
**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ**

**МОДЕЛИ РЕЗЕРВИРОВАНИЯ ПОДВИЖНОГО СОСТАВА
В ТРАНСПОРТНО-ЛОГИСТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ**

© 2013 г. **А.Ю. Иванов, С.А. Панов**

(Москва)

В работе рассматриваются проблемы исследования и анализа транспортно-логистических систем и задача резервирования подвижного состава автотранспорта и подходы к ее решению.

Ключевые слова: транспортно-логистическая система, резервирование подвижного состава, стохастическое программирование, оптимизационная модель.

Для современной экономики характерны высокие уровни конкуренции, неопределенности и глобализации. Стремительное развитие информационных технологий серьезно влияет на экономическую среду, в частности, существенно повышает доступность информации для покупателей, способствует повышению их потребительской грамотности, а также рыночной силы. Для того чтобы эффективно конкурировать в современных условиях, необходимо не только максимально полно удовлетворять, но даже превосходить постоянно возрастающие ожидания потребителей. Парадигма интегрированной логистики, пришедшая на смену классической маркетинговой, позволяет добиваться высоких результатов. Об этом свидетельствует успешный опыт корпораций и компаний, сделавших логистику ключевой компетенцией. Логистика для них больше, чем вспомогательный инструмент сокращения издержек. Она позволяет этим фирмам управлять цепочками поставок, строить сложные каналы распределения, проектировать и выводить на рынок новые виды товаров или услуг, управляя при этом структурой издержек.

Таким образом, логистика (в современном ее понимании) является наукой о системном обеспечении услуг. Помимо сложностей собственных функциональных составляющих, возникают дополнительные сложности при попытке интегрировать ее в единое целое для достижения наилучших результатов. Так, исследователи теоретических проблем развития интегрированной логистики насчитывают около 50 различных дисциплин, входящих в ее состав. Именно этот факт, по их мнению, образует краеугольный камень на пути развития формальных методов исследований и анализа.

Одной из основных функциональных составляющих логистики является транспорт. Естественным образом возникает требование, чтобы все составляющие логистической системы работали без сбоев и эффективно взаимодействовали между собой. Именно поэтому при рассмотрении транспортной логистики важную роль играет проблема надежности управления потоками.

Очевидно, что для оптимизации операций в реально функционирующих логистических системах необходим их тщательный научный анализ и экономико-математический аппарат для подготовки эффективных управленческих решений. Остановимся более подробно на рассмотрении задачи резервирования подвижного состава автотранспортного парка.

Начнем с вербальной постановки задачи резервирования. Реальным транспортно-логистическим системам присущи постоянные флуктуации спроса на перевозки. Очевидно, что при этом провозные возможности имеющегося в распоряжении подвижного состава автотранспортного парка либо недоиспользуются, либо их недостаточно для полного удовлетворения потребностей в перевозках. Следовательно, задача резервирования подвижного состава заключается в выборе оптимальной величины провозных способностей, которыми должна обладать транспортно-логистическая система.

Повышение эффективности в области управления резервом подвижного состава представляется весьма целесообразным и перспективным направлением исследований, поскольку непосредственно влияет как на полноту удовлетворения спроса в перевозках, оптимизацию издержек, связанных с автотранспортом, так и на конкурентоспособность в целом.

Очевидно, что вышеописанные флуктуации зависят от множества параметров, только часть из которых поддается управлению. Таким образом, для получения наиболее обоснованных результатов при планировании необходимо рассматривать неуправляемые параметры как случайные величины (например, воздействия внешней по отношению к среде данной системы). Поэтому будем разрабатывать и использовать недетерминированные, т.е. вероятностные, экономико-математические модели, наиболее полно удовлетворяющие нашим целям.

Однако, используя развитый математический аппарат, позволяющий точно описать поведение системы, состоящей из большого множества элементов и взаимосвязей между ними, мы, очевидно, повышаем и сложность модели. По-видимому, именно это является камнем преткновения на пути развития подходов к исследованию и решению задачи резервирования подвижного состава. Ведь при всей своей важности и актуальности она остается слабопроработанной.

Рассмотрим подходы к решению задачи резервирования подвижного состава на примере автотранспорта.

В работе (Панов, Поляк, Поносов, 1977) описываются методы экономико-математического моделирования стратегического развития автотранспортного парка. На их основе представляется возможным построение формальной задачи резервирования подвижного состава.

Перед тем как перейти к разработке оптимизационной модели, рассмотрим факторы, вызывающие вышеописанные флуктуации спроса на перевозки, условно разделив их на управляемые и неуправляемые. Управляемой переменной является величина приобретения единиц нового подвижного состава. Как показывает анализ процессов формирования автотранспортного парка и влияющих на них факторов, выбор оптимальной стратегии развития парка зависит от:

- текущего уровня состояния парка и характеристик его использования;
- прогнозируемого спроса на транспортные услуги в обслуживаемом районе;
- планируемого списания физически и морально устаревшего подвижного состава;
- ограничений различного рода, и прежде всего ограничений по объему инвестиций, направленных на приобретение нового подвижного состава.

