
**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ**

**ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ
СМЕШАННЫХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

© 2009 г. И.Д. Грачев

(Москва)

Рассматривается вероятностная модель макроэкономики на базе рыночных стоимостей. Анализируя ситуацию в современной экономической теории и практике, автор показывает, что предлагаемая модель в отличие от уже существующих может быть адекватной для современных законодателей, поскольку оставляет достаточно простой и понятный механизм рассмотрения различных вариантов решений (в частности, в ситуации глобального экономического кризиса) и их законодательного обеспечения.

1. ВВЕДЕНИЕ

Наблюдаемый в настоящее время мировой финансово-экономический кризис чрезвычайно обострил проблемы реформирования соотношения частной инициативы и государственного регулирования, реальной и виртуальной экономики и ряд других. При этом классическая экономика, как справедливо отмечают и российские, и зарубежные исследователи (Смирнов, 2008; Макаров, 1995; Маевский, 1995; Чернавский, Старков, Щербаков, 2002; Кокшотт, Райт, 2009; Полтерович, 2007), не приспособлена к описанию случайных, нелинейных эволюционирующих кризисных систем. Так, например, в работе П. Миrowsки (Mirowski, 1989) содержится радикальное утверждение, что стандартные экономические теории, унаследованные нами от XX в., являются детерминистскими моделями, следующими в направлении, проложенном теоретиками XIX в., которые копировали инструменты и методы механистических теорий, господствовавших в физических науках.

С ним перекликается замечание российского экономиста академика В.И. Маевского (Маевский, 1995): расхождения теории и практики проявляются в том, что существующие модели общего равновесия, как и теория стационарного экономического роста, не отражают свойства сильной неустойчивости, неравномерности, нелинейности поведения систем и отраслей. Нужны другие подходы. И нелинейные методы подсказывают их.

Интенсивный поиск решений проблем реальных флуктуирующих и эволюционирующих экономик наблюдается в эконофизике и эволюционной экономике (Попков, Берг, 2004; Чернавский, Старков, Щербаков, 2002; Маевский, 1995; Mantegna, Stanley, 1999; Панченков, 2007; Романовский М., Романовский Ю., 2007). Эконофизика эффективно решает частные задачи (Дубовиков, Старченко, 2007; Лоскутов, Бредихин, 2004; Смирнов, 2008) финансовых рынков, технического анализа и др. Для описания рынка в целом используются аналогии (Маевский, 1995), например, с ламинарно-турбулентными течениями. Эти аналогии часто имеют глубинную природу и как таковые эффективны при описании критических режимов. Но при их наложении на экономику возникает ряд трудностей, связанных, в частности, с понятийным инструментарием: приходится, например, вводить понятия типа “вязкость денег”, непривычные для аналитиков рынка.

Таким образом, возникшие в связи с кризисом экономические проблемы чрезвычайно обострили необходимость поиска новых концепций и подходов к развитию отечественной экономики, ее институциональной и организационной структуры. Эти подходы, на наш взгляд, могут быть проанализированы и решены в рамках вероятностной макроэкономической модели (Грачев, 2008), которая была построена автором исходя из собственного видения проблем и барьеров на пути развития российской экономики, ее структурной трансформации и реформирования, улучшения законодательного обеспечения. Последовательная реализация идей статистической физики в вероятностной модели смешанных экономических систем естественно соответствует

как базовым идеям эконофизики, так и сложившемуся у экономистов понятийному аппарату. Кроме того, автор считает особенно важным, что построенная модель позволяет не только понять причины нынешнего экономического кризиса, но и предложить реальные меры, в частности в области законодательства, для его преодоления.

2. РЫНОЧНАЯ СТОИМОСТЬ И ЕЕ ИЗМЕРЕНИЕ

Кризис в классической экономике во многом напоминает кризис середины XIX в. в классической физике, которая оказалась неспособной описывать флуктуации макросистем, вызванные внутренними причинами. В то время в качестве ответа на данный кризис Больцман, Гиббс и некоторые другие исследователи выстроили статистическую физику, которая, начиная с вероятностного описания отдельного элемента (частицы) системы через понятие статистического ансамбля частиц, по существу, дает привычные для классики законы средних значений параметров и оценки их возможных флуктуаций и смещений.

В качественном описании статистическое понимание законов рынка уже содержалось в работах С.Ю. Витте (Витте, 1997), относящихся к середине – концу XIX в. С.Ю. Витте отмечал, что отличительным свойством дохода от предпринимательской деятельности является его неопределенность. Эта позиция последовательно развивается в работах современных исследователей (Кокшотт, Райт, 2009; Dragulescu, Yakovenko, 2000; Farjoun, Machover, 1983). Главный тезис авторов: разнообразие и непредсказуемость, неизбежно возникающие, когда сложные и разумные человеческие существа, конкурируя, взаимодействуют друг с другом, делают бесполезными попытки точного моделирования рыночного обмена. Хотя возможно смоделировать и предсказать поведение человека в контролируемых условиях эксперимента, ограничивающих пространство возможных действий, или в ситуациях, когда условности и правила играют важную роль, невозможно смоделировать ежедневное творчество участников рынка, стремящихся к удовлетворению своих целей в расширяющейся и взаимно создаваемой экономической среде. Очевидно, что если игнорировать особые случаи, то предсказание действительной цены товара в определенный день или спроса на вновь изобретенный товар безнадежно. Цены и товары постоянно меняются. Рыночная экономика, следовательно, – идеальный кандидат для вероятностного моделирования.

Общая вероятностная модель рынка должна отражать главные свойства рынка, использовать привычный для экономистов понятийный аппарат, экспериментально проверяемую информацию и, по возможности, в итоговых алгоритмах и формулах выйти на уровень векторных формулировок метода, известного большинству экономистов как метод наименьших квадратов. Такой подход позволяет построить строго формализованную модель функционирования смешанных экономических систем, описывающую в качестве крайних случаев плановую и рыночную системы хозяйствования, а в качестве промежуточных – весь спектр их сочетаний. Эта модель может быть вполне адекватной и простой для того, чтобы на концептуальном уровне ее можно было объяснить законодателю, который в свою очередь смог бы на ее основе оценивать и сравнивать (не только на качественном, но и количественном уровне) различные варианты экономических реформ и их законодательное обеспечение.

