ЭКОНОМИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ, 2012, том 48, № 2, с. 30–39

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

ОДНОПРОДУКТОВАЯ МОДЕЛЬ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ С ФИЛАНТРОПИЕЙ*

© 2012 г. Ю.Н. Гаврилец, А.С. Стеблюк

(Москва)

В статье простейшая однопродуктовая модель экономического равновесия с Парето-оптимальным состоянием дополнена филантропическим поведением одной из групп домохозяйств. Рассмотрены случаи фиксированного правила пожертвований и пожертвований в соответствии с некоторой функцией полезности. Исследованы условия Парето-оптимальности новых состояний рыночного равновесия и его устойчивость.

Ключевые слова: филантропия, Парето-оптимум, равновесие, устойчивость.

Одним из важнейших положительных свойств рыночной экономики является эффективность функционирования народного хозяйства, как результат свободного использования своих возможностей всеми участниками для достижения своих целей. К сожалению, социально-этическая оценка достигаемого равновесия, даже если оно будет Парето-оптимальным, оказывается различной для разных социальных групп. Стремление к собственной выгоде и учет интересов других в конкурентном мире слабо сочетаются. Однако реальным людям, как богатым, так и бедным, зачастую не чужды интересы и благополучие других. И этот факт проявляется в благотворительной деятельности отдельных компаний, альтруистической поддержке друг друга, родных и близких, знакомых и т.д.

В современной экономической литературе имеется довольно много работ, в которых не только признается важность социально-этических проблем экономики, но и проводится модельный анализ их различных аспектов. Значение “фактора симпатии” обстоятельно рассматривалось еще в (Смит, 1997), а его представление обсуждалось Ф. Эджвортом (Edgeworth, 1881).

Известный американский экономист М. Рабин в одной из своих статей (Rabin, 1993, p. 1281–1302) предложил модель, которая решает задачу анализа альтруистического и эгоистического поведения человека. Ценность подхода М. Рабина состоит в том, что он пригоден для дальнейшего анализа знаменитых парадоксов, аномальных данных экспериментов (дилемма заключенного, игра с ультиматумом и т.д.), результаты которых с трудом поддаются объяснению с помощью других стандартных подходов. Этим же проблемам фактически посвящены работы нобелевского лауреата В. Смита по так называемой “экспериментальной экономике” (Смит, 2008).

Альтруистическое поведение также анализируется в современных исследованиях домохозяйственных сетей, где активно используется теория графов. Наиболее четкое развитие концепция домохозяйственных сетей получила в работах М. Грановеттера (Granovetter, 2001, p. 1361–1380). Не менее распространены качественные методы в описании сетевой взаимопомощи (Барсукова, 2005, с. 36; Виноградский, 1998).

Следует указать и работы Д. Бэрона (Baron, 2007), где моделируется поведение участников рынка, в интересы которых входит не только собственное потребление, но и потребление других участников. Его модель отражает возможность экономического субъекта проявлять свой альтруизм либо опосредованно через покупку акций социально ориентированных фирм, либо

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 10-06-00362).

непосредственно передавая деньги другим потребителям. Социальные предпочтения “доноров” у Бэрона описываются с помощью выпуклых вверх функций полезности.

Даже М. Фридман, написавший статью с весьма вызывающим названием “The Social Responsibility of Business Is to Increase Its Profits” (Friedman, 1970, p. 32–33, 122, 126), отмечал, что бизнес должен действовать в рамках не только законодательства, но и неформальных этических норм общества. Неплохой обзор по поведенческой экономике и социальной ответственности бизнеса дается в работах (Павлов, 2002, 2007).

В данной статье делается попытка рассмотреть на простейшей экономической модели влияние отдельных видов альтруистической деятельности на такие важные экономические характеристики рынка, как Парето-оптимальность и устойчивость. Основой служит статическая максимально агрегированная однопродуктовая модель, в которой m социальных групп с численностями n_i производят и потребляют продукт при наличии общей фиксированной “нагрузки”, которую можно интерпретировать как государственное потребление, инвестиции, сальдо экспорта-импорта и т.п. Каждая группа состоит из некоторого числа участников, имеющих одинаковые функции полезности, зависящие от интенсивности труда участника и потребления. Единственным фактором производства является труд, основные фонды считаются постоянными.

