
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

МЕТОД АНАЛИТИЧЕСКИХ СЕТЕЙ ПРИ ПРИНЯТИИ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

© 2012 г. Т.К. Кравченко

(Москва)

Учет условий внешней среды, возможные реализации которых в совокупности задают проблемные ситуации принятия экономических решений, существенно повышает качество аналитического обоснования альтернатив. В данной статье предложен новый подход к моделированию проблемных ситуаций принятия решений в условиях неопределенности, разработанный с использованием методов анализа иерархий (МАИ) и аналитических сетей (МАС) Т.Л. Саати. Особенностью предлагаемого подхода является формализация возможных зависимостей, существующих между подусловиями, на которые разбиваются условия, учитываемые при принятии решения, и их различными реализациями.

Ключевые слова: моделирование проблемных ситуаций принятия экономических решений, метод анализа иерархий (МАИ), метод аналитических сетей (МАС), коэффициенты относительной значимости проблемных ситуаций.

ВВЕДЕНИЕ

Для моделирования проблемных ситуаций принятия решений в условиях неопределенности в основном используются следующие подходы: имитационное моделирование, экспертное прогнозирование, моделирование на основе таблиц решений, когнитивное моделирование.

Для работы с имитационной моделью необходимо задать набор воздействующих на формирование проблемных ситуаций условий и зависимости, характеризующие возникновение тех или иных проблемных ситуаций в результате взаимодействия выявленных условий. Тогда можно попытаться получить ответ на вопрос, какова будет проблемная ситуация, если условия в период прогноза примут определенные значения (Карпов, 2006; Павловский, 2004). Если же в формальном виде описать такие зависимости не удастся, моделирование проблемных ситуаций чаще всего осуществляется на основе экспертного прогнозирования (Ларичев, 2000; Литвак, 1996; Орлов, 2004).

Для успешной реализации прогноза необходимо решить следующие задачи:

- 1) подготовить организационное обеспечение разработки прогноза;
- 2) сформулировать задание на прогноз;
- 3) сформировать рабочую и аналитическую группы сопровождения;
- 4) создать экспертную комиссию;
- 5) подготовить методические предпосылки прогнозирования, необходимую информационную базу и соответствующее программное обеспечение.

Качественный экспертный прогноз может быть разработан лишь в том случае, если он основательно подготовлен, задействованы компетентные специалисты, использована достоверная информация, оценки получены корректно и обработаны. Моделирование проблемных ситуаций возможно и на основе функциональной модели процесса принятия решения – таблицы решений (Кравченко, 2010).

Таблица решений (ТР) состоит из четырех разделов:

- условия, учитываемые при принятии решения (раздел II);
- действия, предпринимаемые в результате проверки условий (раздел III);
- правила решения (разделы I и IV показывают, какие действия из перечисленных в разделе III выполняются в каждой проблемной ситуации, определяемой конкретным сочетанием результатов проверки условий).

В простом случае условия в ТР формулируются таким образом, чтобы их соблюдение регламентировалось ответами “да” и “нет”. Элементы “да” и “нет” называются “входами” условий, их различные перестановки фиксируются в разделе I. Действия в разделе III также могут быть заданы полностью, при этом остается лишь указать, какие из них выполняются в каждой ситуации. Однако в качестве “входов” действий в разделе IV используются арабские цифры, указывающие порядок следования нескольких действий.

В этих терминах любой столбец правой части ТР, состоящий из входов условий и входов действий, представляет собой отдельное правило решения. Входы условий связаны между собой логическим отношением “И” (учитываются результаты проверки первого, второго и т.д. условий). Также логическим отношением “И” связаны входы действий (из числа действий, предназначенных к выполнению, должны быть осуществлены и первое, и второе и т.д.). Названные две части правила решения объединены логическим отношением “Если..., то...”.

В зависимости от способа заданий условий, действий и их входов различают несколько видов таблиц решений. Выше были рассмотрены так называемые ТР с ограниченным входом (или с ограниченным входом условий и входом действий).

Если m – число условий, учитываемых при принятии решений, то число столбцов длины m , в которых заданы различные перестановки элементов “да” и “нет”, равно 2^m . Таблица с ограниченным входом условий, которая включает 2^m правил решения, называется полной.

Под таблицей решений с расширенным входом условий понимается такая таблица, в которой проверяемые условия только частично заданы в разделе II, а входами условий являются какие-либо другие элементы, отличные от “да” и “нет”.

В таблице решения с расширенным входом действий перечисленные в разделе III действия задаются в таком виде, что их выполнение нельзя отразить в форме “да – нет”. В этом случае соответствующие входы уточняют и дополняют действия, указанные в перечне.

При моделировании проблемных ситуаций могут быть использованы таблицы решений как с ограниченным, так и с расширенным входом. Совокупность входов условий в совокупности и формирует проблемную ситуацию.

Когнитивное моделирование проблемных ситуаций основано на понятии когнитивной карты – ориентированного графа. Вершины когнитивной карты соответствуют условиям, определяющим ситуацию, ориентированные ребра – причинно-следственным связям между условиями.

Исторически первой когнитивной моделью был знаковый граф (Axelrod, 1976). Затем появились нечеткие когнитивные карты (Kosko, 1986). Существенным продвижением явилось создание модели когнитивной карты, управляемой нечеткими правилами (Carvalho, Tome, 1999). Благодаря наличию множества модификаций когнитивных карт можно говорить о различных типах моделей их использования (Трахтенгерц, 2001; Коврига, Максимов, 2005; Федулов, 2005).

Таким образом, каков бы ни был подход к моделированию проблемных ситуаций, важнейшей задачей выступает выявление условий, воздействующих на формирование проблемных ситуаций.

Данная статья посвящена разработке нового подхода к моделированию проблемных ситуаций принятия решений в условиях неопределенности, основанного на методах анализа иерархий (МАИ) и аналитических сетей (МАС) Саати (Саати, 1993; 2008).

