
**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ**

**МЕТОДЫ АНАЛИЗА ИННОВАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ НА
ОСНОВЕ ИНДЕКСА ФАРРЕЛА***

© 2010 г. К.А. Багриновский, Н.Е. Егорова

(Москва)

Рассматриваются теоретические вопросы анализа и оценки эффективности инновационных технологий с использованием гиперболического индекса Фаррела для предприятия, деятельность которого описывается степенной производственной функцией. Приводятся примеры расчета технологической и экономической эффективности для инновационных проектов. Формулируется эмпирическое правило оценки прироста потребности в инвестициях в зависимости от изменения индекса Фаррела.

Исследование инновационных процессов является одним из приоритетных направлений развития современной экономической науки. Проблемам развития инноваций посвящена обширная научная литература, включающая труды отечественных и зарубежных авторов (Наука и высокие технологии, 2001; Инновационный менеджмент, 2004; Макаров, 2009; Machlup, 1980; Scotchmer, 2004). Особый интерес к этим проблемам вызван их значимостью для формирования высоких и устойчивых темпов экономического роста. Опыт передовых стран свидетельствует о том, что в современных условиях высокий уровень научно-технического потенциала как основа их эффективного развития невозможен без разработки и внедрения инноваций.

В научных разработках последних лет особое внимание уделяется вопросам развития методологии и методов анализа инновационной экономики (Макаров, 2009; Machlup, 1980; Аркин, 2009). Формируются новые подходы к определению таких понятий, как знания и интеллектуальный продукт (они рассматриваются как новые факторы производства), исследуются проблемы их оценки и измерения, анализируются возможности включения этих факторов в разработанные модели.

Гораздо меньше исследуется и развивается понятийный аппарат инновационных технологий, изучаемых, в частности, в рамках проектного анализа (Виленский, Лившиц, Смоляк, 2001). А между тем категория “технологии” является краеугольным камнем в системе понятий, используемых в экономико-математическом моделировании. В связи с этим актуальна разработка формализованных подходов к уточнению понятия инновационных технологий и показателей оценки их эффективности.

Введем ряд определений. Технологический процесс обычно описывается при помощи двух векторов:

- 1) вектора затрат производственных ресурсов (производственных факторов) $x = (x_1, \dots, x_m)$, где m – число наименований используемых ресурсов;
- 2) вектора объемов выпуска конечных продуктов $y = (y_1, \dots, y_n)$, где n – число видов выпускаемых изделий.

Очевидно, что пара векторов (x, y) дает достаточно полное представление о характере производства и объемах затрачиваемых ресурсов, т.е. о технологии.

Проблема сопоставления эффективности различных технологий решается путем анализа индексов – измерителей *технологической эффективности*. Разработка и расчет конкретных значе-

* Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского гуманитарного научного фонда (проект 08-02-00257).

ний этих индексов обычно основаны на выявлении соотношения между векторами затрат производственных факторов и конечными результатами производства в натуральном или стоимостном выражении за некоторый определенный период. К числу таких оценочных индикаторов относятся рассматриваемые далее коэффициенты ресурсоотдачи. В качестве показателей эффективности технологии могут быть использованы как частные характеристики вида

$$r_{ij} = y_j/x_i, \quad i = 1, \dots, m; \quad j = 1, \dots, n, \quad (1)$$

которые носят название коэффициентов *ресурсоотдачи*, так и более сложные, комплексные выражения.

В частном случае, когда выпуск продукции выражается одним числом, например стоимостью произведенной продукции y , частные показатели ресурсоотдачи имеют вид:

$$r_i = y/x_i, \quad i = 1, \dots, m. \quad (2)$$

Далее будем называть их показателями средней ресурсоотдачи (средней технологической эффективности для ресурса i). Среди этих величин особое место занимают показатели *фондоотдачи* (ресурсом являются основные производственные фонды) и *производительности труда* (в качестве ресурса выступают затраты используемого труда), которые очень часто применяются в анализе сравнительной эффективности технологий. Для проведения анализа в краткосрочном плане полезными оказываются также показатели *ресурсоемкости*, которые записываются в форме

$$h_i = x_i/y, \quad i = 1, \dots, m. \quad (3)$$

Показатели ресурсоемкости – это величины, обратные к показателям ресурсоотдачи:

$$h_i = 1/r_i. \quad (4)$$

Наиболее употребляемыми из них являются *фондоемкость*, *трудоемкость*, *материалоемкость*, *энергоёмкость* и т.п.

Важным инструментом концептуального анализа служит понятие производственной функции. В ситуации, когда процесс обладает некоторой устойчивостью (в том смысле, что при малом изменении затрат факторов происходит достаточно малое изменение объемов выпуска продукции, т.е. соблюдается свойство непрерывности рассматриваемой взаимосвязи), соответствующий набор технологий можно описать при помощи производственной функции $f(x)$, где

$$y = f(x) = f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_m), \quad i = 1, \dots, m. \quad (5)$$

Кроме средней технологической эффективности r_i ресурс i характеризуется показателями его предельной (приростной или маржинальной) ресурсоотдачи (или маржинальной технологической эффективности):

$$\mu_{ri} = \partial y / \partial x_i, \quad i = 1, \dots, m. \quad (6)$$

Эти показатели определяют изменение эффективности применения производственных факторов в процессе сокращения или расширения производства.

