
 ЗАМЕТКИ
И ПИСЬМА

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ СТУПЕНЧАТЫХ ФУНКЦИЙ В ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ РАСЧЕТАХ*

© 2009 г. П. И. Кузнецов, С. Н. Трунин

(Краснодар)

ВВЕДЕНИЕ

Размещение, т.е. хранение и захоронение отходов, как и иные виды негативного воздействия на окружающую среду, является платным (Постановление № 632, 1992; Инструктивно-методические указания, 1993). Порядок определения и внесения платы за размещение отходов установлен законодательством, в частности нормативными документами (Инструктивно-методические указания, 1993; Приказ № 204, 2007).

Согласно (Инструктивно-методические указания, 1993), годовой размер платы за размещение (хранение) отходов в отчетном году j в пределах установленных лимитов определяется выражением

$$П_{лj} = \sum_{i=1}^n C_{lij} M_{ij}, \quad M_{ij} \leq M_{lij}, \quad (1)$$

где i — вид отходов, $i = 1, \dots, n$; j — отчетный год; $П_{лj}$ — годовой размер платы за размещение отходов в году j (руб./год); C_{lij} — ставка платы за размещение 1 т отходов i в пределах установленных лимитов в году j (руб./т); M_{ij} — фактическое размещение отходов i в году j (т); M_{lij} — лимит на размещение отходов i в году j (т).

Формальное определение лимита на размещение отходов дано в работах (Кузнецов, Панюшкин, 2002; Кузнецов, 2006). Лимит определен как двухкомпонентная величина $L = L(m_L, \tau_L)$, где m_L — максимально разрешенная масса размещаемых отходов; τ_L — максимально разрешенное время размещения. Причем m_L и τ_L связаны между собой определенной функциональной зависимостью. Лимит на размещение отходов для предприятия-природопользователя устанавливается в специальном разрешении на размещение отходов, в котором задаются величины m_L и τ_L . Разрешение выдается сроком на 5 лет, т.е. 20 календарных кварталов.

В работах (Кузнецов, Панюшкин, 2002; Кузнецов, Панюшкин, Трунин, 2007) развит эколого-экономический подход, позволяющий минимизировать затраты природопользователей на управление отходами путем установления оптимальных лимитов на их размещение. Оптимальное время размещения отходов однозначно определяет длительность цикла управления отходами, т.е. периода времени с момента их образования до момента удаления с территории природопользователя.

Нормативными документами (Приказ № 557, 2006; Приказ № 204, 2007) установлены сроки внесения платы за негативное воздействие на окружающую среду и периодичность представления отчетности по платежам. В качестве отчетного периода зафиксирован календарный квартал.

Таким образом, управление отходами для природопользователя характеризуется двумя периодическими процессами: первый — хранение и удаление отходов с периодом τ_L ; второй — внесение платы с периодом в один квартал. Строго говоря, эти процессы не являются периодическими, поскольку их периоды задаются в календарных единицах (месяц, квартал, год). Измеренные же в физических единицах времени (часах, сутках и т.д.) эти периоды будут варьировать в пределах длительностей календарных единиц. Поэтому точнее будет называть указанные процессы квазипериодическими.

С учетом выше изложенного, прямые эколого-экономические расчеты по выражению (1) сталкиваются с серьезными методологическими трудностями. В частности, без применения адекватных эконометрических методов невозможно определить фактические массы образу-

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 06-05-96689-р_юг_а) и Администрации Краснодарского края.

щихся, хранимых и удаляемых отходов. Однако подавляющее число природопользователей не ведет документально оформленных измерений (взвешиваний, хронометрии) объемов (масс) и времени образования и хранения отходов в силу высокой трудоемкости и стоимости таких работ. В этих обстоятельствах широкое распространение получил расчетный метод определения количеств образованных отходов по удельным нормативам (Сборник удельных показателей, 1999), который предполагает для стабильно работающего предприятия линейный рост накапливаемой массы отходов при постоянной скорости его образования, однозначно связанной с соответствующим удельным нормативом. Следовательно, задача нахождения объемов образующихся отходов сводится к адекватному определению соответствующих периодов времени их образования.

Целью настоящей работы является развитие математического аппарата эколого-экономических расчетов платы за негативное воздействие на окружающую среду при размещении отходов с использованием ступенчатых целочисленных функций для описания квазипериодических процессов в линейном по скорости образования отходов приближении.

