

ЭВОЛЮЦИЯ МНОГОУКЛАДНОЙ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

© 2008 г. А. Е. Бережной
(Москва)

Предложена математическая модель многоукладной экономической системы. Рассмотрены стационарное состояние экономики и процесс развития инновационных технологических укладов, для которого поставлена и решена задача оптимального управления. Показано, что многоукладной экономике внутренне присущи колебания экономических показателей, а в результате развития инновационных технологических укладов может образоваться экономический цикл, причины которого были выявлены при моделировании.

Вопросы роста таких количественных показателей работы экономической системы, как валовой внутренний продукт, удельное непроизводственное потребление, сбережения дефицитных ресурсов и сохранение окружающей среды, актуальность которых со временем только возрастает, требуют перехода к инновационным технологиям и нового этапа научно-технического развития.

Следуя работам С.Ю. Глазьева и Д.С. Львова, будем считать, что научно-техническое развитие в долгосрочном периоде проходит путем смены технологических укладов¹, под которыми понимают совокупности взаимосвязанных производств, осуществляющих простое и расширенное воспроизводство преимущественно за счет внутренних ресурсов. Технологические уклады охватывают все звенья экономической системы, производя продукцию из первичных ресурсов, за которые они конкурируют. Технологические уклады, обладающие более высокой эффективностью использования ресурсов, вытесняют менее эффективные. При этом происходит рост производительности всей экономической системы и ее эволюция.

В один и тот же момент времени в экономической системе могут функционировать сразу несколько технологических укладов, из которых одни являются носителями устаревших технологий и способов производства, другие – инновационных. Это означает, что экономическая система является многоукладной.

В рамках настоящей работы мы предлагаем математическую модель² многоукладной экономической системы. Проведен ее анализ, поставлена и решена оптимизационная задача, а также проведена верификация результатов на числовых данных.

Будем считать, что каждый технологический уклад, как и в модели Солоу, производит один агрегированный вид продукции, который потребляется целиком. Такой постулат основан на законе Ж.-Б. Сэя о равенстве спроса и предложения в долгосрочном периоде. В реальной экономике агрегированному виду продукции соответствует валовой внутренний продукт, разделенный по технологическим укладам. Продукты различных технологических укладов, возможно, отличаются друг от друга по качеству, но, тем не менее, полностью взаимозаменяемы для их потребителей, т.е. без продукции любого технологического уклада экономическая система может полностью обойтись при условии наличия в достаточном количестве продуктов других технологических укладов. В этом и заключается основное отличие делений экономики, рассматриваемых в данной статье, от отраслей, так как ни одна отрасль не сможет полностью вытеснить все остальные, в то время как технологические уклады полностью взаимозаменяемы.

Численность рабочей силы, объем капитала и величина валового выпуска характеризуют уровень развития технологического уклада. Как известно, взаимосвязь между факторами производ-

¹ В западной литературе широко распространен аналогичный термин “макрогенерация”, в котором акцент сделан на отношениях, складывающихся в результате потребления благ. Термин “технологический уклад” больше подходит для настоящей работы, так как в нем акцент сделан на технологии, лежащей в основе экономической системы.

² Модель двухукладной экономической системы, основанная на производственной функции Кобба–Дугласа, рассмотрена в (Колемаев, Бережной, 2005).

ства — рабочей силой и капиталом — и величиной валового выпуска происходит посредством технологии, которую будем модельно отображать при помощи производственной функции.

Отметим, что, по нашему мнению, производства, входящие в один технологический уклад, не обязательно должны быть жестко объединены по территориальному или производственному признаку в некоторые совокупности. Например, они могут потреблять ресурсы предприятий других технологических укладов или предлагать им свою продукцию для дальнейшей переработки при условии возможности их полного вытеснения производствами одного и того же с ними технологического уклада. Основным фактором, объединяющим производства одного технологического уклада, является технология, на которой он базируется. Эта технология должна быть основана на одной и той же базовой конструкции, артефакте³. Из этого вытекают все другие обобщающие признаки производств одного и того же технологического уклада: одинаковые, при прочих равных условиях, виды зависимости производительности труда от вовлеченных в производственный процесс факторов производства — рабочей силы и капитала, фондоотдачи, ресурсоемкости, схожие социальные условия производства, потребительские факторы продукции, экологические факторы и т.п. Следовательно, эти производства можно математически описать при помощи одной и той же производственной функции, а численность рабочей силы и вовлеченный в производственный процесс капитал рассматривать агрегированно. Такой подход, по нашему мнению, предпочтительнее традиционного, когда зависимость выпуска от факторов производства всей экономики страны описывалась при помощи одной производственной функции. В результате после идентификации коэффициентов она отражала доминирующую на некоторый период времени технологию и не могла описывать прирост выпуска за счет перераспределения ресурсов из менее развитых в технологическом смысле производств в более современные.

Технологический уклад образует систему, которая имеет пределы своего развития (Сахал, 1985, с. 95), определенные технологией, на которой он базируется. Эти границы будем понимать в том смысле, что в рамках одного технологического уклада невозможно бесконечно повышать/наращивать эффективность экономической системы.

Будем различать инновационные⁴ и традиционные технологические уклады. Принадлежность технологического уклада к одной из указанных выше совокупностей, его потенциал предопределены заранее, в момент его возникновения⁵, хотя, быть может, и не очевидны для исследователей и современников, наблюдающих его зарождение⁶.

Как отмечалось выше, радикальные технологические изменения экономической системы связаны с процессом смены технологических укладов. Однако даже в рамках одного технологического уклада возможны некоторые улучшения технологий, удешевление продукции и сокращение затрат ресурсов на единицу выпускаемой продукции. Эти изменения могут проходить эволюционно в традиционных технологических укладах и проявляться в виде плавного “дрейфа” коэффициентов производственных функций, норм амортизации и других коэффициентов, характеризующих технологические уклады, или также революционно в рамках инновационных технологических укладов, на начальной фазе их развития. Эволюционное развитие технологического уклада можно описать математически, задав указанные характеристики в виде непрерывных функций от времени, революционный тип развития технологического уклада модельно отражается посредством задания характеристик технологических укладов в виде кусочно-непрерывных функций от времени, это означает, что в определенные моменты времени коэффициенты могут скачкообразно изменять свои значения.

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

Пусть для технологического уклада i имеем: A_i — параметр производственной функции Хиллхорста—Солоу; a_i — средняя производительность труда в стационарном состоянии; $K_i(t)$ — стоимость основных производственных фондов (капитал)⁷; $k_i(t) = K_i(t)/L_i(t)$ — фондовооруженность;

³ Термин общей теории эволюции артефактов (Сахал, 1985, с. 88).

⁴ Инновационные технологические уклады будут нумероваться индексом r , а традиционные индексами q или s .

⁵ В рамках данного вопроса автор стоит на позиции научного детерминизма.

⁶ Вопросы идентификации технологических укладов, оценки их потенциалов по статистическим данным в этой статье не рассматриваются.

⁷ В момент времени t . В дальнейшем для краткости будем подразумевать это по умолчанию.

$L_i(t)$ — численность рабочей силы; $L(t) = \sum_{i \in \Omega} L_i(t)$ — численность рабочей силы экономической системы; $X_i(t)$ — величина валового выпуска; $X(t) = \sum_{i \in \Omega} X_i(t)$ — величина валового выпуска экономической системы; $x_i(t) = X_i(t)/L_i(t)$ — средняя производительность труда; $w_i(t)$ — ставка заработной платы; $w_{\max}(t) = \max_{i \notin \{r\}}(w_i(t))$ — максимально установленная ставка заработной платы в тра-

диционных технологических укладах в момент t ⁸; α_i — параметр производственной функции Хилхорста—Солоу. Обозначим через q вытесняемый технологический уклад (их может быть несколько, т.е. $\|\{q\}\| \geq 0$); s — перспективный традиционный технологический уклад, $\|\{s\}\| \geq 1$; r — инновационный технологический уклад, $\|\{r\}\| \geq 0$; b_r — капиталоотдача инновационного технологического уклада r ; T_i — момент полного вытеснения технологического уклада i ; t_r — момент зарождения инновационного технологического уклада r .