Полностью неуправляемыми из этих факторов являются только величина и структура потребности в перевозках, которые задаются внешней средой. Конечно, можно выделять и другие существенные ограничения, в частности, ограничение на число водителей подвижного состава, которое становится все более актуальным. Однако с формальной точки зрения их учет в модели исследований не принципиален и не вызывает особых трудностей. Поэтому при разработке и анализе оптимизационных моделей в данной работе мы ограничимся учетом ограничения по капитальным вложениям.

В свою очередь, при выработке оптимальных управленческих воздействий по формированию автотранспортного парка капитальные вложения являются частично регулируемым фактором, поскольку в пределах выделенной величины инвестиций имеется возможность распределять денежные средства (например, по видам подвижного состава, по годам планового периода).

Действительные потребности транспортно-логистической системы в приобретении нового подвижного состава могут быть выявлены лишь при условии наиболее эффективного использования автотранспортного парка, имеющегося на начало периода планирования с учетом рационального распределения его провозных способностей по выполняемым перевозкам. Поэтому при рассмотрении модели развития автотранспортного парка необходимо в качестве искомых (управляемых) переменных, помимо перевозок, также изучать распределение подвижного состава по видам транспортных работ.

Вопрос о включении списания в число управляемых факторов модели тесно связан с возможностью существенного изменения возрастной структуры парка (без учета приобретения нового подвижного состава), т.е. с возможностью эксплуатировать автомобили в пределах рациональ-

ного для данных условий срока их службы, который, в свою очередь, устанавливается в ходе решения специальной задачи.

Целесообразно отметить, что теоретически существуют, по крайней мере, три основные стратегии списания подвижного состава, характеризующие интенсивность процессов обновления автотранспортного парка и обуславливаемые состоянием внешней по отношению к транспортно-логистической системе среды:

- списание наличного подвижного состава любого возраста по его фактическому техническому состоянию;
- списание подвижного состава в связи с его физическим износом (ранее истечения нормативного срока службы);
- списание подвижного состава только по нормативному сроку службы.

Проблемы списания и оценки износа машин и оборудования детально исследуются, например, в работе (Смоляк, 2008). В действительности нежелание/невозможность по тем или иным причинам инвестировать достаточно средств в замену автотранспортного парка приводит к эксплуатации подвижного состава в течение периодов, превышающих нормативный срок службы (что, естественно, увеличивает эксплуатационные издержки). Поэтому на практике стремятся, как правило, к полному использованию имеющегося автомобильного парка с учетом предполагаемого (по сложившемуся предельному сроку службы) списания автомобилей. В этой ситуации оптимизация возрастной структуры автотранспортного парка транспортно-логистической системы практически теряет смысл (хотя, безусловно, эта структура изменяется в результате ежегодного приобретения и списания автомобилей). Поэтому от ее представления в модели в явном виде можно отказаться.

Таким образом, при решении задачи оптимального развития парка списание будем определять вне оптимизационной модели – на этапе предварительного планирования, а затем учитывать в качестве неуправляемой (экзогенной) переменной.

Начальное состояние (величина и структура) автотранспортного парка вместе с указанными ранее ограничениями определяет область допустимых решений. Характеристики функционирования подвижного состава, показывающие эффективность его использования на различных видах перевозок грузов, можно разделить на две группы. Характеристики первой группы формируют условия удовлетворения спроса на перевозки (годовая выработка единицы транспортного ресурса). Характеристики же второй группы определяют экономические результаты деятельности предприятия. Они входят в состав целевой функции, т.е. математического выражения критерия оптимальности (эксплуатационные расходы при использовании единицы транспортного ресурса).

Формирование оптимизационной модели развития автотранспортного парка начнем с детерминированной постановки задачи. Введем обозначения: r – индекс типа подвижного состава, $r = 1, \dots, R$; j – индекс видов перевозок грузов, $j = 1, \dots, m$; t – индекс года планового периода, $t = 1, \dots, Z$; x_{jr}^t – неизвестный объем транспортного ресурса r , используемый при выполнении перевозок вида j в году планового периода t ; Z_r^t – неизвестная величина приобретения транспортного ресурса r в году t ; a_j^t – величина потребности в перевозках j в году t ; ω_{jr}^t – годовая производительность единицы транспортного ресурса r , используемого на перевозках j в году t ; z_j^t – величина списания транспортного ресурса r в году t ; c_{jr}^t – удельные годовые эксплуатационные затраты транспортного ресурса r , используемого на перевозках j в году t ; S_r^t – цена единицы транспортного ресурса r в году t ; $K(t)$ – капитальные вложения в году t планового периода, которые могут быть направлены на приобретение нового транспортного ресурса; E_r – нормативный коэффициент эффективности капитальных вложений. Его значение полагается равным 0,15; $\rho(\tau)$ – дисконтирующий множитель $\rho(\tau) = (1 + E_r)^{-\tau}$, где $\tau = -(t + t_0)$.

