
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

ОЦЕНКА РЫНОЧНОЙ СТОИМОСТИ МАШИН С УЧЕТОМ УСТРАНИМОГО И НЕУСТРАНИМОГО ИЗНОСОВ

© 2013 г. С.А. Смоляк

(Москва)

Для установления зависимости стоимости машины от ее возраста применен модифицированный метод дисконтирования денежных потоков. При этом предполагается, что оцениваемая машина будет использоваться наиболее эффективным способом. Построенная модель позволяет, используя доступную рыночную и техническую информацию, оценивать подержанные машины с учетом их устранимого и неустраанимого износа.

Ключевые слова: машины, оборудование, оценка стоимости, наиболее эффективное использование, устранимый и неустраанимый износ, капитальный ремонт, эффективный возраст, коэффициенты годности, выгоды, дисконтирование.

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Рассматривается проблема оценки рыночной стоимости подержанных машин. При этом под “машинами” мы понимаем отдельно оцениваемые установки, машины, оборудование и транспортные средства. Машины подразделяем на *виды* (в зависимости от их функционального назначения), а каждый вид – на *марки* (этим термином мы охватываем также *модели* и *модификации*). Принимается, что разные марки машин одного вида используются для производства одной и той же продукции (выполнения работ, оказания услуг). Тем самым они “взаимозаменяемы” и являются товарами, конкурирующими друг с другом на рынке. Поэтому машина – это типичный представитель *массового* имущества, которое обращается на рынке в достаточно большом количестве. Рынок машин каждой марки делится на первичный и вторичный. На *первичном* рынке продаются машины *в новом состоянии* (только что изготовленные), на *вторичном* – все остальные, подержанные. Машины, снятые с производства, обращаются только на вторичном рынке. Такие машины в данной статье мы не рассматриваем.

Оценка стоимости имущества (property valuation theory) – это прикладная экономическая дисциплина, являющаяся теоретической базой оценочной деятельности (property valuation). Она занимается методами оценки разных видов стоимости разных типов имущества. Полученные в этой теории результаты и лучшая практика их применения обобщены в *стандартах оценки*, в том числе Международных стандартах оценки (МСО 2007, 2009).

Оценкой стоимости имущества (оценочной деятельностью) занимаются профессиональные *оценщики*, вырабатывающие свое *суждение*, руководствуясь прежде всего стандартами оценки и моделируя процесс установления сторонами цены в гипотетической сделке купли–продажи имущества. Стоимость имущества всегда определяется на какую-то *дату оценки*, которая может отличаться от даты проведения оценки или составления отчета об оценке.

Видов стоимости несколько, но основным является *рыночная* (market value). В (МСО 2007, 2009), она определяется как “расчетная денежная сумма, за которую состоялся бы обмен имущества на дату оценки между заинтересованным продавцом в результате коммерческой (“на расстоянии вытянутой руки”) сделки после проведения надлежащего маркетинга, при которой каждая из сторон действовала бы, будучи хорошо осведомленной, расчетливо и без принуждения” (МСО 2007, 2009, ОППО, п. 5.2).

С учетом разнообразной природы и мобильности машин их стоимость должна оцениваться при дополнительных допущениях. Мы сделаем два таких допущения.

1. Одна и та же машина может применяться в разных сферах и в разных условиях. Однако вряд ли найдется много участников рынка, которые будут покупать машину в Уренгое, чтобы установить ее в Астрахани, или покупать самосвал, работавший на угольном разрезе, чтобы задействовать его в сельском хозяйстве. Поэтому мы принимаем, что при продаже сфера применения машины и условия ее эксплуатации не меняются.

2. Купив машину, новый собственник может оставить ее на том же месте, но может и переместить ее на новое место. В последнем случае возникают дополнительные затраты на демонтаж машины, перемещение ее и монтаж на новом месте. Эти затраты могут по-разному распределяться между продавцом и покупателем, в связи с чем у одной и той же машины может возникнуть несколько стоимостей. Чтобы избежать такой многозначности, будем оценивать рыночную стоимость при допущении, что машина не меняет своего местоположения при продаже (стоимость машины “на месте”).

Стоимость машины определяется ее техническим состоянием. Рыночную стоимость машины в новом состоянии мы будем считать известной величиной – она оценивается как сумма затрат на ее приобретение на первичном рынке (у изготовителя или дилера), доставку к месту использования и (при необходимости) монтаж. Рыночная стоимость подержанной машины меньше, чем машины в новом состоянии на ту же дату оценки. Разность этих стоимостей оценщики называют *износом* (depreciation), а их отношение – *коэффициентом годности*. Таблицы и формулы расчета таких коэффициентов¹ для машин разных видов и возраста приводятся в (Ковалев и др., 2003; Oklahoma Tax Commission, 2010; California State Board, 2012; Marshall Valuation Service, 2011) и других источниках. Оценщики периодически уточняют эти таблицы, но они практически не меняются, что позволяет считать коэффициенты годности стабильными (не зависящими от даты оценки). Их применяют, оценивая стоимость подержанных машин путем умножения стоимости машин той же марки в новом состоянии на соответствующий коэффициент годности. В этой статье мы предлагаем модель для определения таких коэффициентов.

В процессе эксплуатации машина может ремонтироваться. Ремонты мы делим на текущие и капитальные. Текущий ремонт считаем неотъемлемой частью процесса “нормального” использования машины, а основное внимание уделим только *капитальным* ремонтам (опуская иногда слово “капитальный”). Они проводятся относительно редко и требуют порой значительных затрат, зато существенно повышают стоимость машины, что может трактоваться как частичное устранение ее износа. На этом основании оценщики разделяют износ на устранимый (curable) и неустраиваемый (incurable) в зависимости от того, будет ли экономически эффективным устранение его последствий путем надлежащего ремонта. Каждая машина, вообще говоря, ремонтируется по-своему, поэтому имеется очень мало сведений о средней стоимости капитального ремонта машин или об относительной его стоимости (отношении стоимости ремонта к стоимости машины той же марки в новом состоянии). Так, по данным ремонтных предприятий, относительная стоимость капитального ремонта экскаваторов ЭО 2626 составляет от 8–20%, фронтальных погрузчиков ТО 18 и ТО 28 – от 16%, двигателей ЯМЗ – 15–20%. Представляется, что для основных строительных машин относительные затраты на капитальный ремонт лежат в пределах 15–35%.

Предполагается, что по достижении определенного состояния машина должна утилизироваться. Ее рыночная стоимость в этот момент называется *утилизационной*. Значения относительной (по отношению к стоимости машины той же марки в новом состоянии) утилизационной стоимости по многим видам машин в США можно найти, например, в (Marshall Valuation Service, 2011; Oklahoma Tax Commission, 2010; California State Board, 2012). Обычно она составляет от 5 до 20%. Машины одного вида разных марок обычно имеют близкие относительные утилизационные стоимости.

Теоретически эксплуатировать машину можно различными способами. Обычно, говоря об этом, подразумевают, что машина может быть задействована в разных технологических процессах, например для выполнения разнообразных работ. В этом случае мы имеем дело с использова-

¹ В США их выражают в процентах и именуют Percent Good Factor. Публикуемые значения этих коэффициентов оценщики-ассессоры применяют при оценке имущества в целях налогообложения, российские оценщики обычно используют проценты износа, дополняющие проценты годности до 100%.

нием машины *по ее (функциональному) назначению*. При этом способы использования машины в одном и том же технологическом процессе, различающиеся сроками службы или моментами проведения капитальных ремонтов, мы рассматриваем как разные.

Согласно одному из принципов оценки (принципу НЭИ), в основу стоимостной оценки имущества должно быть положено наиболее эффективное его использование (НЭИ, *highest and best use*, HABU), под которым мы понимаем применение признаваемого рынком, технически возможного и юридически допустимого способа использования, приводящего к наибольшему значению стоимости. Нахождение НЭИ становится, по сути, оптимизационной задачей. Для ее решения надо сформировать некоторую совокупность “приемлемых” способов использования машины и выбрать лучший из них. Более подробно такая трактовка принципа НЭИ изложена в (Смоляк, 2011а, 2011б). Однако оптимизировать “технологическую часть” способа использования машин мы не будем, предполагая, что владельцы машин используют их по своему назначению с разумной загрузкой, рационально распределяя их по видам работ. Основное же внимание мы уделим оптимизации “организационной части” способа использования машин, т.е. выбору оптимальных моментов ремонта и утилизации машин, чему оценщики до сих пор не уделяют должного внимания.

