежуток времени остается выше бифуркационного значения $v_0 = [\lambda + \varepsilon - \lambda(1-s)\beta/\gamma] / \lambda \varepsilon$, $v_0 = 1.05$. Затем мощность акселератора падает ниже бифуркационного значения $v < v_0$ и наступает фаза депрессии.

Период депрессии продолжается до тех пор, пока не возникнет новое равновесие в экономической системе. В этом и заключается основной смысл концепции движения к новому порядку через флуктуации (хаос). Новый уровень равновесия закрепляется, становится устойчивым. Система уже не возвращается к прежнему равновесию. Далее начинается новый цикл, генерируемый очередным мощным инновационным шоком уже на новом уровне равновесия. Именно эта смена уровней равновесия по Шумпетеру и определяет долгосрочную траекторию экономического развития, это так называемая концепция подвижного динамического равновесия, связанного с разными видами инноваций.

Таким образом, наблюдаемые изменения выпуска, выглядящие колебаниями вокруг сглаженного детерминированного тренда, на самом деле являются колебаниями самого тренда, вызванными последовательностью сдвигов в производительности, определяющим новую траекторию роста. Это подтверждают и выводы Ч. Нельсона и Ч. Пlossера (Nelson, Plosser, 1982), которые утверждали, что отсутствует тенденция возвращения выпуска к старому тренду: «Если выпуск неожиданно “подскочит” в этом данном году, то и “тренд” в целом, по-видимому, будет выше в течение нескольких лет». Такой же точки зрения придерживался и Э. Прескотт (Prescott, 1986).

Что же касается автоколебательного движения выпуска, описываемого нелинейным уравнением (1), оно внутренне присуще системе и заложено в самой структуре системы, оно появляется в результате взаимодействия мультипликатора и нелинейного акселератора, а также запаздываний и целиком определяется структурными параметрами системы λ , μ , s , v . Амплитуда колебаний не зависит от начальных условий и обусловлена исключительно внутренними свойствами системы. Автоколебания накладываются на основную траекторию долгосрочного экономического роста, поскольку $Y = y + \bar{Y}$, как это следует из уравнения (1). Причем они носят краткосрочный характер между двумя соседними технологическими шоками. Таким образом, экономическая эволюция происходит через смену инновационной активности и технологий. Й. Шумпетер полагал, что именно через “созидательное разрушение”, т.е. отказ от отживших технологий, смену устаревших организационных форм, осуществляется экономическое развитие. Описанный выше механизм формирования долгосрочного тренда экономического роста иллюстрируется на рис. 2.

Итак, мощность акселератора v является управляющим параметром и оказывает существенное влияние на динамику экономической системы, формирование траектории долгосрочного экономического роста. Поскольку мощность акселератора определяется предпринимательской активностью, то в конечном счете экономическое развитие управляется инновационной активностью предпринимателей. Поэтому в странах, где предпринимательская активность невысока, автоколебания, т.е. эндогенные циклические колебания, невозможны, и могут возникнуть только вынужденные колебания, вызванные внешним воздействием.

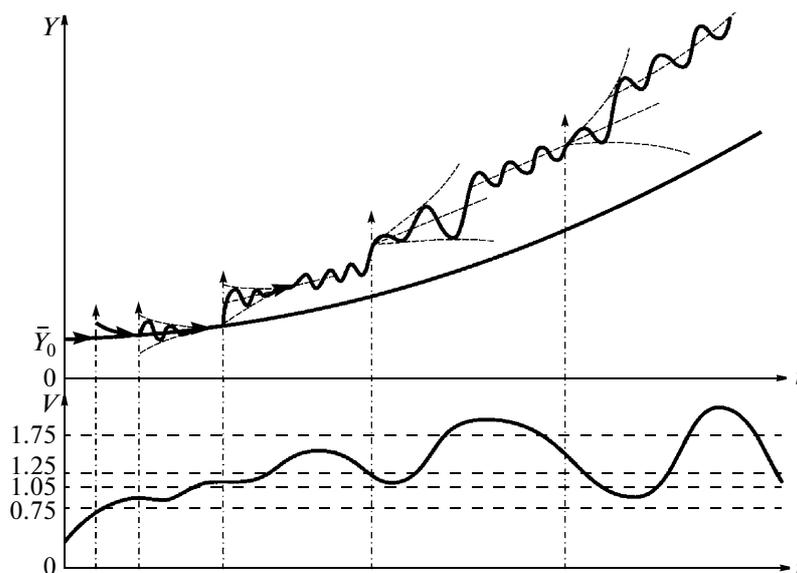


Рис. 2. Формирование траектории долговременного роста под влиянием циклических колебаний деловой активности.