Особенности предлагаемого подхода к моделированию проблемных ситуаций принятия решений в условиях неопределенности:

- формализация методов анализа иерархий и аналитических сетей Саати для моделирования проблемных ситуаций принятия решений в условиях неопределенности;

- разработка иерархии условий, учитываемых в задаче принятия решений с целью их возможной конкретизации (уровней условий может быть несколько);
- разбиение условий нижнего уровня иерархии на сети подусловий, являющихся дальнейшей конкретизацией условий, в которых учитываются возможные зависимости между подусловиями;
- введение различного вида сетей подусловий для отдельных условий;
- разработка для каждого подусловия различных результатов проверки, т.е. реализаций;
- представление проблемной ситуации как совокупности отдельных реализаций всех выделенных подусловий условий принятия решения.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ МОДЕЛИРОВАНИЯ УСЛОВИЙ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Традиционно методология Т.Л. Саати используется для разработки иерархической структуры, которая включает цель принятия решения, признаки (критерии) и альтернативы, которые задаются лицом, принимающим решение (ЛПР).

Применим указанную методологию для другого объекта – разработки иерархической структуры условий принятия решения (Kravchenko, Seredenko, 2011). При этом условия разбиваются на более детальные подусловия, которые также могут быть связаны между собой. Результаты проверки (или возможные реализации) подусловий в совокупности и формируют проблемные ситуации принятия решения. Вершиной такой иерархической структуры будет выступать цель: найти коэффициенты относительной значимости условий, подусловий и реализаций подусловий принятия решения.

В соответствии с методом анализа иерархий будем считать, что цель и уровни условий, располагающиеся под целью, составляют *управляющую иерархию*. Предполагаем, что условия не зависят друг от друга.

Для моделирования подусловий, на которые разбиваются исходные условия, и их реализаций воспользуемся методом аналитических сетей, позволяющим учесть возможную зависимость подусловий и их реализаций. Под каждым условием *управляющей иерархии* сформируем *сеть подусловий*. Вид таких сетей зависит от сложности и содержания решаемой задачи. Возможные варианты сетей подусловий приведены на рис. 1.

Для обработки управляющей иерархии условий и вычисления коэффициентов их относительной значимости можно использовать метод анализа иерархий (Саати, 1993). Для расчета коэффициентов относительной значимости подусловий и их реализаций – метод аналитических сетей (Саати, 2008).

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ЗНАЧИМОСТИ УСЛОВИЙ, ИХ ПОДУСЛОВИЙ И ВОЗМОЖНЫХ РЕАЛИЗАЦИЙ В ЗАДАЧАХ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЯ

2.1. Определение коэффициентов относительной значимости условий в задачах принятия решения. Введем условные обозначения: $U = (U_1, \dots, U_M)$ – условия принятия решения; P_{mn} – элементы матрицы парных сравнений относительной значимости условий, сформированные ЛПР, где $m, n = 1, \dots, M$; $z_{\text{собств.}M} = (z_{\text{собств.}1}, \dots, z_{\text{собств.}M})$ – собственный вектор матрицы парных сравнений относительной значимости условий; $\lambda_{\max M}$ – максимальное собственное значение матрицы парных сравнений относительной значимости условий; $w = (w_1, \dots, w_M)$ – вектор коэффициентов относительной значимости условий.

Приведем исходные данные для определения коэффициентов относительной значимости условий: U_m – условия принятия решения, $m = 1, \dots, M$; P_{mn} – элементы матрицы парных сравнений относительной значимости условий, $m, n = 1, \dots, M$.

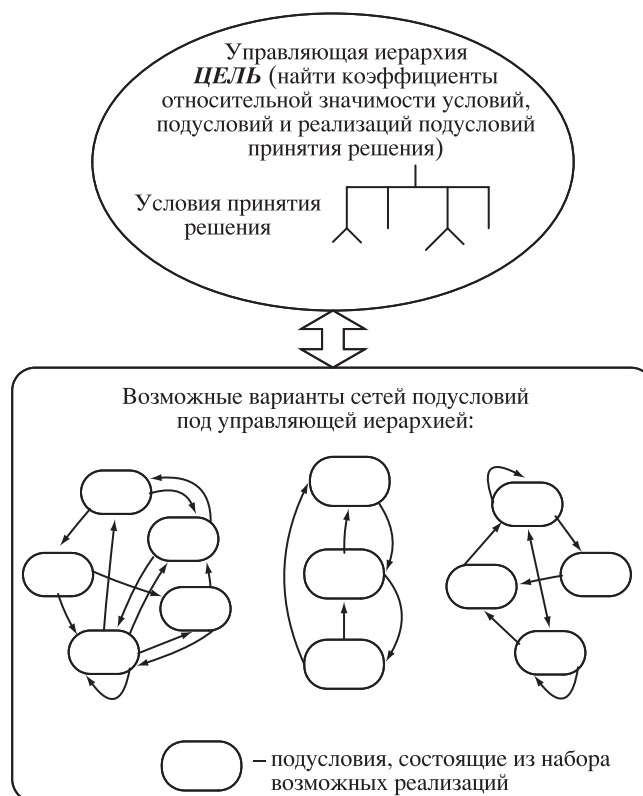


Рис. 1. Сетевая структура подусловий принятия решений

Оценки относительной значимости условий задаются в так называемой “шкале Саати” (Saaty, 2003, р. 53), состоящей из следующих возможных оценок: $\{1/9, 1/8, 1/7, 1/6, 1/5, 1/4, 1/3, 1/2, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Связь оценок P_{mn} и P_{nm} выражается отношением: $P_{nm} = 1/P_{mn}$. Каждой градации шкалы соответствует содержательное описание (табл. 1). Заметим, что формируемые таким образом матрицы являются квадратными, обратно-симметричными и содержащими единицы на главной диагонали. Например, если P_{mn} равно 7, то относительная значимость условия m “существенно выше” условия n . При этом значение P_{nm} будет равняться $1/7$, т.е. относительная значимость условия n “существенно ниже” условия m .

Приведем процедуру нахождения коэффициентов относительной значимости условий, учитываемых в задачах принятия решений:

1) задаются условия принятия решения (не рассматриваем вариант разработки нескольких уровней условий);

2) формируются матрицы парных сравнений относительной значимости условий с элементами P_{mn} , в которых оценивается относительная значимость условий m и n , где $m, n = 1, \dots, M$;

3) для матрицы парных сравнений относительной значимости условий вычисляется собственный вектор $z_{\text{собств.}M} = (z_{\text{собств.}1}, \dots, z_{\text{собств.}m}, z_{\text{собств.}M})$, соответствующий максимальному собственному значению матрицы (Саати, 1993, с. 85–91). Общий вид для вычисления собственного вектора (из определения собственного вектора):

$$P_{mn} z_{\text{собств.}M} = \lambda_{\max M} z_{\text{собств.}M}; \quad (1)$$

4) элементы полученного вектора преобразуются согласно правилу:

$$w_m = z_{\text{собств.}m} / \sum_{m=1-M} z_{\text{собств.}m}; \quad (2)$$

5) вектор $w = (w_1, \dots, w_M)$ – искомый вектор коэффициентов относительной значимости условий, который далее будет использоваться при вычислении коэффициентов относительной значимости подусловий принятия решения и их реализаций.