Можно наблюдать глубинное сходство (на техническом уровне) проблемы оценивания эффективности экономического реформирования с проблемами использования измерительной информации при решении некорректных задач обработки статистики научно-технических экспериментов (Грачев и др., 1986). Сходство заключается в том, что игнорирование флуктуаций влечет за собой “разбалтывание” как технических, так и экономических систем и сильную неустойчивость получаемых в обоих случаях решений.

Изложенная выше позиция определила идейные основы будущей модели. В нашем представлении рынок – это естественная статистическая машина, главной “задачей” которой является определение рыночных стоимостей и на их основе – последующее оптимальное распределение ресурсов в экономической системе. При этом предполагается, что неточные оценки рыночных стоимостей приводят к неоптимальному распределению ресурсов в этой системе, а следовательно, к их потерям, пропорциональным ошибкам оценивания рыночных стоимостей. В такой

постановке главной задачей рынка будет максимально точное оценивание рыночных стоимостей.

В подобной статистической машине цены сделок и есть исходная измерительная информация. Ее лобовое использование (т.е. без выверенного анализа рыночных стоимостей) в реальных экономических системах приводило и приводит к их неустойчивости, ярким проявлением которой стали Великая депрессия в США в 1930-е годы и нынешний глобальный кризис.

Государство, располагая некоторой априорной по отношению к текущим сделкам информацией, формализованной в виде теорий, баз данных, стандартных процедур, алгоритмов, законов, выступает в роли стабилизатора, т.е. регулирует решения и действия других участников рынка. Такой подход позволяет свести поставленные выше реформенные проблемы к тем, на которые уже выработаны ответы в естественных науках – об оптимальном сочетании априорной и апостериорной информации с точки зрения устойчивости и несмещенности, об эффективности и погрешности решений в зависимости от числа измерений (сделок) и их коррелированности и т.д.

В стремлении дойти до количественных критериев, облегчающих выбор вариантов реформ и их законодательное обеспечение, мы неизбежно приходим к вопросу об экономическом прогрессе, который можно сформулировать следующим образом: что значит “улучшение” экономической системы в результате реформ? В настоящей работе прогресс экономической системы определяется как монотонный в среднем рост накопленной собственности, включая ее вещную, информационную и энергетическую формы.

Во избежание длинных дискуссионных экскурсов, направленных на обоснование этого определения, поясним его на следующем примере. Представим себе метеорит диаметром от 1 до 20 км, который летит к Земле. По современным представлениям это событие не может считаться незначимо вероятным. Метеорит обладает “железной” плотностью. Скорость лобового столкновения может достигнуть 30 км/сек. Средства наблюдения обнаруживают его на орбите Плутона. Для гарантии нестолкновения с учетом всех ошибок следует отклонить метеорит за орбиту Луны. Грубые оценки показывают, что начиная с некоторого d для этого потребуется примерно весь ракетно-ядерный потенциал нашей планеты. Иными словами, события, которое еще 50 лет назад означало конец цивилизации, сегодня можно избежать благодаря накопленной и сконцентрированной энергии в виде ядерных зарядов ракет, информации о движении метеорита, траекториях и иным достижениям разума.

Этот утрированный пример повышения человечеством вероятности выживания методом накопления средств, информации и энергии в достаточной степени увязывает наше определение прогресса с общефилософским определением сути общественного развития (Жеребин, 2007).

Следует добавить, что накопление знаний происходило задолго до появления теорий. Простейшее объяснение этого факта предполагает индивидуальное увеличение вероятности выжить методом индивидуального накопления людьми “копий, знаний и огня”, что и составляет инстинкт частной собственности. Разнообразие, во всем присущее природе, в среднем предполагает успешное накопление одним индивидом знаний, а другим – вещей, что последовательно приводит к разделению труда и обмену его результатами, т.е. к рынку.

Далее, мы явно или неявно полагаем, что система обмена (рынок) функционирует оптимально, если его участники точно знают некие “рыночные стоимости”. И в этом смысле мера ошибок измерения (оценивания) рыночных стоимостей может служить мерой эффективности экономической системы, мерой скорости накопления собственности системой, иными словами – ее прогресса. Близкие идеи развиты в трудах С.Ю. Витте. В качестве измерителя прогресса он понимал “накопление капиталов”, а главными условиями прогресса считал: 1) использование естественных преимуществ; 2) порядок и ясность в отношениях собственности; 3) эффективное расценивание (оценивание) имущества.

Обеспечение и оценивание прав собственности считают основой экономического прогресса многие современные экономисты (Смит, 2008; Зоидов, 2005, 2007; Макаров, 2007).

При этом к таким моделям не предъявляют завышенных требований. Не ставится задача построения неких всеобъемлющих моделей, позволяющих просчитывать нормы экономиче-

ского законодательства во всех деталях. Сегодня понимание переходных экономик вообще и переходной экономики России в частности требует прежде всего учета их фундаментальных свойств.

Подчеркнем, что самым фундаментальным свойством рыночной экономики, которое обязательно следует учитывать при моделировании, является ее стохастичность. В современной интерпретации это соответствует модной концепции “непредвидимо возникающей стоимости” (Смит, 2008). Многие современные экономисты так или иначе приходят к выводу о случайном, субъективном характере всех экономических суждений и оценок (Ширяев, 1998). Это особенно важно учитывать при построении моделей переходных экономик, так как здесь мы располагаем на порядок меньшей информацией (о сделках), чем “оценщики” в странах со стационарной экономикой (о свойствах и особенностях стационарных и нестационарных макроэкономических систем (см. (Лившиц В., Лившиц С., 2008)). Соответственно пренебрежимо малые ошибки оценивания перестают быть “малыми” и “пренебрежимыми” для России.

Из-за высоких относительных погрешностей оценивания в переходных экономиках случайная природа всех рыночных суждений и оценок становится важнейшим фактором, который должен обязательно учитываться в моделях.

Безусловно, вторым важнейшим свойством рынка, которое должно присутствовать в моделях переходных экономик, является его автопрогресс, связанный с автоматическим перетоком собственности от “плохих” (неэффективных) оценщиков к “хорошим” (эффективным). При такой постановке вопроса участника рыночных обменных операций – “агента рынка” – можно характеризовать двумя главными параметрами: 1) ошибкой оценивания рыночных стоимостей товара, действий и т.д.; 2) размером капитала, вложенного в эту оценку.