Пусть $\beta_q(t)$ — константа⁹, характеризующая приверженность работников традиционному технологическому укладу q , ее значение равно половине отрицательного темпа прироста рабочей силы этого уклада в единицу времени, если ставка заработной платы данного технологического уклада в два раза меньше $w_{\max}(t)$; $\gamma_i^L(t) = \partial X_i(t)/\partial L_i(t)$ — предельная производительность труда технологического уклада i ; δ_i — параметр производственной функции Хилхорста—Солоу технологического уклада i ; ε_i — уровень численности рабочей силы технологического уклада i , при достижении которого данный технологический уклад прекратит свое существование (имеется в виду вытеснение технологического уклада).

Пусть $\eta_{ji}(t) \in [0, 1]$ — константа, характеризующая возможные потери при производстве оборудования технологического уклада i , используя технологии технологического уклада j . Если $\eta_{ji}(t) \equiv 1$, то потерь нет, если $\eta_{ji} \equiv 0$, то такое производство невозможно. λ — темп прироста рабочей силы в экономике; $\lambda_s(t)$ — константа, характеризующая привлекательность перспективного традиционного технологического уклада s для рабочей силы, ее значение равно доле от численности рабочей силы, переходящей в перспективные традиционные технологические уклады; $\mu_i(t)$ — норма выбытия капитала технологического уклада i (может изменяться только под действием технического прогресса в рамках одного и того же технологического уклада); $\xi_i(t) = w_i(t)/\gamma_i^L(t) \in [\xi_2; 1] \forall i \notin \{r\}$ — коэффициент занижения ставки заработной платы традиционного технологического уклада по сравнению с его предельной производительностью труда. $\Pi_i(t)$ — доход владельцев ОПФ технологического уклада i (дивиденды акционеров); $\pi_i(t) = \Pi_i(t)/K_i(t)$ — рентабельность технологического уклада i ; $\rho_{ji}(t) \in [\underline{\rho}_{ji}; \bar{\rho}_{ji}] \subseteq [0, 1]$ — норма инвестирования из технологического уклада j в уклад i ; $\rho_i(t) = \rho_{ii}(t)$ — норма инвестирования технологического уклада i в себя; τ_r — момент выхода на стационарную траекторию инновационного технологического уклада r .

Пусть $\chi_r(t)$ — константа, характеризующая привлекательность технологий инновационного технологического уклада r для рабочей силы. Ее значение равно темпу прироста численности рабочей силы инновационного технологического уклада в единицу времени, если ставка заработной платы в данном технологическом укладе равна $w_{\max}(t)$; $\Omega = \{s\} \cup \{q\} \cup \{r\}$ — множество индексов технологических укладов.

Индекс E обозначает стационарные значения величин, A — асимптотические значения, 0 — начальные значения. Так, например, k_i^E — стационарное значение фондовооруженности технологического уклада i .

ОБЩИЙ ВИД МОДЕЛИ

Как уже отмечалось, технологический уклад расширяет производство преимущественно за счет собственных ресурсов, кроме начальной стадии своего развития, на которой он получает ре-

⁸ Для краткости эту величину будем называть максимальной ставкой заработной платы.

⁹ Эта и другие константы зависят от времени в том смысле, что могут изменять свои значения под воздействием улучшения технологий в рамках одного и того же технологического уклада, при отсутствии такового являются постоянными для всех моментов времени. В дальнейшем изложении отсутствие у константы аргумента t характеризует ее постоянство во времени и предполагает отсутствие изменения технологий в рамках одного технологического уклада.

альные инвестиции¹⁰ из других технологических укладов. Поэтому в общем случае дифференциальное уравнение, описывающее изменение капитала технологического уклада, будет иметь вид:

$$\frac{dK_i}{dt} = -\mu_i(t)K_i(t) + \sum_{j \in \Omega} \eta_{ji}(t)\rho_{ji}(t)X_j(t), \quad K_i(0) = K_i^0 \quad \forall i \in \Omega, \quad (1)$$

где $\mu_i(t)K_i(t)$ — слагаемое, отвечающее за выбытие; $\sum_{j \in \Omega} \eta_{ji}(t)\rho_{ji}(t)X_j(t)$ — за инвестиции. Численность рабочей силы в экономике изменяется с постоянным темпом прироста $L = L_0 e^{\lambda t}$, $L(0) = L_0$.

В инновационном технологическом укладе постоянно происходит перераспределение рабочей силы за счет инноваторов¹¹, темп которого будет зависеть от соотношения ставок заработной платы в данном технологическом укладе и ставки заработной платы в традиционном технологическом укладе, установившем ее на максимальном уровне по сравнению с другими традиционными технологическими укладами¹², т.е.

$$\frac{dL_r}{dt} = \chi_r(t) \frac{w_r(t)}{w_{\max}(t)} L_r(t). \quad (2)$$

Из традиционного технологического уклада, у которого ставка заработной платы определена на уровне, меньшем максимально установленного, будет постоянный отток рабочей силы. Такой технологический уклад будем называть *вытесняемым* (индекс q , $\{q\} = \{i | (w_i < w_{\max}) \wedge (i \notin \{r\})\}$). Отрицательный темп прироста рабочей силы из вытесняемого технологического уклада будет пропорционален отношению максимальной ставки заработной платы к текущей ставке заработной платы в данном технологическом укладе, т.е.

$$\frac{dL_q}{dt} = -\beta_q(t) \frac{w_{\max}(t)}{w_q(t)} L_q(t). \quad (3)$$

Традиционный технологический уклад, установивший ставку заработной платы на максимальном уровне, будем называть *перспективным* (индекс s , $\{s\} = \{i | (w_i = w_{\max}) \wedge (i \notin \{r\})\}$). Изменение численности рабочей силы перспективного технологического уклада определяется по формуле:

$$\begin{aligned} \frac{dL_s}{dt} = \lambda_s(t) \left(- \sum_q \frac{dL_q}{dt} - \sum_r \frac{dL_r}{dt} + \lambda L_0 e^{\lambda t} \right) = \lambda_s(t) w_{\max}(t) \sum_q \frac{\beta_q(t)}{w_q(t)} L_q(t) - \\ - \lambda_s(t) \frac{\sum_r \chi_r(t) w_r(t) L_r(t)}{w_{\max}(t)} + \lambda_s(t) \lambda L_0 e^{\lambda t}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $-\sum_q dL_q/dt$ — пополнение рабочей силы из вытесняемых технологических укладов; $\sum_r dL_r/dt$ — отток рабочей силы в инновационные технологические уклады; $\lambda L_0 e^{\lambda t}$ — изменение рабочей силы за счет демографических факторов. Ставку заработной платы традиционного технологического уклада будем считать пропорциональной предельной производительности труда этого технологического уклада¹³, т.е. $w_i(t) = \xi_i(t) \gamma_i^L(t)$, $\xi_i(t) \in [\xi; 1] \quad \forall i \notin \{r\}$. Для инновационного

¹⁰ В данной работе, следуя неоклассической теории, будем считать инвестиции и сбережения тождественно равными друг другу.

¹¹ В рамках данной работы под инноваторами будем понимать часть рабочей силы, которая согласна сменить работу в традиционном технологическом укладе на работу в инновационном технологическом укладе, даже если новая ставка заработной платы будет не больше предыдущей.

¹² Считаем, что за точку отсчета ставки заработной платы нужно принимать максимальную ставку заработной платы традиционного технологического уклада, так как ставка заработной платы инновационного технологического уклада, относительно успеха внедрения технологий которого в экономику существует известная степень неопределенности, не является надежным мериллом, на которое будет ориентироваться подавляющая часть рабочей силы.

¹³ Это следует из экономической интерпретации разложения Эйлера для однородных производственных функций или из теории фирмы.

технологического уклада она будет устанавливаться исходя из максимума некоторого критерия¹⁴ и в рамках данной модели будет являться управляющим параметром.

