ЭКОНОМИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ, 2013, том 49, № 3, с. 57–68

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОБ ОПТИМАЛЬНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ РЕСУРСОВ К ПРОБЛЕМЕ НАЗНАЧЕНИЯ ЦЕНЫ ЗА ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ*

© 2013 г. А.Н. Козырев, И.В. Неволин

(Москва)

В статье обсуждается применение алгоритма решения задачи об оптимальном распределении ресурсов к задаче об оптимальном назначении вознаграждения за использование интеллектуальной собственности. Указаны условия применимости и изложен пример использования алгоритма при оптимизации ставок роялти в сделках по передаче технологии.

Ключевые слова: передача технологий, лицензирование, оптимизация роялти, линейное программирование.

ВВЕДЕНИЕ

Вознаграждение за использование результатов интеллектуальной деятельности – одна из ключевых тем экономики знаний (Макаров, 2003), или, если смотреть более узко, экономики интеллектуальной собственности. В экономической литературе этой теме посвящено много работ, которые можно разделить на два практически непересекающихся потока. Первый поток – теоретические исследования, как правило, либо с применением математических моделей и фундаментальных свойств знаний, либо с явной или с неявной апелляцией к ним, но без учета многих важных деталей. В этом ряду прежде всего стоит упомянуть работу (Arrow, 1962) или ее более ранний и менее известный вариант (Arrow, 1959), в которых был сформулирован известный парадокс[1], часто упоминаемый в последующих теоретических работах и, что примечательно, давно решенный в практике лицензионной торговли ноу-хау. Следующая веха в этом ряду – работа (Demsetz, 1970) о частной поставке публичных благ. После нее число публикаций по теме приобрело лавинообразный характер (Liebowitz, Watt, 2006, обзор литературы). И все же, как справедливо отмечено в (Varian, 1999), теория до сих пор катастрофически отстает от практики. В лучшем случае, теория с применением моделей обосновывает правила, давно понятые и применяемые практиками. Например, в работе (Bhattacharya, Guriev, 2004) показана целесообразность разделения выплат по лицензионному договору на единовременный (паушальный) платеж и роялти – периодические платежи, выплачиваемые в зависимости от объема использования запатентованного технического решения покупателем лицензии (лицензиатом). Роялти обеспечивают заинтересованность лицензиара (продавца лицензии) в успехе лицензиата. Кроме того, роялти позволяют справедливо разделить риски между сторонами. Эти выводы полностью согласуются с практикой, более того, с точки зрения практики лицензионной торговли это – почти банальность.

Публикации, составляющие второй поток, как правило, посвящены относительно частным вопросам, связанным с расчетом вознаграждения, выплачиваемого лицензиару, в том числе ставки роялти, устанавливаемой в зависимости от конкретных условий сделки и множества частных

---

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 13-06-00289).

[1] Пока знание не раскрыто, не очень понятно, за что платить, а когда раскрыто, не очень понятно, зачем платить. Впрочем, это касается только неохраняемых знаний.

факторов. Таких факторов может быть достаточно много, так как передача технологии предполагает передачу не только права выпускать продукцию с использованием передаваемой технологии, т.е. собственно лицензии, но и технической документации, оборудования, обучение персонала и т.д. Взамен правообладатель (лицензиар) получает вознаграждение, рассчитываемое и выплачиваемое по достаточно сложной схеме, как правило, включающей и единовременный платеж, и роялти.

Исследователи и практики деятельности по передаче технологий (Burhop, Lubbers, 2009; Dechenaux et al., 2003; Dechenaux et al., 2009; Kim, Vonortas, 2006; Волынец-Руссет, 1999) сообщают о различных способах выплаты такого вознаграждения. Схема – паушальный платеж и выплаты в виде роялти как процент от выручки – наиболее распространенный, хотя и частный случай. Реально же роялти могут быть привязаны не только к выручке, а ставка роялти может быть не только постоянной, но и понижающейся и даже повышающейся (Волынец-Руссет, 1999), что обеспечивает дополнительную гибкость лицензионному договору и расширяет поле для переговоров.

В настоящей работе рассматривается именно этот аспект лицензионной торговли, но в отличие от указанных выше работ, которые основаны на обобщении практики, здесь методы исследования полностью формализованы. При построении формальной модели основное внимание уделяется ставкам роялти и возможности их изменения от периода к периоду. Паушальный платеж предполагается неизменным. Это соответствует распространенному среди практиков мнению (Волынец-Руссет, 1999) о том, что основной смысл паушального платежа – покрытие расходов лицензиара на ведение переговоров, т.е. его природа совсем иная, чем природа роялти. При построении модели его удобно считать равным нулю, что не ограничивает общности, так как эти переменные независимы. Также без ограничения общности можно предположить, что периодичность выплат роялти – один год. Роялти исчисляются как доля выручки лицензиата и рассчитываются умножением годовой выручки на процентную ставку (ставку роялти). Далее каждый год в течение всего срока действия договора производитель – получатель лицензии, именуемый также “лицензиат”, обязуется перечислять роялти на расчетный счет лицензиара.