Машины, наиболее эффективно используемые с момента ввода в эксплуатацию, назовем *стандартными*. Если НЭИ такой машины на дату оценки предусматривает ее утилизацию, то возраст этой машины назовем *рациональным сроком службы*. Рациональные сроки службы машин, как правило, известны. Соответствующие таблицы приводятся в оценочной литературе, например в (California State Board, 2012; Oklahoma Tax Commission, 2010; Marshall Valuation Service, 2011). Кроме того, они близки к типичным фактическим срокам службы, поскольку в условиях рыночной экономики машины используются обычно наиболее эффективными или близкими к ним способами. По той же причине они близки и к срокам полезного использования, принимаемым в финансовой отчетности для начисления амортизации, особенно если эта отчетность составляется по МСФО квалифицированным бухгалтером. Наконец, о рациональных сроках службы машин можно судить и по тому, в какую классификационную группу отнесены машины при расчете налога на прибыль².

Значения коэффициентов годности обычно связываются табличной или аналитической зависимостью с *возрастом* машины. Тем самым неявно принимается, что все машины функционируют примерно одинаково, в одних и тех же типичных условиях и поэтому их состояние адекватно характеризуется (хронологическим) возрастом. Однако если машина до даты оценки работала в иных (например, в более тяжелых) условиях, она по своему состоянию будет отличаться от других машин того же возраста. Учитывая это, оценщики иногда характеризуют машину иным показателем – *эффективным* возрастом. Его можно определить как возраст стандартной машины, находящейся в том же состоянии, что и оцениваемая. Эффективный возраст точнее характеризует состояние машины, поэтому при установлении коэффициентов годности лучше ориентироваться на эффективный, а не на хронологический возраст, что подчеркивается и в (California State Board, 2012; Oklahoma Tax Commission, 2010). Известны два метода установления эффективного возраста машин.

Первый метод “обращен в прошлое”: берется хронологический возраст машины и корректируется с учетом отличий условий ее предшествующего функционирования от типичных. Способ такой корректировки изложен, например, в (Ковалев и др., 2003).

Второй метод, наоборот, “обращен в будущее”. Он исходит из того, что оценщик (сам или с привлечением технических специалистов) может оценить оставшийся срок службы машины. Это позволяет приравнять оцениваемую машину (по ее состоянию и стоимости) к стандартной машине с таким же оставшимся сроком службы. Но в таком случае эффективный возраст оцениваемой машины можно рассчитать, вычитая оставшийся срок ее службы из рационального.

В процессе использования машина приносит определенные *выгоды*. Теоретически их всегда можно измерить в денежном выражении. Например, размер годовых выгод можно оценить, про-

² Классификация основных средств, включаемых в амортизационные группы, утверждена приложением к Постановлению Правительства Российской Федерации от 1 января 2002 г. № 1 с последующими изменениями.

ведя аукцион на право пользования машиной в течение года. В общем случае выгоды от использования машины в некотором периоде определяются как рыночная стоимость произведенной ею продукции (работ, услуг) за вычетом затрат на производство. Поскольку машина эксплуатируется непрерывно, соответствующий поток выгод удобно характеризовать *интенсивностью* этих выгод, зависящей от состояния машины. В процессе старения машина подвергается *физическому износу*. Поэтому интенсивность приносимых машиной выгод с течением времени имеет общую тенденцию к снижению. Разумеется, эта тенденция нарушается после проведения ремонта, так что в конечном счете зависимость приносимых машиной выгод от возраста приобретает пилообразный характер. Учет этого обстоятельства является основной целью настоящей статьи.

В (Ковалев и др., 2003; Ковалев, Королев, Фаддеев, 2006; МСО 2007, 2009) и других работах изложены различные методы стоимостной оценки машин. Многие из них базируются на тех или иных гипотезах о влиянии возраста на *стоимость* машины. В книге (Смоляк, 2008) и статье (Смоляк, 2009) дается их критическое рассмотрение и предлагается новый метод, основанный на моделировании влияния возраста машин на *выгоды* от их использования. Такие гипотезы, оказывается, лучше согласовываются с имеющейся информацией о характере “технического” износа. Основные идеи этого метода изложены в следующем разделе.

2. ЭРГОДИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ИЗНОСА МАШИН. ОСНОВНЫЕ ИДЕИ

Рассматриваются машины одной и той же марки в один и тот же момент времени – на дату оценки, и термин “машина”, если не сказано иное, относится только к таким машинам. При оценке машины предполагается, что после даты оценки она будет использоваться наиболее эффективно.

Один из методов стоимостной оценки машин основывается на **принципе дисконтирования**: стоимость имущества на некоторую дату оценки равна сумме дисконтированных выгод от наиболее эффективного использования имущества в течение некоторого периода (в пределах рационального срока службы) и дисконтированной стоимости имущества в конце периода.

Обычно этот метод реализуется так. Пусть T – рациональный срок службы машины; $B(t)$ – интенсивность выгод от использования машины в момент t , U – ее утилизационная стоимость. Тогда стоимость машины на дату оценки (в момент 0) определяется формулой

$$K = \int_0^T e^{-rt} B(t) dt + Ue^{-rT}, \quad (1)$$

где r – ставка дисконтирования.

Однако для такого расчета нужен долгосрочный прогноз функции $B(t)$ (сроки службы машин нередко достигают 15–20 лет). Более того, при ежегодно меняющихся темпах инфляции в (1) надо учитывать и зависимость ставки дисконтирования от времени. Между тем этих трудностей можно избежать, применяя принцип дисконтирования иначе. Следуя (Смоляк, 2008), продемонстрируем это вначале для ситуации, когда *цены в стране стабильны, а налоги отсутствуют*.

Рассматривается рынок машин некоторой марки. Предполагается, что:

- на нем обращаются (реальные или виртуальные) машины, находящиеся в разных состояниях;
- состояние каждой машины, а значит, и ее стоимость, определяются только ее (хронологическим или эффективным) возрастом;
- зависимость стоимости машины от возраста стабильна.

Обозначим через $K(t)$ стоимость машины возраста t лет на дату оценки. Тогда $K(0)$ будет стоимостью машины в новом состоянии. Наиболее эффективное использование некоторых машин предполагает их немедленную утилизацию. Наименьший возраст таких машин T назовем

ожидаемым рациональным сроком службы машин³. При этом величина $K(T) = U$ будет утилизационной стоимостью рассматриваемых машин.

Возьмем машину возраста t лет. За малый период времени dt она принесет выгоды в размере, примерно равном $B(t)dt$. В конце периода возраст машины станет равным $t+dt$, а стоимость – $K(t+dt)$, поскольку при отсутствии инфляции стоимость машины зависит только от ее возраста, но не от того, когда она достигла этого возраста. Отсюда и из принципа дисконтирования вытекает следующее равенство, справедливое с точностью до малых более высокого порядка (здесь и далее такие равенства будем обозначать знаком “ $\approx$ ”):

$$\begin{aligned} K(t) &= B(t)dt + e^{-rdt} K(t+dt) \approx \\ &\approx B(t)dt + (1-rdt)[K(t) + K'(t)dt] \approx K(t) + [K'(t) - rK(t) + B(t)]dt. \end{aligned} \quad (2)$$

Но такое равенство возможно только если

$$K'(t) - rK(t) + B(t) = 0. \quad (3)$$

Стоимость машины в возрасте T лет, очевидно, равна утилизационной, так что $K(T) = U$. Решив уравнение (3) с этим краевым условием, получим искомую зависимость стоимости машины от возраста

$$K(t) = \int_t^T e^{-r(s-t)} B(s) ds + U e^{-r(T-t)} = \int_t^T e^{-r(s-t)} [B(s) - rU] ds + U. \quad (4)$$

Формула (4) напоминает (1), но имеет совершенно иной смысл. В формуле (1) суммируются выгоды, приносимые одной оцениваемой машиной за весь оставшийся срок ее службы, к этому же периоду относится и ставка дисконтирования. Между тем в формуле (4) суммируются выгоды, относящиеся к машинам той же марки разного возраста, а экспоненты, входящие в подынтегральное выражение, представляют собой лишь веса, приписываемые машинам разного возраста. Другими словами, суммирование по *времени* здесь заменено суммированием по *состояниям* машин. Здесь уместно провести аналогию с эргодическими процессами, в которых среднее значение по траектории движения системы равно среднему значению по возможным состояниям этой системы в фиксированный момент времени. На этом основании подобные модели можно именовать *эргодическими*. В них для оценки машины необходимо знать размеры выгод от использования машин разного возраста только на дату оценки, но не на перспективу. Ставка дисконтирования при этом относится не к какой-то далекой перспективе, как в формуле (1), а к малому отрезку времени, начинающемуся с даты оценки.

Отметим также, что принцип дисконтирования, а стало быть, и формула (2) справедливы только в предположении наиболее эффективного использования машины. В противном случае в этой формуле левая часть должна быть не меньше правой. Соответственно знак равенства в (3) при этом заменится знаком “ $\leq$ ”. Легко проверить, что тогда и в (4) знак равенства заменится на “ $\geq$ ”. Это означает, что НЭИ отвечает максимальное значение правой части (4). Отсюда можно вывести условие, определяющее ожидаемый рациональный срок службы машин T . Действительно, из изложенного следует, что величина T является решением оптимизационной задачи

$$K(0) = \int_0^T e^{-rs} [B(s) - rU] ds + U \Rightarrow \max.$$

Легко проверить, что в этом случае должно быть

$$B(T) = rU. \quad (5)$$

Если интенсивность приносимых машиной выгод уменьшается с возрастом, то уравнение (5) имеет единственное решение.