Приведем общий вид модели:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dK_i}{dt} &= -\mu_i(t)K_i(t) + \sum_{j \in \Omega} \eta_{ji}(t)\rho_{ji}(t)X_j(t), \quad K_i(0) = K_i^0 \quad \forall i \in \Omega; \\ \frac{dL_r}{dt} &= \chi_r(t) \frac{w_r(t)}{w_{\max}(t)} L_r(t), \quad L_r(0) = L_r^0 \quad \forall r \in \{r\}; \\ \frac{dL_q}{dt} &= -\beta_q(t) \frac{w_{\max}(t)}{w_q(t)} L_q(t), \quad L_q(0) = L_q^0 \quad \forall q \in \{i | (w_i(t) < w_{\max}(t)) \wedge (i \notin \{r\})\}; \\ \frac{dL_s}{dt} &= \lambda_s(t) w_{\max}(t) \sum_q \frac{\beta_q(t)}{w_q(t)} L_q(t) - \lambda_s(t) \left(\sum_r \chi_r(t) w_r(t) L_r(t) / w_{\max}(t) \right) + \lambda_s(t) \lambda L_0 e^{\lambda t}, \\ L_s(0) &= L_s^0 \quad \forall s \in \{i | (w_i(t) = w_{\max}(t)) \wedge (i \notin \{r\})\}; \\ \frac{dL}{dt} &= \lambda L(t), \quad L(0) = L_0; \\ X_i &= F_i(K_i(t), L_i(t), t) \quad \forall i \in \Omega, \quad \rho_{ji}(t) \in [\underline{\rho}_{ji}, \bar{\rho}_{ji}] \subseteq [0; 1] \quad \forall i \in \Omega, \quad \forall j \in \Omega; \\ w_i(t) &= \xi_i(t) \gamma_i^L(t), \quad \xi_i(t) \in [\underline{\xi}_i; 1] \quad \forall i \notin \{r\}, \quad w_r(t) \in [\underline{w}_r; \bar{w}_r] \quad \forall r \in \{r\}. \end{aligned} \right. \quad (5)$$

В данной системе функция $F_i(K_i(t), L_i(t), t)$ является производственной функцией технологического уклада i , параметр t отражает изменение ее коэффициентов в результате модификаций технологий технологического уклада i .

Весь произведенный валовой продукт технологического уклада i будет распадаться на две части. В натуральном выражении — на инвестиционные товары ($\rho_i(t)X_i(t)$) и на потребительские товары ($[1 - \rho_i(t)]X_i(t)$); в стоимостном выражении — на совокупную заработную плату ($w_i(t)L_i(t)$) и на дивиденды ($\Pi_i(t) = X_i(t) - w_i(t)L_i(t)$).

Далее будем рассматривать процесс смены технологических укладов при отсутствии технического прогресса в рамках одного и того же технологического уклада¹⁵, т.е. будем считать все его характеризующие коэффициенты постоянными функциями от времени, т.е.

$$\beta_q(t) \equiv \beta_q, \quad \lambda_s(t) \equiv \lambda_s, \quad \mu_i(t) \equiv \mu_i, \quad \chi_r(t) = \chi_r, \quad \eta_{ji}(t) \equiv \eta_{ji}, \quad F_i(K_i(t), L_i(t), t) \equiv F_i(K_i(t), L_i(t)).$$

Проведем спецификацию производственной функции технологического уклада. Важнейшей характеристикой качества работы экономической системы является средняя производительность труда, которая показывает эффективность использования задействованных трудовых ресурсов, в то время как предельная производительность труда показывает эффект от единицы вновь привлеченных трудовых ресурсов. Поэтому для адекватного описания технологического уклада необходимо выбрать производственную функцию, которая обеспечивает предел роста для средней производительности труда.

Будем рассматривать лишь однородные производственные функции со степенью однородности, равной единице, тогда $x_i(t) = X_i(t)/L_i(t) = F_i(K_i(t), L_i(t))/L_i(t) = F_i(k_i(t), 1) = f_i(k_i(t))$. Следовательно, при неограниченном увеличении фондовооруженности средняя производительность труда должна сходиться к константе. Однако производственные функции Кобба—Дугласа, мультипликативная, линейно-однородная или Леонтьева таким свойством не обладают. Из наиболее известных производственных функций, удовлетворяющих данному условию, подходит только

¹⁴ Критериями оптимальности могут являться дисконтированные дивиденды укладов за некоторый период, рентабельности, полезности от дивидендов и т.п.

¹⁵ Чтобы сфокусировать внимание на процессе смены технологических укладов. Развитие в рамках одного технологического уклада считается при прочих равных условиях.

производственная функция Хилхорста–Солоу, которая при степени однородности, равной единице, имеет вид:

$$X_i(t) = A_i(\alpha_i K_i(t)^{-\delta_i} + (1 - \alpha_i)L_i(t)^{-\delta_i})^{-1/\delta_i},$$

где A_i , α_i и δ_i — некоторые параметры, $A_i > 0$, $0 < \alpha_i < 1$, $\delta_i > 0$. Нетрудно проверить, что при выборе этой производственной функции средняя производительность труда имеет предел роста

$$\lim_{k_i \rightarrow +\infty} x_i(k_i) = A_i/(1 - \alpha_i)^{1/\delta_i}. \quad (6)$$

Такой же предел имеет предельная производительность труда:

$$\lim_{K_i \rightarrow +\infty} \gamma_i^L = \lim_{k_i \rightarrow +\infty} \gamma_i^L(k_i) = A_i/(1 - \alpha_i)^{1/\delta_i}. \quad (7)$$

Поэтому в дальнейшем изложении будем пользоваться производственной функцией Хилхорста–Солоу.

Для традиционных технологических укладов, успешно прошедших начальные стадии своего развития, характерна убывающая отдача от увеличения какого-то фактора производства в от-¹⁶дельности и наличие пределов повышения своей эффективности. Взаимосвязь их выпуска с затратами факторов производства, таким образом, может быть описана при помощи производственной функции Хилхорста–Солоу.

Изначально для работы в инновационном технологическом укладе будет задействована неквалифицированная рабочая сила ввиду отсутствия альтернативы. Такая рабочая сила будет в избытке, поэтому ограничивающим фактором производственного процесса является капитал инновационного технологического уклада, в котором и воплощены новые технологии. Повышение¹⁷ квалификации рабочей силы будет происходить в производственном процессе, что обеспечит постоянную отдачу от увеличения капитала.

При указанных допущениях производственная функция инновационного технологического уклада примет вид $X_i(t) = b_r K_r(t)$, где b_r — некоторый коэффициент. Такой вид производственной функции можно получить из производственной функции Леонтьева¹⁸ или из производственной функции Хилхорста–Солоу¹⁹, а также вследствие того, что величина выпуска инновационного технологического уклада будет нечувствительна к изменениям численности избыточной рабочей силы, проходящей обучение в процессе производства, но будет резко реагировать на изменение дефицитного инновационного оборудования.

МОДЕЛЬ СТАЦИОНАРНОГО СОСТОЯНИЯ ЭКОНОМИКИ

Рассмотрим многоукладную экономику при отсутствии инновационных технологических укладов, т.е. все существующие технологические уклады прошли начальные стадии своего развития и исчерпали инновационный потенциал.

В таком случае акционеры будут осуществлять инвестиции так, чтобы зафиксировать фондовооруженность технологического уклада на некотором рациональном уровне, продиктованном технологией производственных процессов, это означает, что каждый новый работник будет обеспечен определенным оборудованием в заданном количестве (такое положение является основным допущением модели).

¹⁶ Под которой понимаем, как и прежде, среднюю производительность труда.

¹⁷ Гипотеза “обучения через диффузию” — расширение применения технологии приводит к ее улучшению (Сахал, 1985, с. 139).

¹⁸ $X = \min(bK, aL) = bK$ — капитал, ограничивающий фактор в том смысле, что $bK < aL$.

¹⁹ При $k \rightarrow 0$, что, на наш взгляд, характерно для начальной стадии развития технологического уклада, избыточная рабочая сила будет повышать свою квалификацию в процессе обучения, обеспечивая в последующем рациональное использование дефицитного оборудования.

Математически рациональное значение фондовооруженности получим из производственной функции, максимизируя дивиденды акционеров²⁰. Для однородных производственных функций справедливо разложение Эйлера, которое в нашем случае примет вид:

$$X_i(t) = \gamma_i^L(k_i(t))L_i(t) + \gamma_i^K(k_i(t))K_i(k_i(t)), \quad (8)$$

где $\gamma_i^L(k_i(t))L_i(t)$ — заработная плата, так как $w_i = \gamma_i^L$; $\gamma_i^K(k_i(t))K_i(t)$ — дивиденды. В приведенной формуле численность рабочей силы задана экзогенно, поэтому

$$k_i^E = \arg \max(\gamma_i^K(k_i)K_i(k_i)) = \arg \max(\gamma_i^K(k_i)k_i L_i) = \arg \max(\gamma_i^K(k_i)k_i).$$

Решив указанную задачу, получим $k_i^E = (\delta_i^{-1} \alpha_i / (1 - \alpha_i))^{1/\delta_i}$. В таком случае валовой выпуск будет зависеть только от численности рабочей силы: $X_i(t) = a_i L_i(t)$, $a_i = A_i(\alpha_i(k_i^E)^{-\delta_i} + 1 - \alpha_i)^{-1/\delta_i}$, где a_i — средняя производительность труда технологического уклада i , в приведенном выражении она постоянна.