В лицензионном договоре, о чем уже говорилось выше, фиксируется схема выплат, в том числе ставки роялти для каждого периода, которые могут быть, вообще говоря, разными, т.е. для каждого периода своя ставка роялти. Разумеется, подобное условие – это крайность, неизвестная в практике лицензионной торговли. Более реалистично предполагать, что ставка роялти может понижаться один–три раза за время действия договора или, еще менее вероятно, в какой-то момент повышаться. Во многом это связано со сложностью лицензионных договоров. Поэтому можно предположить, что при наличии технической поддержки переговоров стороны смогут договариваться и в том случае, когда ставка роялти своя для каждого периода. Кроме того, следует иметь в виду, что ставки роялти обычно составляют относительно малую долю выручки и меняются в ограниченном диапазоне. В зависимости от отрасли этот диапазон может быть 1–3, 6–10 или даже до 25% (в фармацевтической промышленности).

Следующий важный аспект, который необходимо иметь в виду, это субъективность оценок сторонами выгодности лицензионного договора. Каждая из сторон, оценивая условия договора, и прежде всего размеры ожидаемых лицензионных платежей, исходит из собственного видения будущего. По этой причине один и тот же набор ставок роялти (по годам) представляется сторонам в виде разных, строго говоря, денежных потоков в одни и те же годы. Кроме того, в общем случае стороны имеют различные возможности вложения свободных средств и разные возможности заимствования. А это значит, что изменение стоимости денег во времени для них происходит по-разному. И, наконец, у сторон может быть разное отношение к риску. В совокупности эти различия дают разную относительную ценность одного процента ставки роялти для разных сторон по договору. Иными словами, возможен взаимовыгодный обмен или, точнее, взаимные уступки сторон по ставкам роялти в разные периоды, воспринимаемые ими как выгодные для обеих сторон, т.е. можно говорить об улучшении условий договора по Парето.

Математически задача оптимизации условий договора по Парето может быть сформулирована в различных вариантах, зависящих от того, как формализованы предпочтения сторон и какие дополнительные условия накладываются на их действия. В частности, эта задача может быть сформулирована как задача многокритериальной оптимизации, где каждая из сторон стремится максимизировать чистую приведенную стоимость от реализации договора при каких-то разумных ограничениях. Для решения задач этого типа разработано несколько методов (Гольштейн и др., 1990; Иванова, 1998; Стронгин и др., 1993; Тененев, 2006). Однако в данной работе речь идет не только о нахождении оптимального по Парето решения. Помимо этого предполагается, что на каждом шаге алгоритма должно быть улучшение положения обеих сторон, т.е. каждый шаг может интерпретироваться как взаимовыгодный обмен уступками. Кроме того, обмен информацией между сторонами должен быть сведен к минимуму. Поэтому применяется специальная версия градиентного метода, допускающего распараллеливание вычислительного процесса. Это позволяет реализовать алгоритм как сервис, работающий на удаленном сервере, к которому обе стороны имеют доступ через логин и пароль.

АЛГОРИТМ ПЕРЕХОДА К ОПТИМАЛЬНОМУ НАБОРУ СТАВОК

Модельная ситуация, к которой применимы рассуждения настоящей статьи, описывается следующим образом. Имеется разработка, права на использование которой передаются промышленному предприятию (лицензиату) для выпуска некоторой продукции. Взамен лицензиар получает вознаграждение в виде роялти, рассчитываемого как процент от выручки лицензиата за отчетный период (финансовый год). Для каждого периода предполагается своя ставка роялти и определены все параметры договора, кроме цены сделки – набора ставок роялти в течение всего срока действия договора. Поскольку агенты зафиксировали некоторые параметры договора, очевидно, ими уже проведен, как минимум, один раунд переговоров, в ходе которого было сформировано множество допустимых ставок роялти, а также начальный набор ставок в качестве отправной точки для дальнейшего обсуждения цены сделки. Допустимое множество значений ставки роялти в общем случае представлено отрезком $[r_{\min}, r_{\max}] \subset [0, 1]$. Несовпадение с объемлющим отрезком [0, 1] объясняется тем, что на практике сделки по передаче технологий заключаются при ставках внутри некоторого диапазона значений, характерного для отрасли лицензиата. Каждый участник сделки может привлекать краткосрочные займы и осуществлять краткосрочные инвестиции сроком на один год. Требуется определить Парето-оптимальный набор ставок роялти, достижимый при движении из начальной точки переговоров.

В (Неволин, 2013) описан подход к моделированию лицензионных переговоров, при котором участники представлены в виде задач линейного программирования. Один из методов реализации данного подхода опирается на предположение, что каждый агент максимизирует личное потребление, распределяя на финансовом рынке ресурсы, которые становятся доступны ему в результате выполнения лицензионного договора. Соответственно, задача агента s выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n} D_i^s EN_i^s \to \max; \\ -\sum\limits_{j=1}^{J} g_{ij}^s a_j^s + EN_i^s \le t_i^s \pi_i^s(t^s), \quad i = 1, ..., n; \\ a_j^s \le a_j^s(\max), \ j = 1, ..., J; \\ EN_i^s \ge 0, \end{cases}$$

где D_i^s – коэффициент дисконтирования в периоде i; EN_i^s – потребление в периоде i, $s = le$ для лицензиата и $s = lr$ для лицензиара; g_{ij}^s – доход от проекта или инструмента j в период i; a_j^s – денежный вклад в инструмент j агента s или масштаб участия в доступных ему проектах (кроме лицензионного); $\pi_i^s(t^s)$ – произведение разности максимальной и минимальной допустимых ставок роялти на ожидаемую агентом выручку от проекта в момент времени i при условии, что агенту s