³ Данная модель не позволяет оценивать “настоящий” срок службы машины, поскольку описывает ее использование только в малом периоде времени. Однако зная, что машина в возрасте T лет должна быть утилизирована, можно ожидать, что и другие машины должны быть утилизированы в этом возрасте.

Однако полученные результаты справедливы только в предположении отсутствия инфляции и налогов. В (Смоляк, 2009, 2010) исследована более реалистичная ситуация, когда:

а) с течением времени цены машин меняются (инфляция), но зависимости коэффициентов годности от возраста остаются стабильными;

б) владельцы машин являются фирмами, попадающими под действие обычной системы налогообложения.

Оказалось, что и здесь уравнения (3)–(5) остаются в силе, хотя ставка r теперь будет отличаться от “обычной” доналоговой ставки уменьшением на темп инфляции и увеличением на ставку налога на имущество. Мы не будем повторять вывод этого утверждения.

К сожалению, приведенные выше формулы обычно не удастся непосредственно применить для оценки подержанных машин. Это обусловлено тем, что помашинного учета затрат и результатов использования машин не ведется, да и производимая машиной продукция (работы, услуги) нередко не обращается на рынке. Однако поставленную задачу можно решить иначе. Хотя конкретный вид функции $B(t)$ неизвестен, мы знаем, что с ростом t она убывает и обращается в rU при $t = T$. Тогда можно построить двухпараметрическое семейство функций $B(t)$ с этими свойствами и для каждой такой функции рассчитать стоимости машин разного возраста. После этого значения параметров выбираются так, чтобы рассчитанные значения возможно лучше согласовывались бы с фактическими данными о ценах сделок с подержанными машинами. Подробнее эта процедура описана в (Смоляк, 2008). Здесь принималось, что интенсивность приносимых машиной выгод $B(t)$ включает две составляющие, одна из которых не зависит от возраста, а вторая меняется с возрастом по экспоненциальному закону. Такая зависимость достаточно адекватно описывает некоторые реальные ситуации.

Однако в соответствующей модели состояние машины, по существу, описывается только ее возрастом, так что она учитывает только лишь неустраняемый износ машин. Далее мы попытаемся избавиться от этого недостатка.

3. ЭРГОДИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ, УЧИТЫВАЮЩАЯ РЕМОНТЫ

Изложенную выше идею можно применить и для оценки ремонтируемых машин. Такие машины можно распределить по *межремонтным циклам*. А именно: отнесем к первому межремонтному циклу машины, еще не прошедшие ремонта, ко второму – прошедшие один ремонт, и т.д. Про машины, вступающие в эксплуатацию или вышедшие из ремонта, будем говорить, что они находятся в начале межремонтного цикла. В тот период, когда машина ремонтируется, выгоды от ее использования отрицательны и по абсолютной величине совпадают со стоимостью ремонта. Однако обычно длительность проведения ремонта мала, и мы будем ею пренебрегать. В таком случае если НЭИ предусматривает ремонт машины в данном состоянии, то ее стоимость после ремонта увеличивается на стоимость ремонта P , которую мы будем считать известной величиной.

Чтобы выяснить зависимость стоимости машины от ее состояния, надо выбрать характеристики, достаточно адекватно описывающие состояние машины. Одной из таких характеристик, естественно, должен быть возраст машины. Кроме того, надо учесть, что в результате ремонта стоимость машины скачком возрастает. Поэтому другая характеристика состояния машины также должна скачкообразно меняться после ремонта. В качестве такой характеристики целесообразно принять *эффективное время работы машины в текущем межремонтном цикле* (ЭВЦ). По аналогии с эффективным возрастом ЭВЦ можно оценить либо путем корректировки хронологического времени работы машины в этом цикле, либо как разность между рациональной длительностью межремонтного цикла и экспертно оцениваемым оставшимся временем работы до капитального ремонта или утилизации. Отметим, что ЭВЦ может отличаться от возраста машины даже в первом межремонтном цикле. Так будет, например, если до даты оценки режимы ее эксплуатации были нерациональными.

Таким образом, мы будем характеризовать состояние машины сочетанием двух величин – возраста⁴ t и ЭВЦ s . При этом стоимость машины и интенсивность выгод от ее наиболее эффективного использования на дату оценки можно рассматривать как функции соответственно $K(t, s)$ и $B(t, s)$. Естественно принять, что обе они не возрастают по каждому аргументу. Чтобы исключить ситуации, когда $B(t, s)$ убывает слишком медленно, примем, что существует некоторый “критический” возраст M , такой, что $B(t, s) < rU$ для всех $t > M$. Кроме того, будем считать функцию $K(t, s)$ стабильной (не зависящей от даты оценки). Заметим, что представление стоимости машины как функции $K(t, s)$ подразумевает наличие рынка, где обращаются (реальные или виртуальные, но не обязательно стандартные) машины с разными сочетаниями (t, s) возраста и ЭВЦ.

Возьмем машину, имеющую возраст $t + x$ и ЭВЦ $= s + x$. Ясно, что при достаточно больших x такая машина требует ремонта или утилизации. Пусть $X(t, s)$ – такое наименьшее неотрицательное x . Рассмотрим две ситуации.

1. $X(t, s) = 0$. Тогда машина, имеющая возраст t и ЭВЦ $= s$, требует либо утилизации, либо ремонта. В первом случае $K(t, s) = U$. Во втором случае после ремонта (а он предполагается мгновенным) машина будет иметь тот же возраст t , ЭВЦ $= 0$ и стоимость $K(t, 0)$. Но стоимости машины до и после ремонта отличаются на стоимость ремонта P , так что $K(t, s) = K(t, 0) - P^5$. Наиболее эффективному способу использования машины отвечает большая из указанных стоимостей, поэтому $K(t, s) = \max[K(t, 0) - P; U]$.

2. $X(t, s) > 0$. Тогда при любом $0 \leq x < X(t, s)$ машину, имеющую возраст $t + x$ и ЭВЦ $= s + x$, целесообразно использовать по своему назначению в течение малого периода времени dx , и в конце этого периода она будет иметь возраст $t + dx$ и ЭВЦ $= s + dx$. Применив принцип дисконтирования и учитывая стабильность функции $K(t, s)$, получим

$$K(t + x, s + x) \approx B(t + x, s + x)dx + e^{-rdx}K(t + x + dx, s + x + dx). \quad (6)$$

Отсюда при $x = 0$ вытекает

$$B(t, s) \approx [K(t, x) - K(t + dx, s + dx)] \frac{e^{-rdx}}{dx} + K(t, s) \frac{1 - e^{-rdx}}{dx}.$$

Поскольку функция K убывает по своим аргументам и ее значения не меньше U , отсюда при $dx \rightarrow 0$ вытекает, что $B(t, s) \geq rU$. Поэтому возраст любой машины, которую целесообразно использовать по своему назначению, не должен превышать “критического” возраста M , определенного выше.

Вернемся теперь к равенству (6) и преобразуем его так:

$$\begin{aligned} 0 &\approx e^{-r(x+dx)}K(t + x + dx, s + x + dx) - e^{-rx}K(t + x, s + x) + e^{-rx}B(t + x, s + x)dx = \\ &= d[e^{-rx}K(t + x, s + x)] + e^{-rx}B(t + x, s + x)dx. \end{aligned}$$

Интегрируя это равенство по x в пределах от 0 до $X(t, s)$, получаем

$$0 = e^{-rX(t, s)}K(t + X(t, s), s + X(t, s)) - K(t, s) + \int_0^{X(t, s)} e^{-rx}B(t + x, s + x)dx.$$

Но машина с возрастом $t + X_1$ и ЭВЦ $= s + X_1$ требует ремонта или утилизации, так что в силу доказанного выше, $K(t + X(t, s), s + X(t, s)) = \max[K(t + X(t, s), 0) - P; U]$. Подставив это в предыдущее равенство, будем иметь

$$K(t, s) = \int_0^{X(t, s)} e^{-rx}B(t + x, s + x)dx + \max[K(t + X(t, s), 0) - P; U]e^{-rX(t, s)}. \quad (7)$$

⁴ Последующие рассуждения остаются справедливыми независимо от того, понимается ли под t хронологический или эффективный возраст.

⁵ Отсюда, кстати, следует, что рассматриваемый второй случай невозможен при $s = 0$.

Очевидно, что это равенство справедливо и при $X(t, s) = 0$. Как и T в модели (4), $X(t, s)$ здесь имеет смысл *ожидаемого* (на дату оценки) времени работы машины до завершения текущего межремонтного цикла.

