

ЗАМЕТКИ И ПИСЬМА

О ЗАДАЧЕ КОРРЕКТИРОВКИ КОРПОРАТИВНЫХ СЧЕТОВ

© 2012 г. М.И. Летавин¹

(Череповец)

Рассмотрим множество $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ корпоративных счетов (продукции, сырья, комплектующих, услуг и т.д.). С каждым счетом $a \in A$ связаны входящие (дебет счета) и выходящие (кредит счета) стоимостные потоки. Таким образом, возникает взвешенный оргграф (Нефедов, 1992) с множеством вершин A , множеством ребер $\Gamma \subset A \times A$ и положительными весами $c: \Gamma \rightarrow R$. Так что $(a_i, a_j) \in \Gamma$ означает, что с кредита счета a_i есть поток на дебет счета a_j и величина этого потока $c(a_i, a_j)$. Правила бухгалтерского баланса требуют, чтобы $(a, a) \notin \Gamma$, $a \in A$ (граф не должен иметь петель) и выполнялось равенство сумм по кредиту и дебету счета (входящий и выходящий потоки для данной вершины равны):

$$\sum_{(a,b) \in \Gamma} c(a,b) = \sum_{(b,a) \in \Gamma} c(b,a), \quad a \in A. \quad (1)$$

Матричное представление графа мы получим, если положим $C = \{c_{ij}\}_{i,j=1,\dots,n}$, где $c_{ij} = c(a_i, a_j)$, $(a_i, a_j) \in \Gamma$, $c_{ij} = 0$, $(a_i, a_j) \notin \Gamma$. Матрица C неотрицательна и имеет нулевые диагональные элементы. Равенство потоков (1) примет вид

$$\sum_{j=1}^n c_{kj} = \sum_{i=1}^n c_{ki}, \quad k = 1, \dots, n. \quad (2)$$

Наряду со стоимостными потоками корпоративный учет предусматривает материальные потоки, оцениваемые в нормативных единицах (тонны, штуки, метры и т.д.), так что возникает еще один взвешенный оргграф $\Gamma_q \subset \Gamma$, для которого веса $q: \Gamma_q \rightarrow R$ выражают материальные потоки. При этом предполагается, что по кредиту данного счета учитываются потоки только одного вида продукции. Тогда желательно, чтобы стоимостная оценка потоков одного вида продукции в балансе (1), (2) вычислялась по одинаковой цене, т.е.

$$q(a,b)p_a = c(a,b), \quad a \in A, \quad (a,b) \in \Gamma_q. \quad (3)$$

Требование (3) приводит к системе уравнений относительно цен p_a для тех вершин оргграфа Γ_q , у которых есть выходящие ребра:

$$\sum_{(a,b) \in \Gamma_q} q(a,b)p_a + \sum_{(a,b) \in \Gamma \setminus \Gamma_q} c(a,b) = \sum_{(b,a) \in \Gamma_q} q(b,a)p_b + \sum_{(b,a) \in \Gamma \setminus \Gamma_q} c(b,a), \quad a \in A. \quad (4)$$

В уравнениях (4) принято обычное предположение о равенстве нулю сумм по пустому множеству элементов. Таким образом, если счет не содержит материальных потоков ни по кредиту, ни по дебету, то равенство (4) превращается в (1), а в противном случае – в уравнение относительно цен. Решение такой системы уравнений и построение баланса на базе найденных цен по формулам (3) нормативно используется в корпорации ОАО “Северсталь” на временных горизонтах от одного дня и выше.

Для решения вопросов разрешимости системы (4) перейдем к матричному представлению материальных потоков при помощи матрицы $Q = \{q_{ij}\}_{i,j=1,\dots,n}$, где $q_{ij} = q(a_i, a_j)$, $(a_i, a_j) \in \Gamma_q$, $q_{ij} = 0$, $(a_i, a_j) \notin \Gamma_q$. За счет перенумерации вершин можно считать, что материальные потоки, для которых необходимо вычислять цены, относятся к ребрам, выходящим из первых k вершин. Обозна-

¹ Автор благодарен В.И. Смирнову за консультации при постановке задачи.