Из многочисленных проявлений в обществе форм альтруизма или филантропии рассматривается самый простой и удобный для включения в модель. Будем считать, что каждый участник одной из групп в зависимости от своего состояния труда и потребления (l, x) готов “делиться” с другими группами. Для этого он передает в некий “благотворительный фонд” определенную часть своего возможного потребления. В свою очередь, фонд распределяет эту часть между остальными группами фиксированными долями.

В некотором роде наш подход перекликается с подходом Бэрона. В нашей статье филантропия поведения задается либо, как у Д. Бэрона, максимизацией полезности, либо экзогенно.

В качестве исходной была выбрана модель, описанная в статье (Гаврилец, 1994). Выбор продиктован возможностью оценить равновесие с социально-экономической точки зрения, что, в частности, отражается введенными в модель коэффициентами социальной значимости групп, соизмеряющими функции полезности участников (Гаврилец, Стеблюк, 2010; Гаврилец, Чекмарева, 2010).

ИСХОДНАЯ МОДЕЛЬ

Однопродуктовая статическая модель задается набором численностей социальных групп n_i $(i = 1, \ldots, m)$, характеризующихся индивидуальной производительностью труда a_i, интенсивностью труда l_i и душевым потреблением x_i – одинаковыми для участников группы. Внутри каждой группы i структура трудовых и потребительских предпочтений описывается функцией полезности индивида:

$$u_i = \ln(x_i) + b_i \ln(T_i - l_i), \tag{1}$$

где b_i – коэффициент несклонности к труду; $T_i > 0$ – верхняя граница индивидуальной интенсивности труда, так что $T_i - l_i$ – некий аналог свободного времени. Бюджетное ограничение имеет вид

$$x_i p \le a_i l_i p - D_i, \tag{2}$$

где p – цена единицы продукта, а “налоги” D_i рассчитываются по формуле

$$D_i = a_i T_i p - \lambda_i (1 + b_i)/n_i. \tag{3}$$

Здесь λ_i – коэффициент соизмерения индивидуальных полезностей (коэффициент социальной значимости) с точки зрения налоговой политики “центра”. А именно: эти коэффициенты соизмеряют полезности индивидов в функции общего благосостояния

$$W = \sum_i \lambda_i U_i(x_i, l_i), \ \lambda_i \ge 0, \tag{4}$$

которая достигает максимума в равновесии. Кроме того, обратим внимание, что в этой модели "налог" определяется денежным выражением "производственного потенциала" членов группы за вычетом некоторой величины, убывающей с ростом численности группы и возрастающей с ростом "социальной значимости группы".

Помимо личного потребления в системе есть фиксированное "общественное потребление" x^0, так что объем производства должен быть больше суммарного потребления

$$\sum_i n_i(a_i l_i - x_i) - x^0 \geq 0, \tag{5}$$

В предположении

$$\sum_i n_i a_i T_i > x^0 \tag{6}$$

определим равновесие модели как набор x^*_i, l^*_i, D^*_i, p^*, при котором выполняются соотношения:

$$\sum_i n_i(a_i l_i^* - x_i^*) = x^0, \tag{7}$$

$$\sum_i n_i D_i = p^* x^0, \tag{8}$$

$$u_i(l_i^*, x_i^*) \geq u_i(l_i, x_i) \tag{9}$$

для всех x_i, l_i, удовлетворяющих условиям:

$$p^* x_i \leq p^* a_i l_i - D_i^*, \tag{10}$$

$$x_i \geq 0, \quad 0 \leq l_i < T_i. \tag{11}$$

Решением задачи потребителя (5)–(11) являются функции спроса и предложения труда, задающие оптимальные значения потребления и трудозатрат каждой группы для каждого уровня цен:

$$x_i(p) = (a_i T_i - D_i/p)/(1 + b_i), \tag{12}$$

$$l_i(p) = (a_i T_i - D_i b_i/p)/[a_i(1 + b_i)]. \tag{13}$$

С учетом (3) функции спроса на продукт и предложения труда принимают вид:

$$x_i(p) = \lambda_i/(n_i p), \tag{14}$$

$$l_i(p) = T_i - b_i\lambda_i/(n_i p a_i). \tag{15}$$

Выпишем функцию избыточного спроса $V(p) = x^0 + \sum_i n_i x_i(p) - \sum_i n_i a_i l_i(p)$. Подставив в нее значения, имеем:

$$V(p) = x^0 + \sum_i n_i\left[\lambda_i/n_i p\right] - \sum_i n_i a_i[T_i - b_i\lambda_i/n_i p a_i], \tag{16}$$

а затем, приравнивая $V(p)$ нулю и выражая цену равновесия p, получим

$$p^* = \sum_i \lambda_i(1 + b_i) \Big/ \sum_i n_i a_i T - x^0 > 0 \text{ при } \sum_i n_i a_i T > x^0. \tag{17}$$

Процесс корректировки цен ("нащупывания") представляется, как обычно, дифференциальным уравнением

$$\frac{dp}{dt} = \mu V(p), \tag{18}$$

где μ – некоторое положительное число.

Стационарное решение есть равновесное значение цены $p(t) = p^*$. Производная по цене функции избыточного спроса (16) имеет вид

$$V'(p) = -\sum_i \lambda_i/p^2 - \sum_i b_i\lambda_i/p^2 < 0. \tag{19}$$

Таким образом, равновесие модели (1)–(11) единственно и устойчиво. Ясно также, что значения x_i^*, l_i^* – Парето-оптимальны. Они максимизируют функцию благосостояния (4), где параметры λ_i определяют величину налога (3).

МОДЕЛИ С ФИЛАНТРОПИЕЙ

Итак, рассматриваем ситуацию, когда все члены группы 1 отдают в благотворительный фонд по c единиц производимого продукта. Естественно предположить, что этот объем зависит от состояния, в котором находятся данные участники, т.е. определена функция $c = c(x_1, l_1)$. Участники остальных групп получают дотацию в размере $\Delta_i > 0$.

Основной интерес представляют вопросы: будет ли существовать равновесие, будет ли оно Парето-оптимальным и будет ли рыночный механизм его поддерживать (устойчивость). Не пытаясь определить, при каком виде функции $c = c(x_1, l_1)$ существует равновесие, мы прежде всего рассмотрим более узкую проблему: для каких функций $c = c(x_1, l_1)$ равновесие, если оно существует, будет Парето-оптимальным. Исходную модель изменяем, вводя в бюджетное ограничение дополнительную сумму $- pc(x_1, l_1)$ для участников группы 1 и $p\Delta_i$ для участников группы i, где

$$\sum_{i=2}^{m} p\Delta_i n_i = pn_1 c(x_1, l_1). \tag{20}$$

При этом считается, что величина “налогообложения” D_i не зависит от филантропического пожертвования.

Бюджетные ограничения (10) принимают вид:

– для участников группы 1: $px_1 \le pa_1 l_1 - D_1 - pc(x_1, l_1);$ (21)

– для участников группы i: $(i \ne 1)$: , $px_i \le pa_i l_i - D_i + p\Delta_i,$ (22)

где $c(x_1, l_1)$ – размер материальной помощи в натуральном выражении; Δ_i – величина помощи, получаемая участником группы i.

Определение. *Равновесием с филантропией* назовем набор переменных состояния x_i^* и l_i^* и ценовых характеристик D_i^* и p^*, которые удовлетворяют соотношениям (7)–(9) для всех x_i, l_i, соответствующих (11), (21), (22).