ФОРМАЛИЗМ ИСЧИСЛЕНИЯ ПЛАТЫ

В линейном по скорости образования отходов приближении накопление отходов описывается однородной линейной функцией

$$m(t) = v_m t, \quad (2)$$

где $m(t)$ — масса образованных за время t отходов (т); v_m — скорость их образования (т/сут.). С учетом (2), для компонента лимита m_L имеем $m_L = v_m \tau_L$.

Линейное образование отходов по формуле (2) и их удаление с территории природопользователя с периодом τ_L (Кузнецов, Панюшкин, 2002) удобно рассматривать с помощью ступенчатой целочисленной функции $\text{Int}(x)$. В работе (Кузнецов, 2007) получена формула, позволяющая вычислять массу хранимых на конец квартала k отчетного года отходов. Эта формула легко преобразуется в выражение, характеризующее линейное накопление отходов и их удаление с периодом τ_L :

$$m(t) = v_m \tau_L \left[\frac{t - t_p}{\tau_L} - \text{Int} \left(\frac{t - t_p}{\tau_L} \right) \right], \quad (3)$$

где t_p — число суток с начала года выдачи разрешения на размещение отходов до дня его выдачи (дата выдачи разрешения); t — текущее время в сутках, $t \geq t_p$; τ_L — разрешенное время хранения отходов в сутках; $\text{Int}(x)$ — целая часть числа x .

Если следовать указаниям нормативного документа (Инструктивно-методические указания, 1993) об уплате квартальных и годовых сумм платы за фактическое размещение отходов в пределах установленных лимитов и предполагать, что негативное воздействие на окружающую среду пропорционально массе хранимых отходов, то в качестве меры негативного воздействия следует использовать величину средней за период T массы хранимых отходов $\bar{M}$, а именно

$$\bar{M} = \frac{1}{T} \int_0^T m(t) dt. \quad (4)$$

Подставляя в (4) выражение для $m(t)$ из (3), получим для среднего значения хранимой в квартале k массы отходов

$$\bar{M}_k = \frac{v_m \tau_L}{n_k} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \left[\frac{t - t_p}{\tau_L} - \text{Int} \left(\frac{t - t_p}{\tau_L} \right) \right] dt, \quad (5)$$

где k — номер текущего отчетного квартала; t_k и t_{k+1} — начало k и $k + 1$ отчетных кварталов в сутках с начала года выдачи разрешения, причем

$$t_k = \begin{cases} 0 & \text{при } k = 1; \\ \sum_{i=1}^{k-1} n_i & \text{при } k \geq 2; \end{cases}$$

$n_k = t_{k+1} - t_k$ — число суток в отчетном квартале k .

Обозначим через k_p – номер квартала, в котором получено разрешение, внутри года выдачи разрешения ($k_p = 1, \dots, 4$ и определяется по дате выдачи разрешения). Номер отчетного квартала k отсчитывается от номера квартала, в котором получено разрешение, т.е. $k = k_p, \dots, k_p + 20$ (срок действия разрешения заканчивается в квартале $k_p + 20$, начиная с квартала под номером k_p). Номер отчетного года j отсчитывается от года выдачи разрешения; $j = 1, \dots, 6$ (разрешение выдается сроком на 5 лет, т.е. 20 календарных кварталов) и $j = \text{Int}((k + 3) / 4)$. Проведя в (5) замену переменных $x = (t - t_p) / \tau_L$, получим

$$\bar{M}_k = \frac{V_m \tau_L}{n_k} \int_{x_k}^{x_{k+1}} [x - \text{Int}(x)] dx, \quad (6)$$

где $x_k = (t_k - t_p) / \tau_L$, $x_{k+1} = (t_{k+1} - t_p) / \tau_L$.

Выражение (6) справедливо при $t_k \geq t_p$ (т.е. для кварталов, следующих за кварталом выдачи разрешения) или в случае, если дата выдачи разрешения t_p совпадает с началом квартала k (при этом $x_k = 0$). Тогда плата за размещение данного вида отходов в квартале k отчетного года j с учетом выражений (1) и (6) запишется в виде

$$П_{kj} = 0.25 C_{\pi j} \bar{M}_k = 0.25 C_{\pi j} \frac{V_m \tau_L}{n_k} \int_{x_k}^{x_{k+1}} [x - \text{Int}(x)] dx, \quad (7)$$

а годовая плата за размещение отходов в отчетном году j –

$$П_{\pi j} = 0.25 C_{\pi j} V_m \tau_L \sum_{k=1}^4 \left(\frac{1}{n_k} \int_{x_k}^{x_{k+1}} [x - \text{Int}(x)] dx \right). \quad (8)$$

Явные выражения для квартальной и годовой платы за размещение отходов найдем, проведя интегрирование в (7) и (8).