В этом смысле в нашей работе для агента рынка используется (эквивалентное) понятие “оценщик”. Ставя во главу угла рыночную стоимость и принимая в качестве базовых формулы для измерения рыночной стоимости, применяемые оценщиками, заменяем рынок как таковой статистическим ансамблем оценщиков, существенно расширяя, в целях настоящей работы, само понятие “оценщик”. При таком понимании рынка в качестве оценщика может рассматриваться любой агент, любой участник обменных операций на рынке, любой предприниматель, который на основании интуитивных или расчетных оценок рыночной стоимости предпринимает некоторые действия в отношении своего капитала, результатом которых будут изменения капитала, напрямую зависящие от точности его оценок. Поэтому в данной статье понятия “оценщик”, “участник рынка”, “агент”, “предприниматель” становятся тождественными.

Для перехода к формальным статистическим моделям осталось ответить на вопрос: как рынок определяет рыночную стоимость? Известной формализованной моделью определения рыночной стоимости является ее вычисление для объектов произвольной природы (товаров, услуг, бизнесов и т.п.) независимыми профессиональными оценщиками. В линейном или линеаризованном варианте это дает приближение

$$c_0 \bar{I} + K \bar{\phi} + \bar{\psi} + \bar{\xi} = \bar{f}, \quad (1)$$

где c_0 – искомая рыночная стоимость рассматриваемого объекта; $\bar{f}$ – цены реальных сделок по объектам, аналогичным рассматриваемому; $\bar{I}$ – вектор, все элементы которого равны единице; $\bar{\xi}$ – неустранимые ошибки оценивания рыночной стоимости, которые почти всегда полагаются некоррелированными и нормально распределенными; K – матрица, отражающая установленные из общих соображений или после линеаризации зависимости результатов сделок от места, времени и обстоятельств. Например, для часто применяемой в оценках радиальной зависимости рыночной стоимости объекта недвижимости от центра города соответствующий столбец матрицы K будет состоять из элементов $(x_i^2 + y_i^2)^{-1} - (x_0^2 + y_0^2)^{-1}$, где $\bar{\phi}$ – вектор подгоночных параметров, конкретизирующий общую закономерность для сделок с аналогами данного объекта; $K \bar{\phi}$ – параметризованная часть цены, учитывающая отклонение цены аналога от цены искомого объекта; $\bar{\psi}$ – остаточная не параметризованная, но закономерная часть отклонения цены объекта от искомого.

Учет вектора $\bar{\psi}$ – задача изначально некорректная, поэтому его часто приравнивают к нулю и задача сводится к

$$\hat{K}\hat{\phi} + \bar{\xi} = \bar{f}, \quad (2)$$

где блочный вектор $\hat{\phi}$ описывается формулой

$$\hat{\phi} = c_0 / \bar{\phi}, \quad (3)$$

а матрица $\hat{K}$ образована из K добавлением слева единичного вектора $\bar{I}$. Решение $\hat{\phi}_R$, включающее оценку c_R рыночной стоимости c_0 , можно найти, используя метод наименьших квадратов, линейной регрессии или др., в виде:

$$\hat{\phi}_R = (\hat{K}^T \hat{K})^* \hat{K}^T \bar{f}, \quad (4)$$

где “*” – символ обобщенного обращения матриц, которое при качественной параметризации аналогов и достаточном объеме сделок тождественно обычному обращению. Собственно интересующая нас оценка c_R получается из (4) умножением левой части на $\bar{I}_1^T$:

$$c_R = \bar{I}_1^T (\hat{K}^T \hat{K})^* \hat{K}^T \bar{f}, \quad (5)$$

где $\bar{I}_1$ – единичный вектор вида (1 0 ... 0) размера N .

Для понимания существа дела важно, что при переходе от “аналогичных” объектов к “тождественным” по условию (4) или (5) получим обычное усреднение по сделкам:

$$\hat{K} \Rightarrow \bar{I}, \quad c_R \approx (\bar{I}^T \bar{I})^{-1} \bar{I}^T \bar{f} = (\bar{I}^T \bar{f}) / N. \quad (6)$$

В этом смысле всю достаточно сложную технику (1)–(5) можно определить как приведение аналогов к параметрам объекта, тождественного искомому, с последующим усреднением данных по сделкам. Характерно, что улучшение и оптимизация оценок рыночной стоимости развиваются полностью аналогично обработке измерений в естественных науках – от элементарных усреднений через “взвешивание” результатов к стихийной регуляризации решений с учетом всей полноты априорной информации.

Здесь же для нас важно еще раз подчеркнуть, что независимые профессиональные оценщики, основной задачей которых является априорное предсказание в любой фиксированный момент времени рыночной стоимости любого объекта, явно или неявно моделируют работу рынка путем обыкновенного или взвешенного усреднения по уже состоявшимся сделкам. Работоспособность этой модели, ее соответствие реальной работе рынка проверены оценщиками много раз.

3. РЫНОК КАК ЕСТЕСТВЕННАЯ СТАТИСТИЧЕСКАЯ МАШИНА

В рамках изложенной идеологии главная функция рынка – измерять рыночную стоимость “всего на свете”. Тогда простейшая модель рынка предполагает N равновесных и равноошибочных агентов (оценщиков). Ошибки определения рыночной стоимости товара “все на свете” задаются N -мерным вектором $\bar{\xi}$. В этом приближении измерения стоимости рынком моделируются обычным усреднением по (3), соответственно общая погрешность измерения стоимости данным рынком из N участников будет равна

$$\Delta c = c_R - c_0 = (\bar{I}^T \bar{\xi}) / (\bar{I}^T \bar{I}). \quad (7)$$

Соответственно эффективность рынка в смысле выполнения им своей главной функции может быть оценена любым традиционным функционалом от $\bar{\xi}$, например дисперсией средней по рынку оценки стоимости товара:

$$\Delta^2 = \langle (\bar{I}^T \bar{\xi} / N)^2 \rangle, \quad (8)$$

где Δ^2 – дисперсия;

$$(\bar{I})^T = (1, 1, 1). \quad (9)$$

Используя приведенные выше статистические обозначения, нетрудно показать, что

$$\Delta^2 = \frac{1}{N^2} \langle (\bar{I})^T \bar{\xi} (\bar{\xi})^T \bar{I} \rangle = \frac{1}{N^2} (\bar{I})^T \langle \bar{\xi} (\bar{\xi})^T \rangle \bar{I} = \frac{1}{N^2} (\bar{I})^T \text{Cov}(\bar{\xi}) \bar{I}, \quad (10)$$

где $\text{Cov}(\bar{\xi})$ – ковариационная матрица случайного вектора $\bar{\xi}$, т.е. матрица с элементами $\langle \xi_i \xi_j \rangle$. Формула (10) для независимых равноошибочных сделок дает хорошо известный как в статистике, так и в экономике результат, определяющий рост эффективности оценивания с ростом N и катастрофическое влияние коррелированных наблюдений на точность при достаточно больших значениях N .