Теорема 1. *Если для заданных параметров модели и функции благотворительности* $c(x, l)$ *существует равновесие* (7)–(9), (11), (21), (22), *то равновесная цена* $p^*>0$ *определяется формулой*

$$p^* = \frac{\sum_i \lambda_i(1+b_i)}{\sum_i n_i a_i T - x^0} > 0. \tag{23}$$

Д о к а з а т е л ь с т в о. Умножая бюджетные ограничения (21), (22) на n_i и суммируя их, получим

$$n_1 px_1 + \sum_{i\ne 1} n_i px_i = \sum_{i\ne 1} n_i pa_i l_i - \sum_{i\ne 1} n_i D_i + \sum_{i\ne 1} n_i p\,\frac{n_i}{n_1}\Delta_i + n_1 pa_1 l_1 - n_1 D_1 - n_1 pc(x_1, l_1). \tag{24}$$

Откуда

$$p\sum_i n_i(a_i l_i^* - x_i^*) = \sum_i n_i D_i = \sum_i n_i\big(a_i T_i p - \lambda_i(1+b_i)/n_i\big). \tag{25}$$

Выражая $\sum_i n_i \left(a_i l_i^* - x_i^* \right)$ через p из последнего соотношения и подставляя его в балансовое ограничение, имеем

$$\sum_i n_i \left(a_i T_i p - \lambda_i (1 + b_i)/n_i \right) = x^0 p. \tag{26}$$

В итоге из этого соотношения вытекает формула (17):

$$p^* = \sum_i \lambda_i (1 + b_i) \Big/ \sum_i n_i a_i T - x^0 > 0.$$

Очевидно, что если параметры модели таковы, что x_i и l_i имеют содержательный смысл, то равновесие существует. Мы в этом убедимся далее.

Предположим, что равновесие существует, а функция $c(x_1, l_1)$ выпукла вверх и непрерывно дифференцируема. Справедлива следующая теорема.

Теорема 2. *Необходимым и достаточным условием оптимальности по Парето равновесного состояния модели* (1)–(7), (24)–(26), (9) *является выполнение зависимости*

$$c(x_1, l_1) = \Phi(a_1 l_1 - x_1), \tag{27}$$

где Φ *– произвольная положительная непрерывно-дифференцируемая функция скалярного аргумента.*

Доказательство.

Необходимость. Сначала докажем, что если равновесие с выпуклой филантропией существует и оно Парето-оптимально, то функция филантропии является произвольной непрерывно дифференцируемой функцией от $al - x$ из (27).

Прежде всего заметим, что положительность следует из содержательного смысла благотворительности. Решением задачи участника служат функции потребительского спроса и предложения труда, задающие оптимальные значения потребления и трудозатрат каждой группы для каждого уровня цен. Если равновесие Парето-оптимально, то для каждого участника должны выполняться условия Куна–Таккера в точках оптимума как для потребительского максимума, так и для глобального. Для участников с номером $i > 1$ существование положительных λ_i доказывается аналогично случаю исходной модели.

Рассмотрим условия Куна–Таккера для ненулевого потребления участника группы 1:

$$\frac{1}{x_1^*} = \beta_1 p^* \left(1 - \frac{\partial c(x_1, l_1)}{\partial x_i} \right), \tag{28}$$

$$\frac{b_1}{T_1 - l_1^*} = \beta_1 p^* \left(a_1 - \frac{\partial c(x_1, l_1)}{\partial l_i} \right); \; l_i > 0,$$

где β_1 – предельная полезность денег. Отсюда

$$\frac{b_1 x_1^*}{T_1 - l_1^*} = \left(a_1 + \frac{\partial c(x_1, l_1)}{\partial l_i} \right) \Big/ \left(1 - \frac{\partial c(x_1, l_1)}{\partial x_i} \right). \tag{29}$$

Кроме того, для глобального оптимума справедлива формула $b_1 x_1^* / (T_1 - l_1^*) = a_1$. Так как точки глобального и потребительского оптимумов совпадают, то получаем дифференциальное уравнение

$$a_1 \frac{\partial c(x_1, l_1)}{\partial x_1} + \frac{\partial c(x_1, l_1)}{\partial l_1} = 0. \tag{30}$$

Очевидным решением является $c = \text{const}$, если же решение есть функция от двух переменных, то ее градиент в любой точке ортогонален вектору $(a, 1)$ и тем самым всегда коллинеарен прямой $al_1 - x_1 = \text{const}$. Значит, любая непрерывно-дифференцируемая функция $\Phi(al_1 - x_1 + \text{const})$ удовлетворяет дифференциальному уравнению (30) и только при зависимости пожертвования $c(x_1, l_1) = \Phi(al_1 - x_1) + \text{const}$ существующее равновесие может быть оптимальным.