ИНТЕГРИРОВАНИЕ СТУПЕНЧАТОЙ ЦЕЛОЧИСЛЕННОЙ ФУНКЦИИ $\text{INT}(x)$

Функция $\text{Int}(x)$ является элементом множества всех ступенчатых целочисленных функций, которое в свою очередь образует подмножество множества ступенчатых функций. Ступенчатая функция на вещественном интервале $[a, b]$ – это вещественная функция φ такая, что интервал $[a, b]$ может быть разложенным на конечное число попарно не пересекающихся интервалов, на каждом из которых функция $\varphi = \text{const}$ (Фор, Кофман, Дени-Папен, 1966). В каждой точке из $[a, b]$ функция φ имеет пределы справа $\varphi(x + 0)$ и слева $\varphi(x - 0)$; она всюду непрерывна за исключением концевых точек α_i интервалов $[\alpha_i, \alpha_{i+1}]$, на которые подразделен интервал $[a, b]$. Можно предполагать, что φ непрерывна справа в каждой точке, кроме, быть может, b ; в качестве частичных интервалов можно всегда рассматривать замкнутые интервалы $[\alpha_j, \alpha_{j+1}]$.

В работе (Фор, Кофман, Дени-Папен, 1966) интеграл от ступенчатой функции φ на интервале $[a, b]$ определен как

$$\int_a^b \varphi(t) dt = \sum_{j=0}^{n-1} l_j (\alpha_{j+1} - \alpha_j), \quad (9)$$

где l_j – значения ступенчатой функции φ на интервале (α_j, α_{j+1}) . Используя определение (9), проведем интегрирование в формулах (7) и (8). Функция под знаком интеграла в (7) и (8) представляет собой дробную часть числа x . Для краткости записи введем стандартные обозначения для дробной и целой частей числа x , а именно $\{x\}$ и $[x]$ (по определению $0 \leq \{x\} < 1$). Отметим, что

дробная часть числа x , $\{x\}$ является периодической функцией с периодом, равным единице. Возьмем интеграл

$$\int_a^b \{x\} dx = \int_a^b (x - [x]) dx,$$

тогда

$$\begin{aligned} \int_a^b \{x\} dx &= \int_a^b (x - [x]) dx = \int_{[a]}^{[b]} (x - [x]) dx - \int_{[a]}^a (x - [x]) dx + \int_{[b]}^b (x - [x]) dx = \\ &= \sum_{i=1}^{[b]-[a]} \int_{[a]+i-1}^{[a]+i} (x - [a] - i + 1) dx - \int_{[a]}^a (x - [a]) dx + \int_{[b]}^b (x - [b]) dx = \\ &= \sum_{i=1}^{[b]-[a]} \int_0^1 t dt - \int_0^{a-[a]} t dt' + \int_0^{b-[b]} t'' dt'' = 0.5([b] - [a] + (b - [b])^2 - (a - [a])^2). \end{aligned} \quad (10)$$

ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ КВАРТАЛЬНОЙ ПЛАТЫ

Запишем с учетом результатов интегрирования (10) выражение для квартальной платы за размещение отходов (годовая плата находится из выражения (8)). Имеем

$$\begin{aligned} \Pi_{kj} &= 0.125 C_{\text{л}j} \bar{M}_k = 0.125 C_{\text{л}j} (v_m \tau_L^2 / n_k) \times \\ &\times (\text{Int}(x_{k+1}) - \text{Int}(x_k) + (x_{k+1} - \text{Int}(x_{k+1}))^2 - (x_k - \text{Int}(x_k))^2), \end{aligned} \quad (11)$$

где, как и в (6), $x_k = (t_k - t_p)/\tau_L$, $x_{k+1} = (t_{k+1} - t_p)/\tau_L$, а (11), как и выражение (6), справедливо при $t_k \geq t_p$. Используя формулу (11), можно рассчитывать квартальную плату за размещение данного вида отходов в квартале k отчетного года j .