удастся отстоять в переговорах долю t^s. Естественно предполагать, что $diag(t_1^s, ..., t_n^s)\pi^s(t^s)$ являются монотонными функциями в том смысле, что если $(p, \hat{t}^s) \le (p, t^s)$, $p > 0$, то

$$(p, \mathrm{diag}(\hat{t}_1^s, ..., \hat{t}_n^s)\pi^s(\hat{t})) \le (p, diag(t_1^s, ..., t_n^s)\pi^s(t^s)), \;\; p > 0.$$

Задачу можно переписать в матричной форме, если ввести следующие обозначения:

$$\begin{bmatrix} EN_1^s \\ \cdots \\ EN_n^s \\ a_1^x \\ \cdots \\ a_j^s(\max) \end{bmatrix} = x^s, \quad \begin{bmatrix} t_1^s\pi_1^s(t^s) \\ \cdots \\ t_n^s\pi_n^s(t^s) \\ a_1^s(\max) \\ \cdots \\ a_n^x(\max) \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix} = b(t^s), \quad \begin{bmatrix} E & -G^s \\ 0 & E \\ -E & 0 \end{bmatrix} = M^s, \quad \begin{bmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \end{bmatrix} = E -$$

единичная матрица соответствующего размера ($n \times n$ или $J \times J$),

$$\begin{bmatrix} g_{11}^s & \cdots & g_{1J}^s \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ g_{n1}^s & \cdots & g_{nJ}^s \end{bmatrix} = G^s, \quad \begin{bmatrix} D_1^s \\ \cdots \\ D_n^s \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix} = c^s, \quad \begin{cases} (c^s, x^s) \to \max; \\ M^s x^s \le b(t^s). \end{cases}$$

В (Козырев, 1975) описан алгоритм решения задачи распределения ресурсов, который можно применить к задаче оптимизации роялти, когда каждый агент представлен в виде задачи линейного программирования. Для этого задачи агентов переписываются в каноническом виде

$$\begin{cases} (c^s, x^s) \to \max; \\ M^s x^s + E\xi = b(t^s), \end{cases}$$

$s = \{le, lr\}$, где E – единичная матрица $n \times n$, ξ – набор дополнительных переменных. Двойственная к ней задача имеет вид

$$\begin{cases} (y^s, b(t^s)) \to \min; \\ [M^s \;\; E]' y^s \ge \begin{bmatrix} c^s \\ \dot{c} \end{bmatrix}, \end{cases}$$

где y^s – двойственная переменная, $\dot{c}$ – нулевой n-мерный вектор, а штрих обозначает операцию транспонирования. Согласно (Козырев, 1975), для поиска оптимума по Парето необходимо:

1) для каждого агента найти такое решение двойственной задачи $\bar{y}^s$, что оно является наименее удаленным от луча с направляющим вектором $l = \bar{y}^{le} + \bar{y}^{lr}$ в смысле евклидовой метрики (проблемы проецирования вектора на многогранники рассмотрены, например, в (Стецюк, Нурминский, 2010));

2) проверить базисное множество – исключаются строки матрицы $[M^s \;\; E]'$, соответствующие неактивным ограничениям двойственной задачи, и включаются строки, соответствующие актив-

ным ограничениям двойственной задачи. Если a_j^s – столбец j матрицы $[M^s \quad E]$, а c_j^s – элемент с номером j вектора $\begin{bmatrix} c^s \\ \dot{c} \end{bmatrix}$, то a_j^s входит в базис, когда $(a_j^s, y^s) = c_j^s$;

3) для агента $s = \{le, lr\}$ найти матрицу B^s, обратную к базисной матрице, составленной из базисных столбцов a_j^s;

4) построить вектор $e^s = \bar{y}^s - (\bar{y}^s, l)l/(l, l)$ для каждого $s = \{le, lr\}$;

5) определить все числа $\lambda^s \,|\, B^s b^s(t^s + \lambda^s e^s) \geq 0$, $s = \{le, lr\}$;

6) рассчитать новые доли $\bar{t}^s = t^s + \min(\lambda^s)e^s$, $s = \{le, lr\}$;

7) при новых долях повторить шаги (1)–(6).

Для того чтобы показать сходимость данного алгоритма, необходимо доказать, что набор $(\bar{y}^s / \sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i^s, \bar{t}^s)$ является равновесием в смысле Розенмюллера (Розенмюллер, 1974): точка (p, t), где $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$, называется равновесием, если $(p, t) \leq (p, a)$ и $z(t) = \max\limits_{(p, t) \leq (p, a)} z(t)$, где a – начальное распределение долей.

Существование равновесия следует из монотонности предпочтений, описываемых функцией $z(t^s) = (c^s, x_*^s)$, где x_*^s – решение задачи при данном значении параметра t^s.