В рамках данной работы предположим, что перспективные технологические уклады эффективнее вытесняемых в том смысле, что стационарное значение производительности труда перспективного технологического уклада выше, чем значение этого показателя у любого вытесняемого технологического уклада при всех значениях фондовооруженности, т.е.

$$\gamma_s^L(k_s^E) > \gamma_q^L(k_q) \quad \forall s \in \{i | w_i = w_{\max}\} \quad \forall q \in \{i | w_i < w_{\max}\}, \quad \forall k_q \in [0; \infty). \quad (9)$$

В рассматриваемой ситуации технологические уклады будут конкурировать за единственный дефицитный ресурс — рабочую силу, поэтому будем считать, что занижать ставку заработной платы они не будут, т.е. $\xi_i(t) \equiv 1$. Следовательно, технологические уклады с наибольшей предельной производительностью рабочей силы при рациональном значении фондовооруженности установят максимальную ставку заработной платы и обеспечат себе положительный прирост численности рабочей силы. Эти технологические уклады станут перспективными, а максимальная ставка заработной платы будет постоянной. Капитал этих технологических укладов будет наращиваться таким образом, чтобы обеспечить значение фондовооруженности на стационарном рациональном уровне. Отрицательный прирост рабочей силы характерен в свою очередь для вытесняемых технологических укладов, у которых предельная производительность труда, а следовательно, и ставка заработной платы будет меньше максимального значения.

Рассмотрим фондовооруженность вытесняемого технологического уклада

$$\frac{dk_q}{dt} = \frac{-\mu_q K_q(t)}{L_q(t)} - \frac{K_q(t)}{L_q^2(t)} (-\beta w_{\max}/w_q(t)) L_q(t),$$

учитывая, что в стационарном состоянии $w_q(t) = \gamma_q^L(t)$, получим

$$\frac{dk_q}{dt} = -\mu_q k_q(t) + \frac{\beta_q w_{\max}}{A_q(1 - \alpha_q)} k_q(t) (\alpha_q k_q^{-\delta_q}(t) + 1 - \alpha_q)^{(1 + \delta_q)/\delta_q}. \quad (10)$$

В таком случае возможны следующие варианты.

1. Технологический уклад находится в стационарном состоянии $dk_q/dt = 0$, тогда

$$k_q(t) = k_q^E = (\alpha_q / [(A_q(1 - \alpha_q)\mu_q / (\beta_q w_{\max}))^{\delta_q/(1 + \delta_q)} - 1 + \alpha_q])^{1/\delta_q}. \quad (11)$$

2. Случай $dk_q/dt > 0$, тогда $k_q^{-\delta_q}(t) > \frac{1}{\alpha_q} ([A_q(1 - \alpha_q)\mu_q / (\beta_q w_{\max})]^{\delta_q/(1 + \delta_q)} - 1 + \alpha_q)$. Если правая часть

этого неравенства неположительна, тогда $dk_q/dt > 0$, $\forall t$, что, учитывая (10), приведет либо к сходимости фондовооруженности технологического уклада q к некоторому стационарному значению, либо к ее бесконечному росту. Во втором случае он попадет в асимптотическое состояние,

²⁰ Данный критерий используется в данной работе для удобства. Рациональное значение фондовооруженности также можно получить исходя из других критериев, например потребовать, чтобы фондовооруженность обеспечивала рентабельность капитала не меньше заданной.

которое характеризуется тем, что средняя и предельная производительности труда будут бесконечно приближаться к своим тождественно равным асимптотам (см. (6), (7)).

При положительной правой части рассматриваемого неравенства его можно привести к виду $k_q(t) < [\alpha_q / (A_q(1 - \alpha_q)\mu_q / (\beta_q w_{\max}))^{\delta_q / (1 + \delta_q)} - 1 + \alpha_q]^{1/\delta_q}$, т.е. постоянно увеличиваясь, фондовооруженность будет приближаться к своему некоторому стационарному значению, не превышающему (11).

3. Случай $dk_q/dt < 0$. Следуя аналогичным рассуждениям, получим, что фондовооруженность, постоянно уменьшаясь, также будет сходиться к своему стационарному значению, не меньшему (11).

Таким образом, вытесняемый технологический уклад может находиться в двух состояниях: асимптотическом и стационарном. Технологический уклад, находящийся в асимптотическом состоянии, будем называть *реликтовым* технологическим укладом.

Как уже отмечалось, на рассматриваемом промежутке времени инновационные технологические уклады не возникают, поэтому существующие технологические уклады могут осуществлять инвестирование только сами в себя, т.е. $\rho_{ij} = 0 \forall i \neq j$, $\rho_i = \rho_{ii}$.

Учитывая (8), можно получить рентабельность технологического уклада, находящегося в стационарном состоянии: $\pi_i(t) = \Pi_i(t)/K_i(t) = \gamma_i^K(k_i^E) = \text{const}$. Постоянство рентабельности обеспечено постоянством значения стационарной фондовооруженности. Легко увидеть, что в данном случае рентабельность будет неотрицательна.

У технологического уклада, находящегося в асимптотическом состоянии, средняя и предельная производительности труда будут сходиться друг к другу, поэтому из (8) следует, что при $t \rightarrow \infty$ справедливо равенство $\pi_i(t) = X_i(t) - \gamma_i^L(t)L_i(t) = X_i(t) - x_i(t)L_i(t) = 0$. Таким образом, реликтовые технологические уклады будут обладать почти нулевой рентабельностью. В силу этого они не будут представлять никакого интереса для инвестора.

Рентабельность других технологических укладов положительна, в результате чего они являются потенциальными объектами для инвестиций. Однако у вытесняемых технологических укладов будет постоянное уменьшение численности рабочей силы, которое никакими инвестициями, ввиду (9), невозможно прекратить. В то же время легко увидеть, что рентабельность технологического уклада – убывающая функция от фондовооруженности, поэтому ее увеличение будет нецелесообразно для акционеров²¹.

Следовательно, инвестиции будут осуществляться только в перспективные технологические уклады²², а дифференциальные уравнения, описывающие изменение капитала технологических укладов, примут вид:

$$\frac{dK_s}{dt} = -\mu_s K_s(t) + \rho_s(t) X_s(t), \quad K_s(0) = K_s^0, \quad \frac{dK_q}{dt} = -\mu_q K_q(t), \quad K_q(0) = K_q^0. \quad (12)$$

Таким образом, модель стационарного состояния экономики примет следующую форму²³:

²¹ Отметим также, что и сокращение капитала вытесняемого технологического уклада с последующим перераспределением его в инновационный технологический уклад невозможно, так как здесь имеется в виду натуральная, а не стоимостная форма капитала.

²² В принципе может сложиться ситуация, при которой рентабельность вытесняемого нереликтового технологического уклада будет больше, чем перспективного за счет сильной эксплуатации рабочей силы и ее низкого технического оснащения, но ввиду названных причин в такой технологический уклад новая рабочая сила поступать не будет и в инвестициях для него нет никакой необходимости.

²³ Можно выделить ограниченную замкнутую область $D \subset [0; \infty)^5$, внутренними точками которой являются начальные условия системы (13). В ней будут непрерывны правые части дифференциальных уравнений системы и их ограниченные частные производные по неизвестным функциям. Поэтому данная система будет иметь единственное решение согласно (Пантелеев и др., 2001, с. 17).

$$\begin{cases}
\frac{dK_q}{dt} = -\mu_q K_q(t), \quad K_q(0) = K_q^0 \quad \forall q \in \{i | w_i < w_{\max}\}; \\
\frac{dK_s}{dt} = -\mu_s K_s(t) + \rho_s(t) X_s(t), \quad K_s(0) = K_s^0 \quad \forall s \in \{i | w_i = w_{\max}\}; \\
\frac{dL_q}{dt} = -\beta_q (w_{\max}/w_q) L_q(t), \quad L_q(0) = L_q^0 \quad \forall q \in \{i | w_i < w_{\max}\}; \\
\frac{dL_s}{dt} = \lambda_s w_{\max} \sum_q \frac{\beta_q}{w_q} L_q(t) + \lambda_s \lambda L_0 e^{\lambda t}, \quad L_s(0) = L_s^0 \quad \forall s \in \{i | w_i = w_{\max}\}; \\
\frac{dL}{dt} = \lambda L(t), \quad L(0) = L_0; \\
X_i = a_i L_i \quad \forall i \in \Omega; \\
a_i = \begin{cases} A_i (\alpha_i (k_i^E)^{-\delta_i} + 1 - \alpha_i)^{-1/\delta_i}, & \text{если } k_i(t) = k_i^E = \text{const} < \infty, \\ A_i (1 - \alpha_i)^{-1/\delta_i}, & \text{если } k_i \rightarrow \infty; \end{cases} \\
w_i = \begin{cases} \gamma_i^L(k_i^E), & \text{если } k_i(t) = k_i^E = \text{const} < \infty, \\ w_i = A_i / (1 - \alpha_i)^{1/\delta_i}, & \text{если } k_i \rightarrow \infty. \end{cases}
\end{cases} \quad (13)$$

