

АНАЛИЗ РЫНКА НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ КОИНТЕГРАЦИИ

© 2007 г. Ал. Ю. Рогачев, Ан. Ю. Рогачев

(Москва)

Анализ макроэкономических данных почти всегда сталкивается с проблемой нестационарных рядов и рядов, имеющих общую динамику. Последние исследования показали, что наряду с привычными классическими методами Бокса–Дженкинса и Энгла–Грейнджера существует более продуктивный и адекватный способ анализа нестационарных рядов, который, согласно идеи теории коинтеграции, позволяет получить функциональную зависимость на основе нестационарных рядов. В данной работе рассматривается метод Йохансена для нахождения коинтеграционного пространства, приводится пример использования метода для анализа российского финансового рынка. Авторский подход состоит в практическом применении коинтеграционного аппарата, который мало известен и практически не применяется экономистами в России.

За последние десятилетия теория и практика финансов во все большей степени стала опираться на количественные методы математики, статистики и эконометрики (последняя дисциплина выступает лишь как инструмент для проверки правильности теории экономического моделирования). Это привело к более частому использованию количественного анализа при изучении поведения финансовых рынков¹. Расширенное применение количественного анализа в последнее десятилетие обусловлено распространением персональных компьютеров в среде академических и финансовых профессионалов, а также ускоренной эволюцией вычислительной техники, что позволяет работать с крупными массивами данных. С помощью вычислительной техники можно моделировать множество вариантов развития какой-либо ситуации, тем самым стало возможным проводить экономические эксперименты в неизменных условиях. Параллельно и отчасти по этим же причинам появился новый раздел экономической литературы, посвященный управлению рисками и таким производным финансовым инструментам, как опционы, фьючерсы и свопы. Это связано с развитием новых сфер финансовой практики: работой с производными ценными бумагами, управлением финансовыми рисками, количественным анализом инвестиций. Кроме того, на текущий момент в мире сложилась ситуация, когда большие массы людей включаются в финансовый анализ с целью повысить уровень своего благосостояния, что вызывает у них активный интерес к количественным методам.

Анализ макроэкономических эмпирических данных почти всегда сталкивается с проблемой нестационарных рядов и/или рядов, имеющих тренд. Примером таких рядов являются доход, потребление, спрос на денежную массу, уровень цен, торговые потоки и биржевые показатели. Но даже после исключения тренда ряд может оставаться нестационарным. Опыт подсказывает, что для работы с такими данными необходимо использовать разности и другие преобразования (например, поправку на сезонные колебания), для того чтобы добиться их стационарности и воспользоваться уже известным и хорошо изученным аппаратом (ARIMA). Однако последние исследования показали, что существует более интересный и насыщенный выводами подход к анализу нестационарных рядов, известный как теория коинтеграции.

В основе понятия коинтеграции лежит идея о том, что в некоторых случаях отсутствие стационарности у многомерного процесса вызывается общим стохастическим трендом², который может быть устранен путем взятия определенной линейной комбинации компонент процесса, в результате чего эта линейная комбинация будет стационарной. Но помимо чисто математической

¹ Финансовый рынок представляет собой совокупность рыночных институтов, направляющих поток денежных средств от собственников к заемщикам.

² Стохастический тренд – это модель вида $\sum_{i=1}^t \varepsilon_i$, где ε_i – независимые одинаково распределенные случайные величины с постоянным математическим ожиданием и постоянной дисперсией.

красоты данного вывода такая комбинация позволяет бороться с ложной регрессией³ и связывать причинно-следственной связью нестационарные показатели изучаемых объектов.

В экономике и других приложениях статистики авторегрессионные процессы давно применяются для описания стационарных явлений, и идея описывать процесс, исходя из предшествующих значений, оказалась плодотворной для составления прогнозов. Если же мы хотим выявить связи между значениями переменных, относящихся к одному и тому же моменту времени с целью понять взаимодействие экономических факторов, то получим гораздо больше информации, если будем сопоставлять значения той или иной переменной с одновременными с ней значениями других переменных, а не с ее же прошлыми значениями. Можно сказать так: если нас интересуют соотношения между разными переменными, то следует рассматривать линейные комбинации значений, относящихся к одному моменту времени; если же нас интересует динамика эволюции переменных, то мы должны исследовать зависимости от прошлых значений.