Дж. Кейнс и его последователи справедливо полагали, что главным источником импульсов, порождающих экономические колебания, служат автономные изменения инвестиционных расходов. Важнейшим видом независимых (автономных) расходов являются инвестиции, порождаемые крупными изобретениями и техническими нововведениями. Капиталовложения государственных и общественных организаций в развитие инфраструктуры, в строительство зданий, дорог, морских и воздушных портов и т.п. относятся к другому типу независимых инвестиций. Дж. Кейнс (Кейнс, 1978) подчеркивал, что решения об инвестициях зависят от ожидаемой прибыльности и что эти ожидания неустойчивы, изменчивы. Выше было показано, что один только рост инвестиций недостаточен для того, чтобы породить циклы. Необходима достаточно высокая предпринимательская активность по ее реализации, чтобы перевести систему в сильно неустойчивое состояние, когда она становится восприимчивой к инновациям. В свою очередь, инновации также связаны с инвестициями случайным образом, поэтому на практике мы имеем дело с неравномерным техническим прогрессом.

Динамическая модель (1) и (2) экономического развития включает как независимые $A(t)$, так и индуцированные капиталовложения $I(t) = \Psi\{vdy/dt\}$.

Выводы, вытекающие из рассмотрения нашей динамической модели, полностью подтверждают основные положения теории реальных деловых циклов (РДЦ), разработанной Ф. Кюдландом, Э. Прескоттом, Ч. Плоссером, Р. Кингом и другими американскими экономистами в 1980-х годах. Авторы теории РДЦ считают, что причиной циклических колебаний совокупного выпуска и занятости являются факторы совокупного предложения, связанные с технологическими сдвигами, появлением новых продуктов и новых видов сырья, колебаниями мировых цен на энергоносители и материалы, а также природные катаклизмы. Причем они полагали, что вызванные этими причинами колебания краткосрочны, действуют в течение нескольких лет, затухают и возникают вновь. Теория РДЦ опирается на предпосылки новой классической школы (Р. Лукас, Т. Сарджент, Э. Прескотт, Р. Бэрроу и др.), рассматривающей поведение экономических субъектов как сугубо рациональное. Однако она исходит из положения о том, что источником краткосрочных экономических колебаний служит не совокупный спрос, а совокупное предложение. Большинство “новых классиков” считает именно неожиданные шоки совокупного спроса (в первую очередь монетарные, вызванные колебаниями величины денежной массы) причиной краткосрочной нестабильности в экономике, а таким факторам предложения, как технологические шоки, “новые классики” не уделяют должного внимания в кратком периоде, полагая, что они воздействуют на потенциальный совокупный выпуск лишь в долгом периоде. Однако сторонники теории РДЦ считают, что факторы совокупного предложения оказывают существенное влияние на колебания занятости и совокупного выпуска не только в длительном, но и коротком

периоде. Более того, долгосрочный экономический рост есть следствие воздействия краткосрочных циклических колебаний. Наша модель также подтверждает, что именно совокупное предложение является основной причиной как краткосрочных циклических колебаний, так и формирования траектории долгосрочного экономического роста. Безусловно, действует и фактор совокупного спроса, но решающую роль играет фактор совокупного предложения.

Сторонники теории РДЦ рассматривают краткосрочные колебания совокупного выпуска и занятости как следствие оптимизационных решений экономических агентов, принимаемых ими в ответ на изменения факторов совокупного предложения. Поэтому макроэкономическая политика, направленная на предотвращение этих колебаний, рассматривается теорией РДЦ как ненужная и, более того, приносящая вред.

В ходе циклических колебаний экономике постоянно приходится балансировать между двумя серьезными проявлениями нестабильности: инфляцией и безработицей. В этой связи цели макроэкономической политики могут быть обозначены как, с одной стороны, создание условий для расширения производства и, с другой — удерживание инфляции и безработицы на низких уровнях. На достижение первой цели направлена политика экономического роста, а на достижение второй — подчинена стабилизационная политика. Поскольку задача стабилизационной политики состоит в смягчении колебаний уровня безработицы, что достигается путем ограничения амплитуды колебаний совокупного выпуска, то прежде всего необходимо стремиться уменьшить колебания всех внешних вынуждающих воздействий, таких как предложение денег или величины государственных расходов, а также колебаний мировых цен на энергоносители и продовольствие. Правительство и монетарные власти должны сосредоточить свое внимание также на антиинфляционной политике, чтобы поддерживать приемлемый уровень инфляции. Так как амплитуда автоколебаний системы минимальна, не зависит от начальных условий и определяется только внутренними структурными параметрами системы, а сами автоколебания играют решающую роль для ускорения темпов экономического роста, то необходимы меры, способствующие возникновению и поддержанию в системе краткосрочных автоколебаний.

ВЫВОДЫ

1. Устойчивый долгосрочный экономический рост в динамической модели (1)–(2) гарантирован в диапазоне мощностей акселератора $0 < v < (\lambda + \varepsilon)/\lambda \varepsilon$, $0 < v < 1.25$. Причем при значениях $v < [\lambda + \varepsilon - \lambda(1-s)\beta/\gamma]/\lambda \varepsilon$, $v < 1.05$, любые внешние шоковые воздействия сглаживаются системой и она, будучи выведена из равновесного состояния, асимптотически стремится к устойчивому первоначальному тренду экономического роста.