Заметим, что значение $X(t, s)$ отвечает оптимальному моменту окончания межремонтного цикла, а ему, в свою очередь, отвечает наибольшее значение стоимости. Но тогда значение $X(t, s)$ должно максимизировать правую часть (7), так что

$$K(t, x) = \max_{X \geq 0} \left\{ \int_0^X e^{-rx} B(t+x, s+x) dx + \max[K(t+X, 0) - P; U] e^{-rX} \right\}. \quad (8)$$

Для машины, имеющей возраст t и ЭВЦ = 0, равенство (8) принимает вид

$$K(t, 0) = \max_{X \geq 0} \left\{ \int_0^X e^{-rx} B(t+x, s) dx + \max[K(t+X, 0) - P; U] e^{-rX} \right\}. \quad (9)$$

Мы получили уравнение для функции одного переменного, типичное для задач динамического программирования, и оно может быть решено численными методами (например, методом последовательных приближений). Установим некоторые свойства этого решения.

Обозначим через D множество таких неотрицательных t_x , для которых $X(t, 0) > 0$, $K(t + X(t, 0), 0) - P > U$. Очевидно, что если $t \notin D$, то

$$K(t, 0) = \max_{X \geq 0} \left\{ \int_0^X e^{-rx} B(t+x, s) dx + U e^{-rX} \right\}.$$

Пусть теперь $t \in D$. Тогда в силу (9) и, учитывая, что функции $B(t, s)$ и $K(t, 0)$ невозрастающие, имеем

$$\begin{aligned} K(t, 0) &= \int_0^{X(t, 0)} e^{-rx} B(t+x, s) dx + [K(t+X(t, 0), 0) - P] e^{-rX(t, 0)} < \\ &< B(0, 0)(1 - e^{-rX(t, 0)})/r + K(t, 0) - P e^{-rX(t, 0)}. \end{aligned}$$

Отсюда следует, что $X(t, 0) \geq \frac{1}{r} \ln[1 + rP/B(0, 0)] = Y$.

Возьмем теперь произвольное t и образуем последовательности $\{T_i\}$ и $\{X_i\}$ с помощью следующих рекуррентных соотношений: $T_1 = t$, $X_i = X(T_i, 0)$, $T_{i+1} = T_i + X_i$ ($i \geq 1$). Докажем, что найдется $T_i \in D$. Действительно, в противном случае величины T_i увеличивались бы на каждом шаге не меньше, чем на Y , и какое-то из T_i превысило бы указанный выше “предельный возраст” M . Однако такое T_i не может входить в D , поскольку машины данного возраста неэффективно использовать по своему назначению, т.е. $X(T_i, 0) = 0$.

Пусть T_n – первый элемент последовательности, не принадлежащий D . Тогда в силу (9) имеем

$$\begin{aligned} K(T_n, 0) &= \int_0^{X_n} e^{-rx} B(t+x, x) dx + U e^{-rX_n}, \\ K(T_i, 0) &= \int_0^{X_i} e^{-rx} B(T_i+x, x) dx + [K(T_{i+1}, 0) - P] e^{-rX_i}, \quad 1 \leq i \leq n. \end{aligned}$$

Суммируя полученные равенства и учитывая, что $X_i = T_i - T_{i-1}$, в конце концов получим выражение для $K(T_1, 0) = K(t, 0)$:

$$K(t, 0) = \int_0^{T_1} e^{-rx} B(t+x, x) dx + \sum_{i=1}^{n-1} \left[-P e^{-rT_i} + \int_0^{T_{i+1}-T_i} e^{-r(T_i+x)} B(T_i+x, x) dx \right] + U e^{-rT_n}.$$

Обратим внимание, что такое равенство справедливо только при оптимальных (максимизирующих правую часть) значениях n и T_i , что позволяет записать его в виде

$$K(t, 0) = \max_{\substack{n \geq 1, \\ T_n > \dots > T_1 \geq 0}} \left\{ \int_0^{T_1} e^{-rx} B(t+x, x) dx + \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^{n-1} \left[-Pe^{-rT_i} + \int_0^{T_{i+1}-T_i} e^{-r(T_i+x)} B(T_i+x, x) dx \right] + Ue^{-rT_n} \right\}. \quad (10)$$

Определим $K(t + X_1, 0)$ по этой формуле и подставим полученное выражение в (7). В результате находим:

$$K(t, s) = \max_{\substack{n \geq 1, \\ T_n > \dots > T_1 \geq 0}} \left\{ \int_0^{T_1} e^{-rx} B(t+x, s+x) dx + \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^{n-1} \left[-Pe^{-rT_i} + \int_0^{T_{i+1}-T_i} e^{-r(T_i+x)} B(T_i+x, x) dx \right] + Ue^{-rT_n} \right\}. \quad (11)$$

Оптимальное значение n может трактоваться как ожидаемое число предстоящих межремонтных циклов; X_i – как ожидаемая длительность межремонтного цикла i ; а T_i – как ожидаемый возраст, по достижении которого цикл i заканчивается.

Важно отметить, что, в отличие от известных методов, формула (11) позволяет оценивать машины при любых сочетаниях возраста и ЭВЦ, в том числе за пределами рационального срока их службы. Однако, чтобы применять ее в оценочной практике, необходимо знать, как именно влияют возраст и ЭВЦ машины на приносимые машиной выгоды. Положение осложняется тем, что по большинству машин такие выгоды непосредственно неизмеримы. В этих целях предлагается следующая достаточно простая модель.

Рассмотрим стандартную машину в первом межремонтном цикле. Интенсивность выгод от ее использования $B(t)$ – убывающая функция от ее возраста t . Уменьшение $J(t) = B(0) - B(t)$ естественно связать с физическим износом машины за время t . Однако разделить здесь влияние устранимого и неустраняемого физических износов невозможно, поскольку машина не ремонтируется. Это позволяет считать, что оба вида износа представляют собой “доли” одного, общего износа машины, а характер влияния каждого из износов на интенсивность выгод $B(t)$ – один и тот же. Другими словами, в общем уменьшении интенсивности выгод $J(t)$ есть некоторая доля q , обусловленная неустраняемым износом, и дополнительная доля $1 - q$, обусловленная устранимым износом. В таком случае зависимость интенсивности выгод от возраста можно представить в виде

$$B(t) = B(0) - qJ(t) - (1 - q)J(t).$$

Возьмем теперь машину того же возраста, которая прошла ремонт раньше и наиболее эффективно использовалась во втором цикле в течение некоторого времени s . Ее неустраняемый износ, а он зависит только от возраста машины, будет тем же самым, поэтому второй член формулы не изменится. Однако устранимый износ этой машины “начался сначала” после проведенного ремонта. Естественно считать, что по этой причине третий член формулы будет таким же, как и у машины, которая наиболее эффективно работала в первом цикле в течение того же времени s . Другими словами, хронологический возраст в последнем члене формулы поменяется на время работы машины после ремонта. Если к тому же учесть, что после ремонта машина могла работать с разной загрузкой или в разных условиях, то это время надо будет поменять на “эффективное”, т.е. на ЭВЦ. Эти рассуждения позволяют связать интенсивность выгод от использования машины с ее возрастом t и ЭВЦ s следующей моделью:

$$B(t, s) = B(0) - qJ(t) - (1 - q)J(s).$$

Обозначив $f(t) = B(0) - J(t) - rU$, эту формулу можно упростить:

$$B(t, s) = qf(t) + (1 - q)f(s) + rU. \quad (12)$$

Обратим внимание, что в рассматриваемой модели функция $J(t)$ – возрастающая, так что $f(t)$ – убывающая и положительная при малых t .

Подставляя (12) в (11), после простых преобразований получаем уравнение для определения стоимости машин

$$K(t, s) = \max_{\substack{n \geq 1, \\ T_n > \dots > T_1 \geq 0}} \left\{ q \int_0^{T_n} e^{-rx} f(t+x) dx + (1-q) \int_0^{T_1} e^{-rx} f(s+x) dx + \right. \\ \left. + (1-q) \sum_{i=1}^{n-1} \int_0^{T_{i+1}-T_i} e^{-r(T_i+x)} f(x) dx - \sum_{i=1}^{n-1} P e^{-rT_i} + U \right\}. \quad (13)$$

Далее мы выясним, как устроено решение этого уравнения.