Таблица 1. Содержательная трактовка оценок матрицы парных сравнений Саати применительно к различным сущностям (условиям, подусловиям и их реализациям)

Величина оценки	Содержательная трактовка оценок матрицы парных сравнений
1	Равная значимость
2	Слабая степень превосходства
3	Средняя степень превосходства
4	Превосходство выше среднего
5	Умеренно сильное превосходство
6	Значительное превосходство
7	Весьма значительное превосходство
8	Бесспорное превосходство
9	Абсолютное превосходство

2.2. Определение коэффициентов относительной значимости подусловий принятия решения и их реализаций. После обработки условий управляющей иерархии необходимо обработать все сети, описывающие структуру подусловий принятия решения каждого условия. Как было сказано выше, вид таких сетей зависит от содержания решаемой задачи.

Предложим возможный вид сетевой структуры подусловий и их реализаций (рис. 2). Подобные сетевые структуры могут иметь следующие зависимости между сформированными подусловиями и их реализациями:

– зависимости подусловий относительно подцели (на рис. 2 они показаны сплошными линиями со стрелками, исходящими из подцели) – зависимости типа I;

– зависимости между двумя различными подусловиями и их реализациями (пунктирные линии со стрелками, исходящие из одного подусловия и входящие в другое) – зависимости типа IIa;

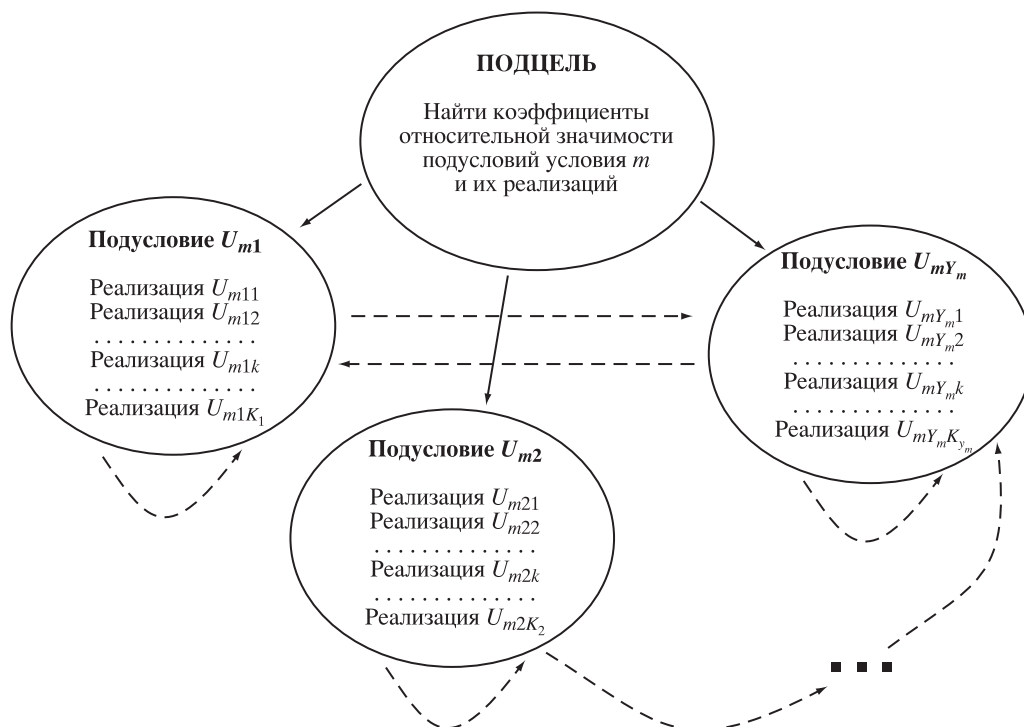
**Рис. 2.** Возможный вид сети подусловий под управляющей иерархией условий

Таблица 2. Общий вид матрицы парных сравнений относительной значимости подусловий условия m

U_m	U_{m1}	...	U_{mt}	...	U_{mY_m}
U_{m1}	1	...	$P_{m(1,t)}^I$	...	$P_{m(1,Y_m)}^I$
...	...	...	...	...	...
U_{my}	$P_{m(y,1)}^I$	...	$P_{m(y,t)}^I$	...	$P_{m(y,Y_m)}^I$
...	...	...	...	...	...
U_{mY_m}	$P_{m(Y_m,1)}^I$	...	$P_{m(Y_m,t)}^I$	...	1

Таблица 3. Общий вид матриц парных сравнений относительной значимости реализаций подусловий t , влияющих на реализации подусловий y

U_{myk}	U_{mtl}	...	U_{mtl}	...	U_{mtK_t}
U_{m1}	1	...	$P_{U_{myk}(U_{mt1}, U_{mtl})}^{IIa}$	...	$P_{U_{myk}(U_{mt1}, U_{mtK_t})}^{IIa}$
...	...	...	...	...	...
U_{mth}	$P_{U_{myk}(U_{mth}, U_{mtl})}^{IIa}$	...	$P_{U_{myk}(U_{mth}, U_{mtl})}^{IIa}$	...	$P_{U_{myk}(U_{mth}, U_{mtK_t})}^{IIa}$
...	...	...	...	...	...
U_{mtK}	$P_{U_{myk}(U_{mtK}, U_{mtl})}^{IIa}$	...	$P_{U_{myk}(U_{mtK}, U_{mtl})}^{IIa}$	...	1

– взаимозависимости между двумя подусловиями и их реализациями (две разнонаправленные пунктирные линии со стрелками, соединяющие два подусловия) – зависимости типа IIa и типа IIb соответственно;

– зависимости между реализациями одного подусловия (пунктирные линии со стрелками, исходящими и входящими в одно подусловие) – зависимости типа III .