Детерминированная задача развития автотранспортного парка заключается в определении объема приобретения транспортного ресурса Z_r^t , а также величины и структуры инвентарного парка по видам перевозок x_{jr}^t в каждом году прогнозного периода, доставляющих минимум суммарных за весь период приведенных затрат и удовлетворяющих требованию полного обеспе-

чения спроса на перевозки, при выполнении ограничения на приобретение нового подвижного состава.

Формальная модель в этом случае имеет вид:

$$F = \left(\sum_{t=1}^Z \sum_{j=1}^m \sum_{r=1}^R \rho(\tau) c_{jr}^t x_{jr}^t + E_r \sum_{t=1}^L \sum_{r=1}^R \rho(\tau) S_r^t Z_r^t \right) \rightarrow \min. \quad (1)$$

Первое слагаемое целевой функции – текущие затраты на эксплуатацию автотранспортного парка, второе – приведенные капитальные затраты на приобретение новых автомобилей. Ограничение

$$\sum_{r=1}^R \omega_{jr}^t x_{jr}^t = a_j^t, \quad j = 1, \dots, m, \quad t = 1, \dots, z \quad (2)$$

показывает, что суммарные провозные возможности транспортных ресурсов, занятых в перевозках j , строго соответствуют величине спроса на данные перевозки. Выражение

$$\sum_{j=1}^m x_{jr}^t - \sum_{j=1}^m x_{jr}^{t-1} - Z_r^t + z_r^{t,t} = 0, \quad \sum_{j=1}^m x_{jr}^0 = x_r^0 \quad (3)$$

является уравнением динамики автотранспортного парка в плановом периоде. Величина списания подвижного состава r в году t , равная $z_r^{t,t}$, и наличие подвижного состава x_r^0 на начало рассматриваемого периода предполагаются известными. Размер списания может быть получен также на основе прогнозов среднего коэффициента списания $v_r^t = z_r^{t,t} / \sum_j x_{jr}^{t-1}$. В этом случае выражение примет вид

$$\sum_{j=1}^m x_{jr}^t - (1 - v_r^t) \sum_{j=1}^m x_{jr}^{t-1} - Z_r^t = 0. \quad (4)$$

Следующее неравенство показывает возможность приобретения нового подвижного состава, где правая часть – суммарные капиталовложения на период L . При этом выработка ω_{jr}^t , удельные затраты c_{jr}^t и цена единицы подвижного состава S_r^t являются средними величинами для каждого года t планового периода:

$$\sum_{t=1}^L \sum_{r=1}^R \rho(\tau) S_r^t Z_r^t \leq \sum_{t=1}^L K(t), \quad (5)$$

$$x_{jr}^t \geq 0, \quad Z_r^t \geq 0. \quad (6)$$

Для конкретизации решения вышеописанной модели необходимо задать размерность переменных x_{jr}^t и Z_r^t , а также величины спроса на перевозки грузов a_j^t . Неизвестные переменные представляется естественным измерять числом автомобилей. Однако подвижной состав должен быть ранжирован по грузоподъемности. Кроме того, поскольку требуемая структура парка по грузоподъемности подвижного состава в конечном счете определяется *партионностью* перевозок (т.е. структурой спроса по весу единовременной отправки), то и потребность в перевозках должна отражать данный признак структуры парка.

Если каждый вид потребности в перевозках дифференцирован по партионности, то с помощью данной модели развития парка можно определить план приобретения подвижного состава не только в структуре грузоподъемности транспортных средств, но и в разрезе конструктивной схемы его эксплуатации. Для этого путем предварительных расчетов устанавливаются максимальная и минимальная границы грузоподъемности прицепного подвижного состава $i \in I$, который может быть использован автомобилем типоразмера r . Далее необходимо ввести множество индексов подвижного состава и расширить его за счет добавления в модель полуприцепов и прицепов. Однако получить достоверную информацию такого рода на перспективу крайне сложно. Кроме того, потребность в перевозках обычно устанавливается планом в общей грузоподъемности различных групп автомобилей.

В связи с этим правомерно представить переменные оптимизационной модели в автомобильных, укрупненные по изготовителю подвижного состава марки r , относящейся к определенному типу (самосвалы, цистерны и т.д.). В то же время элемент j структуры спроса на перевозки, характеризующий прежде всего номенклатуру и партионность перевозимых грузов, измеряется в тоннах (т) и тонно-километрах (т-км).