Если под эффективностью (как это принято в технике) понимать величину, обратную Δ^2 , то отсюда следует, что, во-первых, эффективность рынка пропорциональна числу его участников N и, во-вторых, вполне согласованное со здравым смыслом катастрофическое падение эффективности рынка при коррелированных участниках в результате сговоров, мафиозного, коррупционного или иного давления.

Таким образом, получается, что в смешанных экономиках, где велико число малых предприятий N (оценщиков), последние являются основными поставщиками апостериорной информации о рыночных стоимостях, т.е. именно малые предприятия станут основой естественной статистической машины, именуемой рынком.

В этой статистической машине государству принадлежит роль крупного собственника, крупного субъекта экономики, участника процедуры оценивания рыночных стоимостей. Последовательное включение государства предполагает с его стороны регулирование и применение имеющейся в его распоряжении априорной информации. При этом используется эквивалентность байесовского способа учета априорной информации при вычислении статистических регуляризованных оценок (Грачев, Салахов, Фишман, 1986) и формального дополнения реальных рыночных сделок оценками, выполненными от имени государства.

Государству в рамках предложенной техники и уровня приближения проще всего “отдать” часть вектора $\bar{f}$, т.е. представить государство как совокупность из $k < N$ участников, стопроцентно коррелированных между собой (можно показать, что это эквивалентно введению в модель одного собственника, контролирующего $\alpha = k / N$ собственности системы). Тогда начальная постановка модели (8)–(10) полностью сохраняется. Однако структура ковариационной матрицы $\text{Cov}(\bar{\xi})$ по сравнению с “чистым рынком” в связи с блочной структурой $\bar{\xi}$ существенно изменится:

$$\text{Cov}(\bar{\xi}) = \begin{bmatrix} (\sigma_s)^2 \bar{I} (\bar{I})^T & (\sigma_s \sigma_p \beta \bar{I}) (\bar{I})^T \\ \sigma_s \sigma_p \beta \bar{I} (\bar{I})^T & (\sigma_p)^2 E \end{bmatrix}, \quad (11)$$

где $E = \text{diag}(\bar{I})$ – диагональная единичная матрица; $(\sigma_s)^2$ – дисперсия ошибок в оценках государственных предприятий; $(\sigma_p)^2$ – дисперсия ошибок в оценках частных предприятий; β – коэффициент корреляции между частными и государственными предприятиями; k – число предприятий, принадлежащих государству.

Подставляя (11) в (8), получим

$$\Delta^2 = \frac{k^2 (\sigma_s)^2}{N^2} + \frac{2 \sigma_s \sigma_p \beta k (N - k)}{N^2} + (\sigma_p)^2 \frac{N - k}{N^2}. \quad (12)$$

Максимальная эффективность системы достигается при $\beta = 0$. Тогда формулировки совпадают и (12) преобразуется с точностью до замены параметров к виду

$$\Delta^2 = (\sigma_p)^2 [x^2 + p(1 - x)], \quad (13)$$

где $x = k/N$ – доля собственности, принадлежащая государству; $p = (\sigma_p)^2 / [N(\sigma_s)^2]$ – параметр относительной информированности рынка и государства. Заметим, что отношение (13) остается

справедливым и в том случае, когда ошибка оценивания рыночной стоимости государством является систематической с точностью до замены σ_S на σ_c .

Простейшая формула (13) допускает оценку оптимального соотношения частной и государственной собственности

$$x_{opt} = 0.5p. \quad (14)$$

Из (12) следует утверждение о том, что оптимальное соотношение частной и государственной собственности зависит от соотношения ошибок обладателей данных форм собственности в оценках ими состояния рынка, что вполне согласуется как с практикой, так и со здравым смыслом. Соотношение (12) можно использовать и противоположным способом. Мировая практика позволяет оценить порядок хозяйственного участия государства в успешных (следовательно, близких к оптимуму) странах на уровне $0.5 \geq x_{opt} \geq 0.3$.

При оценке числа N считаем владельцев фирм полноценными оценщиками, т.е. предпринимателей, вкладывающих в оценку свой капитал и соответственно теряющих или наращивающих его в зависимости от погрешностей оценивания всего комплекса обстоятельств, определяющих рыночную стоимость. Тогда N имеет порядок общего числа фирм, функционирующих в данной стране. Для США $N \approx 30 \times 10^6$ и $x_{opt} \approx 0.3$; для Германии – $N \approx 10 \times 10^6$ и $x_{opt} \approx 0.5$.

Учитывая, что $\sigma_P/\sigma_S = \sqrt{2Nx_{opt}}$, получим с учетом стран меньшего размера грубую оценку:

$$10^{-3} \leq \sigma_P/\sigma_S \leq 4 \times 10^{-3}. \quad (15)$$

Для анализа других ситуаций запишем в общем виде сводные ошибки оценивания рыночной стоимости товара (соответственно оптимальной смешанной системой) чистым рынком и чистым государством:

$$\Delta^2(x_{opt}) = \sigma_S^2[(0.5p)^2 + p(1 - 0.5p)] = \sigma_S^2(p - 0.25p^2), \quad (16)$$

$$\Delta^2(0) = \sigma_S^2 p, \quad (17)$$

$$\Delta^2(1) = \sigma_S^2 \times (1). \quad (18)$$

Если предположить, что американская экономика функционирует в режиме, близком к оптимальному, то для нее согласно (16)–(18) полная национализация, т.е. переход в режим “чистое государство”, снижает эффективность примерно в 3.5 раза.

Более существенным является факт, что для экономики с такими параметрами, как у США, переход от оптимального состояния к “чистому рыночному” приводит согласно тем же (16)–(18) к снижению эффективности всего на 8%. Заметим, что не слишком большое различие в показателях эффективности между оптимальной смешанной и чисто рыночной экономиками для стран такого типа, вероятно, и служит скрытой причиной применения ими радикально либеральных экономических механизмов.

