
ЗАМЕТКИ
И ПИСЬМА

**ОПТИМИЗАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
ТРУДОВЫХ РЕСУРСОВ МЕЖДУ РЕГИОНАМИ
С РАЗНЫМИ ПРИРОДНЫМИ ПОТЕНЦИАЛАМИ**

© 2009 г. Т. Р. Кильматов
(Владивосток)

ОГРАНИЧИТЕЛИ РОСТА ЭКОНОМИКИ В ДАЛЬНЕВОСТОЧНОМ РЕГИОНЕ

Юго-восточная граница России, разделяющая Дальневосточный регион с Китаем, является рубежом между экономическими агентами, развитие которых происходит по различным сценариям. В Китае к российской границе примыкают северные провинции Хэйлунцзян, Цзилинь, Ляонин (обозначим их “экономический агент 1”). В России — это Приморский, Хабаровский края, Якутия (экономический агент 2). Для первого экономического агента характерна высокая плотность населения 150 чел./кв.км, численность населения превышает 100 млн. чел., рост ВРП за последнее пятилетие более 50%. Для второго агента эти показатели имеют вид — 3.7 чел./кв.км, 6.5 млн. чел., физический рост ВРП 10% (Регионы России, 2005; Кильматов, Капитонова, 2003). В то же время площадь и запасы сырьевых ресурсов у второго агента в несколько раз превышают показатели первого. При прочих равных условиях ограничителями роста экономики для первого агента являются природные ресурсы, для второго — трудовые ресурсы. (Здесь под избытком ресурса понимается его освоение по отношению к недостатку другого, например объем посевных площадей и низкая плотность населения для его освоения.) Разница хорошо заметна при пересечении российской государственной границы: в Дальневосточном регионе мы видим заброшенные поля, а на китайской территории под посевы используется даже земля внутри остатков фундаментов разрушенных строений.

Ниже при построении модели будем исходить из того, что вектор развития мировой экономики направлен в сторону интеграции, в направлении усиления социально-экономического взаимодействия между странами и регионами. Ниже представлена математическая модель оптимального распределения ресурсов между двумя экономическими агентами, приближенная к обсуждаемой реальной ситуации, сложившейся на Дальнем Востоке России.

**ПРОИЗВОДСТВЕННАЯ ФУНКЦИЯ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕННОЙ ЕМКОСТИ
ПРИРОДНОЙ СРЕДЫ**

При моделировании будем использовать подход, основанный на представлении макроэкономического процесса с помощью производственных функций. За основу принимается мультипликативная производственная функция (ПФ) (Клейнер, 1980) $Y = AK^\alpha L^\beta$, где α — коэффициент нейтрального научно-технического прогресса; β — эластичность по капиталу и труду; $A > 0$, $0 < \alpha < 1$, $0 < \beta < 1$; Y — валовой выпуск при заданных вложенных ресурсах; K — капитал; L — живой труд.

Представленная производственная функция обладает следующим свойством: непрерывный рост вложенных ресурсов приводит к неограниченному росту валового выпуска, т.е. $F(\infty, L) = F(K, \infty) = F(\infty, \infty) = \infty$. Для второго экономического агента это модельное допущение верно, здесь действительно уровень и темпы валового продукта определяются объемом капитала и живого труда. Однако для первого экономического агента производственная функция $Y = F(\infty, L)$, $Y = F(K, \infty)$ ограничена, имеется асимптотический предел роста объема производства вследствие емкостных возможностей природной среды.

Суть этого ограничения можно продемонстрировать на примере сельского хозяйства. На первом этапе объем производства ограничивается возможностями орудий труда и численностью работников (аналог экономического агента 2). Затем по мере накопления потенциала объем производства лимитируется природными возможностями, что прекращает экстенсивный рост. При

заданном уровне научно-технического прогресса с одной единицы площади можно получить ограниченный выход продукции, даже при безлимитном вложении ресурсов. В этом случае емкость природной среды является аргументом производственной функции.

Здесь для описания макроэкономических показателей первого экономического агента прямое применение неоклассической производственной функции противоречит экономической реальности — ограниченности роста выпуска при неограниченном росте капитала и живого труда. Отметим, что аналогичная ситуация возникает при моделировании мировой экономики, где ограничителем роста будут выступать запасы природных ресурсов на планете, в частности нефти, леса, посевных площадей.

Обозначим через G максимальное значение капитала, которое можно вложить в данный регион с учетом ограниченной емкости природной среды; R — максимальный объем живого труда, который зависит от емкости региона в использовании трудовых ресурсов и условий проживания. Эти параметры характеризуют емкость региона по данным ресурсам на данный момент времени.