чим эти цены через $p_1, \dots, p_k$. Точно так же с помощью перенумерации вершин добиваемся, чтобы вершины, имеющие только входящие ребра материальных потоков, следовали сразу за первыми k вершинами и обозначим их число через l . Тогда неизвестные цены входят только в уравнения (4) для первых $m = k + l$ вершин:

$$\sum_{j=1}^m q_{sj} p_s + \sum_{j=1, q_{sj}=0}^n c_{sj} = \sum_{i=1}^k q_{is} p_i + \sum_{i=1, q_{is}=0}^n c_{is}, \quad s = 1, \dots, k, \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^n c_{sj} = \sum_{i=1}^k q_{is} p_i + \sum_{i=1, q_{is}=0}^n c_{is}, \quad s = k+1, \dots, m. \quad (6)$$

Для вершин с номерами $s = m+1, \dots, n$ уравнения приобретают вид равенств (2) и не участвуют в операции коррекции. Однако потоки этих вершин используются в уравнениях (5) и (6) за счет входящих и выходящих стоимостных потоков. Уравнения (5), (6) образуют систему m уравнений с k неизвестными. Так что в общем случае система переопределена и задача некорректна (Тихонов, 1986).

Обсудим соотношения между k , m и n , при которых имеет смысл исследовать систему. Поскольку $\Gamma_q \neq \emptyset$, то должно быть хотя бы одно ребро с материальным потоком, следовательно, $k > 0$. Поэтому в общем случае $0 < k \leq m \leq n$. С точки зрения структуры системы уравнений различаются только случаи $k = m$ и $k < m$. В первом случае – назовем его особым – система состоит только из уравнений (5), а во втором – назовем его общим – из уравнений (5) и (6). Особый случай означает, что в графе Γ_q каждая из вершин содержит выходящее ребро. В общем же случае есть вершины, которые содержат только входящие ребра.

Для исследования системы (5), (6) нам понадобятся некоторые обозначения. Матрица Q орграфа Γ_q имеет нулевые строки с номерами от $k+1$ до n , так как эти вершины не содержат выходящих материальных потоков, и нулевые столбцы от $m+1$ до n , так как эти вершины не содержат входящих материальных потоков. Таким образом, в уравнениях участвуют только элементы матрицы $B = \{q_{ij}\}_{i=1, \dots, k; j=1, \dots, m}$. В особом случае матрица B квадратная, а в общем случае представим ее в виде блоков $B = (DE)$, где $D = \{q_{ij}\}_{i,j=1, \dots, k}$, $E = \{q_{ij}\}_{i=1, \dots, k; j=k+1, \dots, m}$ – блоки соответственно размеров $k \times k$ и $k \times l$. Определим диагональную матрицу “полных выходящих по-

токов” $\hat{Q} = \text{diag}\{Q_1, \dots, Q_k\}$, $Q_s = \sum_{j=1}^m q_{sj}$, $s = 1, \dots, k$, а так же строку элементов столбцовых сумм

$F = (f_1, \dots, f_m)$, $f_j = \sum_{i=1, q_{ij}=0}^n c_{ij}$, $j = 1, \dots, m$, и столбец элементов строковых сумм $R = (r_1, \dots, r_m)^T$,

$r_i = \sum_{i=1, q_{ij}=0}^n c_{ij}$. Наконец, через $P = (p_1, \dots, p_m)^T$ обозначим столбец неизвестных цен. В общем случае система (5), (6) примет вид

$$(G - B^T)P = F^T - R, \quad (7)$$

где матрица G размера $m \times k$ получена добавлением l нулевых строк снизу к матрице $\hat{Q}$. По построению матрица коэффициентов $G - B^T$ обладает свойствами:

- 1) диагональные элементы матрицы равны Q_s , $s = 1, \dots, k$;
- 2) недиагональные элементы матрицы неположительны;
- 3) сумма элементов каждого столбца равна нулю.

Из свойства 3 вытекает, что, складывая все уравнения, получим равенство

$$0 = \sum_{j=1}^m f_j - \sum_{i=1}^m r_i. \quad (8)$$

Таким образом, мы получили необходимое условие разрешимости системы (5), (6).

Теорема 1. Для совместности системы (5), (6) необходимо выполнение равенства (8).