Коинтеграцию можно интерпретировать в прикладном анализе с позиции теории макроэкономики. Многие (если не все) экономические показатели имеют нестационарный характер. Однако в макроэкономике существует много устойчивых соотношений, куда в качестве факторных входят нестационарные ряды. Устойчивый характер этих соотношений говорит об их стационарности. Таким образом, коинтеграция отображает строгую математическую формулировку наблюдаемой устойчивости, а также представляет собой инструмент, который позволяет проверять выдвигаемые макроэкономические гипотезы, в случае же принятия такой гипотезы, – определить количественную оценку выдвигаемых гипотез.

Дадим несколько определений, некоторые из которых уже использовались выше.

Определение 1. Нестационарный процесс называется *интегрированным первого порядка* и обозначается $I(1)$, если его первые разности есть стационарный процесс.

Стационарный процесс обозначают $I(0)$.

Определение 2. Если p -мерный процесс X_t – интегрированный первого порядка и линейная комбинация $\beta'X_t$, $\beta \neq 0$ будет стационарной, то X_t называется *коинтегрированным процессом*, а β – *коинтегрирующим вектором*.

Определение 3. Максимальное число линейно независимых коинтегрирующих векторов называется *рангом коинтеграции*, а порожденное ими подпространство – *пространством коинтеграции*.

Данный список определений не является полным, он лишь отражает механизм используемого инструментария анализа экономических процессов (и не только их). В последнее время коинтеграция находит применение и в других прикладных отраслях (медицина, физика)).

Рассмотрим пример. Пусть дан трехмерный процесс z_t вида:

$$z_{1t} = \sum_{j=1}^t \varepsilon_{1j} + \varepsilon_{2t}, \quad z_{2t} = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^t \varepsilon_{1j} + \varepsilon_{3t}, \quad z_{3t} = \varepsilon_{4t}, \quad t = 0, \dots, T.$$

Здесь ε_{ij} – независимые одинаково распределенные случайные величины с постоянным математическим ожиданием и постоянной дисперсией. Процесс z_t нестационарен, однако его первая разность стационарна. Следовательно, в рамках первого определения данный процесс интегрированный первого порядка. Если мы рассмотрим линейную комбинацию вида $z_{1t} - 3z_{2t}$, то она также является стационарной. Данное выражение получается, если мы умножим наш процесс z_t на вектор $(1, -3, 0)$. Согласно второму определению данный вектор есть не что иное, как коинтеграционный вектор, который входит в базис коинтеграционного пространства.

Концепция коинтеграции впервые была представлена в (Granger, 1981) и разработана дальше в (Engle, Granger, 1987; Engle, Yoo, 1987, 1991; Phillips, Ouliaris, 1990; Stock, Watson, 1988; Phillips, Johansen, 1988, 1991, 1994; и др.).

Работая в рамках двумерного процесса, по крайней мере с одним вектором коинтеграции Энгл и Грейнджер (Engle, Granger, 1987) предложили оценивать коинтеграционный вектор $\zeta = (1, \zeta_2)^T$ путем регрессии первой компоненты z_{1t} рассматриваемого процесса z_t на вторую компоненту z_{2t} , используя метод наименьших квадратов (OLS), а затем проверить, будут ли остатки

³ Эффект, когда привычные показатели адекватности регрессионной модели (коэффициент детерминации, t -статистика, F -статистика) указывают на наличие связи, где ее на самом деле нет.

этой регрессии ε_t содержать единичные корни⁴, используя расширенный тест Дикки–Фуллера (ADF-тест) для вспомогательной регрессии остатков.

$$z_{1t} = \zeta_2 z_{2t} + \varepsilon_t, \quad e_t = \phi e_{t-1} + u_t.$$

Нулевая гипотеза состоит в том, что вспомогательная регрессия имеет единичные корни, следовательно, $z_{1,t}$ и $z_{2,t}$ неинтегрированы, так как линейная комбинация первой и второй компонент есть не что иное, как вектор остатков ε_t , который и проверялся на наличие единичных корней. Статистика Энгла и Грейнджера является обычной t -статистикой для проверки того, что $\phi = 1$, однако ее распределение будет отличным (даже асимптотически) от распределения DF-статистики.