Уточним свойства функции филантропии $c(x_1, l_1) = \Phi(al_1 - x_1) + \text{const}$. Из экономических соображений можно считать, что:

1) при $al_1 - x_1 = 0$ $c(x_1, l_1) = 0$, т.е. const = 0;

2) $\Phi(Z) > 0$ определена только для положительных значений своего аргумента и не превосходит его значений $\Phi(Z) < Z$;

3) при увеличении аргумента значение функции возрастает: $\Phi(Z + \Delta Z) > \Phi(Z)$;

4) прирост аргумента превышает прирост функции: $\Phi(Z + \Delta Z) - \Phi(Z) < \Delta Z$.

Предельным переходом по $\Delta Z \to 0$ получаем $0 < \Phi'(Z) < 1$.

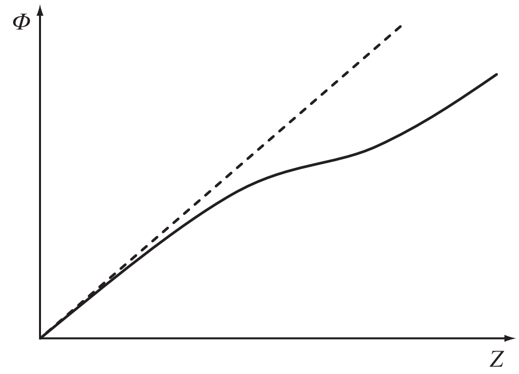

Рис. 1

На рис. 1 изображена кривая возможной функции филантропии, которая возрастает, но в каждой точке не быстрее прямой с единичным наклоном.

Достаточность. Необходимо показать, что если функция филантропии $c(x_1, l_1) = \Phi(\mathrm{a}l_1 - x_1)$, то для всех $i = 1,\ldots, m$ найдутся коэффициенты λ_i, при которых функция общественного состояния типа (4) достигает максимума в точке равновесия.

Рассмотрим выполняемые соотношения Куна–Таккера для $i = 1$. Для потребителя из первой группы должно выполняться равенство

$$\frac{1}{x_1^*} = \beta_1 p^* \left(1 - \frac{\partial c(x_1, l_1)}{\partial x_1}\right). \tag{31}$$

Если равновесие Парето-оптимально, то для некоторых $\hat{\lambda}_1$ будет иметь место $\hat{\lambda}_1 / x_1^* = rn_i$, где r – множитель Лагранжа для общего балансового ограничения.

Отсюда в предположении $r = p$ имеем

$$\hat{\lambda}_1 = \frac{n_1}{(1 + \partial c / \partial x_1)\beta_1} \tag{32}$$

и аналогично из соотношений для производных по l –

$$\hat{\lambda}_1 = \frac{n_1 a_1}{(a_1 - \partial c / \partial l_1)\beta_1}. \tag{33}$$

Дифференцируя $c(l, x) = \Phi(al_1 - x_1)$ по x и по l, имеем

$$\frac{\partial c}{\partial x} = -\Phi' < 0, \quad \frac{\partial c}{\partial l} = \Phi' a > 0.$$

Подставляя эти производные в формулы (32)–(33), получим:

$$\hat{\lambda}_1 = \frac{n_1}{(1 - \Phi')\beta_1}, \quad \hat{\lambda}_1 = \frac{a_1 n_1}{(a_1 - \Phi' a_1)\beta_1}. \tag{34}$$

Нетрудно увидеть, что правые части равенств равны и $\hat{\lambda}_1 > 0$.