Из второго уравнения системы можно найти норму инвестирования в технологический уклад s . Функцию $K_s(t)$ найдем, учитывая, что $K_s(t) = k_s^E L_s(t)$. Решения дифференциальных уравнений системы (13) будут иметь вид:

$$\begin{aligned}
K_q(t) &= K_q^0 \exp(-\mu_q t); \\
L_q(t) &= L_q^0 \exp(-\beta_q w_{\max} t / w_q); \\
L_s(t) &= \lambda_s \sum_q L_q^0 (1 - \exp(-\beta_q w_{\max} t / w_q)) + \lambda_s L_0 (\exp(\lambda t) - 1) + L_s^0; \\
K_s(t) &= k_s^E \left(\lambda_s \sum_q L_q^0 (1 - \exp(-\beta_q w_{\max} t / w_q)) + \lambda_s L_0 (\exp(\lambda t) - 1) + L_s^0 \right); \\
\rho_s(t) &= \frac{k_s^E}{a_s} \left[\lambda_s w_{\max} \sum_q (\beta_q L_q(t) / (w_q L_s(t))) + \lambda_s \lambda \frac{L_0}{L_s(t)} \exp(\lambda t) + \mu_s \right].
\end{aligned} \quad (14)$$

Легко увидеть, что $\lim_{t \rightarrow \infty} \rho_s(t) = k_s^E (\lambda + \mu_s) / a_s$. Эта зависимость имеет наглядную экономическую интерпретацию: чем больше выбытие или темп прироста населения, тем больше необходимо инвестировать в производство. Обратная зависимость от средней производительности труда означает, что чем больше производится, тем меньшую долю от выпуска следует сберегать.

Для вытесняемых технологических укладов можно подсчитать длительность периода их полного вытеснения, если положить, что технологический уклад q прекратит свое существование, как только численность рабочей силы данного технологического уклада достигнет уровня ε_q , т.е.

$$L_q(T_q) = \varepsilon_q \Rightarrow T_q = -\frac{w_q}{\beta_q w_{\max}} \ln\left(\frac{\varepsilon_q}{L_q^0}\right) > 0.$$

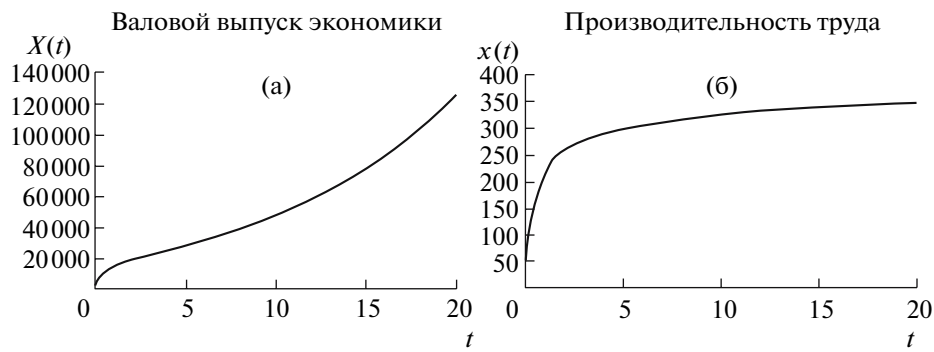


Рис. 1.

Валовой выпуск экономической системы будет иметь вид:

$$X = \sum_{i \in \Omega} X_i = L_0(\exp(\lambda t) - 1) \sum_s \lambda_s a_s + \sum_q L_q^0 \left(a_q - \sum_s \lambda_s a_s \right) \exp(-\beta_q w_{\max} t / w_q) + \sum_s a_s \left(L_s^0 + \lambda_s \sum_q L_q^0 \right).$$

Тогда

$$\frac{dX}{dt} = L_0 \lambda e^{\lambda t} \sum_s \lambda_s a_s + \sum_q \left[L_q^0 \left(\sum_s \lambda_s a_s - a_q \right) (\beta_q w_{\max} / w_q) \exp(-\beta_q w_{\max} t / w_q) \right] > 0 \quad \forall t$$

(положительность производной следует из того, что оба слагаемых положительны).

Рассмотрим вторую производную:

$$\frac{d^2 X}{dt^2} = L_0 \lambda^2 e^{\lambda t} \sum_s \lambda_s a_s - \sum_q \left[L_q^0 \left(\sum_s \lambda_s a_s - a_q \right) (\beta_q w_{\max} / w_q)^2 \exp(-\beta_q w_{\max} t / w_q) \right].$$

Она может принимать как положительные, так и отрицательные значения в зависимости от параметров уравнения и от \$t\$. Так, например, при \$t = 0\$ и

$$\lambda < \left(\frac{L_q^0 \left(\sum_s \lambda_s a_s - a_q \right) (\beta_q w_{\max} / w_q)^2}{L_0 \sum_s \lambda_s a_s} \right)^{1/2}$$

вторая производная будет отрицательной, но в пределе при \$t \rightarrow +\infty\$ и \$\lambda > 0\$ она будет положительной. Следовательно, функция \$X(t)\$ может иметь точку перегиба, в которой выпуклость вверх будет меняться на выпуклость вниз, при этом валовой выпуск экономической системы будет постоянно возрастать.

При моделировании на числовых данных были взяты два перспективных технологических уклада и три вытесняемых, причем два из них реликтовые. При темпе прироста населения в 9% динамика валового выпуска экономической системы и производительности труда приведена на рис. 1. Из графика валового выпуска экономики видно, что многоукладной экономике даже в стационарном состоянии могут быть присущи некоторые колебания, которые проявляются в том, что ее затухающий рост меняется на подъем возрастающими темпами. Наличие данных колебаний зависит от темпов прироста населения, средних производительностей технологических укладов, соотношения ставок заработных плат технологических укладов и привлекательности технологических укладов для рабочей силы, воплощенной в коэффициентах \$\beta_q\$ и \$\lambda_s\$.

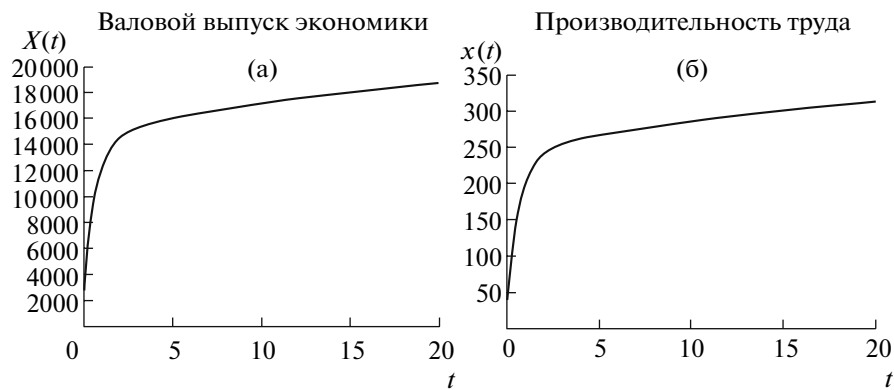


Рис. 2.

Функция средней производительности труда экономической системы имеет вид:

$$x(t) = \frac{X(t)}{L(t)} = \sum_s \lambda_s a_s - \exp(-\lambda t) \sum_s \lambda_s a_s + \sum_q \left[\left(L_q^0 / L_0 \right) \left(a_q - \sum_s \lambda_s a_s \right) \exp[-(\lambda + \beta_q w_{\max} / w_q) t] \right] + \\ + \sum_s \left[a_s \left(L_s^0 + \lambda_s \sum_q L_q^0 \right) \exp(-\lambda t) \right].$$

Из графика производительности труда (рис. 1) видно, что средняя производительность труда сходится к своему предельному значению, равному: $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \sum_s \lambda_s a_s$. Это значение отражает предел для повышения производительности труда в многоукладной экономике, продиктованный технологическими возможностями доминирующих²⁴ технологических укладов.