Филлипс и Оuliarис (Phillips, Ouliaris, 1990) проводили свои исследования на этой же основе, но вместо ADF-теста на наличие единичного корня применяли собственный тест (Phillips, 1987; Phillips-Perron, 1988). Парк предложил тест для единичных корней и коинтеграции, используя подход дополнительных переменных при помощи регрессии OLS остатков регрессии коинтеграции на множество времени и тестируя, будут ли коэффициенты незначимо отличаться от нуля. Подобная идея была использована (Bierens, Guo, 1993) для тестирования тренд-стационарности, подразумевающую ту же гипотезу единичного корня. Однако подобно подходу Парка требуется последовательность оценок долговременного изменения ошибок истинной модели коинтеграционной регрессии при помощи оценок Невью-Веста, которая требует существенных жертв асимптотической мощности. Также проводились тесты Хансена на простой коинтеграционной регрессии. В обоих тестах работают варианты оценок инструментальных переменных методом Филлипса и Хансена (Phillips, Hansen, 1990). Босвийк рассматривал подходы к одномерным уравнениям и системам, используя структурные одиночные уравнения как основу для коинтеграционного анализа.

Во всех вышеперечисленных подходах тестируются нулевая или альтернативная гипотезы о коинтеграции, но если тест указывает на наличие коинтеграции в системе с тремя или более переменными, мы все еще не знаем, как много линейно независимых коинтеграционных векторов существует в этой системе. В этом случае мы можем использовать подход Стока и Уотсона (Stock, Watson, 1988), который позволяет получить многомерное представление тестов Энгла–Грейнджера и Филлипса–Оuliarиса (Engle–Granger, Phillips–Ouliaris).

Основная идея этого подхода – линейное преобразование p -мерного вектора процесса z_t с предполагаемыми r линейно независимыми коинтеграционными векторами к виду, где первые r компонент преобразованного вектора z_t стационарны, а оставшиеся $p - r$ компонент собираются в вектор w_t , называемый интегрированным. Матрица рассмотренного преобразования может быть оценена при использовании основных компонент z_t . Затем тестируется, будет ли w_t процессом, содержащим единичные корни. Для этого используется многомерная версия ADF-теста или теста Филлипса (Phillips, 1987). Критические значения этого теста различаются согласно тому, будет ли начальное значение z_0 равняться нулю или нет и будет ли процесс единичным корнем z_t иметь изменение или нет.

Альтернативой этому подходу для многомерных процессов выступает применение оценки максимального правдоподобия, когда подход к тесту основывается на так называемой модели исправления ошибки (error correction model). Именно этот подход изучается нами дальше. Ниже нам хотелось бы остановиться на краткой схеме проведения коинтеграционного анализа.

Согласно определениям первый шаг в анализе коинтеграции – выяснить, есть ли она на самом деле в данных, т.е. выполняются ли основные предположения теории о интегрированности. Данная проверка осуществляется с помощью DF-теста.

Далее используются либо методы на основе теории Энгла–Грейнджера, либо методы для многомерных процессов типа Йохансена на основе построения векторных авторегрессионных уравнений (VAR). Последний метод дает гораздо большее представление о виде и структуре коинтеграционного пространства (по сути он расширяет ряд ответов на вопросы, которые были поставлены нами выше). Можно сказать и больше: в случае, когда векторов коинтеграции больше одного, метод Энгла–Грейнджера дает бессмысленные результаты. Детально теория коинтеграции и сравнительный анализ обоих методов представлены в работах (Greene, 2003; Рогачев, 2001). Конечно, метод Энгла–Грейнджера внес существенный вклад в развитие эконометрики, но он, скорее всего, эволюционный, что как раз и подтверждает Суслов (2004).

⁴ Иными словами, будет ли коэффициент вспомогательной регрессии статистически равен единице, что в рамках регрессионного анализа означает нестационарность авторегрессионного процесса.