Лемма. *Если $t^s\pi(t_s)$ – монотонная функция, а ограничения в задаче выпуклые, то* $(\bar{y}^s / \sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i^s, \bar{t}^s)$ *является равновесием.*

Доказательство. Рассмотрим значение параметра $t^s \,|\, (\bar{y}^s, t^s) \leq (\bar{y}^s, \check{t}^s)$. Соответствующая ему двойственная оценка представляет собой решение двойственной задачи, поэтому $z^s(t^s) = (y^s, b(t^s)) \leq (\bar{y}^s, b(t^s)) \leq (\bar{y}^s, b(\bar{t}^s)) = z^s(\bar{t}^s)$. Последнее неравенство следует из условия монотонности функций $\mathrm{diag}(t_1^s, ..., t_n^s)\pi^s(t^s)$: если $(p, \hat{t}^s) \leq (p, t^s), p > 0$, то $(p, diag(\hat{t}_1^s, ..., \hat{t}_n^s)\pi^s(\hat{t}^s)) \leq (p, \mathrm{diag}(t_1^s, ..., t_n^s)\pi^s(t^s))$, $p > 0$. Следовательно, $\bar{t}^s$ является более предпочтительным набором по сравнению с t^s, и

$$z^s(\bar{t}^s) = \max_{(\bar{y}^s / \sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i^s, t^s) \leq (\bar{y}^s / \sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i^s, \bar{t}^s)} z^s(t^s).$$

Таким образом, перейдя от ставок роялти к долям характерного интервала ставок, можно использовать рассуждения из (Козырев, 1975) для доказательства сходимости алгоритма к оптимальному по Парето набору долей, а следовательно, и ставок роялти.

Итак, к решению задач агентов применим алгоритм, указанный в (Козырев, 1975), и он состоит из семи шагов:

1) вычислить двойственные оценки y^s в задаче математического программирования для каждого агента;

2) проверить базисное множество решения задачи;

3) найти матрицу, обратную к матрице из базисных элементов;

4) построить вектор, задающий направление перехода в следующее состояние;

5) задать масштаб сдвига вдоль выбранного направления;

6) определить новое распределение долей;

7) найти новое решение в прямой задаче.

Однако на практике агенты обычно не решают задач математического программирования, поскольку стороны переговоров не в силах обозреть все доступные им альтернативы и формализовать свои ограничения. Во всяком случае это достаточно трудно сделать и, как правило, не оправдано экономически. Однако агент может и должен высказать свое отношение к предлагаемому набору – соглашаться, отвергать и выдвигать контрпредложения. Поэтому при обслуживании реальных переговоров возможно использование других способов описания предпочтений. В частности, предпочтения агентов могут быть заданы сразу в виде векторных полей (Булавский, 1982) или полей многогранников (Козырев, 1984).

Решение задачи линейного программирования определяет однозначное отображение между набором долей и уровнем полезности агента. Особенно отчетливо данную зависимость можно заметить при взгляде на двойственную задачу оптимизации. Если набор долей входит в ограничения в явном виде, а не как аргумент функции, двойственная задача принимает вид:

$$\begin{cases} (y^s, t^s) \to \min; \\ [M^s \;\; E]' y^s \geq \begin{bmatrix} c^s \\ \dot{c} \end{bmatrix}. \end{cases}$$

Целевой функционал двойственной задачи явно зависит от набора долей, а двойственные оценки являются компонентами субдифференциала целевого функционала. Поэтому механизм улучшения лицензионного договора может строиться не на выявлении прямой задачи линейного программирования, а на выявлении двойственных оценок долей. Экономический смысл двойственных оценок – индивидуальные “цены” долей каждого периода для конкретного агента. То есть они отражают то, чем готов пожертвовать агент в обмен на предложенную ему долю. Тогда улучшение строится на последовательном предложении агентам различных вариантов договоров.

На первом шаге агентам предлагается начальный договор – стороны могли определить его на предварительных стадиях, и им известны предельные значения ставок роялти, как и доли допустимого интервала, причитающиеся каждому из них. В ответ агенты раскрывают двойственные оценки предлагаемого им набора. Эти оценки являются субдифференциалом целевого функционала двойственной задачи. То есть агент сообщает, в какие периоды он хотел бы увеличить долю, а в какие уменьшить. В идеальном случае агент указывает все такие направления, которые и образуют выпуклый многогранник – субдифференциал. Но в реальности агент может озвучить лишь один вариант или, в лучшем случае, 2–3 направления, выпуклую оболочку которых можно принять за субдифференциал. После того как агенты сообщили желаемые направления изменения долей, алгоритм вычисляет направляющий вектор луча, ближайшего к субдифференциалам. Ортогональные составляющие ближайших к лучу субградиентов определяют направления перехода к новым долям, задавая пропорции изменения долей так, чтобы каждый следующий набор оставался приемлемым для агентов. В теории движение вдоль выбранного направления происходит до тех пор, пока не станет активным очередное ограничение прямой задачи. В этом случае изменяются и двойственные оценки. И в этот момент нужно повторить процедуру – выявить оценки и направление улучшения, а также предложить новый набор долей. Однако на практике участники сделки скрывают свои истинные ограничения, но можно узнать их, наблюдая реакцию агентов на предлагаемый набор. Когда агентам указано на изменение долей, они сообщают масштаб изменения, после чего участникам сделки предлагаются новые доли, рассчитанные на основе наименьшего масштаба. В новой точке процедура повторяется – у агентов спрашивают, в каком размере и на какую величину они готовы изменить те или иные доли. Ответ используется в качестве новых двойственных оценок. Если кто-то из агентов отказывается и дальнейшее улучшение невозможно, то по последним долям агентов рассчитываются ставки роялти, которые затем указываются в договоре. Причем эти ставки будут лучше, с точки зрения каждого агента, по сравнению с предварительными ставками.