Для обработки данного вида сетей можно применить метод аналитических сетей, формализация которого применительно к новому объекту исследования приведена ниже.

Введем условные обозначения для зависимостей **типа I**: U_{my} – подусловия y , соответствующие условию m , где $y = 1, \dots, Y_m$; $m = 1, \dots, M$; $P_{m(y,t)}^I$ – элементы матрицы парных сравнений относительной значимости подусловий $y - U_{my}$ и $t - U_{mt}$ относительно условия m , где $y, t = 1, \dots, Y_m$; $Z_{\text{собств. } m}^I$ – собственный вектор матрицы парных сравнений относительной значимости подусловий y относительно условия m ; $\lambda_{\max, m}^I$ – максимальное собственное значение матрицы парных сравнений относительной значимости подусловий условия m ; W_{my}^I – вектор коэффициентов относительной значимости подусловий y условия m .

Матрицы парных сравнений относительной значимости подусловий с элементами $P_{m(y,t)}^I$ отражают зависимости типа I. Число таких матриц равняется числу условий m , учитываемых в задаче принятия решений. Для иллюстрации приведем общий вид матрицы типа I (табл. 2).

Условные обозначения для зависимостей **типа IIa**: U_{mt} – подусловия t условия m , влияющие на другие подусловия; U_{my} – подусловия y условия m , подверженные влиянию других подусловий; U_{myk} – реализации k подусловий y условия m , подверженные влиянию реализаций других подусловий, $k = 1, \dots, K_y$; $y = 1, \dots, Y_m$; $m = 1, \dots, M$; U_{mth} и U_{mtl} – реализации h и l подусловий t условия m , влияющие на реализации других подусловий, $l, h = 1, \dots, K_t$; $P_{U_{myk}(U_{mth}, U_{mtl})}^{IIa}$ – элементы матрицы парных сравнений относительной значимости реализаций h и l подусловий t условия m , влияющие на реализации k подусловий y , сформированные ЛПР; $Z_{\text{собств. } m(y,t)}^{IIa}$ – собственные векторы матриц парных сравнений относительной значимости реализаций подусловий t , влияющих на реализации подусловий y условия m ; $\lambda_{\max m(y,t)}^{IIa}$ – максимальные собственные значения матриц парных сравнений относительной значимости реализаций подусловий t , влияющих на реализации подусловий y условия m ; $W_{m(y,t)}^{IIa}$ – векторы коэффициентов относительной значимости реализаций подусловий t , влияющих на реализации подусловий y условия m .

Зависимости типа IIa будут описаны таким числом матриц парных сравнений относительной значимости реализаций h и l подусловий t , сколько реализаций k содержится в подусловиях y , подверженных влиянию подусловий t . Для иллюстрации приведем общий вид матриц типа IIa в табл. 3.

Таблица 4. Общий вид матриц парных сравнений относительной значимости реализаций подусловий y , подверженных влиянию реализации подусловий t

U_{mth}	U_{myl}	...	U_{myl}	...	U_{myK_y}
U_{myl}	1	...	$P_{U_{mth}(U_{myl}, U_{myl})}^{IIb}$	...	$P_{U_{mth}(U_{myl}, U_{myK_y})}^{IIb}$
...	...	...	...	...	...
U_{myk}	$P_{U_{mth}(U_{myk}, U_{myl})}^{IIb}$	...	$P_{U_{mth}(U_{myk}, U_{myl})}^{IIb}$	...	$P_{U_{mth}(U_{myk}, U_{myK_y})}^{IIb}$
...	...	...	...	...	...
U_{myK_y}	$P_{U_{mth}(U_{myK_y}, U_{myl})}^{IIb}$	...	$P_{U_{mth}(U_{myK_y}, U_{myl})}^{IIb}$	...	1

Таблица 5. Общий вид матриц парных сравнений относительной значимости реализаций подусловий t , имеющих внутренние зависимости между реализациями

U_{mtk}	U_{mtl}	...	U_{mtl}	...	U_{mtK_y}
U_{mtl}	1	...	$P_{U_{mtk}(U_{mtl}, U_{mtl})}^{III}$	...	$P_{U_{mtk}(U_{mtl}, U_{mtK_y})}^{III}$
...	...	...	...	...	...
U_{mth}	$P_{U_{mtk}(U_{mth}, U_{mtl})}^{III}$	...	$P_{U_{mtk}(U_{mth}, U_{mtl})}^{III}$	...	$P_{U_{mtk}(U_{mth}, U_{mtK_y})}^{III}$
...	...	...	...	...	...
U_{mtK}	$P_{U_{mtk}(U_{mtK}, U_{mtl})}^{III}$	...	$P_{U_{mtk}(U_{mtK}, U_{mtl})}^{III}$	...	1

При наличии взаимозависимости между двумя различными подусловиями и их реализациями (на рис. 2 – две разнонаправленные пунктирные линии со стрелками) помимо выше указанных матриц парных сравнений относительной значимости реализаций типа *IIa* строятся дополнительные матрицы типа *IIb* (табл. 4).

Условные обозначения для зависимостей **типа IIb**: $P_{U_{mth}(U_{myk}, U_{myl})}^{IIb}$ – элементы матриц парных сравнений относительной значимости реализаций k и l подусловий y условия m , подверженных влиянию реализаций h подусловий t ; $Z_{\text{собств. } m(y, t)}^{IIb}$ – собственные векторы матриц парных сравнений относительной значимости реализаций подусловий y условия m , подверженных влиянию реализаций h подусловий t ; $\lambda_{\text{max } m(t, y)}^{IIb}$ – максимальные собственные значения матриц парных сравнений относительной значимости реализаций подусловий y условия m , подверженных влиянию реализаций h подусловий t ; $W_{m(t, y)}^{IIb}$ – векторы коэффициентов относительной значимости реализаций подусловий y условия m , подверженных влиянию реализаций h подусловий t .

Зависимости типа *IIb* будут описаны таким числом матриц парных сравнений относительной значимости реализаций k и l подусловий y , сколько реализаций h содержится в подусловиях t , влияющих на подусловия y (табл. 4).