Экономические индикаторы (1)–(6) используются в дальнейшем анализе, который базируется на следующих исходных предпосылках.

1. Вид производственной функции. В теоретических и прикладных исследованиях значительную роль играют степенные производственные функции (в частности, функции типа Кобба–Дугласа), которые обычно отображаются в следующей общей форме (Клейнер, 1986):

$$y = A \prod_{i=1}^m x_i^{a_i}, \quad (7)$$

где $a_i \geq 0$, $i = 1, \dots, m$ – коэффициенты эластичности по фактору i ; A – параметр функции. Далее будем рассматривать классический случай, при котором для коэффициентов эластичности

выполняется соотношение $\sum_{i=1}^m a_i = q < 1$. Для производства, описываемого степенными производственными функциями, показатели предельной ресурсоотдачи согласно формуле (6) имеют вид:

$$\mu_{ri} = a_i y/x_i, \quad i = 1, \dots, m. \quad (8)$$

2. Определение эффективной технологии. Считаем, что для данного производственного процесса существует некоторое множество значений x , относительно которого вводятся следующие определения.

Допустимая технология (x, y) называется *эффективной*, если при заданной производственной функции выполняется соотношение

$$y = f(x). \quad (9)$$

Допустимая технология считается заведомо *неэффективной*, если имеет место неравенство

$$y < f(x). \quad (10)$$

Таким образом, производственная функция выступает как форма описания границы технологического множества, образуемой эффективными технологиями.

3. Классификация технологического множества по критерию инновационности. Множество допустимых технологий (x, y) может быть разделено на три подмножества по критерию, который характеризует основные направления введения инноваций, обеспечивающих повышение эффективности исходной технологии (x_0, y_0) , а именно:

1. При меньших затратах ресурса $\tilde{x} < x_0$ производится тот же объем продукции $\tilde{y} = y_0$. Данная ситуация обычно возникает при внедрении *технологических усовершенствований*, обеспечивающих экономию ресурса (за счет снижения брака, уменьшения отходов, сокращения времени простоя оборудования и т.д.).

2. При тех же затратах ресурса $\tilde{x} = x_0$ выпускается больший объем продукции $\tilde{y} > y_0$. Это характерно, например, при *трудозамещающих* модификациях технологии, которые обеспечивают рост производительности труда (механизация и автоматизация производства и т.д.).

3. В новой технологии не только уменьшаются ресурсы $\tilde{x} < x_0$, но и увеличивается выпуск $\tilde{y} > y_0$. Данная ситуация (обеспечивающая существенный рост эффективности) характерна для *пионерных или новаторских технологий*, использующих принципиально новые способы переработки ресурсов в продукцию.

Будем считать, что технологиям $(\tilde{x}, \tilde{y})$ из первых двух групп присуща слабая форма инновационности, а технологиям из третьей – сильная.

Далее в работе рассматривается семейство технологий Фаррела, относящихся к третьей группе инновационности. Так как эти технологии обеспечивают высокую доходность, они могут либо приближаться к эффективной границе технологического множества, либо принадлежать ей.

4. Способ описания инновационных технологий. Семейством инновационных технологий называется множество технологий Фаррела, сформированных следующим образом:

$$(\tilde{x}, \tilde{y}) = (\lambda x_0, \lambda^{-1} y_0), \quad (11)$$

где λ , $0 < \lambda \leq 1$, – множитель (так называемый гиперболический индекс Фаррела).

Поскольку $0 < \lambda \leq 1$, то новая технология $(\tilde{x}, \tilde{y})$ по сравнению с исходной (x_0, y_0) характеризуется меньшими затратами ресурсов и большим объемом выпуска, т.е. является ресурсосберегающей и более рентабельной (эффективной). Таким образом, изменяя значение λ , можно получить последовательность новых технологий.

Используя вышеизложенные предпосылки, а также определения (1)–(6), можно доказать следующие утверждения, устанавливающие связь между технологической эффективностью, параметрами производственной функции и индексом Фаррела.

Утверждение 1. В случае монотонной производственной функции для всякой неэффективной технологии (x_0, y_0) найдется такая эффективная технология, для которой показатели средней ресурсоотдачи будут выше, чем для исходной.

Доказательство данного утверждения осуществляется с помощью так называемого гиперболического индекса Фаррела, а в качестве монотонной производственной функции выбирается функция Кобба–Дугласа (Клейнер, Бровер, 1995).