Далее, чтобы не загромождать модель индексами, обозначим через j виды перевозок, а через r – типоразмеры подвижного состава, подразумевая, что каждый индекс идентифицирует исходные переменные в соответствии с заранее заданными требованиями.

Основные параметры (величина потребности в перевозках, выработка подвижного состава и др.) вышеприведенной модели рассматривались как детерминированные величины или как математические ожидания соответствующих случайных величин. Для получения более обоснованных решений следует учесть характерный для задач перспективного планирования фактор неопределенности.

Ситуации такого рода являются предметом исследования стохастического программирования, позволяющего в условиях неполноты информации (неопределенности) находить решения, минимизирующие в определенном смысле риск возможной ошибки. В моделях стохастического программирования в зависимости от конкретного содержания задачи можно рассматривать план (решение) либо как детерминированные, либо как случайные векторы, либо как состоящий из детерминированных и случайных векторов. В последнем случае детерминированный вектор соответствует предварительному решению, которое принимается до реализации условий задачи. Случайный вектор отвечает коррекции, вводимой в решение после наблюдения реализованных параметров условий задачи. Разработка предварительного плана и компенсация невязок – два этапа решения одной, так называемой, двухэтапной задачи стохастического программирования. В самом общем виде задача выглядит так:

$$\Phi(x) = MF(x, y(x, \varepsilon), \zeta) \rightarrow \min, \quad x \in X, y \in Y, \varepsilon, \zeta \in \Omega,$$

где $MF(\cdot)$ – математическое ожидание затрат на реализацию плана x и коррекцию $y(x, \varepsilon)$; $x = (x_1, \dots, x_n)$ – вектор предварительного плана; $y = (y_1, \dots, y_m)$ – вектор невязок, зависящий от выбранного (фиксированного) x_* и реализации случайных величин ε ; $\zeta \in \Omega$ – множество элементарных событий; X – множество допустимых планов x , которое предполагается выпуклым и замкнутым; Y – множество допустимых невязок y .

На первом этапе выбирается план x , который по мере реализации состояний внешней среды должен корректироваться на втором этапе. Таким образом, получаемое в результате оптимальное решение x^0 (при условии существования вектора компенсации невязок) становится устойчивым к возмущениям и состоит из двух частей: детерминированного плана и случайного плана коррекции.

Задача оптимального развития автотранспортного парка в условиях неполной информации естественным образом сводится к двухэтапной задаче стохастического программирования. Действительно, определив заранее потребность в приобретении подвижного состава на основании информации об априорных статистических характеристиках спроса на перевозки, показателей использования и вероятного списания подвижного состава, – невозможно гарантировать выполнения требуемых условий удовлетворения будущего спроса на перевозки, поскольку фактические значения параметров задачи могут значительно отклоняться в ту или иную сторону от тех, которые были заложены при планировании. После получения информации о реализации случайных параметров необходимо скорректировать план приобретения новых единиц подвижного состава, с тем чтобы компенсировать возникающие рассогласования (например, недоперевозка некоторого количества груза). Подобная коррекция требует дополнительных затрат, которые, по-видимому, больше необходимых для реализации предварительного плана. Так, из-за непредвиденного роста потребности в перевозках какого-либо груза, изменений условий работы подвижного состава и других аналогичных случайных событий потребуется увеличить капитальные вложения на приобретение необходимого подвижного состава или эксплуатировать устаревший, а значит, – менее выгодный с точки зрения минимизации эксплуатационных расходов автотранспортный парк.

В связи с этим целесообразно, исходя из прогноза реализации случайных параметров, оценить возможные последствия принятия тех или иных решений по развитию автотранспортного парка. При этом условно считается, что реализации случайных параметров известны за весь плановый период. По-видимому, более обоснованно считать, что информация о значениях случайных параметров условий поступает не сразу на весь период, а по мере накопления данных за каждый плановый период года. Это приводит к так называемой неполной многоэтапной постановке данной задачи. Однако ее реализация в настоящее время вызывает значительные вычислительные трудности.