Данная трактовка позволяет не пересчитывать базис прямой оптимизационной задачи на каждом шаге алгоритма. Тем более, что пересчет требует полной информации об оптимизационной задаче. Работая с двойственными переменными – отношением к долям интервала ставок, можно улучшать договор в условиях неполной информации. В качестве иллюстрации приведем упрощенный пример, в котором в качестве двойственных оценок агентов берутся градиенты ожидаемой приведенной стоимости будущего денежного потока, связанного с использованием лицензии, NPV проектов (Козырев, Неволин, 2010).

ДЕМОНСТРАЦИЯ ПРИМЕНИМОСТИ АЛГОРИТМА

Покажем, как работает алгоритм в случае линейных предпочтений. Имея конкретное предложение, каждый агент может представить конус желательных направлений улучшения договора в свою пользу. Тем самым для корректной работы алгоритма предполагается существование начальной договоренности между агентами относительно ставок роялти, для которой и строятся желательные направления. Пусть каждая из сторон высказывает посреднику свое видение проекта по производству продукции с использованием лицензируемой технологии через прогноз выручки с единицы продукта, затрат с единицы продукта, объема выпуска, а также ставок дисконтирования в каждом периоде. Пусть один период соответствует одному году действия лицензионного соглашения. При этом стороны договорились о величине ставки роялти в каждом периоде.

Прогноз лицензиата выражен в величинах: $q_1^{le}, ..., q_n^{le}$ – прогнозируемые лицензиатом объемы выпуска в периодах 1, …, n; $p_1^{le}, ..., p_n^{le}$ – прогнозируемые лицензиатом объемы выручки от продажи единицы продукции; $\theta_1^{le}, ..., \theta_n^{le}$ – прогнозируемые лицензиатом объемы затрат на производство и сбыт единицы продукции; $d_1^{le}, ..., d_n^{le}$ – ожидаемые лицензиатом ставки дисконтирования.

Аналогичным образом обозначены прогнозируемые лицензиаром величины: $q_1^{lr}, ..., q_n^{lr}$ – объемы выпуска в периодах 1, …, n; $p_1^{lr}, ..., p_n^{lr}$ – объемы выручки от продажи единицы продукции; $\theta_1^{lr}, ..., \theta_n^{lr}$ – объемы затрат на производство и сбыт единицы продукции; $d_1^{lr}, ..., d_n^{lr}$ – ожидаемые лицензиаром ставки дисконтирования.

При этом стороны договорились использовать ставку роялти r_1 в первом периоде, r_2 во втором, и так далее до ставки r_n в периоде n. Тогда можно вычислить прогноз выручки агента s, $s = \{le, lr\}$, в периоде i по формуле $\pi_i^s = q_i^s p_i^s$, а затраты по формуле $c_i^s = q_i^s \theta_i^s$.

Самая простая модель не предполагает зависимости выпуска от ставок роялти, цены продукции от объема выпуска, а также объема выпуска от затрат производства. В качестве функции полезности, которая максимизируется агентом, выбирается чистая приведенная стоимость тех платежей, которые получат лицензиар и лицензиат от сотрудничества. Итак, функция полезности лицензиара имеет вид

$$U^{lr}(r) = PV^{lr} = \frac{\pi_1^{lr} r_1}{(1+d_1^{lr})} + ... + \frac{\pi_n^{lr} r_n}{(1+d_1^{lr})...(1+d_n^{lr})},$$

а лицензиата –

$$U^{le}(r) = PV^{le} = \frac{\pi_1^{le}(1-r_1) - c_1^{le}}{(1+d_1^{le})} + ... + \frac{\pi_n^{le}(1-r_n) - c_n^{le}}{(1+d_1^{le})...(1+d_n^{le})}.$$

Пусть агенты во время подготовки к переговорам договорились о том, чтобы ограничить ставки роялти интервалом $[r_{min}, r_{max}]$. Тогда замена переменных позволяет дать более понятную интерпретацию задачи оптимизации – в переговорах агенты решают, какую долю интервала $[r_{min}, r_{max}]$ каждый из них получит в периоды действия соглашения. Сделаем замену переменных $t_i^{lr} = (r_i - r_{min})/(r_{max} - r_{min})$ и $t_t^{le} = (r_{max} - r_i)/(r_{max} - r_{min})$. Тогда лицензиар получает долю t_i^{lr}, отрезка [0, 1], а лицензиат – долю t_i^{le}, причем $t_i^{lr} + t_i^{le} = 1, i = 1, ..., n$. Тогда функции полезности агентов

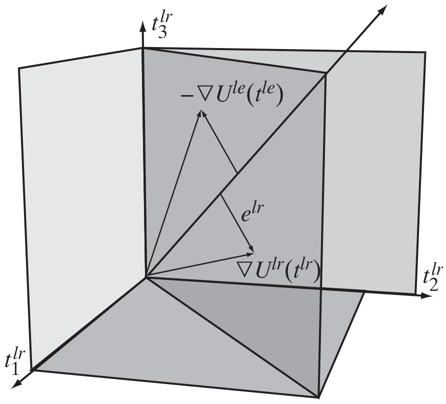

Рис. 1. Градиент лицензиара и антиградиент лицензиата в пространстве долей

примут вид для лицензиара и для лицензиара соответственно:

$$U^{lr}(t^{lr}) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\pi_i^{lr}[r_{min} + t_i^{lr}(r_{max} - r_{min})]}{\prod_{j=1}^{j}(1+d_j^{lr})},$$

$$U^{le}(t^{le}) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\pi_i^{le}[r_{max} - t_i^{le}(r_{max} - r_{min})] - c_i^{le}}{\prod_{j=1}^{i}(1+d_j^{le})}.$$

Если функции полезности и начальное распределение долей заданы, существует возможность проверить неулучшаемость договора. Согласно принципу оптимума по Парето, оптимальное распределение долей по периодам будет наблюдаться, если функции полезности имеют в данной точке общую касательную гиперплоскость.