Пусть исходная технология (x_0, y_0) неэффективна, т.е. для нее имеет место соотношение

$$y_0 < A \prod_{i=1}^m x_{0i}^{a_i}, \quad i = 1, \dots, m. \quad (12)$$

В случае эффективной технологии имеем:

$$y_0 = A \prod_{i=1}^m x_{0i}^{a_i}, \quad i = 1, \dots, m. \quad (13)$$

Рассмотрим при различных значениях параметра λ , $0 < \lambda \leq 1$, семейство технологий, сформированных по закону (11).

Очевидно, что при некотором λ_k , определяемом из соотношения

$$y = A \lambda_k^q \prod_{i=1}^m x_{0i}^{a_i}, \quad q = \sum_{i=1}^m a_i, \quad (14)$$

технология становится эффективной и удовлетворяет условию (13), что и доказывает высказанное утверждение, поскольку $\lambda_k < 1$ по построению. Технология (14) является соответственно ресурсосберегающей и более рентабельной, чем (x_0, y_0) , и согласно формуле (2) имеет более высокий уровень ресурсоотдачи r_i .

Заметим, что помимо формулы (14) эффективное значение параметра λ_k может быть найдено с помощью метода последовательных приближений. В этом случае мы имеем множество таких значений данного параметра, которые близки к эффективному значению, что позволяет выбрать наиболее подходящую его величину для конкретной задачи.

Отличительной особенностью технологий Фаррела является их связь с параметрами производственной функции Кобба–Дугласа (через переменные r_i , μ_{r_i} и a_i). Действительно, при построении последовательности инновационных технологий с помощью вариации индекса λ_k (см. (14)) изменяются показатели средней (r_i) и предельной (μ_{r_i}) ресурсоотдачи, а следовательно, и параметры a_i производственной функции (7).

Утверждение 2. Маржинальная эффективность новой технологии равна произведению средней технологической эффективности r_i на коэффициент эластичности a_i производственной функции (8).

Данное утверждение следует из соотношений (2) и (8).

Утверждение 3. Введение инновационной технологии, построенной по принципу индекса Фаррела и обеспечивающей повышение технологической эффективности r_i , сопровождается увеличением значения параметра a_i в степенной функции (7).

По определению коэффициента эластичности для функции (7) имеем:

$$a_i = \frac{\partial y}{\partial x_i} \bigg/ \frac{y}{x_i}. \quad (15)$$

В соответствии с введенной в статье системой понятий выражение (15) представляет собой отношение показателей предельной ресурсоотдачи и технологической эффективности:

$$a_i = \mu_{r_i} / r_i. \quad (16)$$

Заметим, что соотношение (16) можно также получить, разделив (8) на (6).

Рассмотрим две инновационные технологии из семейства (14) с различными значениями λ_k , $k = 1, \dots, K$, где K – число эффективных технологий. Пусть $\lambda_{k'} < \lambda_{k''}$, а так как $0 < \lambda_k \leq 1$, то технология $(\lambda_{k'}x, y/\lambda_{k'})$ является по определению более эффективной, чем технология $(\lambda_{k''}x, y/\lambda_{k''})$ и, следовательно, имеет большую технологическую и предельную эффективность.

Предположим (доказывая от противного), что $a_{k'} < a_{k''}$, где k' и k'' – порядковые номера технологий. Тогда в соответствии с (15) должно соблюдаться:

$$\left(\frac{1}{\lambda_{k'}}\right)^2 \left[\frac{\partial y}{\partial x_i} / \frac{y}{x_i} \right] \leq \left(\frac{1}{\lambda_{k''}}\right)^2 \left[\frac{\partial y}{\partial x_i} / \frac{y}{x_i} \right]. \quad (17)$$

Неравенство (17) выполняется при $\lambda_{k'}$ и $\lambda_{k''}$, тоже больших единицы. Тем самым мы пришли к противоречию, поскольку $\lambda_{k'} < \lambda_{k''} \leq 1$. Следовательно, $a_{k'} > a_{k''}$.

Сформулируем утверждение, которое установит количественную связь между изменением технологической и маржинальной эффективности (r_i и μ_{ri}) и индексом Фаррела λ .

Утверждение 4. Каждая инновационная технология, удовлетворяющая соотношению (11), обеспечивает повышение средней и маржинальной ресурсоотдачи обратно пропорционально λ^{-2} , где $0 < \lambda \leq 1$.