Условные обозначения для зависимостей **типа III**: U_{mt} – подусловия t условия m , содержащие внутренние зависимости между реализациями; U_{mtk} – реализации k подусловий t условия m , подверженные влиянию других реализаций этих же подусловий, где $k = 1, \dots, K_t$; U_{mth}, U_{mtl} – реализации h и l подусловий t условия m , влияющие на реализации этих же подусловий, где $h, l = 1, \dots, K_t$; $P_{U_{mtk}(U_{mth}, U_{mtl})}^{III}$ – элементы матриц парных сравнений относительной значимости реализации h и l подусловий t условия m , влияющих на реализации k подусловий t ; $Z_{\text{собств. } mt}^{III}$ – собственные векторы матриц парных сравнений относительной значимости реализаций подусловий t условия m , содержащих внутренние зависимости между реализациями; $\lambda_{\text{max } mt}^{III}$ – максимальные собственные значения матриц парных сравнений относительной значимости реализаций подусловий t условия m ; W_{mt}^{III} – векторы коэффициентов относительной значимости реализаций подусловий t условия m .

Зависимости типа *III* будут описаны таким числом матриц парных сравнений относительной значимости реализаций h и l , влияющих на реализации k , сколько реализаций содержится в подусловиях t , имеющих внутренние зависимости. Для иллюстрации приведем общий вид таких матриц в табл. 5.

Введем дополнительные условные обозначения для нахождения результирующих коэффициентов относительной значимости реализаций подусловий принятия решения условия m : $S_{mSuperMatr}$ – суперматрица (общая композиция всех найденных векторов коэффициентов относительной значимости реализаций подусловий принятия решения условия m); $S_{mSuperMatr}^{lim}$ – предельная суперматрица (суперматрица, многократно умножаемая сама на себя); W_{myk} – искомые векторы коэффициентов относительной значимости реализаций подусловий принятия решения условия m .

Выделим основные исходные данные для итогового решения поставленной задачи: U_{my} – подусловия принятия решений, соответствующие условию m , где $m = 1, \dots, M$; $y = 1, \dots, Y_m$; U_{myk} – реализации k подусловий y условия m ; $P_{m(y,t)}^I$, $P_{U_{myk}(U_{mth}, U_{mtl})}^{IIa}$, $P_{U_{mtk}(U_{myh}, U_{mtl})}^{IIb}$, $P_{U_{mtk}(U_{mth}, U_{mtl})}^{III}$ – элементы матриц парных сравнений всех типов, сформированные ЛПР в шкале Саати.

Опишем результирующую процедуру нахождения коэффициентов относительной значимости реализаций подусловий принятия решения условия m .

1. Формируются исходные данные задачи.

2. Для нахождения коэффициентов относительной значимости подусловий принятия решений строятся матрицы парных сравнений с элементами $P_{m(y,t)}^I$, в которых оценивается относительная значимость подусловий принятия решений условия m .

3. Для матрицы парных сравнений относительной значимости подусловий принятия решений условия m вычисляется собственный вектор $Z_{\text{собств.}m}^I$, соответствующий максимальному собственному значению матрицы (Саати, 1993, с. 85–91). Общий вид для вычисления собственного вектора (из определения собственного вектора):

$$P_{m(y,t)}^I \times Z_{\text{собств.}m}^I = \lambda_{\max m}^I \times Z_{\text{собств.}m}^I. \quad (3)$$

4. Для того чтобы получить коэффициенты относительной значимости подусловий, элементы полученного вектора преобразуются согласно правилу

$$w_{my}^I = z_{\text{собств.}my}^I / \sum_{y=1}^{Y_m} z_{\text{собств.}my}^I. \quad (4)$$

5. Для нахождения коэффициентов относительной значимости реализаций подусловий формируются матрицы парных сравнений с элементами $P_{U_{myk}(U_{mth}, U_{mtl})}^{IIa}$, $P_{U_{mtk}(U_{myh}, U_{mtl})}^{IIb}$ и $P_{U_{mtk}(U_{mth}, U_{mtl})}^{III}$.

6. Для всех матриц парных сравнений относительной значимости реализаций подусловий вычисляются собственные векторы $Z_{\text{собств.}m(y,t)}^{IIa}$, $Z_{\text{собств.}m(t,y)}^{IIb}$ и $Z_{\text{собств.}mt}^{III}$, соответствующие максимальным собственным значениям матриц (Саати, 1993, с. 85–91). Из определения собственного вектора следует:

$$\begin{aligned} P_{U_{myk}(U_{mth}, U_{mtl})}^{IIa} Z_{\text{собств.}m(y,t)}^{IIa} &= \lambda_{\max m(y,t)}^{IIa} Z_{\text{собств.}m(y,t)}^{IIa}; \\ P_{U_{myh}(U_{myk}, U_{myl})}^{IIb} Z_{\text{собств.}m(t,y)}^{IIb} &= \lambda_{\max m(t,y)}^{IIb} Z_{\text{собств.}m(t,y)}^{IIb}; \\ P_{U_{mtk}(U_{mth}, U_{mtl})}^{III} Z_{\text{собств.}mt}^{III} &= \lambda_{\max mt}^{III} Z_{\text{собств.}mt}^{III}. \end{aligned} \quad (5)$$

7. Используя полученные собственные векторы, находятся элементы векторов коэффициентов относительной значимости реализаций:

$$\begin{aligned} w_{m(y,t)k}^{IIa} &= z_{\text{собств.}m(y,t)k}^{IIa} / \sum_{k=1-K_y} z_{\text{собств.}m(y,t)k}^{IIa}; \\ w_{m(t,y)k}^{IIb} &= z_{\text{собств.}m(t,y)k}^{IIb} / \sum_{k=1-K_t} z_{\text{собств.}m(t,y)k}^{IIb}; \\ w_{mtk}^{III} &= z_{\text{собств.}mtk}^{III} / \sum_{k=1-K_t} z_{\text{собств.}mtk}^{III}. \end{aligned} \quad (6)$$

8. Все полученные векторы в пунктах 4 и 7 группируются в суперматрицу $S_{mSuperMatr}$, общий вид которой представлен в табл. 6. Заполнение блоков суперматрицы осуществляется согласно следующим правилам.