Моделирование на тех же числовых данных при нулевом темпе прироста населения показало проявление принципа переломных точек²⁵ в динамике многоукладной экономической системы (на графиках на рис. 2 видно, что после прохождения некоторой точки экономические показатели меняют свою траекторию).

МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ РАЗВИТИЕМ ИННОВАЦИОННОГО ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО УКЛАДА

Момент зарождения инновационного технологического уклада зависит от целого комплекса величин, основной из которых, по нашему мнению, является инновационная активность экономических субъектов. Она возрастает, при прочих равных условиях, по мере приближения доминирующих технологических укладов к исчерпанию своих потенциалов повышения эффективности производства и удовлетворения новых потребностей²⁶. В рассматриваемой модели это будет выражено в приближении средней производительности труда экономической системы к своему предельному значению, рассмотренному выше. То есть чем ближе средняя производительность труда экономической системы к определенному доминирующими технологическими укладами предельному значению, тем выше инновационная активность экономических субъектов и тем больше вероятность появления инновационного технологического уклада. Математически это можно выразить следующим образом.

²⁴ Так как все вытесняемые технологические уклады при бесконечном увеличении времени будут полностью вытеснены из экономической системы.

²⁵ Принцип переломных точек см. (Сахал, 1985, с. 60).

²⁶ Конечно, на инновационную активность населения влияет множество других факторов: ставки налогов, государственные субсидии, уровень образования населения, социальные и культурные факторы и т.п., влияние которых в настоящей статье не рассматривается и принимается “при прочих равных условиях”.

Рассмотрим вероятность²⁷ того, что на интервале от t_0 до $t_0 + \Delta t$ появились $\tilde{s}$ инновационных технологических укладов. Для облегчения последующего анализа сдвинем t_0 в точку 0, тогда

$$P_{\Delta t}(\tilde{s}) = [v(\Delta t)\Delta t]^{\tilde{s}} e^{-v(\Delta t)\Delta t} / \tilde{s}!, \quad v(\Delta t) = \frac{\tilde{v}}{\sum_s \lambda_s a_s - \bar{x}(t)}, \quad \bar{x}(\Delta t) = \int_0^{\Delta t} x(t) dt / \Delta t,$$

где $\tilde{v}$ — некоторый постоянный коэффициент, $\bar{x}(t)$ — осредненная на интервале Δt средняя производительность экономической системы, $v(\Delta t)$ — математическое ожидание числа инновационных технологических укладов, появившихся на интервале $(0; \Delta t)$. Получим вероятность того, что на интервале от 0 до Δt появится хотя бы один технологический уклад, т.е. $P(t_s < \Delta t) = 1 - P_{\Delta t}(0) = 1 - \exp(-v(\Delta t)\Delta t)$. Нетрудно увидеть, что при неограниченном увеличении Δt эта вероятность будет сходиться к единице.

Рассмотрим случай, когда в экономике, находившейся в стационарном состоянии, начали функционировать несколько инновационных технологических укладов, их производственные функции будут иметь вид $X_r = b_r K_r$. В инновационный технологический уклад могут осуществляться реальные инвестиции из любого перспективного технологического уклада, так как его производственные мощности еще не готовы для выпуска продукции в требуемых объемах. Поэтому дифференциальное уравнение, описывающее изменение его капитала будет:

$$\frac{dK_r}{dt} = \sum_s \eta_{sr} \rho_{sr} X_s + \rho_r X_r - \mu_r K_r = \sum_s \eta_{sr} \rho_{sr} a_s L_s + \rho_r b_r K_r - \mu_r K_r.$$

Положим, что процесс обучения персонала в производственном процессе, сопровождающийся открытием новых возможностей для применения технологий инновационного технологического уклада в экономике, будет проходить в течение определенного периода времени τ_r . По окончании этого периода будет определено рациональное значение фондовооруженности данного технологического уклада и оно будет зафиксировано на этом уровне²⁸. Момент зарождения инновационного технологического уклада r обозначим t_r , тогда $k_r(t_r + \tau_r) = k_r^E$.

Рассмотрим инновационный технологический уклад p , $p \in \{r\}$. Для упрощения последующего анализа сдвинем момент времени t_p в точку $t = 0$, тогда $k_p(\tau_p) = k_p^E$.

Инвестор, осуществляющий инвестиции в технологии инновационного технологического уклада p , будет определять управляющие параметры: нормы инвестирования и ставку заработной платы исходя из максимума своих интегральных дивидендов с учетом потерь, связанных с производством новой техники на старом оборудовании²⁹, т.е.

$$\int_0^{\tau_p} \left(X_p - w_p L_p - \sum_s (1 - \eta_{sp}) \rho_{sp} X_s \right) dt \rightarrow \max,$$

где $\sum_s (1 - \eta_{sp}) \rho_{sp} X_s$ — потери при создании новой техники на старом оборудовании.

Поставим задачу оптимального управления:

$$\int_0^{\tau_p} \left(X_p - w_p L_p - \sum_s (1 - \eta_{sp}) \rho_{sp} X_s \right) dt \xrightarrow[w_p \in [\underline{w}_p; \bar{w}_p], \rho_p \in [\underline{\rho}_p; \bar{\rho}_p], \rho_{sp} \in [0; \bar{\rho}_{sp}]]{\forall s \in \{i | (w_i = w_{\max}) \wedge (i \notin \{r\})\}} \max,$$

²⁷ Здесь будет использоваться некоторая модификация пуассоновского потока случайных событий, модели процесса возникновения инновационных технологий, основанные на подобных видах потоков, встречаются в различных источниках, например, в (Сахал, 1985, с. 65–69).

²⁸ В рамках данной работы k_r^E и τ_r считаются известными заранее.

²⁹ Будем считать τ_p относительно небольшим, в результате чего дисконтирование применять не будем.

$$p \in \{r\}, \quad k_p(\tau_p) = \frac{K_p(\tau_p)}{L_p(\tau_p)} = k_p^E.$$

Уравнения эволюции системы:

$$\left\{ \begin{array}{l} dK_q/dt = -\mu_q K_q(t), \quad K_q(0) = K_q^0 \quad \forall q \in \{i | (w_i < w_{\max}) \wedge (i \notin \{r\})\}; \\ dK_s/dt = -\mu_s K_s(t) + \rho_s(t) X_s(t), \quad K_s(0) = K_s^0 \quad \forall s \in \{i | (w_i = w_{\max}) \wedge (i \notin \{r\})\}; \\ dK_r/dt = \sum_s \eta_{sr} \rho_{sr}(t) X_s(t) + \rho_r(t) X_r(t) - \mu_r K_r(t), \quad K_r(0) = K_r^0 \quad \forall r \in \{r\}; \\ dL_q/dt = -(\beta_q w_{\max}/w_q) L_q(t), \quad L_q(0) = L_q^0 \quad \forall q \in \{i | (w_i < w_{\max}) \wedge (i \notin \{r\})\}; \\ dL_s/dt = \lambda_s w_{\max} \sum_q (\beta_q L_q(t)/w_q(t)) - \lambda_s \left(\sum_r \chi_r w_r(t) L_r(t) \right) / w_{\max} + \lambda_s \lambda L_0 e^{\lambda t}, \quad L_s(0) = L_s^0 \\ \forall s \in \{i | (w_i = w_{\max}) \wedge (i \notin \{r\})\}; \\ dL_r/dt = \chi_r (w_r(t)/w_{\max}) L_r(t), \quad L_r(0) = L_r^0 \quad \forall r \in \{r\}; \\ L(t) = L_0 e^{\lambda t}; \\ X_i = a_i L_i \quad \forall i \notin \{r\}, \quad X_r = b_r K_r \quad \forall r \in \{r\}; \\ a_i = \begin{cases} A_i (\alpha_i (k_i^E)^{-\delta_i} + 1 - \alpha_i)^{-1/\delta_i}, & \text{если } k_i^E = \text{const} < \infty, \\ a_i = A_i (1 - \alpha_i)^{-1/\delta_i}, & \text{если } k_i \rightarrow \infty; \end{cases} \\ w_i = \begin{cases} \gamma_i^L(k_i^E), & \text{если } k_i^E = \text{const} < \infty, \\ w_i = \frac{A_i}{(1 - \alpha_i)^{1/\delta_i}}, & \text{если } k_i \rightarrow \infty. \end{cases} \end{array} \right. \quad (15)$$

Первое и второе уравнения системы (15) автономны от других уравнений системы и не влияют на значение целевой функции, поэтому дальнейший анализ будем проводить без учета этих уравнений. Управляющие параметры будем искать как кусочно-непрерывные справа функции от времени.