Замечание 1. Необходимое условие (8) важно с точки зрения контроля при планировании задания на корректировку и означает, что необходим баланс строковых и столбцовых сумм стоимостных потоков.

В дальнейшем важную роль будет играть структура матрицы D . Предположим, что она является неразложимой (Хорн, 1989, с. 432). Это условие означает, что сужение орграфа Γ_q на первые k вершин является связным. Другими словами, любые два счета, по которым назначаются цены, должны корреспондировать через цепочку материальных потоков. Приведем некоторые вспомогательные результаты о неразложимых матрицах.

Лемма 1. Пусть квадратная матрица $U = \{u_{ij}\}_{i,j=1,\dots,n}$ неразложима, имеет нулевые диагональные элементы $u_{ii} = 0$, $i = 1, \dots, n$ и удовлетворяет следующему условию для сумм столбцов

$$v_j = \sum_{i=1}^n |u_{ij}| \leq 1, \quad j = 1, \dots, n. \text{ Причем для некоторого столбца это неравенство строгое: } v_s < 1.$$

Тогда:

а) сходится ряд $H = \sum_{t=0}^{\infty} U^t$;

б) матрица $I - U$ неособенная и $(I - U)^{-1} = H$;

в) если U неотрицательная, то $(I - U)^{-1}$ неотрицательная.

Доказательство. Обозначим через спектральный радиус матрицы U . Тогда $\rho \leq \max_{1 \leq j \leq n} v_j \equiv \bar{v}$ (Хорн, 1989, с. 359). Докажем, что $\rho < 1$. Если $\bar{v} < 1$, то $\rho \leq \bar{v} < 1$. Если $\bar{v} = 1$, то рассмотрим объединение кругов Гершгорина $Z = \bigcup_{j=1}^n \{z: |z| \leq v_j\} = \{z: |z| \leq 1\}$. Если бы нашлось собственное число λ матрицы U с единичным модулем $|\lambda| = 1$, то (Хорн, 1989, с. 426) оно принадлежало бы всем окружностям Гершгорина. Это невозможно, так как $v_s < 1$. Следовательно, $\rho < 1$. Поэтому сходится ряд $H = \sum_{t=0}^{\infty} U^t$, матрица $I - U$ обратима и $(I - U)^{-1} = H$. Если $U \geq 0$, то $(I - U)^{-1} = \sum_{t=0}^{\infty} U^t \geq 0$. ■

Лемма 2. Пусть квадратная матрица $H = \{h_{ij}\}_{i,j=1,\dots,n}$ неразложима и удовлетворяет условию диагонального доминирования для столбцовых сумм $v_j = \sum_{i=1, i \neq j}^n |h_{ij}| \leq h_{jj}$, $h_{jj} > 0$, $j = 1, \dots, n$.

Причем для некоторого столбца s это неравенство строгое $v_s < h_{ss}$. Тогда:

а) H неособенная;

б) если $h_{ij} \leq 0$, $i \neq j$, то H^{-1} неотрицательная.

Доказательство. Представим матрицу H в виде $H = (I - U)\hat{H}$, где $\hat{H} = \text{diag}\{h_{11}, \dots, h_{nn}\}$, $U = (\hat{H} - H)\hat{H}^{-1}$. Тогда матрица U удовлетворяет условиям леммы 1 и, следовательно, $I - U$ неособенная. Поэтому H неособенная и доказано утверждение а). Если выполнено условие утверждения б), то матрица U неотрицательна и по лемме 1 матрица $(I - U)^{-1}$ также неотрицательна. Этим доказана неотрицательность матрицы $H^{-1} = \hat{H}^{-1}(I - U)^{-1}$. ■

Запишем систему (7) в блочном виде, соответствующем системе (5)–(6):

$$(\hat{Q} - D^T)P = (F^T - R)_c, \quad -E^T P = (F^T - R)_d, \quad (9)$$

где $(F^T - R)_c$ – первые k компонент столбца, а $(F^T - R)_d$ – последние l компонент столбца. Первое из уравнений (9) соответствует уравнениям (5), второе – уравнениям (6).