Таблица 6. Общий вид суперматрицы

		Подусловия										
		Реализации			...	Реализации			...	Реализации		
Подусловия	Реализации	Нулевые элементы (1)				$W_{m(y,t)}^{IIa}$ (2.2)						
	Реализации	Нулевые элементы (2.1)				W_{mt}^{III} (3)				$W_{m(y,t)}^{IIa}$ (4.2)		
	Реализации					$W_{m(t,y)}^{IIb}$ (4.1)						

8.1. Вектор коэффициентов W_{my}^I относительной значимости подусловий у условия m служит для взвешивания блоков суперматрицы.

8.2. Векторы коэффициентов относительной значимости реализаций $W_{m(y,t)}^{IIa}$, $W_{m(t,y)}^{IIb}$ расположены в блоках, находящихся не на главной диагонали, при этом выполняются условия:

а) при наличии зависимости между двумя различными подусловиями и их реализациями (зависимости типа IIa) заполняется только один соответствующий блок суперматрицы. Блок, симметричный ему относительно главной диагонали, будет содержать нули (в табл. 6 блоки (2.1) и (2.2));

б) при наличии взаимозависимости между двумя различными подусловиями и их реализациями (зависимости типов IIa и IIb) заполняются два соответствующих блока, располагающихся симметрично относительно главной диагонали (в табл. 6 блоки (4.1) и (4.2)).

8.3. Векторы коэффициентов относительной значимости реализаций W_{mt}^{III} расположены в блоках, находящихся на главной диагонали (в табл. 6 блок (3)). Если у подусловия отсутствуют внутренние зависимости, то соответствующий блок будет содержать нули (в табл. 6 блок (1)).

9. Далее суперматрица $S_{mSuperMatr}$ возводится в предельную степень (вычисляются произведения суперматрицы на саму себя) до тех пор, пока результат не стабилизируется (Саати, 2008, с. 99).

10. Значения W_{myk} искомых коэффициентов относительной значимости реализаций подусловий условия m будут рассчитаны в предельной суперматрице $S_{mSuperMatr}^{lim}$ (Саати, 2008, с. 135).

Подобный расчет коэффициентов относительной значимости реализаций подусловий проводится для каждого условия m , где $m = 1, \dots, M$.

3. ФОРМИРОВАНИЕ ПРОБЛЕМНЫХ СИТУАЦИЙ

Под проблемной ситуацией будем понимать совокупность отдельных реализаций всех выделенных подусловий условий принятия решения. Каждая проблемная ситуация должна содержать только одну реализацию из каждого подусловия каждого условия.

Наличие логического отношения “И” между отдельными реализациями (т.е. необходим результат проверки *подусловия 1 условия 1* и *подусловия 2 условия 1* и т.д. и подусловий Y_m условия m) позволяет складывать оценки относительной значимости отдельных реализаций выделенных подусловий рассматриваемых условий принятия решения, формирующих данную проблемную ситуацию. Иными словами, будем считать, что коэффициент относительной значимости проблемной ситуации рассчитывается как сумма взвешенных коэффициентов относительной значимости отдельных реализаций всех подусловий рассматриваемых условий принятия решения, формирующих данную проблемную ситуацию. При этом в качестве весов выступают соответствующие оценки относительной значимости условий и оценки относительной значимости подусловий.

При большом числе условий, подусловий принятия решения и их возможных реализаций число проблемных ситуаций будет очень велико. С учетом того, что в каждой проблемной ситуации эксперт должен задавать оценки альтернатив по различным признакам, трудоемкость решаемой задачи может быть неоправданно высокой. Поэтому обычно рассматривается не более шести–восьми проблемных ситуаций, имеющих наиболее высокие коэффициенты относительной значимости.

4. ПРИМЕР ФОРМИРОВАНИЯ ПРОБЛЕМНЫХ СИТУАЦИЙ И ОЦЕНОК ИХ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ЗНАЧИМОСТИ ДЛЯ ЗАДАЧИ ВЫБОРА ИТ-СТРАТЕГИИ ПРЕДПРИЯТИЯ

4.1. Постановка задачи выбора ИТ-стратегии. Задача выбора ИТ-стратегии является актуальной для любого предприятия. Рассмотрим возможные варианты решения:

- инсорсинг (insourcing) – более 80% ИТ-процессов компании поставляются и управляются силами собственных специалистов;

- аутсорсинг (outsourcing) – передача подрядчику ряда внутренних услуг и сервисов компании-заказчика. В совокупности сумма передаваемых процессов может составлять более 80% общего ИТ-бюджета компании;

- выборочный аутсорсинг (selective outsourcing) – компания передает на аутсорсинг только часть своих ИТ-процессов, которые потребляют от 20 до 80% ИТ-бюджета компании.

Для принятия эффективного решения необходимо проанализировать проблемные ситуации, в которых может оказаться предприятие. В качестве условий принятия решения рассматриваются: финансовые условия, возможные взаимоотношения с клиентами, варианты обучения и развития персонала, внутренние процессы предприятия.

Сформируем управляющую иерархию условий задачи выбора ИТ-стратегии предприятия (рис. 3). Необходимые подусловия выделим только для условия “Финансы”:

- Ф1) поток денежных средств;

- Ф2) лидерство в отрасли по обороту;

- Ф3) прибыльность;

- Ф4) сокращение затрат.

Зададим сетевую структуру названных подусловий и их реализаций условия “Финансы” (рис. 4). Подобные сетевые структуры должны быть построены для всех прочих условий, перечисленных выше.

4.2. Определение коэффициентов относительной значимости (весов) условий, подусловий принятия решения и их реализаций задачи выбора ИТ-стратегии предприятия. Используя п. 2.1, формируется матрица парных сравнений условий принятия решений. Исходные данные вводятся в СППР SuperDecisions (Saaty, 2002). В результате проведенных расчетов находятся коэффициенты относительной значимости (веса) условий. Используя п. 2.2, формируется матрица парных сравнений отдельных подусловий, названных выше, для первого условия “Финансы”, которая вводится в СППР SuperDecisions. В результате проведенных расчетов находятся коэффициенты относительной значимости (веса) подусловий первого условия.