Таким образом, нами поставлена задача оптимального управления с закрепленным левым и подвижным правым концами и фиксированным временем. Гамильтонова функция примет вид:

$$\begin{aligned} H = & X_p(t) - w_p(t) L_p(t) - \sum_s (1 - \eta_{sp}) \rho_{sp}(t) a_s L_s(t) + \psi_p^K(t) \left(\sum_s \eta_{sp} \rho_{sp}(t) a_s L_s(t) + \right. \\ & \left. + \rho_p(t) b_p K_p(t) - \mu_p K_p(t) \right) + \sum_{r \neq p} \psi_r^K(t) \left(\sum_s \eta_{sr} \rho_{sr}(t) a_s L_s(t) + \rho_r(t) b_r K_r(t) - \mu_r K_r(t) \right) - \\ & - \sum_q \beta_q \frac{w_{\max}}{w_q} L_q(t) \psi_q^L(t) + \psi_p^L(t) \chi_p \frac{w_p(t)}{w_{\max}} L_p(t) + \sum_{r \neq p} \chi_r \frac{w_r(t)}{w_{\max}} L_r(t) \psi_r^L(t) + \\ & + \sum_s \psi_s^L(t) \left(\lambda_s w_{\max} \sum_q \frac{L_q(t)}{w_q} \beta_q - \lambda_s \frac{1}{w_{\max}} \left[\chi_p w_p(t) L_p(t) + \sum_{r \neq p} w_r(t) L_r(t) \chi_r \right] + \lambda_s \lambda L_0 e^{\lambda t} \right). \end{aligned} \quad (16)$$

Она линейна относительно управляющих параметров, а следовательно, управляющие параметры будут принимать лишь свои экстремальные значения в зависимости от знака производной га-

мильтоновой функции по соответствующему управляющему параметру. При изменении знака этой производной будет осуществляться переключение управляющего параметра с одного экстремального значения на другое. Таким образом, управляющие параметры будут являться константами, скачкообразно меняющими свои значения в определенные моменты времени.

Производные гамильтоновой функции имеют вид:

$$\begin{aligned}\frac{\partial H}{\partial w_p} &= \left[\psi_p^L(t) \frac{\chi_p}{w_{\max}} - 1 - \frac{\chi_p}{w_{\max}} \sum_s \lambda_s \psi_s^L(t) \right] L_p(t); \\ \frac{\partial H}{\partial \rho_p} &= \psi_p^K(t) b_p K_p(t); \\ \frac{\partial H}{\partial \rho_{sp}} &= a_s L_s(t) [(\psi_p^K(t) + 1) \eta_{sp} - 1].\end{aligned}\quad (17)$$

Управление будет осуществляться по алгоритму:

$$\begin{aligned}w_p &= \begin{cases} \bar{w}_p, & \text{если } \partial H / \partial w_p > 0, \\ \underline{w}_p, & \text{если } \partial H / \partial w_p < 0, \\ \{\bar{w}_p, \underline{w}_p\} \setminus w_p, & \text{если } \partial H / \partial w_p = 0; \end{cases} \quad \rho_p = \begin{cases} \bar{\rho}_p, & \text{если } \partial H / \partial \rho_p > 0, \\ \underline{\rho}_p, & \text{если } \partial H / \partial \rho_p < 0, \\ \{\bar{\rho}_p, \underline{\rho}_p\} \setminus \rho_p, & \text{если } \partial H / \partial \rho_p = 0; \end{cases} \\ \rho_{sp} &= \begin{cases} \bar{\rho}_{sp}, & \text{если } \partial H / \partial \rho_{sp} > 0, \\ \underline{\rho}_{sp}, & \text{если } \partial H / \partial \rho_{sp} < 0, \\ \{\bar{\rho}_{sp}, \underline{\rho}_{sp}\} \setminus \rho_{sp}, & \text{если } \partial H / \partial \rho_{sp} = 0. \end{cases}\end{aligned}\quad (18)$$

Так как инвестор при инвестировании в другие инновационные технологические уклады будет придерживаться подобного алгоритма, можно считать, что нормы инвестирования и ставки заработной платы во всех инновационных технологических укладах постоянны в указанном смысле. Таким образом,

$$w_r(t) = w_r = \text{const}, \quad \rho_r(t) = \rho_r = \text{const}, \quad \rho_{sr}(t) = \rho_{sr} = \text{const}$$

$$\forall r \in \{r\}, \quad \forall s \in \{i | (w_i = w_{\max}) \wedge (i \neq \{r\})\}.$$

Приведем некоторые дифференциальные уравнения сопряженной системы к уравнениям эволюции (15), необходимые для дальнейшего анализа:

$$\begin{cases} \frac{d\psi_p^L}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial L_p} = \left(1 - \psi_p^L(t) \frac{\chi_p}{w_{\max}} + \frac{\chi_p}{w_{\max}} \sum_s \lambda_s \psi_s^L(t) \right) w_p, \\ \frac{d\psi_p^K}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial K_p} = (\mu_p - \rho_p b_p) w_p^K(t) - b_p, \\ \frac{d\psi_s^L}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial L_s} = (1 - \eta_{sp}) \rho_{sp} a_s - \psi_p^K(t) \eta_{sp} \rho_{sp} a_s - \sum_{r \neq p} \psi_r^K(t) \eta_{sr} \rho_{sr} a_s, \\ \frac{d\psi_r^L}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial K_r} = \psi_r^K(t) (\mu_r - \rho_r b_r) \quad \forall r \neq p. \end{cases}\quad (19)$$

Условия трансверсальности³⁰ имеют вид:

$$\psi_p^L(\tau) = -k_p^E \psi_p^K(\tau), \quad \psi_s^L(\tau) = 0, \quad \psi_r^K(\tau) = 0 \quad \forall r \neq p. \quad (20)$$

³⁰ См. (Егоров, 2004, с. 427).

Решениями³¹ основных уравнений эволюции системы (15) будут функции:

$$\begin{aligned}
 L_r(t) &= L_r^0 \exp(\gamma_r w_r t / w_{\max}) \quad \forall r \in \{r\}, \\
 L_q(t) &= L_q^0 \exp(-\beta_q w_{\max} t / w_q) \quad \forall q \in \{i | (w_i < w_{\max}) \wedge (i \notin \{r\})\}, \\
 L_s(t) &= - \sum_q \lambda_s L_q^0 \exp(-\beta_q w_{\max} t / w_q) - \sum_r \lambda_s L_r^0 \exp(\chi_r w_r t / w_{\max}) + \lambda_s L_0 \exp(\lambda t) + C_s^L, \quad C_s^L = \text{const}, \\
 K_r(t) &= \left(\sum_s \eta_{sr} \rho_{sr} a_s \lambda_s \right) \left(\sum_q \frac{L_q^0 \exp(-\beta_q w_{\max} t / w_q)}{\rho_r b_r + \beta_q w_{\max} / w_q - \mu_r} - \sum_{i \in \{r\}} \frac{L_i^0 \exp(\chi_i w_i t / w_{\max})}{\mu_i - \rho_i b_i + \chi_i w_i / w_{\max}} + \frac{L_0 \exp(\lambda t)}{\mu_r + \lambda - \rho_r b_r} \right) - \\
 &\quad - \frac{\sum \eta_{sr} \rho_{sr} a_s C_s^L}{\rho_r b_r - \mu_r} + C_r^K \exp[(\rho_r b_r - \mu_r)t], \quad C_r^K = \text{const}.
 \end{aligned}$$