Однако существует особенность применения формулы (11). Она связана с тем обстоятельством, что разрешение на размещение отходов, полученное (продленное) природопользователем, может быть датировано числом, не совпадающим с началом отчетного квартала k_p . Тогда в отчетном квартале k_p формула для расчета квартальной платы будет иметь иной вид. Для квартала k_p первого отчетного года, в котором выдано разрешение, интегрирование в выражении (7) следует проводить на интервале времени $[t_p, t_{k_p+1}]$, при этом $x_{k_p} = 0$; тогда согласно выражению (11) для $k = k_p$

$$\Pi_{k=k_p, j=1}^{\text{д}} = 0.125 C_{\text{л}j} (v_m \tau_L^2 / n_{k_p}) (\text{Int}(x_{k+1}) + (x_{k+1} - \text{Int}(x_{k+1}))^2), \quad (12)$$

где индекс “д” относится к действующему разрешению (см. ниже).

Поскольку природопользователь должен внести плату за весь отчетный квартал k_p , к составляющей платы, определяемой выражением (12) на временном интервале $[t_p, t_{k_p+1}]$, необходимо добавить плату за размещение отходов на интервале $[t_{k_p}, t_p]$. Этот интервал времени относится к предыдущему периоду деятельности природопользователя, когда он либо имел ранее действовавшее разрешение (в общем случае, со “старыми” значениями компонентов лимита m_L^c, τ_L^c , скорости образования отходов v_m^c и датой выдачи t_p^c), либо не имел такого разрешения. В случае отсутствия ранее выданного разрешения значения m_L^c, τ_L^c и v_m^c не определены, но могут быть приняты равными соответствующим значениям, установленным в действующем разрешении. Дата же “старого” разрешения, t_p^c может быть установлена путем обратного отсчета времени на двадцать календарных кварталов от даты выдачи действующего разрешения. При отсутствии разре-

шения, согласно нормативному документу (Постановление № 632, 1992), природопользователь обязан вносить плату за размещение отходов на интервале $[t_{k_p}, t_p]$ в пятикратном размере. С учетом этих обстоятельств запишем выражение для платы $\Pi_{k=k_p, j=1}^c$ за период времени $[t_{k_p}, t_p]$

$$\begin{aligned} \Pi_{k=k_p, j=1}^c &= 0.25 \beta C_{\text{л } j=1} \left(V_m^c (\tau_L^c)^2 / n_{k_p} \right) \times \\ &\times \int_{t_{k_p}^c + \sum_{i=1}^{20} n_i}^{t_p^c + \sum_{i=1}^{20} n_i} \left[(t - t_p^c) / \tau_L^c - \text{Int}((t - t_p^c) / \tau_L^c) \right] dt, \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$\beta = \begin{cases} 1, & \text{если разрешение было;} \\ 5, & \text{если разрешения не было;} \end{cases}$$

n_i — число суток в каждом из двадцати предшествующих дате выдачи действующего разрешения кварталов.

В выражении (13) текущее время отсчитывается от даты выдачи “старого” разрешения, $t \geq t_p^c$, а значение интеграла совпадает с умноженным на 0.5 выражением в круглых скобках в формуле (11), если принять:

$$x_k = (t_{k_p}^c + \sum_{i=1}^{20} n_i - t_p^c) / \tau_L^c, \quad x_{k+1} = \sum_{i=1}^{20} n_i / \tau_L^c.$$

Для отчетного квартала k_p плата за размещение отходов определяется суммой величин, задаваемых выражениями (12) и (13)

$$\Pi_{k=k_p, j=1} = \Pi_{k=k_p, j=1}^c + \Pi_{k=k_p, j=1}^{\text{л}}$$

где индексы “с” и “л” относятся к “старому” и действующему разрешениям, соответственно.

Для последнего отчетного квартала с номером $k_p + 20$ ситуация аналогична описанной выше. В этом квартале заканчивается действующее разрешение и природопользователь должен его продлить, т.е. по существу получить новое разрешение. В этом случае

$$\Pi_{k=k_p+20, j=6} = \Pi_{k=k_p+20, j=6}^{\text{л}} + \Pi_{k=k_p+20, j=6}^{\text{н}}$$

где

$$\Pi_{k=k_p+20, j=6}^{\text{л}} = 0.25 C_{\text{л } j=6} \left(\frac{V_m^{\text{л}} (\tau_L^{\text{л}})^2}{n_{k_p+20}} \right) \int_{t_{k_p}^{\text{л}} + \sum_{i=1}^{20} n_i}^{t_p^{\text{л}} + \sum_{i=1}^{20} n_i} \left[(t - t_p^{\text{л}}) / \tau_L^{\text{л}} - \text{Int}((t - t_p^{\text{л}}) / \tau_L^{\text{л}}) \right] dt, \quad (14)$$

$$\Pi_{k=k_p+20, j=6}^{\text{н}} = 0.25 C_{\text{л } j=6} \frac{V_m^{\text{н}} (\tau_L^{\text{н}})^2}{n_{k_p+20}} \int_{t_p^{\text{н}}}^{t_{k_p+1}^{\text{н}}} \left[(t - t_p^{\text{н}}) / \tau_L^{\text{н}} - \text{Int}((t - t_p^{\text{н}}) / \tau_L^{\text{н}}) \right] dt, \quad (15)$$

а индекс “н” относится к новому (продленному) разрешению.