Подставляя в соотношение (2) условие инновационности технологии (11), получаем для каждого ресурса i величину его средней технологической эффективности:

$$r_i = (\lambda^{-1}y_0)/(\lambda x_{0i}) = \lambda^{-2}r_{0i}, \quad i = 1, \dots, m.$$

В том случае, если производственная функция представлена соотношением (12), для некоторого фиксированного номера ресурса i^* имеем:

$$r_{i^*} = A\lambda^{-2}x_{0i^*}^{a_{i^*}-1} \prod_{i \neq i^*}^m x_{0i}^{a_i} = \lambda^{-2}r_{i^*0}.$$

Используя (8), можно записать:

$$\mu_{ri^*} = \partial \lambda^{-1}y / \partial \lambda x_{i^*} = \lambda^{-2} \partial y / \partial x_{i^*}$$

или

$$\mu_{ri^*} = \lambda^{-2} \mu_{ri^*0}. \quad (18)$$

Таким образом, при переходе к инновационным технологиям (11) оба показателя эффективности растут с одинаковым темпом роста λ^{-2} . При этом для производственной функции (7) показатель простой эффективности для ресурса i^* в соответствии с (8) равен:

$$\mu_{ri^*} = A\lambda^{-2}a_{i^*} \left(\prod_{i=1}^m x_{0i} \right) / x_{0i^*}.$$

Полученные соотношения позволяют сформулировать утверждение, устанавливающее количественную связь между показателями маржинальной эффективности новой технологии μ_{ri} , средней ресурсоотдачи исходной технологии r_{0i} и коэффициентами эластичности a_i производственной функции (7).

Утверждение 5. Маржинальная эффективность новой инновационной технологии равна средней ресурсоотдаче исходной технологии, скорректированной на коэффициент, являющийся отношением коэффициента эластичности исходной производственной функции к квадрату индекса Фаррела λ , $0 < \lambda \leq 1$.

Взаимосвязь между показателями маржинальной и средней ресурсоотдачи в исходной технологии отражена соотношениями (6) и (8), с помощью которых соотношение (18) преобразуется следующим образом:

$$\mu_{ri^*} = (a_{i^*}/\lambda^2)r_{0i} = (a_{i^*}/\lambda^2)y_0/x_{0i^*},$$

или с учетом (2) для r_{i^*} :

$$\mu_{ri^*} = a_{i^*}r_{i^*}. \quad (19)$$

Соотношение (19), которое также следует из соотношения (16), описывает связь между основными показателями эффективности, характеризующими ресурс i^* в новой инновационной технологии.

Метод Фаррела позволяет сформировать множество экономичных ресурсосберегающих инновационных технологий, которое является исходным для решения задачи в общем случае. Последовательность, полученная из (11), характеризуется кривой Фаррела $y = f(\lambda)$, график которой – гиперболическая зависимость – изображен на рисунке. Аналогичная зависимость может быть построена и для соответствующих значений x (при этом в качестве ресурса могут рассматриваться, например, инвестиции).

На практике введение инновационных технологий обычно обеспечивает рост технологической эффективности не более чем на 10–30%, соотношение “ресурсы – выпуск” для инновационных технологий не всегда точно пропорционально λ^{-2} и не строго соответствует зависимости, представленной на рисунке. Однако полученные результаты позволяют сделать содержательные выводы. В частности, необходимый объем инвестиций для осуществления инновационного проекта можно приблизительно рассчитать по графику кривой Фаррела. Рассмотрим несколько иллюстративных примеров.

Пример 1. На предприятии, деятельность которого описывается производственной функцией $y = x^{1/2}$, производственные затраты (инвестиции) составляют $x_0 = 1$ млн руб. Пусть требуется повысить технологическую эффективность производства на 30% за счет перевода предприятия на новую инновационную технологию. Каковы должны быть затраты ресурсов (инвестиций) при реализации данной стратегии?

Очевидно, что рассматриваемая в примере производственная функция от одного агрегированного ресурса (инвестиций) является частным случаем степенной функции (7) при $m = 1$ и $q = 0.5$. Показатели технологической эффективности предприятия и предельной ресурсоотдачи технологии имеют вид:

$$r = x^q/x = x^{q-1},$$

$$\mu_r = \frac{\partial y}{\partial x} = qx^{q-1} = q \frac{y}{x} = qr.$$

Для действующей технологии и текущего состояния $x_0 = 1, y_0 = 1$ значения этих показателей составляют $r_0 = 1, \mu_{r_0} = 0.5$.

Рассмотрим инновационную технологию Фаррела

$$(\tilde{x}, \tilde{y}) = (\lambda x_0, y_0/\lambda).$$

Используя это соотношение, получим выражение для новой предельной ресурсоотдачи:

$$\tilde{\mu}_r = \frac{\partial \tilde{y}}{\partial \tilde{x}} = q\lambda^{-1}y_0/(\lambda x_0) = q\lambda^{-2}r_0, \quad (20)$$

или

$$\tilde{\mu}_r = q\tilde{r}. \quad (21)$$

Отсюда

$$\tilde{r} = \lambda^{-2}r_0. \quad (22)$$

Заметим, что полученные соотношения (20)–(22) соответствуют утверждениям 2 и 4, согласно которым каждая инновационная технология обеспечивает повышение средней и маржинальной ресурсоотдачи обратно пропорционально множителю λ^2 , $0 \leq \lambda < 1$, и при этом между этими показателями эффективности имеется связь, определяемая коэффициентом эластичности q .