Зададим аналитическое обобщение неоклассической мультипликативной ПФ

$$Y = A((1 - \exp(-G/K))K)^\alpha((1 - \exp(-R/L))L)^\beta. \quad (1)$$

Здесь положительные параметры G , R характеризуют емкость природной среды по капиталу и живому труду, соответственно. Для второго экономического агента, когда масштабы производства малы по отношению к возможностям природной среды, получаем классический случай формулы

$$Y \approx AK^\alpha L^\beta, \quad K \ll G, \quad L \ll R. \quad (2)$$

В предельном случае, когда масштабы производства превышают возможности природной среды, а внешние условия ограничивают валовой выпуск, то $K/G \gg 1$, $L/R \gg 1$ и из формулы (1) получаем вид ПФ

$$Y \approx AG^\alpha R^\beta (1 - 0.5G/K)^\alpha (1 - 0.5R/L)^\beta, \quad (3)$$

откуда следует предел валового выпуска $F(\infty, \infty) = AG^\alpha R^\beta$, который определяется природными возможностями региона. Формула (3) соответствует экономическим реалиям первого агента.

Таким образом, обобщение (1) для производственной функции включает в себя классическую мультипликативную ПФ как частный случай при $G \rightarrow \infty$, $R \rightarrow \infty$. Обобщение учитывает ситуацию, когда пределы выпуска валового продукта ограничиваются ресурсными возможностями природной среды. Отметим, что в этом случае предельные характеристики, эластичность по труду и капиталу стремятся к нулю при росте вкладываемых ресурсов. Все рассуждения верны для фиксированного момента времени. В модели нет учета фактора научно-технического прогресса.

МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ ТРУДОВЫХ РЕСУРСОВ МЕЖДУ ЭКОНОМИЧЕСКИМИ АГЕНТАМИ

Рассмотрим модель оптимизации ресурсов между двумя регионами с учетом емкости природной среды. Математически проблема сводится к максимизации валового выпуска при заданном ограничении на ресурсы в задаче Лагранжа (Ашманов, 1984; Самарский, Михайлов, 2001). Для простоты положим, что каждый регион производит монопродукт, тогда и оптимизацию будем проводить только по одному ресурсу — живому труду, причем капитал фиксирован. Учет перераспределения капитала не вносит никаких принципиальных математических трудностей. С учетом перечисленных ограничений ПФ формулу (1) можно переписать в виде $Y_i(L_i) = B_i((1 - \exp(-R_i/L_i))L_i)^\beta$, где $B_i = A_i((1 - \exp(-G_i/K_i))K_i)^\alpha$ — в данном приближении постоянная величина. Индекс i , $i = 1, 2$, указывает номер агента.

Задача Лагранжа принимает вид

$$Y_1(L_1) + Y_2(L_2) \rightarrow \max, \quad L_1 + L_2 = L = \text{const}. \quad (4)$$

Здесь L — общее заданное суммарное значение трудовых ресурсов для обоих регионов. Поиск условного экстремума сводится к нахождению безусловного максимума функции Лагранжа

$$\text{Lag}(L_1, L_2, \lambda) = Y_1 + Y_2 - \lambda(L_1 + L_2 - L) \rightarrow \max.$$

Тем самым задача сводится к решению системы трех алгебраических уравнений с тремя неизвестными L_1, L_2, λ :

$$\begin{aligned}\partial Lag / \partial L_1 &= \beta_1 B_1 [(1 - e^{-R_1/L_1}) L_1]^{\beta_1-1} [1 - e^{-R_1/L_1} - (R_1/L_1) e^{-R_1/L_1}] - \lambda = 0, \\ \partial Lag / \partial L_2 &= \beta_2 B_2 [(1 - e^{-R_2/L_2}) L_2]^{\beta_2-1} [1 - e^{-R_2/L_2} - (R_2/L_2) e^{-R_2/L_2}] - \lambda = 0, \\ \partial Lag / \partial \lambda &= L_1 + L_2 - L = 0.\end{aligned}\quad (5)$$

Для экономических агентов имеем:

$$\begin{aligned}Y_1 &= B_1 R^{\beta_1} (1 - 0.5 R/L_1)^{\beta_1}, \quad L_1 \gg R, \\ Y_2 &= B_2 L_2^{\beta_2}, \quad L_2 \ll R.\end{aligned}$$

Система (5) принимает вид

$$\begin{aligned}0.5 \beta_1 B_1 R^{\beta_1+1} / L_1^2 - \lambda &= 0, \\ \beta_2 B_2 L_2^{\beta_2-1} - \lambda &= 0, \\ L_1 + L_2 = L, \quad L_1 \geq R, \quad L &\gg R,\end{aligned}\quad (6)$$

где $R = R_1$.