Теорема 2. Пусть матрица D неразложима, $l = 1$ и выполнено условие (8). Тогда:

а) система (7) имеет единственное решение;

б) если столбец $(F^T - R)_c$ неотрицателен (все компоненты неотрицательны), то столбец цен P неотрицателен;

в) если столбец $(F^T - R)_c$ положителен (все компоненты положительны), то столбец цен P положителен.

Доказательство. Так как $l = 1$, то второе из уравнений (9) скалярное. Матрица коэффициентов первого уравнения (9) имеет вид

$$\hat{Q} - D^T = \begin{pmatrix} Q_1 & -q_{21} & \dots & -q_{k1} \\ -q_{12} & Q_2 & \dots & -q_{k2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -q_{1k} & -q_{2k} & \dots & Q_k \end{pmatrix}$$

и, следовательно, для главной диагонали выполнено условие доминирования по столбцам $Q_s = \sum_{j=1}^{k+1} q_{sj} \geq \sum_{j=1}^k q_{sj}$, $s = 1, \dots, k$ причем хотя для одного столбца это неравенство строгое, поскольку матрица (в данном случае столбец) E ненулевая. В силу леммы 2 единственное решение этого уравнения $P = (\hat{Q} - D^T)^{-1}(F^T - R)_c$. Второе уравнение (9) является следствием первого в силу условия (8), и, следовательно, уравнение (7) имеет единственное решение. Этим доказано а). Если $(F^T - R)_c \geq 0$, то все множители в формуле для P неотрицательны. Поэтому столбец P неотрицателен и справедливо б). Наконец, если $(F^T - R)_c > 0$, то и $P > 0$, поскольку матрица $(Q - D^T)^{-1}$ не может иметь нулевых строк в силу невырожденности. ■

Замечание 2. Контроль за тем, чтобы суммы столбцов были больше сумм строк $f_i > r_i$, $i = 1, \dots, k$, позволяет гарантировать положительность цен. При этом надо иметь в виду, что обязательно $f_{k+1} < r_{k+1}$ в силу условия баланса (8).

В случае $l > 1$ дело обстоит так же, как для $l = 1$, но условие (8) уже не гарантирует совместности.

Теорема 3. Пусть матрица D неразложима и $l > 1$. Тогда:

- а) первое уравнение (9) имеет единственное решение;
- б) если столбец $(F^T - R)_c$ неотрицателен, то столбец цен P неотрицателен;
- в) если столбец $(F^T - R)_c$ положителен, то столбец цен P положителен;
- г) для совместности системы (7) необходимо и достаточно, чтобы столбец P удовлетворял второму уравнению (9).

Доказательство. Доказательство пунктов а)–в) дословно повторяет рассуждения теоремы 2. Пункт г) следует из второго уравнения (9). ■

Замечание 3. Перепишем второе из матричных уравнений (9) в скалярной форме

$$r_j = f_j + \sum_{i=1}^k p_i q_{ij}, \quad j = k+1, \dots, m. \quad (10)$$

Счета в равенстве (10) не имеют материальных потоков по кредиту. В левой части уравнения суммируются все стоимостные потоки по кредиту счета j , в правой части – стоимостные потоки по дебету счета плюс материальные потоки, которые оценены по найденным ценам. Если равенство не выполняется для некоторого счета, то по нему есть дисбаланс. Этот дисбаланс можно корректировать, не нарушая первое уравнение (9), за счет стоимостных счетов с номерами $s = m+1, \dots, n$. Действительно, в развернутом виде равенство (10) для счета j переписывается в виде

$$\sum_{i=1}^n c_{ji} = \sum_{i=1, q_{ij}=0}^n c_{ij} + \sum_{i=1}^k p_i q_{ij}.$$

Поэтому можно скорректировать дисбаланс за счет потоков c_{ij} при $i, j > m$, не затрагивая при этом первую систему (9).

Перейдем к рассмотрению особого случая $k = m$, в котором матричное уравнение (7) сводится к

$$(\hat{Q} - D^T)P = F^T - R. \quad (11)$$

В силу необходимого условия (8) можно исключить любое скалярное уравнение матричной системы (11), прибавляя к нему все остальные уравнения. Поэтому число независимых уравнений, как минимум, на единицу меньше числа неизвестных. Это обстоятельство как раз и отличает особый случай $k = m$ от общего случая $k < m$.