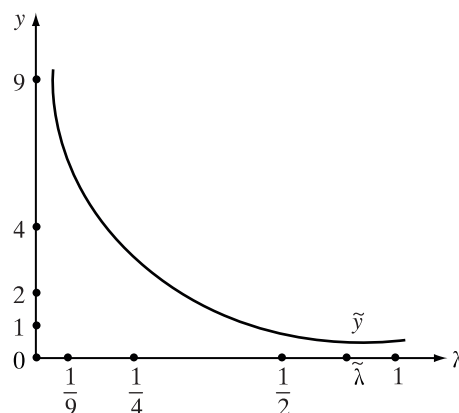


График зависимости выпуска y от множителя $0 < \lambda \leq 1$

Так как $\tilde{r}$ является новой технологической эффективностью (величина которой по условиям задачи должна равняться $\tilde{r} = 1.3$), то при известном r_0 можно рассчитать шаг по кривой Фаррела, определив значение λ . Для данного примера $r_0 = 1$, что означает выполнение соотношения

$$1.3 = \lambda^{-2}.$$

Отсюда находим

$$\lambda = 1/\sqrt{1.3} \approx 1/1.145 \approx 0.87. \quad (23)$$

Сдвигаясь влево по кривой Фаррела, построенной для рассматриваемой производственной функции, от исходной точки ($\lambda_0 = 1, y_0 = 1$) до значения $\lambda \approx 0.87$, получаем величину соответствующего выпуска $\tilde{y}$ в искомой точке ($\tilde{\lambda}, \tilde{y}$). Очевидно, что такая новая технология требует меньших объемов ресурсов (инвестиций) $x = 0.870$ млн руб. при увеличенном выпуске $\tilde{y} = 1/0.87 = 1.149$ млн руб. Как и ожидалось, новая ресурсоотдача (технологическая эффективность) повышается и составляет теперь $\tilde{r} = \tilde{y}/\tilde{x} = 1.149/0.87 \approx 1.321$, что соответствует ее 30%-му росту по сравнению с исходным состоянием. Новое значение маржинальной эффективности в соответствии с (21) также увеличивается:

$$\tilde{\mu}_r = 1.321 \times 0.5 = 0.66 > \mu_{r_0} = 0.5.$$

Аналогичный результат можно получить по формулам приближенного расчета показателей эффективности r и μ_r , представленным в утверждении 6.

Утверждение 6. При известных величинах исходной r_0 и новой технологической эффективности $\tilde{r}$ значение индекса Фаррела можно рассчитать по следующей приближенной формуле:

$$\lambda \approx 0.5(k_r + 1), \quad k_r = r_0/\tilde{r}. \quad (24)$$

Учитывая, что $0 \leq \lambda < 1$ и $\lambda_0 = 1$, расчеты удобно производить, применяя приростную характеристику индекса Фаррела $z = 1 - \lambda$, где $0 \leq z < 1$, причем z обычно мало. Так как $\tilde{r} = \lambda^{-2}r_0$, и учитывая, что $\lambda = 1 - z$, имеем $\tilde{r} = 1/(1 - z)^2$. Поскольку при малых z допустимо считать, что $\lambda^2 \approx 1 - 2z$, получаем $\tilde{r} \approx r_0/(1 - 2z)$. Подставляя в это выражение $z = 1 - \lambda$, приходим к следующему результату: $\tilde{r} \approx r_0/(2\lambda - 1)$. Отсюда $\lambda \approx 0.5((r_0 + \tilde{r})/\tilde{r}) = 0.5(k_r + 1)$.

Рассчитывая λ по приближенной формуле (24) для исходных данных рассматриваемого примера, имеем: $\lambda \approx 0.5((1 + 1.3)/1.3) = 0.88$. А это достаточно близко соответствует результатам вычислений (23).

В связи с тем что на рассматриваемом предприятии внедрена новая, более эффективная технология, изменились и параметры производственной функции. Так как $q = \log_x y$, причем при переходе к новой инновационной технологии y растет, а x снижается, имеем $q < \tilde{q}$, что соответствует утверждению 3. В табл. 1 представлены данные, характеризующие изменения параметров инновационных технологий с ростом их средней эффективности, расчет производился по приближенным формулам.

Изменение соотношения между количеством произведенной продукции и затраченными ресурсами влечет за собой изменение коэффициента эластичности производственной функции.

Таблица 1. Расчет основных параметров инновационных технологий

Варианты	Параметры						
	исходное значение	расчетные значения					
		$\tilde{k}_r$	$\tilde{\lambda}$	$\tilde{x}$	$\tilde{y}$	$\tilde{\mu}_r$	$q = \ln \tilde{y} / \ln \tilde{x}$
1	1.3	1.769	0.884	0.8850	1.138	0.65	-1.0326
2	1.6	1.625	0.812	0.8120	1.231	0.80	-1.0037
3	1.9	1.526	0.763	0.7630	1.310	0.95	-0.9983
4	2.2	1.454	0.727	0.1727	1.375	1.10	-0.9989

Последний столбец в табл. 1 характеризует параметры производственной функции в процессе технологической реструктуризации предприятия.