Рис. 3. Управляющая иерархия условий задачи выбора ИТ-стратегии предприятия

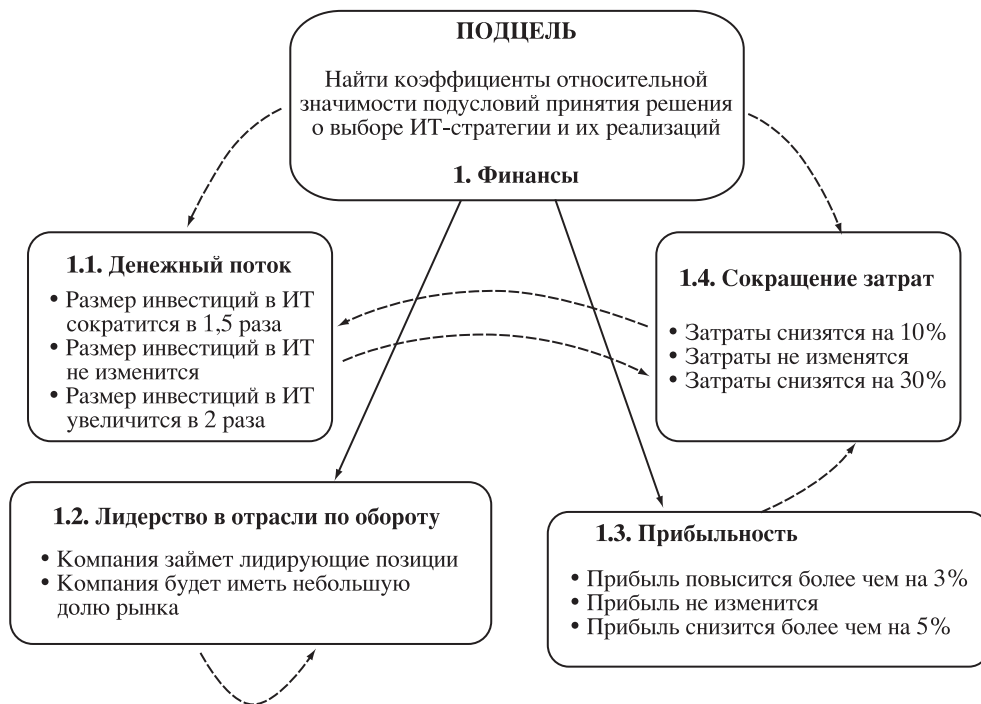


Рис. 4. Сетевая структура подусловий и их реализаций условия "Финансы" задачи выбора ИТ-стратегии предприятия

Коэффициенты относительной значимости подусловий, взвешенные на вес первого условия, приведены во втором столбце табл. 7. Коэффициенты относительной значимости условий и подусловий найдены методом анализа иерархий (Saaty, 2003). Поэтому необходимые для расчета матрицы парных сравнений условий и подусловий принятия решения в тексте статьи не приведены. Для нахождения коэффициентов относительной значимости реализаций подусловий будет использован метод аналитических сетей (Саати, 2008).

В соответствии с пунктом 5 результирующей процедуры нахождения коэффициентов относительной значимости реализаций подусловий принятия решения первого условия и конкретной

сетевой структурой подусловий и их реализаций условия “Финансы” (рис. 4) формируются необходимые матрицы парных сравнений с элементами $P_{U_{1jk}(U_{1th}, U_{1tl})}^{IIa}$, $P_{U_{1th}(U_{1jk}, U_{1yl})}^{IIb}$ и $P_{U_{1tk}(U_{1th}, U_{1tl})}^{III}$.

Рассмотрим два подусловия условия “Финансы”: “Прибыльность” и “Сокращение затрат”. В соответствии с рис. 3 подусловие “Прибыльность” имеет следующие реализации:

- а) прибыль увеличится более чем на 3%;
- б) прибыль не изменится;
- в) прибыль снизится более чем на 5%;
- г) подусловие “Сокращение затрат” имеет следующие реализации:
 - затраты снизятся на 10%;
 - затраты не изменятся;
 - затраты снизятся на 30%.

Реализации подусловия Ф3 “Сокращение затрат” влияют на реализации подусловия Ф4 “Прибыльность” по типу IIa. Зависимости типа IIa будут описаны столькими матрицами парных сравнений относительной значимости реализаций подусловия 1.3, сколько реализаций содержится в подусловии Ф4, подверженном влиянию реализаций подусловия Ф3.

В данном примере подусловие “Сокращение затрат” имеет три реализации, поэтому матрицы парных сравнений имеют размерность 3×3 . Подусловие “Прибыльность” также имеет три реализации. Поэтому общее число матриц парных сравнений равно трем, поскольку относительная значимость каждой пары реализаций подусловия “Сокращение затрат” оценивается относительно их влияния на каждую из трех реализаций подусловия Ф4 “Прибыльность”.

В табл. 8 приведена матрица парных сравнений относительной значимости реализаций подусловия Ф3 “Сокращение затрат”, влияющих на реализацию “Прибыль увеличится более чем на 3%” подусловия “Прибыльность”.

Аналогичным образом формируются все необходимые матрицы парных сравнений и вводятся в СППР *SuperDecisions* (Saaty, 2002), которая поддерживает метод аналитических сетей. Значения искомым коэффициентов относительной значимости реализаций (весов) подусловий первого условия будут рассчитаны в предельной суперматрице $S_{1SuperMatr}^{lim}$.

В столбце 3 табл. 7 приведены расчетные коэффициенты относительной значимости реализаций (веса) подусловий первого условия. В столбце 4 табл. 7 расчетные коэффициенты относительной значимости реализаций умножаются на веса подусловий, к которым они относятся. При этом предварительно коэффициенты относительной значимости подусловий умножаются на вес первого условия. Итоговые веса реализаций всех подусловий первого условия “Финансы” приведены в столбце 4 табл. 7.

Подобные расчеты должны быть проведены для всех условий управляющей иерархии. В результате будут получены итоговые веса всех реализаций подусловий каждого условия.

4.3. Пример формирования проблемных ситуаций. Согласно вышеизложенным правилам формирования проблемных ситуаций составим искомый набор ситуаций для описанной задачи выбора ИТ-стратегии предприятия. Для нашего примера проблемные ситуации могут быть следующими. Ввиду большой размерности задачи в качестве примера описаны только четыре ситуации (причем возможные реализации подусловий других условий, кроме условия “Финансы”, в примере не приводятся):

C_1 : {Размер инвестиций в ИТ сократится в 1,5 раза; компания займет лидирующие позиции; прибыль увеличится более чем на 3%; затраты снизятся на 10%; ...};

C_2 : {Размер инвестиций в ИТ не изменится; компания займет лидирующие позиции; прибыль не изменится; затраты снизятся на 30%; ...};

C_3 : {Размер инвестиций в ИТ увеличится в 2 раза; компания займет лидирующие позиции; прибыль увеличится более чем на 3%; ...};

C_4 : {Размер инвестиций в ИТ сократится в 1,5 раза; компания будет иметь небольшую долю рынка; прибыль увеличится более чем на 5%; затраты снизятся на 30%; ...}.