В выражении (14) текущее время отсчитывается от даты выдачи действующего разрешения $t \geq t_p^{\text{л}}$, а в (15) — от даты выдачи нового разрешения $t \geq t_p^{\text{н}}$. Если обозначить:

$$\begin{aligned} x_k &= \left(t_{k_p}^{\text{л}} + \sum_{i=1}^{20} n_i - t_p^{\text{л}} \right) / \tau_L^{\text{л}}, \quad x_{k+1} = \sum_{i=1}^{20} n_i / \tau_L^{\text{л}}, \\ x_k &= (t_p^{\text{н}} - t_p^{\text{л}}) / \tau_L^{\text{л}} = 0, \quad x_{k+1} = (t_{k_p+1}^{\text{н}} - t_p^{\text{н}}) / \tau_L^{\text{н}}, \end{aligned}$$

то значение интеграла в (14) совпадает с умноженным на 0.5 выражением в круглых скобках в формуле (11), а значение интеграла в (15) — с умноженным на 0.5 выражением в фигурных скобках в формуле (12).

Развитый в настоящей работе математический аппарат исчисления платы за размещение отходов легко алгоритмизируется и может служить основой для разработки компьютерных программ расчета платы. Аппарат позволяет устранить отмеченные в работе (Кузнецов, 2007) ошибки и неопределенности, допущенные в отмененном приказе (Приказ № 459, 2006), но во многом сохранившиеся в действующем приказе Ростехнадзора (Приказ № 204, 2007).

В заключение отметим, что использование ступенчатых функций в эколого-экономическом и экономическом моделировании представляется весьма перспективным направлением исследований. Так, развитый подход может быть применен к исследованию класса задач “ресурс—продукт—отход—ресурс”. К этому классу относятся, например, некоторые задачи логистики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Инструктивно-методические указания по взиманию платы за загрязнение окружающей природной среды (1993): Утверждены Минприроды РФ 26 января 1993 г., с изменениями и дополнениями от 15 февраля 2000 г.
- Кузнецов П.И., Панюшкин В.Т.** (2002): Экономический подход к определению лимитов на размещение отходов // *Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки*. № 1.
- Кузнецов П.И.** (2006): Плата за негативное воздействие на окружающую среду. Краснодар: Советская Кубань.
- Кузнецов П.И.** (2007): Новые формы отчетности // *Экология производства*. № 1.
- Кузнецов П.И., Панюшкин В.Т., Трунин С.Н.** (2007): Эколого-экономические аспекты дилеммы “отход-ресурс”. Микроэкономический уровень. Труды 5-го Международного конгресса по управлению отходами “ВэйстТэк-2007”. М.: Фирма СИБИКО Интернэшнл.
- Постановление № 632 (1992): Об утверждении порядка определения платы и ее предельных размеров за загрязнение окружающей природной среды, размещение отходов, другие виды вредного воздействия. Постановление Правительства РФ от 28 августа 1992 г. № 632.
- Приказ № 459 (2006): Об утверждении формы расчета платы за негативное воздействие на окружающую среду и порядка заполнения и представления формы расчета платы за негативное воздействие на окружающую среду. Приказ Ростехнадзора от 23 мая 2006 г. № 459.
- Приказ № 557 (2006): Об установлении сроков уплаты платы за негативное воздействие на окружающую среду. Приказ Ростехнадзора от 8 июня 2006 г. № 557.
- Приказ № 204 (2007): Об утверждении формы расчета платы за негативное воздействие на окружающую среду и порядка заполнения и представления формы расчета платы за негативное воздействие на окружающую среду. Приказ Ростехнадзора от 5 апреля 2007 г. № 204 (в ред. Приказа Ростехнадзора от 27 марта 2008 г. № 182).
- Сборник удельных показателей (1999): Сборник удельных показателей образования отходов производства и потребления М.: Госкомэкология РФ.
- Фор Р., Кофман А., Дени-Папен М.** (1966): Современная математика. М.: МИР.

Поступила в редакцию
05.07.2007 г.