Градиент функции полезности лицензиата выступает в качестве двойственной оценки набора долей, задает желаемое направление улучшения сделки и имеет вид

$$\nabla U^{le}(t^{le}) = \left[\frac{\partial U^{le}(t^{le})}{\partial t_1^{le}}, \ldots, \frac{\partial U^{le}(t^{le})}{\partial t_n^{le}}\right] = \left[-\frac{\pi_1^{le}}{1+d_1^{le}}, \ldots, -\frac{\pi_n^{le}}{\prod_{j=1}^{n}(1+d_j^{le})}\right],$$

а градиент функции полезности лицензиара принимает вид

$$\nabla U^{lr}(t^{lr}) = \left[\frac{\partial U^{lr}(t^{lr})}{\partial t_1^{lr}}, \ldots, \frac{\partial U^{lr}(t^{lr})}{\partial t_n^{lr}}\right] = \left[+\frac{\pi_1^{lr}}{1+d_1^{lr}}, \ldots, +\frac{\pi_n^{lr}}{\prod_{j=1}^{n}(1+d_j^{lr})}\right].$$

Если векторы оказываются коллинеарными, то изначальное распределение долей по периодам неулучшаемо. Иначе, можно изменить начальный набор таким образом, что стороны получат бóльшую полезность от сделки. В пространстве долей для случая трех периодов градиент лицензиара и антиградиент лицензиата графически представлены на рис. 1, который служит для облегчения понимания метода оптимизации.

В пространстве долей вычисляется направление, в котором обе функции полезности одновременно растут наискорейшим образом, а следовательно, одновременно для обоих агентов определяет более предпочтительные распределения выручки:

$$l = \nabla U^{lr}(t^{lr}) - U^{le}(t^{le}) = \left[\frac{\pi_1^{lr}}{1+d_1^{lr}} + \frac{\pi_1^{le}}{1+d_1^{le}}, \ldots, \frac{\pi_n^{le}}{\prod_{j=1}^{n}(1+d_j^{le})} + \frac{\pi_n^{lr}}{\prod_{j=1}^{n}(1+d_j^{lr})}\right].$$

Составляющие градиента e^{lr} и антиградиента e^{le}, перпендикулярные вектору l, можно интерпретировать как направления, в которых происходит улучшение полезности одного агента без ухудшения полезности другого:

$$e^{s} = \nabla U^{s}(t^{s}) - \frac{(\nabla U^{s}(t^{s}), l)}{(l, l)} l = \left[\frac{\partial U^{s}(t^{s})}{\partial t_1^{s}} - l_1 \frac{\sum_{j=1}^{n} l_j \partial U^{s}(t^{s})/\partial t_j^{s}}{\sum_{j=1}^{n} l_j^2}, \ldots, \frac{\partial U^{s}(t^{s})}{\partial t_n^{s}} - l_n \frac{\sum_{j=1}^{n} l_j \partial U^{s}(t^{s})/\partial t_j^{s}}{\sum_{j=1}^{n} l_j^2}\right].$$

Легко проверить, что сумма полученных векторов e^s, $s = \{le, lr\}$, равна нулю, т.е. их можно рассматривать как перераспределение долей и по величинам, и по периодам – агенту предлагается уменьшить причитающуюся ему долю в одних периодах и увеличить в других. При этом скалярное произведение e^s на вектор градиента для каждого s неотрицательно:

$$(\nabla U^s, e^s) = \left(\nabla U^s, \nabla U^s - \frac{(\nabla U^s, l)}{(l, l)} l\right) = (\nabla U^s, \nabla U^s) - \frac{(\nabla U^s, l)(\nabla U^s, l)}{(l, l)} \geq$$

$$\geq (\nabla U^s, \nabla U^s) - \frac{(\nabla U^s, \nabla U^s)(l, l)}{(l, l)} = 0,$$

где использовано неравенство Коши–Буняковского. Более того, если e^s не равно нулю, то скалярное произведение e^s на ∇U^s положительно. Так что перераспределение долей e^s входит в конус желательных направлений агента s.

Как только сторонам переговоров предложено перераспределить доли, для каждого агента могли появиться активные ограничения в пространстве – ему неприемлем выход доли за некоторые рамки. Ограничения возникают из определения области допустимых параметров t_i^s – в каждом периоде доля находится в интервале [0, 1].

Предстоит помножить получившийся вектор, определяющий перераспределение долей, на масштабирующий коэффициент. Это необходимо сделать, поскольку вектор e^s не задает изменения долей, а лишь пропорционален им. Движение будет осуществляться в направлении вектора e^s до тех пор, пока не будет достигнута граница допустимых значений.