Таблица 7. Веса реализаций подусловий условия “Финансы” задачи выбора ИТ-стратегии

Реализации подусловий первого условия “Финансы”	Веса подусловий, взвешенные на вес первого условия	Расчетные веса реализаций подусловий первого условия	Итоговые веса реализаций подусловий первого условия
1.1. Поток денежных средств	0,04		
Размер инвестиций в ИТ сократится в 1,5 раза		0,6	0,024
Размер инвестиций в ИТ не изменится		0,2	0,008
Размер инвестиций в ИТ увеличится в 2 раза		0,2	0,008
1.2. Лидерство в отрасли по обороту	0,09		
Компания займет лидирующие позиции		0,3	0,027
Компания будет иметь небольшую долю рынка		0,7	0,063
1.3. Прибыльность	0,19		
Прибыль увеличится более чем на 3%		0,5	0,095
Прибыль не изменится		0,4	0,076
Прибыль увеличится более чем на 5%		0,1	0,019
1.4. Сокращение затрат	0,09		
Затраты снизятся на 10%		0,6	0,054
Затраты не изменятся		0,3	0,027
Затраты снизятся на 30%		0,1	0,009

Таблица 8. Пример матрицы парных сравнений относительной значимости реализаций подусловия “Сокращение затрат”, влияющих на реализацию “Прибыль увеличится более чем на 3%” подусловия “Прибыльность”

Прибыль увеличится более чем на 3%	Затраты снизятся на 10%	Затраты не изменятся	Затраты снизятся на 30%
Затраты снизятся на 10%	1	3	1/5
Затраты не изменятся	1/3	1	1/7
Затраты снизятся на 30%	5	7	1

После того, как для каждого условия построены таблицы, аналогичные табл. 7, в которых в столбце 4 содержатся итоговые веса реализаций подусловий каждого условия, в соответствии с четвертым пунктом процедуры можно рассчитывать коэффициенты относительной значимости проблемных ситуаций.

Так, для ситуации C_1 первые четыре слагаемых для расчета коэффициента относительной значимости будут взяты из табл. 7: $\{0,024 + 0,027 + 0,095 + 0,054 + \dots\}$. Остальные слагаемые могут быть получены аналогично.

Таким образом, в статье предложен новый подход к моделированию проблемных ситуаций принятия экономических решений в условиях неопределенности. Отличительной особенностью такого подхода являются построение иерархии условий, учитываемых в задаче принятия решений, моделирование возможных зависимостей между условиями определенного уровня иерархии, которые названы подусловиями, и результатами их проверки, или реализациями.

Данный подход, основанный на методологии Т.Л. Саати, позволил формализовать нахождение коэффициентов относительной значимости различных сущностей: условий принятия решения, их подусловий, возможных результатов их проверки, а также проблемных ситуаций, которые будут учитываться при принятии решений в условиях неопределенности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Карпов Ю.Г.** (2006). Имитационное моделирование систем. Введение в моделирование с AnyLogic 5. СПб: БХВ, Петербург.
- Коврига С.В., Максимов В.И.** (2005). Применение структурно-целевого анализа развития социально-экономических ситуаций // *Проблемы управления*. № 3.
- Кравченко Т.К.** (2010). Экспертная система поддержки принятия решений // *Открытое образование*. № 6.
- Ларичев О.И.** (2000). Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных Странах. М.: Логос.
- Литвак Б.Г.** (1996). Экспертные оценки и принятие решений. М.: Патент.
- Орлов А.И.** (2004). Теория принятия решений. М.: Март.
- Павловский Ю.Н.** (2004). Имитационные модели и системы. М.: Фазис, ВЦ РАН.
- Саати Т.Л.** (1993). Принятие решений – метод анализа иерархий. М.: Радио и связь.
- Саати Т.Л.** (2008). Принятие решений при зависимостях и обратных связях. Аналитические сети. М.: ЛКИ.
- Трахтенгерц Э.А.** (2001). Субъективность в компьютерной поддержке решений. М.: Синтег.
- Федулов А.С.** (2005). Нечеткие реляционные когнитивные карты // *Теория и системы управления*. № 1.
- Axelrod R.** (1976). *The Structure of Decision: Cognitive Maps of Political Elites*. Princeton: Princeton University Press.
- Carvalho J.P., Tome J.A.B.** (1999). Rule Based Fuzzy Cognitive Maps – a Comparison with Fuzzy Cognitive Maps. *Proceedings of the NAFIPS99*. N.Y., USA.
- Kosko B.** (1986). Fuzzy Cognitive Maps. *International J. Man-Machine Studies*. Vol. 24.
- Kravchenko T.K., Seredenko N.N.** (2011). Decision-making with modeling of problem situations using the analytic network hierarchy process // *International J. of the Analytic Hierarchy Process (IJAHPP)*. N 3 (1).
- Saaty R.W.** (2002). *Decision Making in Complex Environments: The Analytic Network Process (ANP) for Dependence and Feedback. A Manual for the ANP Software SuperDecisions*. Pittsburgh: Creative Decisions Foundation.
- Saaty T.L.** (2003). Decision-Making with the AHP: Why is the Principal Eigenvector Necessary // *European J. of Operational Res.* Vol. 145 (1).

Поступила в редакцию
28.10.2010 г.

Modeling the Problem Situations Using the Analytical Network Hierarchy Process

T.K. Kravchenko

Modeling the decision-making problem situations is a very important issue in decision-making theory. This author proposes a new approach to modeling the economic decision-making problem situations with the Analytic hierarchy process and Analytic network process. The main feature of proposed approach is ability to process dependences and feedbacks which may exist between the conditions, sub-conditions and their realizations.

Keywords: modeling of decision-making problem situations, analytic hierarchy process (AHP), analytic network process (ANP), relevant significance estimates of problem situations.