Таким образом, потребуется найти такой план приобретения новых единиц подвижного состава $\{Z_r^t\}$ и такое распределение парка по видам перевозок $\{x_{jr}^t\}$ в каждом году планового периода, при которых математическое ожидание суммарных расходов, включающих приведенные транспортные затраты и потери от неполного удовлетворения потребности в перевозках и недоиспользования автомобилей, минимально, т.е.:

$$\Phi(x) = \min M_{\zeta} \left\{ \left[\sum_{t=1}^L \sum_{j=1}^m \sum_{r=1}^R \rho(\tau) c_{jr}^t(\zeta) x_{jr}^t + E_r \sum_{r=1}^R \sum_{t=1}^L \rho(\tau) S_r^t Z_r^t \right] + \right. \\ \left. + \min_{u_{jt}, v_{rt}} \Psi \left[u_{jt}(x_{jr}^t, \varepsilon), v_{rt} \left(Z_r^t \sum_{j=1}^m x_{jr}^t, \varepsilon \right) \right] \right\}. \quad (7)$$

При этом должны выполняться условия:

$$u_{jt}^+ - u_{jt}^- = a_{jt}(\varepsilon) - \sum_{r=1}^R \omega_{jr}^t(\varepsilon) x_{jr}^t, \quad j = 1, \dots, m; \quad t = 1, \dots, L; \quad (8)$$

$$v_{jt}^+ - v_{jt}^- = Z_r^t + \sum_{j=1}^m x_{jr}^{t-1} - \sum_{j=1}^m x_{jr}^t - b_r^t(\varepsilon), \quad r = 1, \dots, R; \quad t = 1, \dots, L; \quad (9)$$

$$\sum_{t=1}^L \sum_{r=1}^R \rho(\tau) S_r^t Z_r^t \leq \sum_{t=1}^L K(t); \quad (10)$$

$$x_{jr}^t \geq 0, \quad Z_r^t \geq 0, \quad u_{jr}^+ \geq 0, \quad u_{jr}^- \geq 0, \quad v_{jr}^+ \geq 0, \quad v_{jr}^- \geq 0, \quad (11)$$

где $a_j^t(\varepsilon)$ – случайная величина спроса на виды перевозок j в году t ; x_{jr}^t – неизвестная мощность парка подвижного состава типоразмера r , используемого на виде перевозок j в году t планового периода (x_r^0 – исходное состояние парка) (в автомобиле-тоннах); Z_r^t – неизвестная величина приобретения новых единиц подвижного состава типоразмера r в году t ; $\omega_{jr}^t(\varepsilon)$ – случайная величина годовой выработки, приходящейся на единицу мощности парка подвижного состава типоразмера r , занятого на виде перевозок j в году t ; $b_r^t(\varepsilon)$ – случайная величина списания подвижного состава типоразмера r в году t ; $c_{jr}^t(\zeta)$ – случайная величина удельных годовых эксплуатационных затрат единицы мощности подвижного состава типоразмера r , работающего на виде перевозок j ; u_{jr}^+, u_{jr}^- – величина, соответственно, недоперевозки груза и избытка провозных возможностей подвижного состава всех типоразмеров, выполняющих перевозки j в году t ; v_{jr}^+, v_{jr}^- – величина, соответственно, резерва и недостатка мощности парка подвижного состава типоразмера r в году t планового периода; S_r^t – удельная цена единицы мощности парка подвижного состава типоразмера r в году t ; $K(t)$ – капитальные вложения в году t , которые могут быть направлены на приобретение нового подвижного состава; M_{ζ} – математическое ожидание.

На первом этапе решается следующая линейная задача. Найти такой план $\{x_{jr}^t, Z_r^t\}$, который минимизирует функцию

$$\tilde{F}(x_{jr}^t, Z_r^t) = \sum_{t=1}^L \sum_{j=1}^m \sum_{r=1}^R \rho(\tau) \bar{c}_{jr}^t x_{jr}^t + E_r \sum_{r=1}^R \sum_{t=1}^L \rho(\tau) S_r^t Z_r^t \quad (12)$$

и удовлетворяет условиям:

$$\sum_{r=1}^R x_{jr}^t \bar{\omega}_{jr}^t \geq \bar{a}_j^t; \quad j = 1, 2, \dots, m; \quad t = 1, \dots, L, \quad (13)$$

$$\sum_{j=1}^m x_{jr}^t - \sum_{j=1}^m x_{jr}^{t-1} - Z_r^t + \bar{b}_r^t = 0; \quad r = 1, \dots, R; \quad t = 1, \dots, L, \quad (14)$$

$$\sum_{t=1}^L \sum_{r=1}^R \rho(\tau) S_r^t Z_r^t \leq \sum_{t=1}^L K(t), \quad (15)$$

$$x_{jr}^t \geq 0; \quad Z_r^t \geq 0, \quad (16)$$

где $\bar{a}, \bar{\omega}, \bar{c}, \bar{b}$ – математические ожидания случайных величин.

Таким образом, в этой задаче находится предварительный план развития при условии, что случайные параметры заменены своими математическими ожиданиями.