4. ПРОСТЕЙШИЙ СЛУЧАЙ

В частном случае, когда $r = 0$, равенство (13) принимает вид

$$K(t, s) = \max_{n \geq 1} \left\{ \max_{T_n > \dots > T_1 \geq 0} V_n - (n-1)P + U \right\},$$

где

$$V_n = q \int_0^{T_n} f(t+x) dx + (1-q) \int_0^{T_1} f(s+x) dx + (1-q) \sum_{i=1}^{n-1} \int_0^{T_{i+1}-T_i} f(x) dx. \quad (14)$$

Предположим вначале, что оцениваемая машина не требует немедленного ремонта, а оптимальное значение n нам известно. Тогда при оптимальных T_i производные от V_n по T_i должны обратиться в нуль:

$$\begin{aligned} qf(t + T_n) + (1-q)f(T_n - T_{n-1}) &= 0; \\ (1-q)f(T_i - T_{i-1}) - (1-q)f(T_{i+1} - T_i) &= 0, \quad 1 < i < n; \\ (1-q)f(s + T_1) - (1-q)f(T_2 - T_1) &= 0. \end{aligned}$$

Но функция $f(t)$ – убывающая, поэтому два последних равенства могут выполняться только если $s + T_1 = T_2 - T_1 = \dots = T_n - T_{n-1}$. Отсюда прежде всего вытекает, что величины $X_2, \dots, X_n$ – ожидаемые сроки использования машины в последующих межремонтных циклах – равны между собой. Обозначим через X их общее значение. Кроме того, из полученного равенства следует, что ожидаемая длительность первого межремонтного цикла $T_1 = X - s$. В таком случае при всех i имеем $T_i = iX - s$.

Для определения неизвестного X воспользуемся первым уравнением полученной системы, которое теперь можно записать в виде

$$qf(t - s + nX) + (1-q)f(X) = 0. \quad (15)$$

Очевидно, что решение этого уравнения – некоторая убывающая функция от n и $t - s$, которую мы обозначим через $Z_n(t - s)$. С одной стороны, отсюда следует, что при изменении $t - s$ ожидаемая периодичность предстоящих ремонтов машины изменяется. Грубо говоря, если машину использовали нерационально или провели ей ремонт слишком рано или слишком поздно, то график проведения последующих ремонтов должен быть изменен. Это лишний раз подтверждает нецелесообразность ориентации на нормы периодичности ремонтов как обязательные документы, хотя какое-то представление о рациональном графике ремонтов они дают. С другой стороны, пока машина рационально используется по своему назначению, увеличивается ее возраст t , но

точно на ту же величину возрастает и ее ЭВЦ s , так что разность $t - s$ остается неизменной. При этом ожидаемая длительность последующих межремонтных циклов X не меняется, так что пересматривать график предстоящих ремонтов не надо.

Заметим теперь, что рассматриваемая машина потребует немедленного ремонта, если величина $T_1 = X - s$ окажется нулевой или отрицательной, т.е. при $X \leq s$. Поэтому будем считать, что данное неравенство не выполняется. Теперь, используя (14), легко получить

$$V_n = q \int_t^{nX+t-s} f(x)dx + (1-q) \int_s^X f(x)dx + (1-q)(n-1) \int_0^X f(x)dx.$$

В таком случае $K(t, s) = \max_{n \geq 1} K_n(t, s)$, где

$$\begin{aligned} K_n(t, s) = & q \int_t^{nZ_n(t-s)+t-s} f(x)dx + (1-q) \int_s^{Z_n(t-s)} f(x)dx + \\ & + (n-1) \left[(1-q) \int_0^{Z_n(t-s)} f(x)dx - P \right] + U. \end{aligned} \quad (16)$$

Величина $nZ_n(t, s) + t - s = nX + t - s = T(t, s)$ при этом может трактоваться как ожидаемый остаточный срок службы машины.

Более полную информацию о решении можно получить, конкретизировав функцию $f(t)$. Разумеется, эта функция неизвестна и скорее всего не может быть установлена прямыми экономическими измерениями. Однако можно построить параметрическое семейство таких функций, достаточно адекватно отражающих процесс физического износа машин. А именно, опираясь на одну из моделей (Смоляк, 2008, 2009), примем, что функция влияния износов имеет следующий параметрический вид:

$$f(x) = H(e^{\mu L} - e^{\mu x})/\mu. \quad (17)$$

Параметр H здесь является “масштабным”, а значение μ отражает темп изменения “переменной части” выгод от использования машины при увеличении ее возраста или ЭВЦ.

Представляется, что и в иных ситуациях влияние возраста и ЭВЦ на износ машины может быть достаточно точно аппроксимировано формулами (12) и (17). При этом μ может рассматриваться как технологическая характеристика машин соответствующей марки (а возможно, и вида). По нашим оценкам, для большинства видов машин $\mu > 0$.

При $\mu=0$ рассматриваемая задача допускает аналитическое решение. Здесь (17) принимает вид $f(t) = H(L - t)$. В таком случае $X = Z_n(t - s)$ определяется из уравнения (15):

$$qH[L - (t - s + nX)] + (1 - q)H(L - X) = 0.$$

Отсюда находятся X и ожидаемый остаточный срок службы машины

$$X = Z_n(t - s) = \frac{L - q(t - s)}{1 + (n - 1)q}, \quad T(t, s) = nX + t - s = \frac{nL + (1 - q)(t - s)}{1 + (n - 1)q}. \quad (18)$$

Легко убедиться, что эти характеристики не зависят от масштабного множителя H . Как видно из (18), параметр L определяет ожидаемые длительности межремонтных циклов и срок службы машины – это тоже своеобразный масштабный параметр, только по оси времени.

Подставляя (18) в (16), после простых преобразований находим

$$K_n(t, s) = \frac{H}{2} \left\{ \frac{n[L - q(t - s)]^2}{1 + (n - 1)q} - 2[L - q(t - s)]s + s^2 \right\} - (n - 1)P + U. \quad (19)$$

Разумеется, эти формулы справедливы только при $s < X$ (в силу (17) это неравенство принимает вид $qt + [1 + (n - 2)q]s < L$), в противном случае $-K_n(t, s) = U$. Любопытно, что при каждом n зависимость стоимости машины от ее возраста и ЭВЦ выражается многочленом второй степени. Отметим также, что полученные формулы справедливы при $n = 1$ и при $n = 2$.

Учтем теперь, что (19) является выпуклой вверх функцией от n . Поэтому n , при котором $K_n(t, s)$ принимает максимальное значение, будет наименьшим целым положительным n , для которого выполняется неравенство $K_n(t, s) - K_{n+1}(t, s) > 0$. Но

$$K_n(t, s) - K_{n+1}(t, s) = P - H(1 - q) \frac{[L - q(t - s)]^2}{2[1 + (n - 1)q](1 + nq)}.$$

Поэтому ожидаемое число предстоящих межремонтных циклов можно определить как наименьшее целое положительное n , для которого выполняется неравенство

$$P > H(1 - q) \frac{[L - q(t - s)]^2}{2[1 + (n - 1)q](1 + nq)}. \quad (20)$$

Отсюда вытекает очевидное следствие: с увеличением стоимости ремонта число таких ремонтов уменьшается, а при достаточно большой стоимости ремонта его проведение вообще оказывается нецелесообразным. Далее отметим, что оптимальное n зависит от возраста и ЭВЦ оцениваемой машины. Но n – целое число, так что при небольших изменениях t и s в определенных пределах оно не меняется. В то же время, как видно из (18), при этом будет изменяться длительность X последующих межремонтных циклов, т.е. периодичность предстоящих ремонтов.

До сих пор мы предполагали величины L и H известными. Между тем они обычно неизвестны. Чтобы оценить их, используем данные о стоимости машины в новом состоянии K , стоимости ее ремонта P и о рациональном сроке ее службы T . Ожидаемое число межремонтных циклов для этой машины обозначим через N . Предположим вначале, что эта величина известна. Тогда равенства (18) и (19) дают

$$T = T(0, 0) = \frac{NL}{1 + (N - 1)q}; \quad K = K_N(0, 0) = \frac{NHL^2}{2[1 + (N - 1)q]} - (N - 1)P + U.$$

Решив эти уравнения, получаем

$$L = \frac{1 + (N - 1)q}{N} T; \quad H = 2N \frac{K + (N - 1)P - U}{[1 + (N - 1)q]T^2}. \quad (21)$$

При этом неравенство (20) принимает вид

$$P > \frac{(1 - q)[K + (N - 1)P - U]}{N(1 + Nq)}.$$

Разделив обе части этого неравенства на стоимость машины K , мы после простых преобразований получим следующее неравенство для относительной стоимости ремонта

$$p > \frac{(1 - q)(1 - u)}{1 + q(N^2 + N - 1)} = p_N. \quad (22)$$

Таким образом, для машины в новом состоянии оптимальное ожидаемое число межремонтных циклов будет наименьшим целым $N \geq 1$, для которого будет $p > p_N$. Поскольку p_N с ростом N и q убывает, отсюда можно сделать вывод: чем меньше относительная стоимость ремонта или доля устраняемого износа в общем износе (q), тем больше ремонтов должна проходить машина за свой срок службы.