Теорема 4. Пусть выполнено условие (8) и сужение орграфа Γ_q на некоторый набор из $k - 1$ вершин является связным. Тогда уравнение (11) имеет однопараметрическое множество решений.

Доказательство. Не умаляя общности рассуждений, предположим, что связный орграф образует первые $k - 1$ вершин. Исключая последнее уравнение системы (11) при помощи условия (8), перепишем ее в форме $AP_{k-1} = S + p_k D_k$, где A – минор матрицы $\hat{Q} - D^T$ на пересечении первых $k - 1$ строк и столбцов, $P_{k-1} = (p_1, \dots, p_{k-1})^T$, $S = (f_1 - r_1, \dots, f_{k-1} - r_{k-1})^T$, $D_k = (d_{k1}, \dots, d_{k,k-1})^T$. Матрица A удовлетворяет условиям леммы 2. Поэтому решение системы (11) представится в виде

$$P_{k-1} = A^{-1}S + p_k A^{-1}D_k. \quad (12)$$

Решение (12) зависит от одного параметра p_k , что и доказывает утверждение теоремы.

Замечание 4. Формула (12) при $S \geq 0$ ($S > 0$) дает неотрицательные (положительные) цены при любом $p_k \geq 0$ ($p_k > 0$). Поэтому возникает нормативный вопрос о выборе цен из семейства (12) из некоторых “небухгалтерских” соображений.

Условие связности графа материальных потоков позволило нам рассмотреть ситуации, встречающиеся в связи с задачей корректировки счетов. Однако само это условие не является характерным для корпоративного учета, поскольку производства обычно имеют технологические цепочки, которые в моделирующих их счетах не допускают обратного пути от счетов высших переделов продукции к счетам низших переделов.

Перейдем к рассмотрению задачи без предположения связности. Матрица $B = (DE)$ при помощи одновременной перестановки строк и столбцов приводится к нормальной верхней блочно-треугольной форме (Гантмахер, 1954, с. 341) вида

$$B = \begin{pmatrix} D_{11} & 0 & \dots & 0 & D_{1,g+1} & \dots & D_{1s} & E_1 \\ 0 & D_{22} & \dots & 0 & D_{2,g+1} & \dots & D_{2s} & E_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & D_{gg} & D_{g,g+1} & \dots & D_{gs} & E_g \\ 0 & 0 & \dots & 0 & D_{g+1,g+1} & \dots & D_{g+1,s} & E_{g+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & D_{ss} & E_s \end{pmatrix}, \quad (13)$$

где D_{ii} , $i = 1, \dots, s$ – квадратные неразложимые матрицы, задающие размеры всех остальных прямоугольных блоков матрицы B ; нули – нулевые блоки, а в каждом столбце, начиная с номера $g + 1$ и до s , имеется ненулевой наддиагональный блок. В соответствии со структурой (13) матрицы B уравнения (9) перепишутся в виде:

$$(\hat{Q}_i - D_{ii}^T)P_i = (F^T - R)_i, \quad i = 1, \dots, g, \quad (14)$$

$$(\hat{Q}_i - D_{ii}^T)P_i = (F^T - R)_i + \sum_{j=1}^{i-1} D_{ji}^T P_j, \quad i = g + 1, \dots, s, \quad (15)$$

$$-\sum_{j=1}^s E_i^T P_i = (F^T - R)_d, \quad (16)$$

где P_i , $\hat{Q}_i$, $i = 1, \dots, s$ – блоки столбца P и диагональные блоки матрицы $\hat{Q}$, соответствующие по размеру матрицам D_{ii} . В каноническом представлении (13) множество всех узлов $K = \{1, \dots, k\}$ разбито на непересекающиеся подмножества $K_1, \dots, K_s$, каждое из которых соответствует своей блочной строке матрицы B и своему уравнению в системе (14), (15). Подмножество K_i назовем *особенным*, если все недиагональные блоки блочной строки i нулевые, и *неособенным* – в противном случае.

Замечание 5. Особенное подмножество соответствует группе счетов, которые для групп K_i , $i = 1, \dots, g$ не корреспондируют со счетами других групп, а для групп K_i , $i = g + 1, \dots, s$ не корреспондируют со счетами других групп по кредиту.

Лемма 3.