Однако даже слабое изменение базовых условий, например переход к экономике Германии, дает совсем другие оценки. Так, при $x_{opt} \approx 0.5$ чистый рынок оказывается по сравнению с оптимальной смешанной экономикой столь же неэффективным, как и чистое государство:

$$\Delta^2(x_{opt})/\Delta^2(0; 1) \approx 0.75. \quad (19)$$

Соотношения (16)–(19) показывают, что для стран такого типа чисто либеральные рецепты сомнительны, т.е. они как минимум не являются универсальными, и что при оптимальных долях государственной собственности $0.3 \leq x_{opt} \leq 0.5$ (характерно для современного мирового хозяйства) эффективность “чисто плановой” экономики оказывается в 1.5–3 раза ниже оптимальной смешанной.

Возвращаясь к промежуточному соотношению (10), отметим уменьшение погрешности Δ^2 , а следовательно, рост эффективности с ростом числа N (фирм на рынке). Это обстоятельство наряду с причинами социального и инновационного характера определяет отношение к малому бизнесу во всех успешных странах. С некоторыми оговорками, исходя из (10)–(16), можно утверждать, что эффективность экономики страны пропорциональна числу функционирующих в ней малых предприятий.

4. АВТОПРОГРЕСС РЫНОЧНЫХ СИСТЕМ

Как отмечалось ранее, второе важнейшее свойство рынка – автопрогресс, который реализуется через механизм дискриминации неэффективных “оценщиков”. Предпринимались попытки (Hurwicz, Maskin, Myerson, 2007) построить такую многомерную эволюционирующую модель на основе описания попарного или группового взаимодействия с применением теории игр. Интуитивно понятно, что это очень сложный путь. Так, в физике даже предельно простые варианты попарного взаимодействия не позволяют построить хорошие решения для задачи из N -частиц, что, собственно, и побудило строить статистическую физику.

В аналогичных по сложности ситуациях физики опираются на идею “самосогласования полей”. Эта идея применительно к рынку как “естественной статистической машине” выглядит следующим образом. N агентов (оценщиков), взаимодействуя между собой, образуют некое новое качество – рынок, обладающий некоторыми известными свойствами, в частности способом формирования рыночной стоимости. Тогда, так же как и в физике, можно перейти от анализа множества попарных или групповых взаимодействий к анализу пары “оценщик – рынок” и на основе этого анализа проследить судьбу оценщика и уточнить статистические параметры рынка в статике и динамике.

Используем эту идею для построения простейшей модели рыночного перераспределения. По аналогии с концепцией “самосогласования полей” будем полагать, что случайное взаимодействие участников приводит к формированию новой сущности, именуемой “рынок”, который, как статистический ансамбль, характеризуется средним значением c_0 рыночной стоимости и погрешностью ее измерения Δc_R . В свою очередь участник j характеризуется своей индивидуальной оценкой рыночной стоимости c_j и погрешностью ее оценивания $\Delta c_j = \xi_j$.

Судьба участника j при его взаимодействии с “полем” рынка зависит от соотношения погрешностей Δc_j и Δc_R . Если участник ошибается больше, чем рынок в среднем, то он будет терять капитал, и наоборот. Одновременно с таким перераспределением должны меняться и свойства всего ансамбля участников, т.е. рынка.

Для этой ситуации простейшая модель рынка не может быть описана в приближении равновесных и равноошибочных участников. Необходимо предположить, что ошибки оценивания у участников рынка различны и задаются некоторой диагональной матрицей $\text{diag}[\bar{S}^2]$, где $\bar{S}^2$ – N -мерный вектор дисперсий ошибок оценивания стоимостей. Очевидно, что любая динамика предполагает перераспределение капитала между участниками рынка, что можно описать дискретными векторами распределения капитала по участникам $\bar{A}_i$, где i – индекс временного экономического цикла. Тогда простейшая модель перераспределения может быть записана в виде:

$$\bar{A}_{i+1} = \bar{A}_i - \text{diag}(\bar{S})\bar{A}_i + \bar{A}_i^T \bar{S} / (\bar{A}_i^T \bar{I}) \bar{A}_i, \quad (20)$$

где $\bar{S}$ – вектор средних квадратичных.

Смысл соотношения (20) достаточно очевиден. Здесь $\bar{A}_{i+1}$ – новое распределение капитала по участникам после экономического цикла i ; $\bar{A}_i$ – стартовое распределение капитала на входе в цикл i . Второй член справа характеризует “плату” каждого участника за ошибки в оценивании рыночной стоимости: вполне естественно, что в первом приближении она пропорциональна ошибке S_j в цене и вложенному с этой ошибкой капиталу. Третий член – простейший из возможных – одновременно отражает условие сохранения полного капитала системы. Он характеризует среднюю ошибку измерения рыночной стоимости всем рынком, при этом

$$\bar{A}_{i+1}^T \bar{I} = \bar{A}_i^T \bar{I}. \quad (21)$$

Несложно показать, что заданный механизм перераспределения от цикла к циклу уменьшает сумму среднеквадратичных ошибок оценок стоимостей (рынок прогрессирует):

$$\bar{A}_{i+1}^T \bar{S} \leq \bar{A}_i^T \bar{S}. \quad (22)$$

Следовательно, предложенный нами простейший механизм перераспределения обеспечивает “автопрогресс рынка” в смысле уменьшения его ошибок оценивания рыночных стоимостей.

Далее, естественно предположить, что повышение эффективности решения главной проблемы рынка – проблемы оценивания рыночных стоимостей – должно отразиться на темпах роста его суммарного капитала. Простейший результат можно получить, используя предположение о подсистемном характере рассматриваемого рынка и его взаимодействии с другими аналогичными подсистемами или ресурсными рынками, которые условно обозначены как A и B . На рынке A действует N участников с распределением капитала A_0 и средними квадратичными ошибками оценивания рыночной стоимости товара $\bar{S}_a$. На рынке B действует N участников с распределением капитала $\bar{B}_0$ и средними квадратичными ошибками оценивания рыночной стоимости $\bar{S}_b$. В момент времени t_0 рынки объединяются и далее функционируют в рамках общей модели перераспределения (20). При этом согласно технике блочных матриц возможен отдельный анализ судьбы рынков A и B с учетом перекрестного взаимодействия.

В моделях важен реальный уровень погрешностей оценивания. Отдельные результаты дублированных оценок рыночной стоимости идентичных объектов недвижимости предоставлены автору российскими оценщиками и риэлторами. Для Москвы и Московской области порядок разброса результатов составляет 10 и 30%, соответственно.