Приведем теперь сопряженные функции, которые можно получить из системы (19):

$$\begin{aligned}
 \psi_r^K(t) &\equiv 0, \\
 \psi_p^K(t) &= - \frac{b_p}{\rho_p b_p - \mu_p} + C_{\psi_p^K} \exp[-t(\rho_p b_p - \mu_p)], \quad C_{\psi_p^K} = \text{const}, \\
 \psi_s^L(t) &= \left[(1 - \eta_{sp}) \rho_{sp} a_s + \frac{b_p \eta_{sp} \rho_{sp} a_s}{\rho_p b_p - \mu_p} \right] t + \frac{\eta_{sp} \rho_{sp} a_s}{\rho_p b_p - \mu_p} C_{\psi_p^K} \exp[-t(\rho_p b_p - \mu_p)] + C_{\psi_s^L}, \quad C_{\psi_s^L} = \text{const}, \\
 \psi_p^L(t) &= \frac{w_{\max}}{\chi_p} + \chi_p \frac{w_p}{w_{\max}} \left(\frac{C_{\psi_p^K} \sum [\eta_{sp} \rho_{sp} a_s \lambda_s / (\rho_p b_p - \mu_p)]}{\chi_p w_p / w_{\max} - \rho_p b_p + \mu_p} \right) \exp[-(\rho_p b_p - \mu_p)t] + \\
 &\quad + \sum_s \lambda_s \left((1 - \eta_{sp}) \rho_{sp} a_s + \frac{b_p \eta_{sp} \rho_{sp} a_s}{\rho_p b_p - \mu_p} \right) \left(t - \frac{w_{\max}}{w_p \chi_p} \right) + \sum_s \lambda_s C_{\psi_s^L} + C_{\psi_p^L} \exp\left(-\chi_p \frac{w_p}{w_{\max}} t\right), \quad C_{\psi_p^L} = \text{const}.
 \end{aligned}$$

Все константы, определяемые из условий трансверсальности или из начальных условий, будут зависеть также и от управляющих параметров, поэтому при переключении они должны изменить свои значения. Моменты переключения параметров управления находятся из (18).

Рассмотрим момент переключения нормы инвестирования инновационного технологического уклада p :

$$\frac{\partial H}{\partial \rho_p} = \psi_p^K(t_p^p) b_p K_p(t_p^p) = 0 \Rightarrow t_p^p = - \frac{1}{\rho_p b_p - \mu_p} \ln \left[\frac{b_p}{C_{\psi_p^K} (\rho_p b_p - \mu_p)} \right] \geq 0. \quad (21)$$

Таким образом, момент переключения единственен. Так как $\psi_p^K(t)$ убывающая функция своего аргумента, то если $\psi_p^K(0) < 0$, тогда переключение не производится и $\rho_p = \underline{\rho}_p$. В противном случае, если $t_p^p < \tau_p$ — переключение производится с максимального значения на минимальное.

³¹ Можно выделить ограниченную замкнутую область $D \subset [0; \infty)^6$, внутренними точками которой являются начальные условия системы (15). В ней будут непрерывны правые части дифференциальных уравнений системы и их ограниченные частные производные по неизвестным функциям. Поэтому данная система дифференциальных уравнений будет иметь единственное решение, учитывая то, что управляющие параметры равны константам в указанном выше смысле, см. (Пантелеев и др., 2001, с. 17).

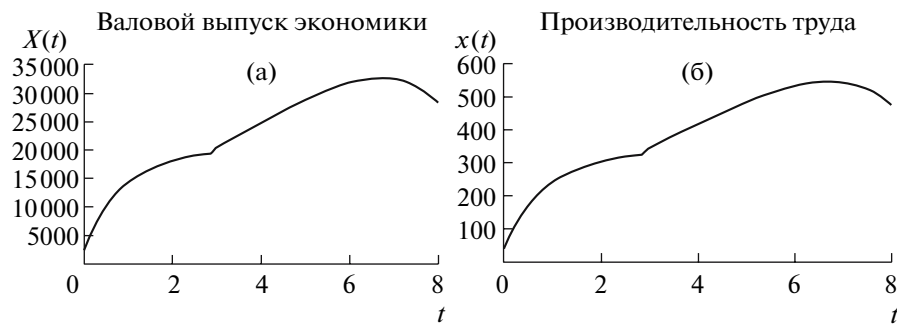


Рис. 3.

Рассмотрим теперь момент переключения нормы инвестирования из перспективного традиционного технологического уклада s в инновационный технологический уклад p :

$$\frac{\partial H}{\partial \rho_{sp}} = a_s L_s(t_{sp}^p) [(\psi_p^K(t_{sp}^p) + 1)\eta_{sp} - 1] = 0 \Rightarrow t_{sp}^p = -\frac{1}{\rho_p b_p - \mu_p} \ln \left[\frac{1}{C_{\psi_p^K}} \left(\frac{1}{\eta_{sp}} - 1 + \frac{b_p}{\rho_p b_p - \mu_p} \right) \right].$$

В этом случае момент переключения также единственен, переключение производится с максимального значения на минимальное, если $t_{sp}^p < \tau_p$, причем, если $\eta_{sp} = 1$, то момент переключения равен выражению (21). В первую очередь инвестор отказывается от инвестиционных товаров из тех технологических укладов, в которых потери максимальны, что соответствует меньшему значению коэффициента η_{sp} .

Моменты переключения ставки заработной платы инновационного технологического уклада p можно найти из уравнения:

$$\frac{\partial H}{\partial w_p} = 0 \Rightarrow \psi_p^L(t_p^w) \frac{\chi_p}{w_{\max}} - 1 - \frac{\chi_p}{w_{\max}} \sum_s \lambda_s \psi_s^L(t_p^w) = 0.$$

На тех же числовых данных, что и в стационарном случае, было проведено имитационное моделирование поведения экономической системы, если в ней на третий год начинает функционировать инновационный технологический уклад. В процессе моделирования управляющие параметры были зафиксированы и переключение не производилось. При достижении некоторого значения параметра χ_p экономические показатели стали изменяться в соответствии с графиками, изображенными на рис. 3.

Если снизить значение указанного параметра (что будет соответствовать более консервативному поведению рабочей силы), то цикличность на рис. 3 сменится на равномерный рост.

Таким образом, в результате появления инновационного технологического уклада в многоукладной экономической системе может образоваться экономический цикл: рост экономики сменится затем на депрессию. Причина цикличности экономики заключается в инновационной активности рабочей силы: чем она выше, тем более вероятно образование цикла.

Резюмируя вышеизложенное, можно утверждать, что эволюция экономической системы в частном случае может проходить следующим образом. При существующих технологических укладах траектория экономической системы будет претерпевать некоторые перегибы (темпы экономического роста то будут затухать, то будут ускоряться, производительность труда в некоторой точке изменит свою траекторию и будет бесконечно приближаться к своему предельному значению). Чем ближе экономическая система будет подходить к порогу своей эффективности, тем выше будет уровень инновационной активности экономических субъектов, тем больше они будут затрачивать на инновационную деятельность. Это приведет к повышению вероятности появления радикальных инноваций, которые и приведут к образованию инновационных технологических укладов.

После появления одного или нескольких инновационных технологических укладов в экономике может начаться значительный спад всех показателей, в том числе и величины валового выпуска, при достаточно большом числе инноваторов среди рабочей силы. В результате этого мо-

жет начаться депрессия, которая затем сменится на подъем экономической системы при увеличившихся порогах ее эффективности, к которым она и будет приближаться.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Гальперин В.М. и др. (1998): Микроэкономика. СПб.: Экономическая школа.
Глазьев С.Ю., Львов Д.С., Фетисов Г.Г. (1992): Эволюция технико-экономических систем: возможности и границы централизованного регулирования. М.: Наука.
Глазьев С.Ю. (1990): Экономическая теория технического развития. М.: Наука.
Глазьев С.Ю. (1993): Теория долгосрочного технико-экономического развития. М.: ВлаДар.
Гранберг А.Г. (1988): Моделирование социалистической экономики. М.: Экономика.
Егоров А.И. (2004): Основы теории управления. М.: ФИЗМАТЛИТ.
Интрилигатор М. (2002): Математические методы оптимизации и экономическая теория. М.: Айрис-пресс.
Пантелеев А.В. и др. (2001): Обыкновенные дифференциальные уравнения в примерах и задачах. М.: Высшая школа.
Сагал Д. (1985): Технический прогресс: концепции, модели, оценки. М.: Фин. и стат.
Бережной А.Е., Колемаев В.А. (2005): Моделирование смены технологического уклада // *Проблемы управления*. № 4.

Поступила в редакцию
08.12.2006 г.

The Evolution of Multi-Tenors Economic System

A. E. Berezhnoy

The article presents a mathematic model of multi-tenors (multi-structural) economic system. Development of innovation technological tenors as well as of a stationary economy was described. The task of optimal management of the process of development was described and solved. It is shown that the fluctuations of economic indexes are immanent of the multi-tenors economy. The economic cycle is a result of development of innovative technological systems. A model shows the reasons for cycle formation.