А. Если подмножество K_i неособенное, то матрица $\hat{Q}_i - D_{ii}^T$ неособенная и неотрицательно обратима.

Б. Если подмножество K_i особенное, то сумма строк матрицы $\hat{Q}_i - D_{ii}^T$ равна нулевой строке.

Доказательство. Матрица D_{ii} неотрицательна, неразложима и имеет нулевую диагональ. Диагональ матрицы $\hat{Q}_i - D_{ii}^T$ имеет столбцовое доминирование, а если подмножество K_i неособенное, то для некоторого столбца доминирование строгое. Поэтому из леммы 2 следует справедливость А. Утверждение Б вытекает из того, что в случае особенного подмножества K_i диагональный элемент матрицы $\hat{Q}_i$ равен сумме элементов строки матрицы D_{ii} . ■

Аналогами теорем 2 и 3 являются следующие теоремы.

Теорема 5. Пусть все подмножества K_i неособенные. Тогда:

- а) первое уравнение системы (9) имеет единственное решение;
- б) если $l = 1$ и выполнено условие (8), то система (9) имеет единственное решение;
- в) если $l > 1$, то, для того чтобы система (9) имела решение, необходимо и достаточно, чтобы столбец P удовлетворял второму из уравнений (9).

Доказательство. Из утверждения А леммы 3 следует, что система матричных уравнений (14), (15) имеет единственное решение, т.е. справедливо утверждение а) теоремы. Если $l = 1$ и выполнено условие (8), то уравнение (16) является следствием (14), (15), поэтому система (9) совместна, что доказывает б). Если $l > 1$, то разрешимость системы (9) эквивалентна равенству (16), которое совпадает со вторым уравнением (9). ■

Следствие 1. Пусть все подмножества K_i неособенные и система (9) совместна. Тогда:

- а) если $(F^T - R)_c \geq 0$, то $P \geq 0$, $(F^T - R)_d \leq 0$;
- б) если $(F^T - R)_c > 0$, то $P > 0$, $(F^T - R)_d < 0$.

Доказательство. Если $(F^T - R)_c \geq 0$, то правые части в уравнениях (14) неотрицательны. Из утверждения А леммы 3 следует, что $P_i \geq 0$, $i = 1, \dots, g$. Поэтому правые части в уравнениях (15) так же неотрицательны. Применяя к ним утверждение А леммы 3, получаем неотрицательность $P_i \geq 0$, $i = g + 1, \dots, s$. Теперь неположительность $(F^T - R)_d \leq 0$ непосредственно следует из второго уравнения (9). Этим доказано утверждение а).

Если $(F^T - R)_c > 0$, то в уравнениях (14), (15) правые части положительны. Поэтому $P_i > 0$, $i = 1, \dots, s$, так как неотрицательная обратная матрица не может иметь нулевых строк. Тогда и $(F^T - R)_d < 0$, поскольку матрица E не имеет нулевых столбцов. ■

Теорема 6. Пусть среди подмножеств K_i ровно t подмножеств особенные. Если система (9) совместна, то ее решение зависит не менее чем от t произвольных цен.

Доказательство. Пусть K_i одно из особенных подмножеств. Тогда в силу утверждения Б леммы 3 ранг матрицы $\hat{Q}_i - D_{ii}^T$, как минимум, на единицу меньше ее размера. Поэтому из теоремы Кронекера–Капелли и совместности уравнения (14) или (15) следует, что множество решений зависит, как минимум, от одного параметра. Поскольку каждое особенное множество вносит не менее одного параметра, то всего параметров будет не менее t . ■

Замечание 6. Проведенный анализ выявляет сложности задачи корректировки корпоративных счетов и позволяет конструировать корректные алгоритмы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Гантмахер Ф.Р.** (1954): Теория матриц. М.: ГИТТЛ.
Нефедов В.Н., Осипова В.А. (1992): Курс дискретной математики. М.: Изд-во МАИ.
Никайдо Х. (1972): Выпуклые структуры и математическая экономика. М.: Мир.
Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. (1986): Методы решения некорректных задач. М: Наука.
Хорн Р., Джонсон Ч. (1989): Матричный анализ. М.: Мир.

Поступила в редакцию
11.06.2010 г.