Нам неизвестны систематизированные исследования в этой области. Автор располагает тремя источниками, позволяющими оценить реальные погрешности как минимум для унифицированного товара типа недвижимости. Прежде всего это оценки независимых профессиональных оценщиков по тождественным объектам в судах некоторых стран. В частных беседах с автором высшие должностные судебные лица Сиднея, Парижа и Нью-Йорка дали оценки случайных расхождений на уровне 10–15%, и, безусловно, подозрительны оценки с расхождением более 50%. Достаточные для данного исследования экспериментальные результаты можно получить на основании сопоставления оценок, выполненных наилучшими профессиональными оценщиками будущей рыночной стоимости акций. В таблице представлены типичные результаты оценивания стоимости акций регулярно торгуемых российских бизнесов ведущими зарубежными и российскими оценочно-консалтинговыми структурами. Собраны докризисные прогнозные оценки на год вперед. Очевидно, что дисперсии разброса этих оценок будут оценками снизу реальных дисперсий оценивания, так как в лучшем случае (в отсутствие коррелированных смещений) реальные стоимости акций через год будут близки к средним значениям прогнозов всех дееспособных оценочных фирм.

Анализ результатов, представленных в таблице, показывает, что избранный нами в основных моделях отношений уровень относительных погрешностей (~10%) вполне соответствует российским реалиям. Если учесть, что коэффициент вариации 10% характерен и для оценок европейской недвижимости, то его использование в моделях является вполне оправданным.

На рис. 1 воспроизведена ситуация “догоняющего присоединения” через 50 циклов рынка, разбитого на 10 подгрупп с погрешностями оценивания, соответствующими российским (~10%). С некоторыми оговорками можно рассматривать эту модель как схему инерционного присоединения к ВТО. Результатом является уменьшение внутреннего суммарного капитала за 20 циклов примерно в 3 раза:

$$(\bar{A}_{20}^T \bar{I}) \approx (\bar{A}_0^T \bar{I})/3. \quad (23)$$

Кардинально меняет ситуацию появление на присоединяющемся рынке групп инноваторов (10% общего числа участников) с минимальными погрешностями оценивания (~2%), реально имеющими место в российских компаниях. При этом в полном соответствии с реальными данными предполагаем, что средневзвешенная ошибка системы с инноваторами ухудшилась примерно в 2 раза по сравнению с начальной (без инноваторов).

Суммарный внутренний капитал такой подсистемы при объединении с “продвинутом” рынком убывает первые 2–3 цикла даже быстрее, чем в инерционном варианте, но уже через 5–8 циклов ситуация выравнивается. Через 20–25 циклов ситуация не только восстанавливается, но и начинается подавление традиционного рынка рынком с участием инноваторов (результаты представлены на рис. 2). Наличие в этом распределении совсем плохих оценщиков с очень высокими погрешностями не имеет принципиального значения, так как в кратчайшие сроки они вымываются рынком. Важно, чтобы на рынке присутствовали (пусть даже и небольшое число)

Торгуемые акции “ВолгаТелеком” (рыночная цена 6.2 долл.)

Компании-оценщики	Цена, долл.	Рекомендация	Потенциал роста рыночных цен, %	Дата обновления
Алор-Инвест	5.20	Покупать	–16.13	01.02.2007
Тройка Диалог	8.03	Покупать	29.52	31.01.2007
Файненшл Бридж ИК	6.16	Держать	–0.65	23.03.2007
УРАЛСИБ ФК	7.00	Покупать	12.90	26.02.2007
Открытие БД	6.48	Держать	4.52	26.01.2007
Метрополь ИФК	7.07	Держать	14.03	14.02.2007
МДМ-Банк	6.31	Покупать	1.77	20.02.2007
КИТ Финанс Инвестиционный банк	3.77	Продавать	–39.19	28.02.2007
ВЕЛЕС Капитал ИК	6.01	Покупать	–3.06	06.03.2007
Банк Москвы	6.53	Держать	5.32	02.03.2007
Банк ЗЕНИТ	7.50	Покупать	20.97	28.03.2007
АТОН ИГ	6.59	Держать	6.29	22.03.2007
Альфа-Банк	8.10	Покупать	30.65	12.02.2007
UBS	7.10	Покупать	14.52	09.03.2007
Merrill Lynch	5.00	Покупать	–19.35	14.02.2007
ING Group	5.65	Держать	–8.87	05.02.2007
Средняя рыночная цена	6.41			
Квадратичное отклонение	19.21			
Среднеквадратичное отклонение (СКО)	0.27			
СКО/среднее	0.04			
MIN	3.77			
MAX	8.10			

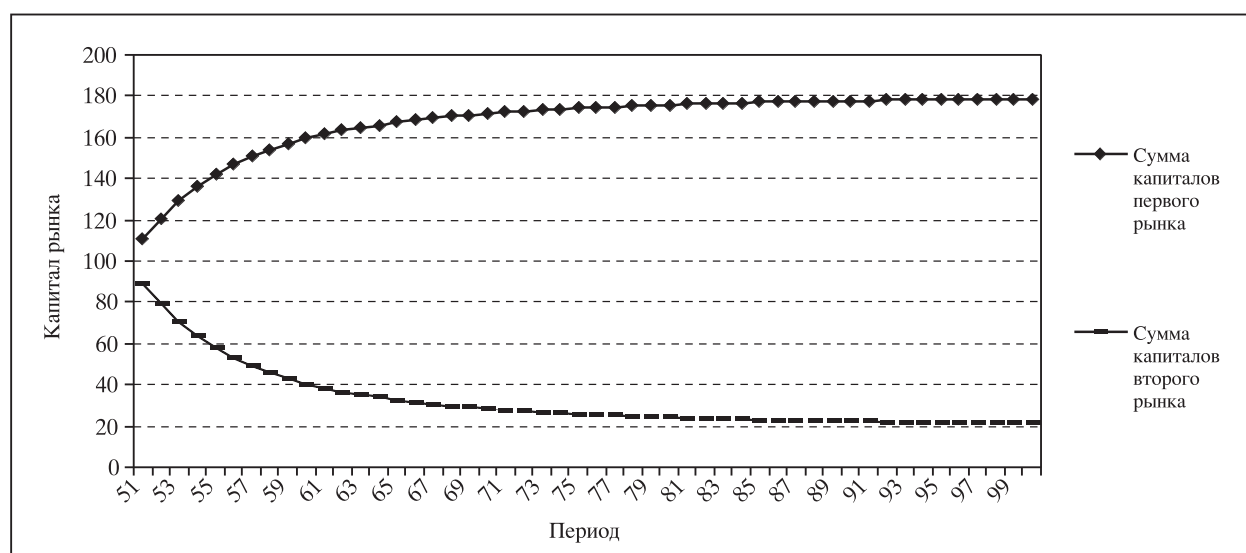


Рис. 1. Изменение суммарного капитала развитого и догоняющего рынков со сходными одинаковыми участниками после их объединения.