На втором этапе решается задача:

$$\Psi(u_{jt}, v_{rt}) = \left\{ \sum_{t=1}^L \sum_{j=1}^m [d_{jt}^+(u_{jt}^+) + d_{jt}^-(u_{jt}^-)] + \sum_{t=1}^L \sum_{r=1}^R [d_{rt}^+(v_{rt}^+) + d_{rt}^-(v_{rt}^-)] \right\} \rightarrow \min \quad (17)$$

при условиях:

$$u_{jt}^+ - u_{jt}^- = a_{jt}(\varepsilon) - \sum_{r=1}^R \omega_{jr}^t(\varepsilon) x_{jr}^t, \quad j = 1, \dots, m; \quad t = 1, \dots, L, \quad (18)$$

$$v_{jt}^+ - v_{jt}^- = Z_r^t + \sum_{j=1}^m x_{jr}^{t-1} - \sum_{j=1}^m x_{jr}^t - b_r^t(\varepsilon); \quad r = 1, \dots, R; \quad t = 1, \dots, L, \quad (19)$$

$$x_{jr}^t \geq 0; \quad Z_r^t \geq 0; \quad u_{jt}^+ \geq 0; \quad u_{jt}^- \geq 0; \quad v_{jt}^+ \geq 0; \quad v_{jt}^- \geq 0. \quad (20)$$

При этом в условиях (18), (19) значения x_{jr}^t и Z_r^t фиксированы и равны полученным на первом этапе, а значения случайных величин, которые находятся при реализации одного из возможных состояний природы, $\varepsilon \in \Omega$. Здесь вектор $d = \{d_{jt}^+, d_{jt}^-, d_{rt}^+, d_{rt}^-\}$, состоящий из компонент-констант, является оценкой штрафов за невыполнение условий задачи, определяемых предварительным планом x_{jr}^t, Z_r^t .

Известно, что множество планов задачи второго этапа непусто, когда технологические коэффициенты при векторе невязок u , которые входят в соотношения, описывающие допустимое множество Y , равны единице. Для выполнения этого условия необходимо в неравенство

$$\sum_{t=1}^L \sum_{r=1}^R \rho(\tau) S_r^t Z_r^t \leq \sum_{t=1}^L K(t)$$

ввести искусственные переменные q^+, q^- , а в функционал – $\Phi(\cdot)$ с коэффициентами (штрафом) $\tilde{d}^+$ и $\tilde{d}^-$. По смыслу неравенства коэффициенты $\tilde{d}^+ = 0, \tilde{d}^- = M$, где M – достаточно большое число.

Содержательная интерпретация других компонентов вектора коэффициентов d функционала $\Psi(\cdot)$ заключается в следующем. Коэффициенты d_{jt}^+ и d_{jt}^- являются соответственно оценками ущерба от недоперевозки грузов и штрафа от условного резерва провозных возможностей на виде перевозок j в году t .

Основная трудность задачи, решаемой на первом этапе, заключается в том, что не удастся в явном виде установить пространство случайных параметров и, кроме того, ограничения

$$u_{jt}^+ - u_{jt}^- = a_{jt}(\varepsilon) - \sum_{r=1}^R \omega_{jr}^t(\varepsilon) x_{jr}^t, \quad j = 1, \dots, m; \quad t = 1, \dots, L, \quad (21)$$

$$v_{jt}^+ - v_{jt}^- = Z_r^t + \sum_{j=1}^m x_{jr}^{t-1} - \sum_{j=1}^m x_{jr}^t - b_r^t(\varepsilon), \quad r = 1, \dots, R; \quad t = 1, \dots, L, \quad (22)$$

невозможно выписать для всех $\varepsilon \in \Omega$. Поэтому фактически невозможно получить функцию распределения величины, стоящей под символом математического ожидания в $\Phi(x, z)$. В частности, необходим поиск закона распределения (в зависимости от x) оптимального значения линейной функции $\Psi_{\min}(\cdot)$. Эти трудности могут быть частично преодолены путем сочетания прямых методов решения двухэтапной задачи стохастического программирования с методами имитационного моделирования.

Рассмотрим еще один из важных подходов к решению задачи резервирования подвижного состава с другой стороны. В работе (Бронштейн, Панов, 1973) рассматриваются экономико-математические методы, позволяющие вычислить вероятность недоперевозки грузов. С их помощью можно построить модель задачи определения размера резерва подвижного состава.

В стохастической модели выделены следующие подсистемы: 1) транспортный поток; 2) неисправности подвижного состава; 3) обслуживание подсистемы. Это, в свою очередь, потребовало разрешения проблемы определения размеров парка подвижного состава для целей надежного обеспечения процесса перевозки продукции автотранспортом, причем сопоставлению подлежат, с одной стороны, издержки, связанные со стоимостью этого резерва, с другой – издержки, возникшие в результате невыполнения заданий по перевозке грузов.