В интервале $[\lambda + \varepsilon - \lambda(1-s)\beta/\gamma]/\lambda \varepsilon < v < (\lambda + \varepsilon)/\lambda \varepsilon$ состояние равновесия неустойчиво; в системе происходит бифуркация и рождается устойчивый незатухающий колебательный режим. Этот режим хорош тем, что благоприятствует структурным преобразованиям, необходимым для переработки и освоения инноваций. Экономическая система переходит к новому состоянию равновесия, которое фиксируется возникшим в системе автоколебанием, т.е. в большинстве случаев происходит смещение тренда долгосрочного роста на более высокий уровень, обеспечивая увеличение темпов роста. Следовательно, режим автоколебаний в экономической системе чрезвычайно полезен, поскольку способствует структурным преобразованиям, требуемым для восприятия инноваций, а также обеспечивает смену уровней равновесия, что определяет ступенчатую траекторию долгосрочного экономического роста.

2. При высоких значениях мощностей акселератора $v > (\lambda + \varepsilon)/\lambda \varepsilon$ экономический рост может стать неустойчивым вследствие взрывного характера влияния циклических колебаний системы. Однако благодаря цикличности v и естественному ограничению выпуска, вызванному падением предпринимательской прибыли, последующему спаду производства до наступления нового уровня равновесия, закрепляемого при снижении мощности акселератора, система будет продолжать относительно устойчивый рост, сменяя уровни равновесия и пребывая между ними в неравновесном состоянии, т.е. в состоянии динамического равновесия.

3. Автоколебания характерны для развитых экономик с высокой предпринимательской активностью и инновационной восприимчивостью. В странах, где предпринимательская активность невысока, автоколебания в экономике практически исключены, там могут быть только вынужденные колебания, вызванные экзогенными шоками. Так как амплитуда автоколебаний системы минимальна, не зависит от начальных условий и определяется только внутренними структурными параметрами системы, а сами автоколебания играют решающую роль для ускоре-

ния темпов экономического роста, то необходимы меры, способствующие возникновению и поддержанию в системе краткосрочных автоколебаний, что достигается с помощью поощрения и поддержки инновационной активности предпринимателей.

4. Правительство и монетарные власти для проведения стабилизационной политики (смягчение колебаний уровня безработицы через ограничение амплитуды колебаний совокупного выпуска) должны стремиться минимизировать влияние колебаний всех внешних вынуждающих воздействий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Акаев А.А.** (2008): Анализ решений общего уравнения макроэкономической динамики // *Экономика и мат. методы*. 2008. Т. 44. № 3.
- Аллен Р.** (1963): Математическая экономия. М.: Изд-во иностранной литературы.
- Аукуционек С.П.** (1990): Дискуссионные вопросы теории цикла. М.: ГПСИ ИМЭМО АН СССР.
- Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А.** (1974): Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука.
- Кейнс Дж.М.** (1978): Общая теория занятости, процента и денег. М.: Прогресс.
- Клинов В.Г.** (2005): Экономическая конъюнктура. М.: Экономика.
- Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Рыскин Н.М.** (2005): Нелинейные колебания. М.: Физматлит.
- Пригожин И., Стенгерс И.** (1986): Порядок из хаоса. М.: Прогресс.
- Шумпетер Й.** (1982): Теория экономического развития. М.: Прогресс.
- Эрроусмит Д., Плейс К.** (1986): Обыкновенные дифференциальные уравнения. Качественная теория с приложениями. М.: Мир.
- Burns A.F., Mitchell W.C.** (1946): *Measuring Business Cycles*. N.Y.: NBER.
- Hicks J.R.** (1950): *A Contribution to the Theory of the Trade Cycle*. Ch. IV–VI. Oxford: Oxford University Press.
- Kydland E., Prescott E.** (1982): Time to Build and Aggregate Fluctuations // *Econometrica*. Vol. 50. № 6.
- Long J., Plosser C.** (1983): Real Business Cycles // *J. of Polit. Econ.* Vol. 91. February.
- Lucas R.E.** (1977): Understanding Business Cycles // *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*. Vol. 5. Issue 1.
- Nelson Ch.R., Plosser Ch.I.** (1982): Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series // *J. of Monetary Econ.* September. Vol. 10.
- Prescott E.** (1986): Theory Ahead of Business Cycle Measurement // *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*. Vol. 25. Issue 1.
- Schumpeter J.** (1939): *Business Cycles*. N.Y.: McGraw-Hill.

Поступила в редакцию
22.04.2008 г

Qualitative Analysis of Business Cycles' Influence on Economic Growth

A. A. Akaev

It is given the qualitative analysis of differential equations' solution describing the cyclical changes of business activity and economic growth, system stability is investigated. Bifurcation point is estimated where the system loses stability and becomes susceptible to structural changes and innovations. The result of bifurcation is presence of self-sustained persistent auto oscillation in the system. It is shown that in conditions of fluctuation equilibrium levels have been changing, that defines rising economic growth. Mechanism of short-term cyclical changes' influence on formation of long-term economic growth's locus is educed.