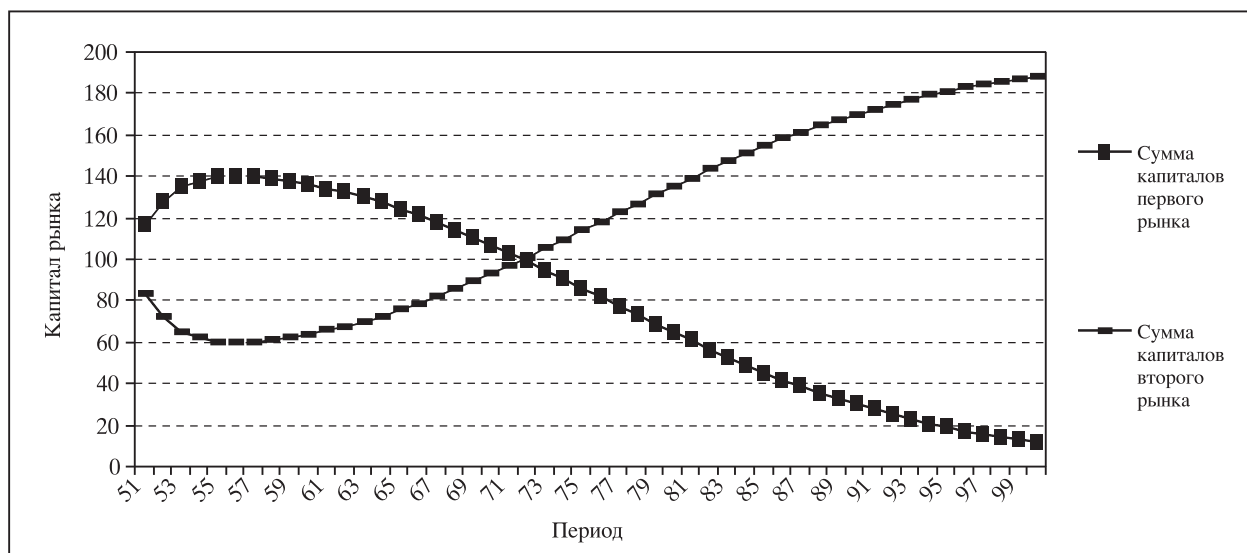


Рис. 2. Изменение суммарного капитала развитого и догоняющего рынков после их объединения с добавлением к развивающемуся рынку 10% инноваторов.

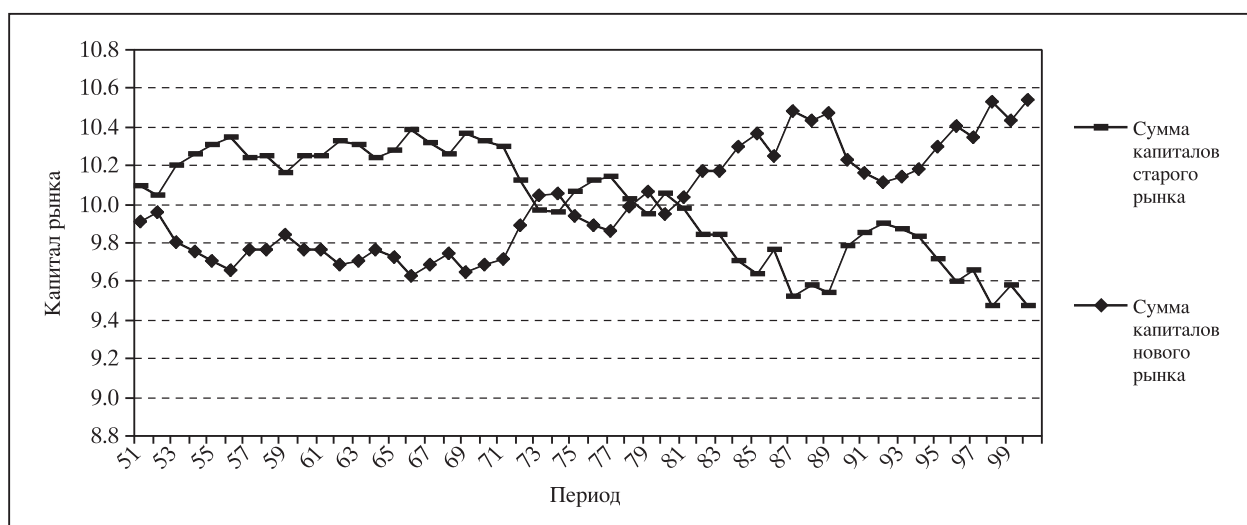


Рис. 3. Перераспределение капиталов при больших случайных ошибках оценивания.

“сверхсредние” оценщики, которые через несколько циклов перераспределений обеспечивают прирост суммарного капитала догоняющей системы.

При этом модели показывают, что риски вложений в такие предприятия частного инвестора, не умеющего априори отличить “плохого” оценщика от “сверхсреднего”, будут выше рисков вложений в средние стационарные предприятия. Это предопределяет необходимость новой государственной инновационной политики. С точки зрения предложенной модели инноваторы вносят в бизнес знания, т.е. дополнительную информацию, в конечном счете уменьшающую через более точные оценки и суждения погрешности распределения ресурсов. А их успешное генерирование и развитие – единственный способ обеспечения “догоняющему” рынку в перспективе выгодного для себя “глобального” перераспределения капитала. Такой подход требует, как было показано ранее, узкого определения инновационной деятельности, опирающегося на научные, т.е. доказуемые, формализованные знания.

Скажем несколько слов о перераспределении для участников с произвольными случайными ошибками оценивания. Примененная нами замена реальной случайной ошибки ξ оценивания рыночной стоимости на вектор средних квадратичных $\bar{S}$ не является бесспорной, прежде всего потому, что при такой замене теряется статистическая природа решения.

Для наиболее интересных вариантов случайных ошибок статистического ансамбля участников рынка было показано, что с точностью до замены реальных среднеквадратичных отклонений ошибок на некоторые эффективные ошибки правомерно использовать простую модель перераспределения (20) для описания динамики рыночной системы с любыми реалистичными ошибками оценивания рыночных стоимостей.