В данной работе мы рассматривали метод Йохансена, который позволяет решить вопрос нахождения коинтеграционного пространства. Этот метод имеет преимущество в том, что в нем решена проблема собственных значений. Задача состоит в максимизации функции правдоподобия. Йохансен в своих теоремах доказал, что задачу можно свести к эквивалентной задаче поиска собственных значений, а соответствующие им собственные векторы будут являться искомыми векторами коинтеграции. Кроме того, многие выводы данного метода как раз основаны на найденных собственных векторах и собственных значениях. Так, проверка гипотез о размерности коинтеграционного пространства базируется на собственных значениях. После нахождения размерности коинтеграционного пространства r можно составить базис данного пространства, а оставшиеся собственные значения содержат информацию об ошибках дисперсии.

Рассмотрим анализ коинтеграции применительно к нескольким переменным, например X , Y и W . Существуют четыре возможные линейные комбинации этих переменных, а именно X и Y , X и W , Y и W , X , Y и W . Однако мы заинтересованы только в независимых комбинациях, так как только они могут быть коинтегрированы. Любая комбинация векторов коинтеграции сама по себе будет вектором коинтеграции ($c = a_1c_1 + a_2c_2$). Следовательно, мы можем иметь не более $n - 1$ векторов коинтеграции (где n – число переменных), в нашем случае – три переменных и две независимые комбинации. Теперь рассмотрим более детально упомянутые выше четыре комбинации.

Мы можем доказать, что если $X + Y$ коинтегрированы и Y и W коинтегрированы, то должна существовать коинтеграция в рядах X , Y и W и в рядах X и W . Так как X и Y коинтегрированы, то существуют такие a , b и c , что $aX + bY + c$ является интегрированным рядом нулевого порядка, или $I(0)$. Поскольку коинтегрированы Y и W , то существуют такие p , q и r , что $pY + qW + r$ является $I(0)$. Сложение дает $aX + (p + b)Y + qW + (c + r)$, что является $I(0)$, отсюда существует коинтеграция X , Y и W . Умножение на p и b соответственно и вычитание дают ряд $apX - bqW + (cp - br)$, который также является $I(0)$, а значит между X и W существует коинтеграция. Таким образом, существует не больше двух независимых векторов коинтеграции.

Для определения векторов коинтеграции в случае многих переменных и для построения модели исправления ошибок воспользуемся методом наибольшего правдоподобия Йохансена. Модель исправления ошибок для многих переменных – это всего лишь расширение модели двух переменных. Строим модель VAR и приводим ее к разностям.

В матричном виде это можно записать как:

$$\Delta X_t = A_1^* \Delta X_{t-1} + A_2^* \Delta X_{t-2} + \Pi X_{t-3},$$

где X_t , X_{t-1} , X_{t-2} , X_{t-3} являются векторами.

В нашем случае мы используем авторегрессионный процесс третьего порядка $AR(3)$, так что конечное уравнение включает лишь два временных лага. Матрица Π – это матрица $n \times n$. Число отдельных векторов коинтеграции переменных определяется рангом матрицы Π . Если ранг равен m ($0 < m < n$), то существует m векторов коинтеграции.

В случае существования векторов коинтеграции Π может быть разложена на две матрицы – $n \times m$ и $m \times n$. Назовем эти матрицы α и β ; Π будет их произведением, т.е. $\Pi = \alpha\beta$ (соответствующий фундаментальный результат известен как *теорема Грейнджера о представлении*). Ряды матрицы β таковы, что для каждого ряда β , $\beta \times X_{t-3}$ будет $I(0)$. Ряды матрицы β и формируют векторы коинтеграции. Таким образом, получаем:

$$\beta X_{t-3} = Z_{t-3}.$$

Z_{t-3} будет $I(0)$ -вектором порядка m , если существует m векторов коинтеграции. Матрица α представляет собой скорость приведения к равновесию.