В такой постановке задачи емкость природной среды второго экономического агента — неограниченна. Здесь предполагается, что в первом регионе изначально имелся избыток трудовых ресурсов, $L_1 \gg R$. Если внешние условия таковы, что при оптимизации распределения трудовых ресурсов между регионами происходит уменьшение L_1 до величины одного порядка с параметром R , то дальнейшее уменьшение живого труда в первом регионе по естественным экономическим соображениям не может быть меньше емкости природной среды. Поэтому формально на исходную задачу оптимизации надо наложить дополнительное ограничение $L_1 \geq R$.

Аналитическое решение системы (6) в общем случае записать нельзя, поскольку она сводится к решению алгебраического уравнения с дробными степенями. Ниже проведем аналитические оценки в частных случаях, представляющих экономический интерес.

МОДЕЛЬНЫЕ СЛЕДСТВИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТРУДОВЫХ РЕСУРСОВ

Система (6) позволяет записать соотношение, связывающее объемы трудовых ресурсов экономических агентов

$$L_2 = (0.5 \beta_2 B_2 L_1^2 / \beta_1 B_1 R^{\beta_1+1})^{1/(1-\beta_2)}, \quad L_1 \geq R. \quad (7)$$

Из формулы видно, что увеличение трудовых ресурсов в дефицитном по населению регионе пропорционально экономической эффективности производства в этом регионе. И наоборот, первый экономический агент уменьшает миграционный поток при увеличении на своей территории показателей эффективности производства. Увеличение емкости природной среды приводит к тому же результату.

Рассмотрим частный случай. Предположим, что вследствие взаимодействия агентов производительность труда, коэффициенты нейтрального научно-технического прогресса $A_1 = A_2 = A = \text{const}$ и капиталовложения $K_1 = K_2 = K = \text{const}$ стали для каждого региона одинаковыми. Если коэффициенты равны между собой, то индекс можно опустить, и формула (7) примет вид $L_2 = (0.5 L_1^2 R^{-1-\beta})^{1/(1-\beta)}$. Формула показывает зависимость оптимального объема трудовых ресурсов второго агента от показателя β , характеризующего эластичность ПФ по труду для второго агента. Отметим, что эластичность по труду для первого агента равна $\beta L/R$.

Рассмотрим влияние эластичности по труду. При малых β , близких к нулю, получаем приближенное оптимальное решение $L_1 \approx \sqrt{LR}$, $L_2 \approx L - \sqrt{LR}$. Если $R = 0.1L$, то у первого агента будет порядка 30% трудовых ресурсов, у второго — 70%.

При $\beta = 0.5$ приближенное оптимальное решение $L_1 \approx \sqrt[4]{LR^3}$, $L_2 \approx L - \sqrt[4]{LR^3}$. Если $R = 0.1L$, то 20% трудовых ресурсов приходится на регион с ограниченными ресурсами (агент 1) и 80% — на регион с неограниченными (агент 2). Таким образом, увеличение производительности труда приводит к концентрации трудовых ресурсов в регионе с большей емкостью среды. Подобная

тенденция соответствует современным данным по миграции и модельным исследованиям (Кильматов, Капитонова, 2003).

Несмотря на схематичность модели, она имеет принципиальное отличительное свойство — учитывает природный фактор, емкость внешней среды по предельным возможностям ее экономической эксплуатации. Это приводит к тому, что производственная функция имеет асимптотические пределы роста по выпуску валового выпуска, что особенно важно в стратегическом масштабе развития мировой экономики вследствие ограниченности природных ресурсов планеты в целом. Естественно, что на распределение трудовых ресурсов между регионами влияет множество факторов (уровень жизни, наличие рабочих мест, заработная плата, жилье, правовое регулирование и т.д.). Представленную выше модель легко обобщить, в частности для учета ценовых показателей и заработной платы. Модель оптимизации прибыли принимает вид

$$p_1Y_1 + p_2Y_2 - w_1L_1 - w_2L_2 \rightarrow \max, \quad L_1 + L_2 = L,$$

где p_i — цена единицы монопродукта соответствующего агента, w_i — заработная плата на территории i .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Ашманов С.А. (1984): Введение в математическую экономику. М.: Наука.
- Кильматов Т.Р., Капитонова М.Н. (2004): Моделирование сценариев стратегического развития Приморского края. Владивосток: Дальнаука.
- Кильматов Т.Р., Капитонова М.Н. (2003): Динамическая модель макроэкономики с учетом миграционных процессов // *Системы управления и информационные технологии*. № 1–2 (12).
- Клейнер Г.Б. (1980): Методы анализа производственных функций. М.: Информэлектро.
- Самарский А.А., Михайлов А.П. (2001): Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. М.: Физматлит.
- Регионы России (2005): Регионы России. Основные характеристики субъектов Российской Федерации. М.: Росстат.

Поступила в редакцию
05.07.2007 г.