На рис. 3 представлены результаты прямого численного моделирования процесса перераспределения для фиксированных случайных ошибок ξ с данными для модели, приближенно соответствующей российским реалиям. В остальном эта модель соответствует тенденциям, показанным на рис. 2.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная в статье модель позволяет проанализировать причины нынешнего “великого кризиса”. С точки зрения модели это кризис измерения рыночных стоимостей с помощью виртуальных рынков.

Базовая идея виртуальных рынков – в ускорении “прогресса”. “Смена индексов” $i \Rightarrow i + 1$ в реальном рынке $\bar{A}$ – процесс медленный и мучительный. Для ускорения он дополняется виртуальным рынком $\bar{B}$, скроенным из виртуальных m -частей $\bar{A}$ по принципу:

$$\bar{B} = (\bar{I} \otimes E) \bar{A} / m, \quad (24)$$

где $\otimes$ – символ прямого произведения матриц.

В пределах одного цикла $i \Rightarrow i + 1$ на виртуальном рынке $\bar{B}$ может быть выполнено в сотни и тысячи раз больше обменных операций $\theta \rightarrow \theta + 1$, аналогичных реальным. Проблема возникает из-за коррелированности ошибок оценивания участниками рынка $\bar{B}$, которые, безусловно, ориентируются в своих суждениях и действиях на $\Delta \bar{A}_{i+1} = \bar{A}_{i+1} - \bar{A}_i$.

Качественно это означает, что участники рынка B могут воспринимать случайные колебания (например, см. на рис. 3 шаги 67–69, 89–92) как закономерность и “стократно” усиливать между циклами 67–69 или 89–92 абсолютно “регрессивные” тенденции.

Во избежание такой турбулентности (“разбалтывания”) рынка, безусловно, необходимы законодательные ограничения как масштабов рынка B , так и его взаимодействий с реальным рынком A , что приведенная модель и позволяет выполнить с использованием числовых данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Витте С.Ю.** (1997): Конспект лекций о народном и государственном хозяйстве, читанных Его императорскому высочеству великому князю Михаилу Александровичу в 1900–1902 годах. М.: Фонд экономической книги “Начала”.
- Грачев И.Д.** (2008): Законодательное обеспечение экономического прогресса: экономико-математические основы. Казань: Изд-во Казанского гос. ун-та.
- Грачев И.Д., Салахов М.Х., Фишман И.С.** (1986): Статистическая регуляризация при обработке эксперимента в прикладной спектроскопии. Казань: Изд-во Казанского гос. ун-та.
- Дубовиков М.М., Старченко Н.В.** (2007): Эконофизика и анализ финансовых временных рядов. В сб.: “Эконофизика. Современная физика в поисках экономической теории”. М.: МИФИ.
- Жеребин В.М.** (2007): Феномен информации: еще одна попытка интерпретации // *Экономическая наука современной России*. № 2 (37).

- Зоидов К.Х.** (2005): Уроки трансформации кризиса // *Экономическая наука современной России*. № 4 (31).
- Зоидов К.Х.** (2007): К проблеме исследования циклических процессов в советской и переходной российской экономике. Часть 1 // *Экономическая наука современной России*. № 4 (39).
- Кокшотт П., Райт И.** (2009): Вероятностный подход в экономике. <http://left.ru/2009/2/cockshott184.phtml>.
- Лившиц В.Н., Лившиц С.В.** (2008): Макроэкономические теории, реальные инвестиции и государственная российская экономическая политика. М.: Изд-во ЛКИ.
- Лоскутов А.Ю., Бредихин А.А.** (2004): К проблеме описания финансовых временных рядов ARCH-модели на финансовом рынке России // *Обозрение прикладной и промышленной математики*. Т. 11. Вып. 3.
- Маевский В.И.** (1995): Макроэкономические аспекты теории эволюционной экономики. М.: ИЭ РАН.
- Макаров В.Л.** (1995): Эволюционная экономика: некоторые фрагменты теории. В сб.: “*Эволюционный подход и проблемы переходной экономики*”. М.: ИЭ РАН.
- Макаров В.Л., Клейнер Г.Б.** (2007): Микроэкономика знаний. М.: Экономика.
- Панченков А.Н.** (2007): Эконофизика. Н. Новгород: ООО “Типография Поволжье”.
- Полтерович В.М.** (2007): Элементы теории реформ. М.: Экономика.
- Попков В.В., Берг Д.Б.** (2004): Эконофизика и эволюционная экономика – перспективное направление исследований. Всероссийская интернет-конференция “Проблемы эконофизики и эволюционной экономики”. Екатеринбург: Международный институт А. Богданова. 12–17 апреля 2004 г.
- Романовский М.Ю., Романовский Ю.М.** (2007): Введение в эконофизику. Статистические и динамические модели. М.: ИКИ.
- Смирнов А.Д.** (2008): Кредитный “пузырь” и перколяция финансового рынка // *Вопр. экономики*. № 10.
- Смит В.Л.** (2008): Экспериментальная экономика. М.: Экономика.
- Чернавский Д.С., Старков Н.И., Щербаков А.В.** (2002): О проблемах физической экономики // *Успехи физических наук*. Т. 172. № 9.
- Ширяев А.Н.** (1998): Основы стохастической финансовой математики. М.: Физис.
- Dragulescu A., Yakovenko V.M.** (2000): Statistical Mechanics of Money // *The European Physical J. Ser. B*. <http://www.complexity.ru/papers/EPJB-17-723-2000.pdf>.
- Farjoun E., Machover M.** (1983): Laws of Chaos, a Probabilistic Approach to Political Economy. London: Verso.
- Hurwicz L., Maskin E.S., Myerson R.B.** (2007): Mechanism Design Theory. Compiled by the Prize Committee of the Royal Swedish Academy of Sciences. http://nobelprize.org/nobel_prizes/economics/laureates/2007/ecoadv07.pdf.
- Mantegna R.N., Stanley H.E.** (1999): An Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance. Cambridge: Cambridge University Press.
- Mirowski P.** (1989): More Heat Than Light: Economics as social Physics, physics as Nature’s Economics. Cambridge: Cambridge University Press.

Поступила в редакцию
07.04.2009 г.

Stochastic Model of Functioning of the Mixed Economic Systems

I.D. Grachev

Stochastic model of macroeconomics using market values considered. Analyzing the present state of economic theory and practice, the author proposes the model that may be adapted for the use of lawmakers. Its simple mechanism of estimating different decisions, namely in the global economic crisis, provided the sound legislative support for these decisions.