Допустим, что $N > 1$. Рассмотрим теперь машину, которая с момента ввода в эксплуатацию использовалась наиболее эффективно и только что вышла из первого ремонта. Стоимость этой машины K_1 найдем, вычитая из стоимости машины в новом состоянии (K) суммарные выгоды от

ее использования в первом межремонтном цикле и учитывая равенства (21):

$$K_1 = K - \left[\int_0^{T/N} H(L-x)dx - P \right] = K - \frac{H}{2} \left[L^2 - \left(L - \frac{T}{N} \right)^2 \right] + P =$$

$$= \frac{(N-1)[1+(N-2)q]K + [1-(N-1)(N-2)q]P + [1+2(N-1)q]U}{N[1+(N-1)q]}. \quad (23)$$

Тот же результат можно вывести из формулы (19), если подставить в нее возраст нашей машины $t = T/N$, ее ЭВЦ $= s = 0$ и ожидаемое число последующих межремонтных циклов $n = N - 1$.

Из (19), (21) и (22) можно получить и искомое выражение для коэффициентов годности $k(t, s) = K(t, s)/K$. Его удобнее представить, используя относительные показатели затрат на ремонт $p = P/K$ и утилизационной стоимости $u = U/K$. Соответственно придется заменить масштабный множитель H на $h = H/K$. Тогда расчетные формулы примут вид

$$N = \min \left\{ n \geq 1 \left| p > p_n = \frac{(1-q)(1-u)}{1+(n^2+n-1)q} \right. \right\},$$

$$L = T \frac{1+(N-1)q}{N}, \quad h = \frac{2N[1+(N-1)p-u]}{T^2[1+(N-1)q]}, \quad (24)$$

$$k(t, s) = \max_{n \geq 1} \left\{ \frac{h}{2} \left[\frac{n(L-qt+gs)^2}{1+(n-1)q} - 2(L-qt+qs)s + s^2 \right] - (n-1)p \right\} + u. \quad (25)$$

Отношение $w = K_1/K$ показывает, какую долю составляет стоимость машины после первого ремонта от стоимости машины в новом состоянии. Грубо говоря, оно отражает тот уровень, до которого восстановилась стоимость машины после первого ремонта. В (Ковалев и др., 2003) этот показатель был назван *коэффициентом восстановления*. В нашей модели он определяется формулой, вытекающей из (23):

$$w = \frac{(N-1)[1+(N-2)q] + [1-(N-1)(N-2)q]p + [1+2(N-1)q]u}{N[1+(N-1)q]}.$$

Зависимости $p_N(q)$ при $u = 0,06$ представлены на рис. 1. На рис. 2 приведены зависимости коэффициента восстановления от q при $u = 0,06$ и трех значениях p . Скачки на этом графике отвечают тем значениям q , при которых меняется ожидаемое число межремонтных циклов N . При этом графики обрываются справа, когда N становится равным 1.

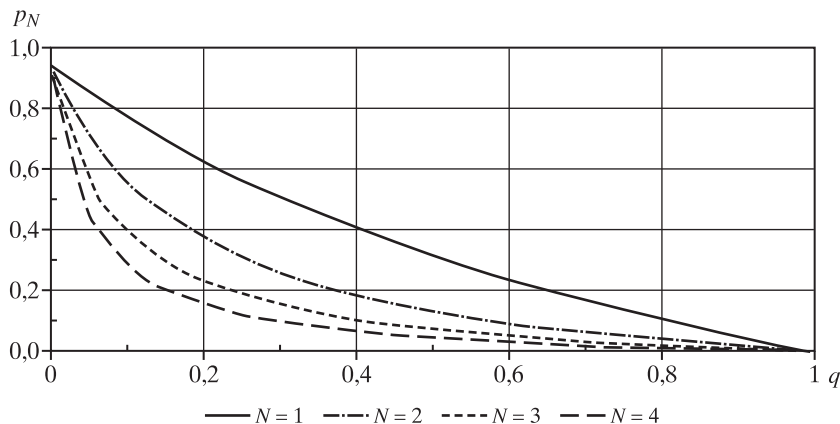


Рис. 1. Зависимость предельных относительных затрат на ремонт от ожидаемого количества межремонтных циклов и параметра q при $u = 0,06$

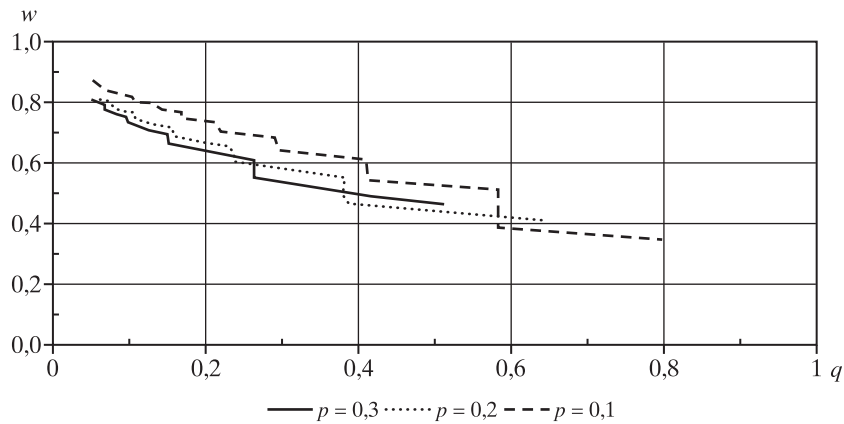


Рис. 2. Зависимость коэффициента восстановления от параметра q при разной относительной стоимости ремонта и $u = 0,06$

Рассмотрим поведение коэффициентов годности в начале эксплуатации. Из формул (24) и (25) можно получить, что при малых t и s :

$$k(t, s) \approx 1 - 2 \frac{1 + (N-1)p - u}{1 + (N-1)q} \times \frac{Nqt + (1-q)s}{T}. \quad (26)$$

В частности, если машина использовалась наиболее эффективно, то

$$k(t, t) \approx 1 - 2 \frac{1 + (N-1)p - u}{1 + (N-1)q} \times \frac{1 + (N-1)q}{T} t.$$

Если же до достижения возраста t машина вообще не работала (например, находилась на хранении), у нее будет $s = 0$, и формула (26) дает

$$k(t, 0) \approx 1 - 2 \frac{1 + (N-1)p - u}{1 + (N-1)q} \times \frac{Nq}{T} t.$$

Заметим теперь, что величина $1 - k(t, t)$ отражает (общий) износ машины при ее рациональном использовании за время t , $1 - k(t, 0)$ — только ее неустранимый износ за то же время, а значит, их разность $k(t, 0) - k(t, t)$ приходится на устранимый износ. Отсюда следует, что в начале эксплуатации машины доля устранимого в общем износе составляет $d_c = (1 - q)/[1 + (N - 1)q]$. Обычно оценщики считают, что указанная доля близка к половине. Отсюда получим, что для машин, наиболее эффективное использование которых предусматривает 2 или 3 межремонтных цикла, величина q должна примерно равняться соответственно 0,33 или 0,25.

5. ОБЩИЙ СЛУЧАЙ

Рассмотрим теперь случай, когда зависимость интенсивности выгод от возраста и ЭВЦ машины описывается моделями (10) и (17), а ставка дисконтирования r отлична от нуля. Оказывается, что результаты при этом оказываются близкими к полученным в предыдущем разделе.

Подставив $f(x) = H(e^{\mu L} - e^{\mu x})/\mu$ в (11) и вычисляя интегралы, найдем

$$K(t, s) = \max_{\substack{n \geq 1, \\ T_n > \dots > T_1 \geq 0}} \left\{ \frac{He^{\mu L}(1 - q + qe^{-rt})(1 - e^{-rT_n})}{\mu r} - Hq \frac{e^{(\mu-r)t}[e^{(\mu-r)T_n} - 1]}{\mu(\mu - r)} - \right. \\ \left. - \frac{H(1-q)}{\mu(\mu - r)} \left[e^{\mu s}[e^{(\mu-r)T_1} - 1] + \sum_{i=1}^{n-1} e^{-rT_i}[e^{(\mu-r)(T_{i+1}-T_i)} - 1] \right] - \sum_{i=1}^{n-1} P e^{-rT_i} \right\} + U. \quad (27)$$

В частности, для машины в новом состоянии имеем

$$K(0,0) = \max_{\substack{n \geq 1, \\ T_n > \dots > T_1 \geq 0}} \left\{ \frac{H e^{\mu L} (1 - e^{-r T_n})}{\mu r} - H q \frac{e^{(\mu-r)T_n} - 1}{\mu(\mu-r)} - \right. \\ \left. - \frac{H(1-q)}{\mu(\mu-r)} \left[e^{(\mu-r)T_1} - 1 + \sum_{i=1}^{n-1} e^{-r T_i} [e^{(\mu-r)(T_{i+1}-T_i)} - 1] \right] - \sum_{i=1}^{n-1} P e^{-r T_i} \right\} + U. \quad (28)$$

Искомые коэффициенты годности теперь находятся как отношения $k(t, s) = K(t, s)/K(0, 0)$. Такую задачу удастся решить только численными методами. Для расчетов коэффициентов годности мы задавались значениями μ и q , принимали $P = p$, $U = u$ и подбирали значения L и H так, чтобы формула (28) давала $K(0, 0) = 1$ и заданное значение ожидаемого срока службы T_n . При этом оказалось возможным установить и другие характеристики стандартной машины – ожидаемое число межремонтных циклов n , ожидаемый срок службы T_n и коэффициент восстановления $w = k(T_1, 0)$. Опишем некоторые результаты расчетов.