Изложенный выше пример соответствует ситуации, при которой в результате технической модернизации предприятия происходит перевод производства с одной инновационной технологии на другую, имеющую большую эффективность. Однако довольно часто используемая предприятием технология не находится на границе эффективного множества технологий (см. соотношения (9) и (10)) и (согласно введенному определению) не является инновационной. В этом случае возникает задача постепенного перевода производства на инновационную технологию и приближения к границе эффективности. Решение этой задачи может осуществляться путем определения последовательности технологий и изменения значений λ_k , где k – порядковый номер технологии.

Пример 2. Пусть имеется предприятие с той же производственной функцией, что и в примере 1, располагающее теми же объемами инвестиционного ресурса x_0 , но работающее недостаточно эффективно. Требуется приблизиться к границе множества эффективностей с помощью инновационных технологий, формируемых с использованием индекса Фаррела. Начальные условия задачи следующие: $m = 1$, $\lambda_0 = 1$, $x_0 = 1$, $y_0 = 0.9$, $q = 0.5$; производственная функция имеет вид: $y = \sqrt{x}$; $y_0 < \sqrt{x_0}$.

Из уравнения (9) следует, что начальное значение λ_k удовлетворяет соотношению

$$\lambda_k^{3/2} = y_0 / \sqrt{x_0} = 0.9. \quad (25)$$

Непосредственное решение этого уравнения дает следующие результаты:

$$\lambda_1 = 0.932, \quad x_1 = \lambda_1 x_0 = 0.932, \quad y_1 = y_0 / \lambda_1 = 0.965.$$

Подставляя в (25) полученные значения x_1 и y_1 , рассчитываем λ_2 для второй итерации и т.д. для всех k ; тем самым метод последовательных приближений приводит к множеству все более эффективных значений y_k .

Как следует из расчетов, представленных в табл. 2, сформированные инновационные технологии приближаются к границе множества эффективных технологий и обеспечивают больший выпуск продукции при меньших объемах ресурса в сравнении с исходным состоянием. Решение, полученное на третьей итерации, совпадает с начальным. Технологическое множество состоит из трех элементов, каждый из которых характеризуется различными значениями затрат и выпуска, что создает возможность выбора в конкретных условиях наиболее предпочтительного варианта. Можно ожидать, что в данной ситуации более предпочтительным окажется третий вариант, а первый будет исключен (так как $x_k > y_k$).

Построение последовательности инновационных технологий может быть осуществлено также с помощью интерполяционного метода Ньютона (Выгодский, 1958). В соответствии с условием примера имеем систему соотношений

$$f(\lambda) = \lambda^{3/2} - 0.9; \quad f'(\lambda) = 1.5\lambda^{1/2}.$$

Таблица 2. Метод последовательных приближений для построения эффективной технологии методом Фаррела

Номер итерации k	Показатели			
	λ_k (формула (24))	x_k	y_k	выпуск $y_0 < y = \sqrt{x_k} < 1$
Исходные данные	1	1	0.9	0.9 < 1
Начальное решение	0.932	0.932	0.965	0.965
1	0.965	0.965	0.937	0.982
2	0.947	0.947	0.950	0.973
3	0.932	0.932	0.965	0.965

Далее следуют соотношения модифицированного (интерполяционного) метода Ньютона:

$$z_{n+1} = \lambda_n - f(\lambda_n)/f'(\lambda_n); \quad \lambda_{n+1} = [\lambda_n + z_{n+1}]/2$$

при начальных данных:

$$\lambda_0 = 1; \quad x = \lambda x_0; \quad y = y_0 \lambda^{-1}/x_0 = 1; \quad y_0 = 0.9; \quad y = \sqrt{x}.$$

Основное уравнение имеет вид: $\lambda_k^{3/2} - 0.9 = 0$, а его решение $\lambda_k = 0.93217$. Отсюда $x_k = 0.932$; $y_k = 0.965$ (табл. 3).

В отличие от метода последовательных приближений метод Ньютона сходится медленнее, но дает большее число вариантов инновационных технологий.