В общем виде новая задача может быть сформулирована так: имеется заданный план приобретения ресурсов подвижного состава, перевозки и потребления грузов; определен оптимальный (или близкий к нему) план транспортировки продукции по набранному упорядоченному по некоторому признаку множеству допустимых маршрутов (под допустимостью понимаем соблюдение экономических, организационных, технологических ограничений, выдвигаемых практикой). Необходимо, учитывая влияние случайных факторов (таких как время обслуживания единицы подвижного состава под погрузкой–разгрузкой, скорости движения автомобиля в транспортном потоке и т.п.), определить величину резерва подвижного состава, обеспечивающего процесс перевозки продукции по данному плану с заданной вероятностью или минимизирующего сумму затрат на содержание и эксплуатацию резерва и издержек, связанных с наличием невывезенного груза.

В работах (Панов, 1964; Аникевич, Грибов, Романовский, 1966; Житков, Ким, 1982) рассматриваются методы построения оптимальных маршрутов перевозки грузов, которые могут быть использованы для решения подобной задачи.

Предложим экономико-математическую модель задачи определения размера резерва подвижного состава для выполнения заданного плана транспортировки грузов по некоторому множеству допустимых маршрутов (например, по набору оптимальных маршрутов, полученных указанным выше методом). Будем считать, что все маршруты имеют единичную интенсивность или приведены к таковым.

Предположим, что нам известны:

1) $\varphi_i^{(s)}$ – плотность распределения вероятных значений времени движения по звену i маршрута s (звенья занумерованы в порядке их прохождения по маршруту);

2) $f_j(t)$ и $g_j(t)$ – плотности распределения времени простоя в пунктах погрузки и разгрузки соответственно;

3) $\bar{p}^{(s)}(l^{(s)})$ – вероятность возникновения неустранимой (требующей замены автомобиля резервным) поломки автомобиля, находящегося на маршруте s , в зависимости от пройденного расстояния $l^{(s)}$ от начала маршрута;

4) $p_i^{(s)}(l^{(s)})$ – вероятность возникновения устранимой поломки вида i у автомобиля, находящегося на маршруте s , в зависимости от пройденного расстояния $l^{(s)}$ от начала маршрута;

5) $l_0^{(s)}$ – плотность распределения времени устранения поломки вида i в точке маршрута s , отстоящей от его начала на расстояние, которое можно определить по формуле:

$$\eta_i^{(s)}(t; l_0^{(s)}) = h_i(t) p_i^{(s)}(l_0^{(s)}) + \delta(t) [1 - p_i^{(s)}(l_0^{(s)})], \quad (23)$$

где $\delta(t)$ – дельта-функция Дирака:

$$\delta(t) = \begin{cases} 0, & \text{если } t \neq 0; \\ \infty, & \text{если } t = 0, \end{cases}$$

и $\int_{t_1}^{t_2} \delta(t) dt = 1$, если отрезок $[t_1, t_2]$ включает точку 0.

Введем допущение о невозможности совмещения во времени нескольких устранимых поломок вида i . Также предположим, что известна плотность распределения времени движения $\theta_j^{(s)}(t)$ до пункта j погрузки по маршруту s (с учетом времени, затраченного на погрузочно-разгрузочные операции и устранение поломок). Плотность распределения может быть вычислена, например, с помощью методов, рассмотренных в работе (Панов, 1969).

Будем считать, что груз из пункта j погрузки не вывезен по маршруту s , если произошло одно из следующих событий:

а) время движения до пункта погрузки превышает некоторый предел T , причем не произошло события из пункта б);

б) на пути до пункта j произошла неустраняемая поломка автомобиля.

Вероятность недоперевозки груза можно определить по формуле:

$$P_i^{(s)} = [1 - \bar{p}^{(s)}(l_i^{(s)})] \left[1 - \int_{-\infty}^T \Theta_j^{(s)}(t) dt \right] + \bar{p}^{(s)}(l_i^{(s)}) = 1 - [1 - \bar{p}^{(s)}(l_i^{(s)})] \int_{-\infty}^T \Theta_j^{(s)}(t) dt. \quad (24)$$

Если время движения и время погрузочно-разгрузочных операций распределены по нормальному закону, то все вычисления упрощаются, так как композиция нормальных законов распределения есть нормальный закон (как сумма двух случайных величин).

Таким образом, можно вычислить вероятность недоперевозки грузов из всех пунктов погрузки.

По найденным вероятностям можно подсчитать (суммируя вероятности, поскольку все маршруты имеют единичную интенсивность) среднее количество (математическое ожидание) a_{cp} невывезенного по всем маршрутам груза.

Поскольку величина перевозки груза зависит от ряда факторов (в том числе и неуправляемых), она имеет случайный характер. Будем считать, что автомобиль, находящийся в резерве, после выхода на линию с вероятностью, равной единице, перевозит q единиц груза. Тогда среднее число необходимых резервных автомобилей составит $N_{cp} = a_{cp}/q$.