На рис. 3 представлены проценты годности для стандартных машин разного возраста с рациональным сроком службы 12 лет при $r = 0,09$, $u = 0,06$, $p = 0,2$, $q = 0,3$ и трех значениях μ . Заметим, что при разных μ рациональное использование этих машин предусматривает разное число ремонтов. Длительности межремонтных циклов близки между собой, хотя и не совпадают точно. Машинам, возраст которых превышает 12 лет, отвечают “хвосты” построенных кривых. При этом длительности соответствующих (“сверхнормативных”) межремонтных циклов существенно уменьшаются.

Обратим внимание, что, несмотря на пилообразный характер зависимости, она может аппроксимироваться гладкой кривой с не слишком большой ошибкой, укладывающейся в диапазон разброса цен вторичного рынка. Восстановить подобную “пилу” по небольшой выборке рыночных цен, по-видимому, невозможно. Это объясняет использование оценщиками гладких зависимостей коэффициентов годности от возраста.

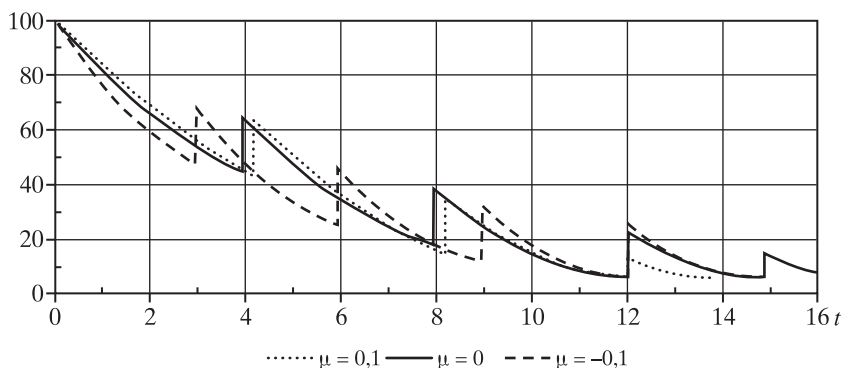


Рис. 3. Зависимости процентов годности машин от возраста при $r = 0,09$ и разных μ

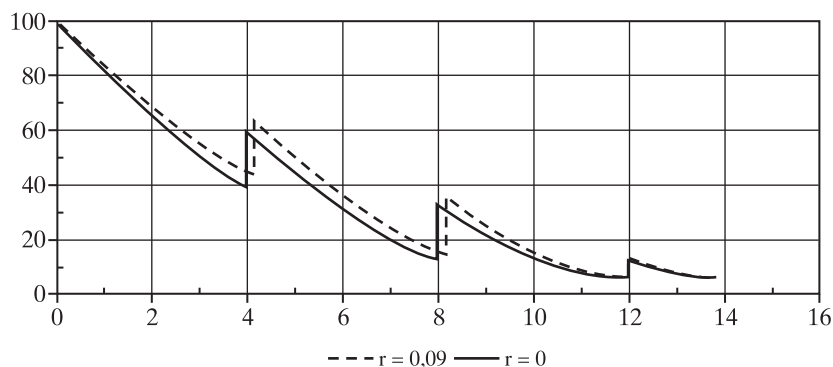


Рис. 4. Зависимости процентов годности машин от возраста при $\mu = 0,1$ и разных r

Влияние ставки дисконтирования на проценты годности таких же машин с $\mu=0,1$ показано на рис. 4. Из рисунка видно, что с увеличением ставки проценты годности имеют тенденцию к небольшому снижению. При отсутствии ремонтов этот вывод был обоснован в (Смоляк, 2008).

На коэффициенты годности влияет история использования машины. На рис. 5 приведены коэффициенты годности, рассчитанные при $r = 0,09$, $u = 0,06$, $p = 0,2$, $q = 0,3$, $\mu = 0,1$ для трех машин одной марки. Машина 1 стандартная с рациональным сроком службы 12 лет (она должна пройти первый ремонт в возрасте 4,2 года). Машины 2 и 3 имеют возраст 5 лет, но машина 2 только что вышла из ремонта, а машина 3 имеет ЭВЦ = 2 года.

У этих машин различаются ожидаемые сроки проведения очередного ремонта, хотя ожидаемые сроки службы машин различаются мало. Отметим, что на дату оценки коэффициент годности у машины 2 составляет 0,56, а у машины 3 – 0,44. Это значит, что их стоимости отличаются более чем на 20%. Таким образом, если строить зависимость стоимости машин этой марки от возраста по данным о ценах сделок, не обращая внимания на срок проведения последнего ремонта, то ее использование при оценке стоимости может дать ошибку не менее 10%.

Коэффициент годности машины, прошедшей первый ремонт (коэффициент восстановления w), в нашей модели определяется как $k(T_1, 0)$. В (Ковалев и др., 2003) указано, что значения w лежат в пределах от 0,65 до 0,8. Наши расчеты дают немного иные результаты.

На рис. 6 приведены зависимости коэффициента восстановления от q для стандартных машин с рациональным сроком службы 10 лет, у которых $u = 0,06$, $\mu = 0,15$, при $r = 0,09$ и трех значениях относительной стоимости ремонта p . На рис. 7 помещены графики аналогичных зависимостей для машин с рациональным сроком службы 15 лет, у которых $u = 0,06$, $\mu = 0,1$,

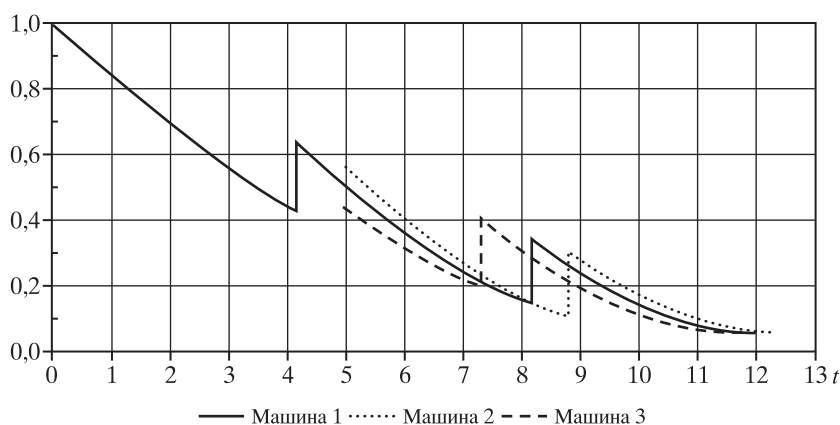


Рис. 5. Коэффициенты годности для машин с разной историей

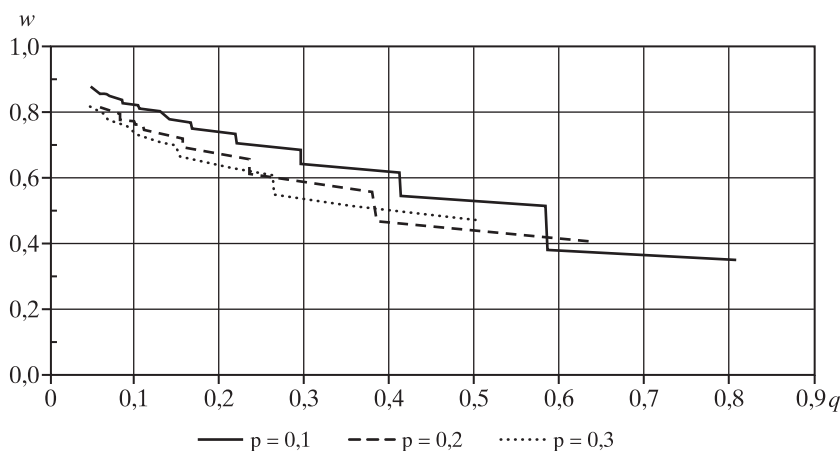


Рис. 6. Зависимости коэффициентов восстановления машин от q при $T = 10$, $\mu = 0,15$ и разных p