Таблица 3. Итеративный процесс с помощью интерполяционного метода Ньютона

λ_k	$f(\lambda)$	$f'(\lambda)$	x	y
$\lambda_0 = 1$	$f(\lambda_0) = 0.1$	$f'(\lambda_0) = 1.5$	$x_0 = 1$	$y_0 = 0.9$
0.9670	0.0502	1.475	0.9670	0.930
0.9500	0.0259	1.462	0.9500	0.947
0.9410	0.0130	1.455	0.9410	0.956
0.9365	0.0063	1.452	0.9360	0.961
0.9340	0.0031	1.450	0.9340	0.963
0.9332	0.0015	1.449	0.9330	0.965
0.9327	0.0007	1.449	0.9330	0.965
0.9325	0.0004	1.449	0.9320	0.965
0.9325			0.9325	0.965

Приведенные расчеты свидетельствуют о возможностях значительной экономии ресурсов (затрат, инвестиций) при использовании инновационных технологий, а также об их высокой технологической эффективности. Однако реальные инвестиции, сопряженные с реализацией инновационных проектов, оказываются существенно больше. Рассмотренные соотношения не учитывают многих факторов, оказывающих существенное влияние на деятельность хозяйствующих субъектов, но выходящих за рамки собственно технологического аспекта анализа. Так, в примере 1 под инвестициями понимается лишь один их вид – финансовые ресурсы, предусмотренные уже функционирующей инновационной технологией; при этом не рассматриваются капитальные вложения на ее разработку и внедрение, которые, как правило, бывают очень значительными. Кроме того, происходит износ и амортизация оборудования, а также его выбытие, требующие дополнительных инвестиций. Далее, предприятие функционирует во внешней экономической среде, характеризующейся уровнем инфляции, налоговой системой, спросом на произведенную продукцию и т.д. Поэтому реальная *экономическая* эффективность предприятия оказывается, как правило, существенно ниже его *технологической* эффективности. В связи с этим в теоретическом и прикладном отношении представляет интерес исследование соотношения между этими индикаторами эффективности инновационных процессов.

Анализ экономической эффективности может осуществляться по различным методикам. Одной из наиболее обоснованных является методика проектного анализа (Виленский, Лившиц, Смоляк, 2001), предполагающая исследование экономической эффективности при помощи сопоставления значений основных оценочных показателей, таких как чистый дисконтированный доход (*NPV*), внутренняя норма доходности (*IRR*), срок окупаемости (*PP*), индекс доходности (*PI*). Так как переход к новой технологии может оказаться мероприятием с большой долей риска, то при расчете оценочных показателей следует применять достаточно высокое значение барьерной ставки для тех показателей, где она используется. При расчете эффективности проектов

применяются известные правила и формулы финансового анализа (см., например (Четыркин, 1992)), к наиболее важным из которых относятся приводимые ниже соотношения (26), (27).

Пусть полный период реализации проекта равен t_s лет. Тогда чистый дисконтированный доход проекта (ЧДД)

$$W = \sum_{t=0}^{t_s} R_t / (1+g)^t, \quad (26)$$

где R_t – доход после уплаты налогов в год t ; g – ставка сравнения (дисконта), определяемая как некоторая средняя величина кредитных ставок. Годовой доход после уплаты налогов (денежный поток) в год t находится по формуле

$$R_t = (G_t - C_t) - (G_t - C_t - D_t) T - K_t + S_t, \quad (27)$$

где G_t – ожидаемый валовой доход от реализации продукции; C_t – общие текущие затраты (в основном это прямые и косвенные расходы на оплату труда и производственных ресурсов по принятой в проекте технологии); D_t – расходы, на которые распространяются налоговые льготы, в частности, сюда относятся амортизационные отчисления; T – основная налоговая ставка; K_t – инвестиционные расходы; S_t – различные виды компенсации.

Осуществление любого ресурсосберегающего инновационного проекта позволяет в той или иной степени снизить текущие затраты (величины C_t), однако требует, как правило, значительного увеличения капитальных затрат K_t , связанного с необходимостью приобретения патентов, лицензий и т.п., закупки и (или) лизинга нового оборудования, дополнительных расходов на обучение персонала и т.д.

В результате проведения численных экспериментов по расчету эффективности реальных инвестиционных проектов была установлена эмпирическая зависимость между изменением индекса Фаррела и изменением реальных инвестиций.

Утверждение 7 (эмпирическое). *Каждый шаг по кривой Фаррела, изменяющий технологию на 10% ($\lambda = 0.9$), требует увеличения инвестиций не менее чем на 40%.*

Рассмотрим пример, подтверждающий это утверждение (Багриновский, Бендилов, Хрусталева, 2001).

Пример 3. Имеется исходный инвестиционный проект 1, обоснование которого осуществляется по методике (Виленский, Лившиц, Смоляк, 2001; Четыркин, 1992) с использованием соотношений (26), (27) и характеризующийся следующими основными показателями: время реализации проекта $t = 2, \dots, 5$; $t_s = 5$; капитальные вложения $K_t = 100$ млн руб.; текущие затраты $C_t = 50$ млн руб.; объем продаж $G_t = 100$ млн руб.; амортизационные отчисления $D_t = 25$ млн руб.; принятая в отрасли ставка сравнения $g = 0.1$; интегральная налоговая ставка $T = 0.35$ (35%); рассчитанная по проекту экономическая эффективность (чистый дисконтированный доход) $W_0 = 27.93$ млн руб.; компенсация $S_t = 0$ млн руб.