Вычислим значение доли, достигаемое при новом активном ограничении. Если доля в периоде m принимает экстремальное значение – 0 или 1, а для остальных периодов $t_i^s \in (0, 1)$, $i \neq m$, принимает допустимые значения, движение прекращается. Значение коэффициента, при котором доля агента s в периоде i стала равна нулю, обозначено $\lambda_i^s(0)$, а значение, при котором доля равна единице, обозначено $\lambda_i^s(1)$. Вычислим все коэффициенты, необходимые для выхода на границу в каждом из периодов для обоих агентов:

$$\lambda_i^s(0) = -\frac{t_i}{e_i^s}, \quad \lambda_i^s(1) = \frac{1 - t_i^s}{e_i^s}, \; i = 1, ..., \; n; s = \{le, lr\}.$$

Интерес представляет та координата m, по которой компонента одного из векторов t^s первой достигнет ограничения. Это означает, что в соответствующий период доля стала равна 0 или 1. В остальные же периоды доля не выходит за пределы отрезка [0, 1]. Именно в этот момент движение в направлении вектора должно прекратиться.

Из полученного набора коэффициентов $\lambda_i^s(0)$, $\lambda_i^s(1)$, $i = 1, ..., n$; $s = \{le, lr\}$, вычисленных для каждого периода и каждого агента, необходимо выбрать наименьшее положительное значение. Наименьшее, поскольку оно соответствует той координате, которая первой достигнет ограничения. Положительным коэффициент должен быть в силу своего определения. На этом движение завершается, и по найденным долям восстанавливаются ставки роялти, рекомендуемые агентам для определения лицензионного вознаграждения.

Случай трех периодов можно описать следующим образом:

1) предварительная договоренность о распределении долей – это градиент и антиградиент функций полезности (рис. 1);

2) вычисление компонентов векторов e^s, задающих перераспределение долей, по описанному алгоритму;

3) по предложенному изменению долей агенты начинают “чувствовать” ограничения – например, что оптимальная ставка выходит за допустимые пределы.

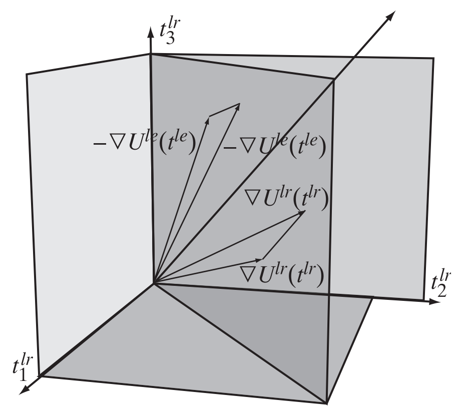

Рис. 2. Субдифференциалы агентов в пространстве долей после одного шага процедуры оптимизации

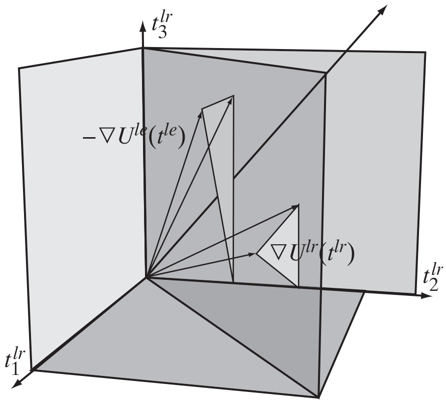

Рис. 3. Субдифференциалы агентов в пространстве долей после второго шага процедуры оптимизации

При достижении ограничения во всех граничных точках функции полезности появляется неоднозначность определения градиента – возникает множество субградиентов, субдифференциалов. На рис. 2 отрезками обозначены субдифференциалы, соответствующие распределению долей после первого раунда переговоров. Множество субградиентов лицензиара представляется теперь выпуклой комбинацией субградиентов целевой функции и активного ограничения $t_1^{tr} = 0$. Аналогичный процесс происходит и для лицензиата.

После очередного шага процедуры оптимизации – вычисления градиентов в новой точке и поиска перераспределения – агентам предлагается новое распределение долей. Субградиенты, соответствующие новой точке в пространстве долей лицензиара, изображены на рис. 3. Теперь они имеют вид выпуклых многоугольников. В данной ситуации дальнейшее улучшение по описываемой процедуре невозможно, поскольку множества имеют коллинеарные субградиенты, направленные вдоль оси t_2^{lr}.

ВЫВОДЫ

Задача оптимизации ставок роялти, как показано выше, формально может быть сведена к задаче распределении ограниченных ресурсов, что позволяет применять для ее решения известные алгоритмы и реализовать их в виде программных средств. Будучи основанными на точном математическом аппарате, такие средства помогают получить непредвзятый, точный и проверяемый расчет вознаграждения за использование интеллектуальной собственности. Разумеется, речь не идет о полной автоматизации всех расчетов, каждая сторона делает собственный прогноз будущего и сама оценивает свои возможности, но при этом сторонам предоставляется абсолютно нейтральная техническая помощь, позволяющая эффективно улучшать положение обеих сторон.

Примечательная особенность рассмотренного алгоритма – сведение к минимуму информации, раскрываемой сторонами в процессе взаимных уступок, и полное отсутствие у обеих сторон стимулов к оппортунистическому поведению. В целом это обычно для моделей такого типа. При анализе лицензионных сделок исследователи используют математические модели с асимметричной информацией (например, (Macho-Stadler et al., 2008; Schmitz, 2002)) и с возможностями оппортунистического поведения (например, (Choi, 2001; Dechenaux et al., 2003)). Задача состоит в том, чтобы найти такие условия, при которых оппортунистическое поведение невыгодно, а полное и правдивое раскрытие информации о себе является выгодным.