Используя найденные по предыдущей формуле вероятности $p_i^{(s)}$, можно подсчитать вероятности недоперевозки груза в пределах от нуля до полного объема, предъявленного к перевозке.

Но это требует рассмотрения $2^{\tilde{m}}$ различных комбинаций ($\tilde{m}$ – суммарное число перевозок груза по всему набору маршрутов), что, очевидно, связано с существенными вычислительными трудностями при решении практических задач.

Однако для построения гистограммы распределения величины невывезенного груза можно воспользоваться методом статистических испытаний Монте-Карло. Испытание состоит в получении $\tilde{m}$ -размерного вектора, компоненты которого равномерно распределены на отрезке $[0, 1]$. Если компонента случайного вектора, соответствующая пункту j погрузки на некотором маршруте s , не превышает вероятности $p_i^{(s)}$, то полагаем, что груз из пункта j не вывезен.

Таким образом, можем подсчитать общее количество невывезенного груза в данном испытании. Многократно повторяя реализацию случайного вектора, можем с заданной точностью (при заданной доверительной вероятности) аппроксимировать плотность распределения величины невывезенного груза найденной относительной частотой.

Пользуясь полученной гистограммой, можем (в предположении, что каждый резервный автомобиль вывозит определенное количество груза) определить число резервных автомобилей, необходимых для транспортировки невывезенного груза с заданной вероятностью.

Возможна постановка задачи нахождения минимума средней суммы штрафов за недоперевозку продукции и расходов на содержание резерва. Для этого необходимо зафиксировать некоторое число резервных автомобилей и, пользуясь полученной гистограммой, вычислить математическое ожидание величины невывезенного груза. Умножив эту величину на размер штрафа и прибавив затраты на содержание данного резерва, получим среднюю сумму затрат, после чего, перебрав возможные интервалы числа резервных автомобилей, найдем минимум искомой величины.

В заключение хотелось бы отметить, что актуальность данной проблемы обусловлена непреодолимым требованием улучшения качества работы автотранспорта, возрастанием интенсивности использования имеющихся в его распоряжении ресурсов, а также стабильным ростом спроса на автомобильные перевозки грузов.

Несмотря на актуальность задачи резервирования подвижного состава на автотранспорте и, в частности, очевидные выгоды, которые могут быть извлечены при нахождении ее оптимальных решений, данная проблема по-прежнему остается малопроработанной с научной точки зрения. Повышение эффективности при планировании потребного числа единиц подвижного состава, необходимых для максимально полного удовлетворения потребности в перевозках при оптимальной величине издержек, может быть достигнуто с помощью научного анализа и последующего моделирования. Очевидно, что существующие экономико-математические модели резервирования подвижного состава в общем случае не позволяют найти оптимальное решение (либо ввиду наложенных ограничений, либо ввиду большой вычислительной сложности).

Подводя итог анализу моделей задачи резервирования подвижного состава, можно сделать вывод, что вопрос о том, к каким реально функционирующим транспортно-логистическим системам они применимы, остается предметом дальнейшего исследования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Аникевич А.А., Грибов А.Б., Романовский И.В. (1966). Об одной задаче маршрутизации перевозок // *Кибернетика*. № 1.
- Бронштейн М.Л., Панов С.А. (1973). Модель развития автотранспортного парка. В сборнике научных трудов ЦЭМИ АН. М.: ЦЭМИ АН.
- Житков В.А., Ким К.В. (1982). Методы оперативного планирования грузовых автомобильных перевозок. М.: Транспорт.
- Панов С.А. (1964). Метод решения задач маршрутизации перевозок массовых строительных грузов // *Автомобильный транспорт*. № 5.
- Панов С.А. (1969). Современные экономико-математические методы в управлении и планировании на автомобильном транспорте. М.: Высшая школа.
- Панов С.А., Поляк А.М., Поносов Ю.К. (1977). Методические вопросы совершенствования управления процессами развития автотранспортных организаций. В сборнике научных трудов "Проблемы развития автомобильного транспорта". М.: НИИАТ.
- Смоляк С.А. (2008). Модели оценки износа машин и оборудования. В сборнике "Анализ и моделирование экономических процессов" / Под ред. В.З. Беленького. Вып. 5. М.: ЦЭМИ РАН.

Поступила в редакцию
29.03.2012 г.

Models of Rolling Stock Reservation in Transportation Logistics Systems

A.Yu. Ivanov, S.A. Panov

Issues related to research and analysis of transportation logistics systems is reviewed. Rolling stock reservation problem is examined and related problem solving techniques are considered.

Keywords: automotive transport, rolling stock reservation, stochastic programming, optimization model.