Рассмотрим случай $k \neq 1$. Распределение дополнительных благ $\Delta_i(x_1, l_1)$ из филантропического фонда удовлетворяет соотношению $n_1 \Phi(a_1 l_1 - x_1) = \sum_{i \neq 1} n_i \Delta_i(x_1, l_1)$.

Для потребителя группы i величина $\Delta_i(x_1, l_1)$ является константой, поэтому условия Куна–Таккера будут аналогичны условиям (32)–(33), но без производных функции филантропии $\partial c / \partial x_1$ и $\partial c / \partial l_1$. В связи с этим соответствующие коэффициенты $\hat{\lambda}_i$ будут строго положительны. ■

Теперь выявим условия, когда равновесие с $c = \Phi(al - x)$ существует, где равновесные значения переменных для этого случая определяются из формул:

$$x_1(p) = \frac{\lambda_1}{n_1 p(1-c)} - \frac{ca_1 T_1}{(1-c)(1+b_1)}, \tag{35}$$

$$l_1(p) = T_1 - \frac{b_1\lambda_1}{a_1 n_1 p(1-c)} + \frac{b_1 cT_1}{(1-c)(1+b_1)}, \tag{36}$$

$$x_1(p) = (a_i T_i p - D_i + \Delta_i p)/(1+b_i), \tag{37}$$

$$l_i(p) = (a_i T_i p + D_i b_i - \Delta_i b_i p)/a_i(1+b_i). \tag{38}$$

Чтобы величины x, l принимали значения, имеющие экономический смысл, т.е. были положительными, необходимо выполнить следующие ограничения на значения коэффициента филантропии:

$$\lambda_1(1+b_1)/(a_1 T_1 n_1 p^*) > c;\quad 0 < c < 1. \tag{39}$$

Таким образом, доказана следующая теорема о существовании равновесия.

Теорема 3. *Равновесие с альтруизмом вида* $c = c(al - x)$ *всегда существует, если коэффициент* c *удовлетворяет неравенствам*:

$$\lambda_1(1+b_1)/(a_1 T_1 n_1 p^*) > c;\quad 0 < c < 1. \tag{40}$$

Рассмотрим теперь ситуацию, когда форма альтруизма не фиксирована заранее, а обусловлена структурой предпочтений участников первой группы (“доноров”). По сравнению с прежними моделями функция полезности участников включает удовлетворение “доноров” от оказания благотворительной помощи другим группам и имеет вид

$$u_1 = \ln(x_1) + b_i \ln(T_i - l_i) + f\ln(c), \tag{41}$$

где f – коэффициент, характеризующий склонность к филантропии, а c – величина благотворительности.

Бюджетное ограничение принимает вид:

$$x_1 p \le a_1 l_1 p - D_1 - cp \text{ для } i = 1, \tag{42}$$

$$px_1 \le pa_i l_i - D_i + p\Delta_i \text{ для } i \ne 1.$$

Максимизация функции полезности (41) при ограничениях (42), (22) определяет поведение участника следующим образом:

$$x_1(p) = \hat{\lambda}_1(1+b_1)/[n_1 p(1+b_1+f)], \tag{43}$$

$$l_1(p) = T_1 - b_1\hat{\lambda}_1(1+b_1)/[n_1 p a_1(1+b_1+f)], \tag{44}$$

$$c(p) = f\hat{\lambda}_1(1+b_1)/[n_1 p(1+b_1+f)]. \tag{45}$$

Для $i \ne 1$ имеем

$$x_i(p) = \frac{\hat{\lambda}_i}{n_i p} + \frac{\Delta_i}{(1+b_i)},\quad l_i(p) = T_i - \frac{b_i}{a_i}\left(\frac{\hat{\lambda}_i}{n_i p} + \frac{\Delta_i}{(1+b_i)}\right). \tag{46}$$