В каждый момент t технологическая эффективность рассчитывается как отношение объема продаж $y_t = G_t$ к текущим затратам $x_t = C_t/r_1 = 100/50 = 2$, или 200%. Кроме того, рассматриваются еще три проекта внедрения инновационных технологий, каждый из которых соответствует 10%-ному смещению по кривой Фаррела ($\lambda \approx 0.9$): предполагается увеличение продаж со 100 млн до 110 млн руб. при снижении затрат с 50 млн до 45 млн руб. В результате ожидаемая технологическая эффективность составит по всем проектам $r_2 = r_3 = r_4 = 110/45 \approx 2.44$, что соответствует ее увеличению на 22% по сравнению с исходным вариантом. При этом рассматриваемые проекты имеют различные значения показателей эффективности W , объемов инвестиций K_t и величины амортизационных отчислений D_t .

Проект 2: $K_t = 120$ млн руб.; $G_t = 110$ млн руб.; $C_t = 45$ млн руб.; $D_t = 30$ млн руб.; $t = 2, \dots, 5$; $W = 42.88$ млн руб.

Проект 3: $K_t = 140$ млн руб.; $G_t = 110$ млн руб.; $C_t = 45$ млн руб.; $D_t = 35$ млн руб.; $t = 2, \dots, 5$; $W = 29.74$ млн руб.

Проект 4: $K_t = 160$ млн руб.; $G_t = 110$ млн руб.; $C_t = 45$ млн руб.; $D_t = 40$ млн руб.; $t = 2, \dots, 5$; $W = 16.60$ млн руб.

На основании этих расчетов можно заключить, что наиболее реальным является проект 3, который предусматривает увеличение эффективности W с достаточно разумной величиной капиталовложений. Проект 2 представляется нереальным, так как он дает слишком высокую оценку эффективности, которая обычно сопровождается большими рисками, а проект 4 неприемлем потому, что требует слишком много инвестиций при снижении W .

Таким образом, в результате сравнительного анализа будет отобран проект 3, который:

- изменяет индекс Фаррела на 10% и увеличивает технологическую эффективность приблизительно на 22%;
- обеспечивает повышение экономической эффективности W приблизительно на 1.06% и требует увеличения интегральных капитальных вложений на 40%, что и утверждается вышеприведенным эмпирическим правилом.

Из примера 3 следует также еще один вывод. Учитывая, что на практике увеличение экономической эффективности W при реализации инновационных проектов составляет обычно не более 10–20%, можно считать, что 40%-ное увеличение инвестиций (сопровожающее внедрение инновационной технологии) является нижней границей ожидаемого при этом прироста капитальных затрат.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Аркин В.И.** (2009): Учет инноваций в моделях экономической динамики: вероятностный подход // *Экономика и мат. методы*. Т. 45. № 1.
- Багриновский К.А., Бендиков М.А., Хрусталева Е.Ю.** (2001): Современные методы управления технологическим развитием. М.: Росспэн.
- Виленский П.Л., Лившиц В.Н., Смоляк С.А.** (2001): Оценка эффективности инвестиционных проектов. М.: Дело.
- Выгодский М.Я.** (1958): Справочник по высшей математике. М.: Физ.-мат. литература.
- Инновационный менеджмент** (2004): Инновационный менеджмент в России. В кн.: *“Вопросы стратегического управления и научно-технической безопасности”*. М.: Наука.
- Клейнер Г.Б.** (1986): Производственные функции: теория, методы, применение. М.: Фин. и стат.
- Клейнер Г.Б., Бровер В.В.** (1995): К вопросу обоснования гиперболического индекса технологической эффективности производства // *Экономика и мат. методы*. Т. 31. Вып. 1.
- Макаров В.Л.** (2009): Обзор математических моделей экономики с инновациями // *Экономика и мат. методы*. Т. 45. № 1.
- Наука и высокие технологии** (2001): Наука и высокие технологии России на рубеже третьего тысячелетия. В кн.: *“Социально-экономические аспекты развития”*. М.: Наука.
- Четыркин Е.М.** (1992): Методы финансовых и коммерческих расчетов. М.: Дело.
- Machlup F.** (1980): Knowledge and Knowledge Production. Series *“Knowledge, Its Creation, Distribution, and Economic Significance”*. Vol. 1. Princeton: Princeton University Press.
- Scotchmer S.** (2004): Innovation and Incentives. Cambridge: The MIT Press.

Поступила в редакцию
09.04.2009 г.

Methods of Analysis of Innovation Technologies on the Basis of Farrel's Index

K.A. Bagrinovsky, N.Y. Yegorova

Theoretical questions of the analysis and estimation of efficiency of innovative technologies with a use of hyperbolic Farrel's index are considered for the enterprise which activity is described with the sedate production function. Examples of calculation of technological and economic efficiency for innovative projects are resulted. The empirical estimation rule of growth in requirements for investments depending on the change of Farrel's index is formulated.