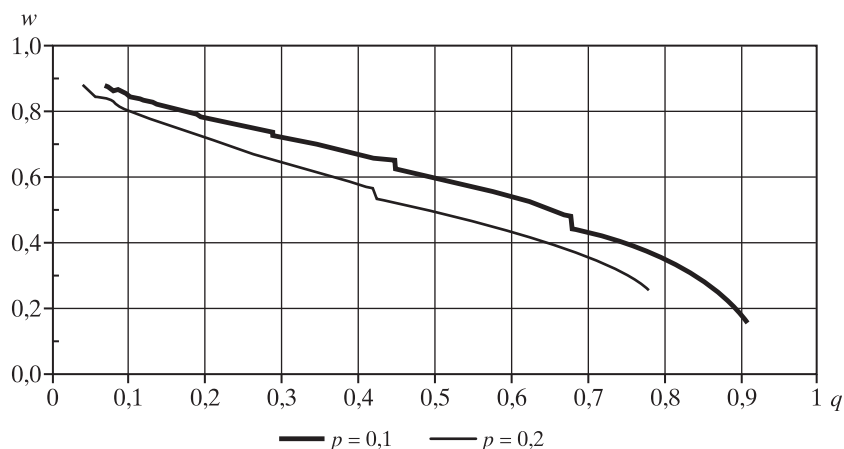


Рис. 7. Зависимости коэффициентов восстановления машин от q при $T = 15$, $\mu = 0,1$ и разных p

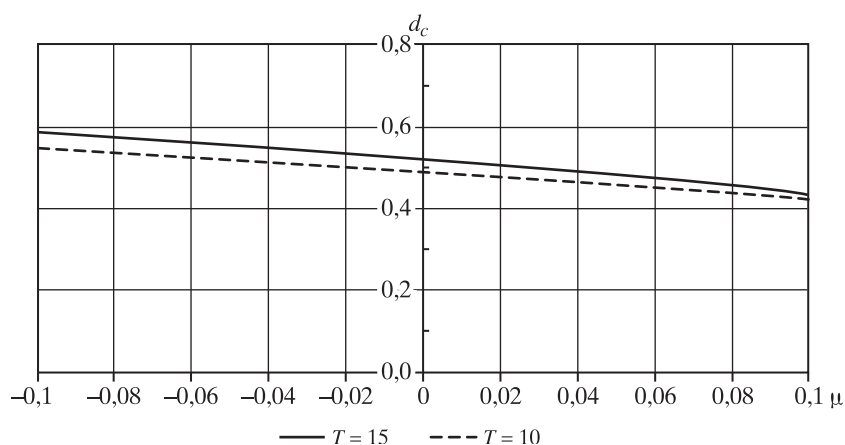


Рис. 8. Зависимость доли устранимого в общем износе машины в начале ее эксплуатации от μ для машин с разными сроками службы при $q = 0,3$

при $r = 0,09$ и двух значениях относительной стоимости ремонта p . Графики обрываются справа, когда проведение ремонта становится нецелесообразным.

Как видим, коэффициенты восстановления могут лежать в пределах от 0,65 до 0,8 при не слишком больших q , однако у таких машин будет большое число коротких межремонтных циклов. Например, у машины с $p = 0,1$ и $q = 0,25$ за 15 лет будет пять межремонтных циклов.

Расчеты позволяют оценить и долю d_c устранимого износа в общем износе машины в начале эксплуатации. Как отмечалось в разд. 4, в простейшей модели при q , близких к 0,3, эта доля должна быть близка к половине. Этот результат подтверждается и в более общем случае. На рис. 8 представлена зависимость d_c от μ для машин с рациональными сроками службы 10 и 15 лет. Как видим, при уменьшении μ указанная доля растет.

Чтобы использовать полученные соотношения для практической оценки, необходимо вначале определить входящие в них параметры L , H , q и μ . Их можно подобрать так, чтобы основные характеристики стандартной машины (ожидаемые число ремонтов и длительность межремонтного цикла, рациональный срок службы, коэффициент восстановления) согласовывались с данными рынка⁶ или рекомендациями технических специалистов.

⁶ Информацию о фактических коэффициентах восстановления можно получить из анализа предложений о продаже машин, в которых указывается возраст машины и упоминается, что перед продажей она прошла капитальный ремонт.

Обратим внимание на следующее обстоятельство. Как отмечалось выше, в построенных изложенным методом зависимостях $k(t, s)$ под t можно понимать как хронологический, так и эффективный возраст. Однако обычно информация о ценах сделок и/или предложения содержит сведения только о хронологическом возрасте машин. Именно на них приходится опираться при подборе параметров модели L, H, q и μ . Однако, когда эти параметры подобраны, соответствующей зависимостью можно воспользоваться при оценке стоимости конкретной машины, принимая за t ее эффективный возраст.

В заключение остановимся на методе установления входящего в расчетные формулы параметра μ , который мы рассматриваем как технологическую характеристику машин соответствующей марки (а возможно, и вида). Теоретически для определения μ достаточно знать стоимость машины в новом состоянии и стоимость какой-то поддержанной машины, эффективный возраст которой известен, либо стоимость только что отремонтированной машины. Однако исходной информацией для этого могут быть только рыночные цены машин, которые могут колебаться вокруг стоимостей, так что исходная информация должна включать данные о ценах многих машин разного возраста. При этом предположение о стабильности коэффициентов годности во времени, положенное в основу модели, позволяет использовать информацию о ценах сделок, совершенных не на дату оценки, а в другом, более раннем периоде, например в предыдущем полугодии. Предположим поэтому, что у нас есть информация о ряде машин данной марки, проданных в одном и том же периоде. При этом о каждой машине j известны цена приобретения⁷ K_j и эффективный возраст t_j . В таком случае рыночную стоимость машин в новом состоянии в этом периоде K^0 и параметр μ естественно определять так, чтобы “фактические” коэффициенты годности $k_{\phi j} = K_j / K^0$ возможно меньше отклонялись от “теоретических” $k(t_j, \mu)$. Для этого достаточно, например, минимизировать средний квадрат соответствующих отклонений $[k_{\phi j} - k(t_j, \mu)]$. Такая процедура была предложена в (Смоляк, 2008) и реализована применительно к грейдерам. Однако в данном случае появляется возможность использовать и дополнительную информацию – сведения о рыночных стоимостях машин сразу после проведения их капитального ремонта. Здесь роль “фактических” коэффициентов годности играют коэффициенты восстановления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Ковалев А.П., Королев И.В., Фаддеев П.В. (2006). Основы оценки стоимости машин и оборудования. М.: Финансы и статистика.
- Ковалев А.П., Кушель А.А., Хомяков В.С. и др. (2003). Оценка стоимости машин, оборудования и транспортных средств. М.: Интерреклама.
- МСО 2007 (2009). Международные стандарты оценки, 2007 / Пер. с англ. И.Л. Артеменков, Г.И. Микерин и др. М.: Российское общество оценщиков.
- Смоляк С.А. (2008). Проблемы и парадоксы оценки машин и оборудования: сюита для оценщиков машин и оборудования. М.: РИО МАОК.
- Смоляк С.А. (2009). Эргодические модели износа машин и оборудования // *Экономика и мат. методы*. Т. 45. № 4. С. 42–60.
- Смоляк С.А. (2010). Модели оценки износа машин и оборудования – II. В сб.: *Анализ и моделирование экономических процессов*. № 7. С. 69–82.
- Смоляк С.А. (2011а). О способах использования имущества // *Имущественные отношения в Российской Федерации*. № 7. С. 66–81.
- Смоляк С.А. (2011б). О способах использования имущества. (Окончание.) // *Имущественные отношения в Российской Федерации*. № 8. С. 24–37.
- California State Board (2012). Assessors' Handbook Section 581. Equipment and Fixtures Index, Percent Good and Valuation Factors. [Электронный ресурс] California State Board of Equalization. Режим доступа:

⁷ В эту цену, строго говоря, надо включать затраты на доставку машины к покупателю и (при необходимости) монтаж. Однако обычно считают, что коэффициенты годности не зависят от того, включены ли такие затраты в стоимость машины или нет. На этом основании в излагаемом алгоритме указанные затраты не учитываются.

<http://www.boe.ca.gov/proptaxes/pdf/ah58112.pdf>, свободный. Загл. с экрана. Яз. англ. (дата обращения: октябрь 2012 г.).

Marshall Valuation Service (2011). Marshall and Swift Publication Company. 915 Wilshire Blvd., 8th Floor, Los Angeles, CA 90017.

Oklahoma Tax Commission (2010). Oklahoma Business Personal Property Valuation Schedules. [Электронный ресурс] Режим доступа: http://www.tax.ok.gov/advform/BPP-2011-01_01_2011_final.pdf, свободный. Загл. с экрана. Яз. англ. (дата обращения: октябрь 2012 г.).

Поступила в редакцию
09.04.2012 г.

Valuation of Machines and Equipment in View of Curable and Incurable Depreciation

S. A. Smolyak

The dependence of the value of equipment on age is determined using a modified Discounted Cash Flows method. This assumes the most efficient use of evaluated equipment after valuation date (Highest And Best Use principle). The model uses available market and technical information and allows to evaluate used equipment taking its curable and incurable depreciation into account.

Keywords: plant&equipment, valuation, highest and best use, curable and incurable depreciation, overhaul, effective age, percent good factors, benefits, discounting.