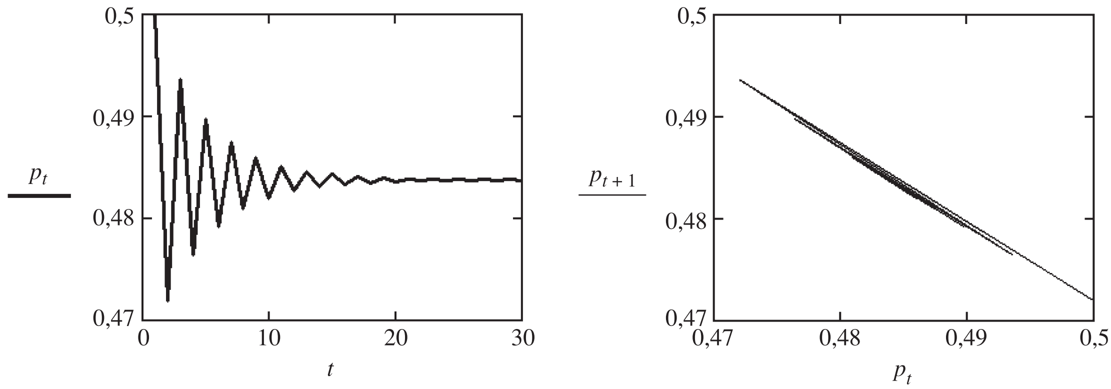

Рис. 2

При любых значениях коэффициента f потребление первой группы положительно, трудозатраты этой группы при филантропии будут больше затрат труда при отсутствии филантропии. Таким образом, если в исходной модели равновесие существует, то и в модели с филантропией оно будет существовать.

Заметим, что выражение для равновесной цены определяется формулой (17). Аналогично предыдущим случаям данное равновесие будет устойчиво.

На рис. 2 изображен процесс сходимости текущей цены p_t к равновесному значению p^* при некоторых значениях параметров модели.

Рассмотрим равновесие x^*, p^*, l^* модели (1)–(8), (11), (22), (41), (42). Покажем, что значения x^*, l^* Парето-оптимальны. Всякое Парето-оптимальное состояние максимизирует некоторую скалярную функцию

$$W = U_1(x_1, l_1, c) + \sum_{i \neq 1} \hat{\lambda}_i U_i(x_i, l_i) \hat{\lambda}_i \geq 0 \tag{47}$$

на допустимом множестве их значений.

При максимизации функции (49) выполняются условия Куна–Таккера:

$$\lambda_i / x_i = r^* n_i, \quad x_i^* > 0, \tag{48}$$

$$-\lambda_i b_i / (T_i - l_i) = -r^* n_i a_i, \quad l_i^* > 0, \tag{49}$$

$$\lambda_1 f / c = r^* n_1, \quad c > 0. \tag{50}$$

Оптимальные значения равны, соответственно

$$x_i^{opt} = \lambda_i / r^* n_i, \quad l_i^{opt} = T_i - \lambda_i b_i / r^* n_i a_i, \quad c^{opt} = \lambda_1 f / r^* n_1. \tag{51}$$

Из условия равенства равновесных значений оптимальным находим коэффициенты социальной значимости групп

$$\begin{cases} x_i^* = x_i^{opt}; \\ l_i^* = l_i^{opt}; \qquad \hat{\lambda}_1 = \dfrac{\lambda_1 (1 + b_1)}{(1 + b_1 + f)}, \qquad \hat{\lambda}_i = \lambda_i + \dfrac{f \hat{\lambda}_1 (1 + b_1)}{(1 + b_i)(1 + b_1 + f)}, \quad i \neq 1. \\ c^* = c^{opt}, \end{cases} \tag{52}$$

Нетрудно убедиться, что $\hat{\lambda}_i > 0$. Таким образом, верно, что равновесие модели (1)–(8), (11), (22), (41), (42) оптимально по Парето.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные в этой статье модели представляют собой, прежде всего, теоретическое исследование, направленное на выяснение влияния филантропии и альтруизма на свойства равновесия совершенной конкуренции. Совершенно ясно, что непосредственное распространение выводов из простейшей модели на сверхсложную экономическую реальность не может считаться абсолютно оправданным, к тому же почти всякая теоретическая экономическая конструкция должна сопровождаться определенными статистическими расчетами. Но подобные оговорки справедливы по отношению к большинству экономико-математических моделей. Мы надеемся, что полученные выводы могут быть полезны, ориентируя экономиста-исследователя на дальнейшую разработку подходов и анализ влияния нерыночных форм поведения экономических агентов на характер функционирования экономики.