Описанный в статье алгоритм не требует полной информированности агентов и делает при этом оппортунистическое поведение невыгодным. Участникам не предлагается раскрывать о себе полную информацию, для работы алгоритма необходимы только двойственные оценки ставок роялти. Безусловно, каждый участник переговоров строит прогноз денежных потоков, но этот прогноз остается ненаблюдаемым для контрагента. В отсутствие информации о точном виде предпочтений противоположной стороны каждый участник сделки вынужден сообщать истинные значения двойственных оценок – в таком случае его полезность, по крайней мере, не ухудшится ни на одном шаге алгоритма.

В целом все сказанное выше дает основания считать, что предлагаемый подход имеет все шансы найти практическое применение в лицензионной торговле.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Булавский В.А. (1982). Оценки факторов и проблема выбора // *Оптимизация*. № 28(43).

Волынец-Руссет Э.Я. (1999). Коммерческая реализация изобретений и ноу-хау (на внешних и внутренних рынках). М.: Юристъ.

Гольштейн Е.Г., Борисова Э.П., Дубсон М.С. (1990). Диалоговая система анализа многокритериальных задач // *Экономика и мат. методы*. Т. 26. № 4.

Иванова С.И. (1998). Оптимизационная модель обмена ресурсами с учетом мощности партнеров // *Управление большими системами*. № 1.

Козырев А.Н. (1975). Оптимизация распределения ресурсов в системе линейных моделей производства // *Оптимизация*. № 16 (33).

Козырев А.Н. (1984). Равновесные решения задач многоцелевой оптимизации. Препринт № 76 ИМ СО АН СССР.

Козырев А.Н., Неволин И.В. (2010). Моделирование лицензионных переговоров с достижением оптимальной ставки роялти // *Вестник ГУУ*. № 2.

Макаров В.Л. (2003). Экономика знаний: уроки для России // *Вестник Российской академии наук*. Т. 73. № 5.

Неволин И.В. (2013). Математическая модель участников лицензионных переговоров // *Экономический анализ: теория и практика*. № 14 (317).

Розенмюллер И. (1974). Кооперативные игры и рынки. М.: Мир.

Стецюк П.И., Нурминский Е.А. (2010). Негладкий штраф и субградиентные алгоритмы для решения задачи проекции на политоп // *Кибернетика и системный анализ*. № 1.

Стронгин Р.Г., Маркин Д.Л., Маркина М.В. (1993). Сведение многоэкстремальных многокритериальных задач с ограничениями к безусловным задачам оптимизации (теория и алгоритмы). В кн.: "*Математическое моделирование*". М.: Изд-во МГУ.

Тененев В.А. (2006). Решение задачи многокритериальной оптимизации генетическими алгоритмами // *Интеллектуальные системы в производстве*. № 2 (8).

Arrow K. (1962). Economic Welfare and the Allocation of Resources for Innovation. In: "*The Rate and Direction of Inventive Activity*" / R. Nelson (Hrsg.). Princeton: Princeton University Press.

Arrow K. (1959). Economic Welfare and the Allocation of Resources for Innovation. P-1856-RC. Santa Monica: Rand Corporation.

Bhattacharya S., Guriev S. (2004). Knowledge Disclosure, Patents, and Optimal Organization of Research and Development. CEPR Discussion Paper 4513. London: CEPR.

Burhop C., Lubbers T. (2009). The Historical Market for Technology Licenses: Chemicals, Pharmaceuticals, and Electrical Engineering in Imperial Germany. Preprint of the Max Planck Institute for Research on Collective Goods 2009/25.

Choi J.P. (2001). Technology Transfer with Moral Hazard // *International J. of Industrial Organization*. Vol. 19.

Dechenaux E., Thursby J., Thursby M.C. (2003). Inventor Moral Hazard in University Licensing: The Role of Contracts. NBER Working Paper 14226.

Dechenaux E., Thursby M., Thursby J. (2009). Shirking, Sharing Risk, and Shelving: The Role of University License Contracts // *International J. of Industrial Organization*. Vol. 27.

Demsetz H. (1970). The Private Production of Public Goods // *J. of Law and Econ*. Vol. 13. No. 2.

Kim Y.J., Vonortas N. (2006). Determinants of Technology Licensing // *Managerial and Decision Econ*. Vol. 27 (4).

Liebowitz S., Watt J.R. (2006). How to Best Ensure Remuneration for Creators in the Market for Music? Copyright and its Alternatives // *J. of Econ. Surveys*. Vol. 20. No. 4.

Macho-Stadler I., Perez-Castrillo D., Veugelers R. (2008). Designing contracts for university spin-offs // *J. of Econ. and Management Strategy*. Vol. 17.

Schmitz P.W. (2002). On Monopolistic Licensing Strategies Under Asymmetric Information // *J. of Econ. Theory*. Vol. 106 (1).

Varian H. (1999). Markets for Information Goods. IMES Discussion Paper Series. Institute for Monetary and Economic Studies, Bank of Japan.

Поступила в редакцию
04.02.2013 г.

An Application of Algorithm for Solving Optimal Resources Distribution Problems to Price Charging for Intellectual Property Usage

A.N. Kozyrev, I.V. Nevolin

The authors discuss the application of an algorithm for solving optimal resources distribution problems to nominate optimal reward for intellectual property usage. The conditions of such applicability are specified, and an example of algorithm exploitation in royalty rate optimization is demonstrated.

Keywords: technology transfer, licensing, royalty optimization, linear programming.