Как выясняется уже на самых простых моделях, это влияние весьма неоднозначно. Если один из участников рыночного взаимодействия передает другим участникам величину, пропорциональную его собственному потреблению, то рыночное равновесие будет существовать и будет устойчивым. Однако оно не будет Парето-оптимальным, т.е. экономически разумным. Если же передаваемая часть другим будет пропорциональна чистому доходу, равновесие будет устойчивым и Парето-оптимальным. При этом любая другая зависимость пожертвования от затрат труда донора и его потребления не может обеспечить условия Парето-оптимальности. Наконец, в случае, если удовлетворенность донора растет с ростом пожертвования другим, то равновесие существует, устойчиво и Парето-оптимально.

Разумеется, это так в той степени, в какой наши малоразмерные модели соответствуют экономической реальности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Барсукова С.Ю. (2005): Сетевые обмены российских домохозяйств: опыт эмпирического исследования // *Социс*. № 8. С. 36.

Виноградский В.Г. (1998): “Орудия слабых”: неформальная экономика крестьянских домохозяйств // *Социологический журнал*. № 3–4.

Гаврилец Ю.Н. (1994): Модель равновесного функционирования экономики с переменной структурой населения // *Экономика и мат. методы*. Т. 30. Вып. 2.

Гаврилец Ю.Н., Стеблюк А.С. (2010): Однопродуктовая модель экономического равновесия с альтруизмом. Труды XXXIII школы-семинара им. академика С.С. Шаталина “*Системное моделирование социально-экономических процессов*”.

Гаврилец Ю.Н., Чекмарева Е.А. (2010): Моделирование равновесного функционирования экономики в Северо-Западном федеральном округе // *Экономические и социальные перемены: факты, тенденции, прогноз*. № 4(12).

Павлов И.А. (2007): Поведенческая экономическая теория – позитивный подход к исследованию человеческого поведения (научный доклад). М.: ИЭ РАН.

Павлов Р.Н. (2002): Роль этического фактора в системе функционирования экономики // *Вестник ун-та*. Серия “Институциональная экономика”. № 2 (4). М.: ГУУ.

Смит А. (1997): Теория нравственных чувств. М.: Республика.

Смит В. (2008): Экспериментальная экономика (комплекс исследований, по совокупности которых автору присуждена Нобелевская премия). М.: ИРИСЭН, Мысль.

Baron D.P. (2007): Corporate Social Responsibility and Social Entrepreneurship // *J. of Economics & Management Strategy*.

Friedman M. (1970): The Social Responsibility of Business Is to Increase Its Profits // *The New York Times Magazine*. September 13. P. 32–33, 122, 126.

Edgeworth F.Y. (1881): Mathematical Psychics: an Essay on the Application of Mathematics to the Moral Sciences.

Granovetter M. (2001): The Strengths of Weak Ties // *American J. of Sociology*. Vol. 73.

Rabin M. (1993): Incorporating Fairness into Game Theory and Economics // *American Econ. Rev.* December. Vol. 83(5).

Поступила в редакцию
07.06.2011 г.

Single-Product Model of Economic Equilibrium with Philanthropy

Yu.N. Gavrilets, A.S. Steblyuk

The authors propose the simplest one-commodity model of economic equilibrium to the Pareto-optimal condition supplemented by philanthropic behavior of the one group of households. Considered the case of fixed rules donations and donations following a certain utility function. Defined conditions of Pareto-optimality of the new state of market equilibrium and its stability.

Keywords: philanthropy, Pareto-optimum, equilibrium, stability.