Метод наименьших квадратов (МНК) не подходит для определения векторов коинтеграции в условиях многих переменных. Более подходящий тест составляющих векторов коинтеграции и размерности соответствующего пространства – это вероятностное соотношение Йохансена, или тест “следа” (“trace” test) (Johansen, 1988; Johansen, Juselius, 1990), который привлекает модель исправления ошибок для определения независимых векторов коинтеграции и для проверки их стационарности в пределах матрицы Π . Процедура Йохансена имеет две функции. Первая – определение числа векторов коинтеграции в группе временных рядов, вторая – обеспечение оценок максимального правдоподобия векторов коинтеграции и векторов скорости приведения.

Таким образом, коинтеграция описывает долгосрочное соотношение двух или более переменных и проистекает из того, что эти переменные демонстрируют общий стохастический тренд

во времени. Коинтеграция, если несколько упростить определение – это способ выявить колебания с периодом, как минимум сравнимым с периодом наблюдения. В пределе период колебаний может быть значительно больше периода наблюдения, в результате чего мы получим устойчивый дрейф в одну сторону.

Как упоминалось выше, коинтеграция занимает ведущее место во многих прикладных задачах. В теории управления рисками задача анализа коинтеграции состоит в анализе преимуществ диверсификации портфеля в дополнение к классическому корреляционному анализу структуры портфеля с точки зрения математического ожидания, дисперсии и вариации. В частности, анализ коинтеграции позволяет выявить существование долгосрочной зависимости между переменными (коинтеграционные комбинации) и скорость α , с которой краткосрочные отклонения от долгосрочного равновесия сводятся назад к равновесию. Еще одна задача анализа коинтеграции связана с выявлением структурного несовершенства рынков. Третья функция состояла в обеспечении возможности прогнозирования путем применения “модели исправления ошибок”, где достигается сверхсостоятельность оценок неизвестных параметров.

Следует заметить, что комбинированное использование теории коинтеграции и моделирования экономических процессов с помощью разветвленных нейросетей существенно расширяет возможности финансовой математики. Ниже мы продемонстрируем возможности коинтеграционного анализа на трех примерах. Для этого рассмотрим примеры практического использования теста коинтеграции в рядах многих переменных для анализа российского финансового рынка⁵.

Временной период исследуемых рядов охватывает 1998–2002 гг. Во избежание усложнения моделей и включения факторов, связанных с произошедшей в России девальвацией рубля в 1998 г., был выбран период, позволяющий работать со стабильными макроэкономическими показателями без существенных выбросов во временных рядах. Схема анализа имеет следующую структуру. На первом шаге исследуемые ряды проверяются на наличие единичных корней. После того как установлен порядок интегрированности и в случае его однородности у всех рядов переходим к шагу коинтеграционного анализа. На данном этапе проверяется гипотеза о ранге коинтеграционного пространства, после чего находятся коинтеграционные векторы.

Приведем примеры коинтеграционного анализа. Широко известно, что индексы развития экономики разных стран ведут себя взаимосвязано. Волна кризиса обычно охватывает ряд стран с каким-то временным лагом. Падение или стабилизация мировых фондовых индексов, а в первую очередь имеются в виду американские фондовые индексы, оказывают достаточно сильное воздействие на динамику российского рынка и учитываются при оценке перспектив развития последнего. Например, в случае падения ценных бумаг высокотехнологичных компаний эксперты полагают, что даже если западные инвесторы не станут вкладывать в “старую экономику” изъятые из ценных бумаг “новой экономики” средства, начнется поиск новых высокодоходных рынков для вложения этих средств. И таким рынком может стать Россия.

Если проследить динамику самого популярного российского фондового индекса РТС, то видно, что он в определенной степени коррелирует с американскими фондовыми индексами. И практика это подтверждает – в наибольшей степени индекс РТС соотносится с индексами Standard&Poor’s–500, Dow Jones и Bovespa (Бразилия). Для анализа нами были выбраны индикаторы Российской торговой системы (РТС) и американский фондовый индекс Dow Jones (DJ) (рис. 1).

Все расчеты приводятся в графиках и таблицах. В табл. 1 приводятся результаты проверки российского и американского фондовых индексов на наличие единичных корней.

Таким образом, оба временных ряда, используемых в исследовании, являются интегрированными $I(1)$ процессами. И мы можем перейти к анализу коинтеграции. При анализе данных на

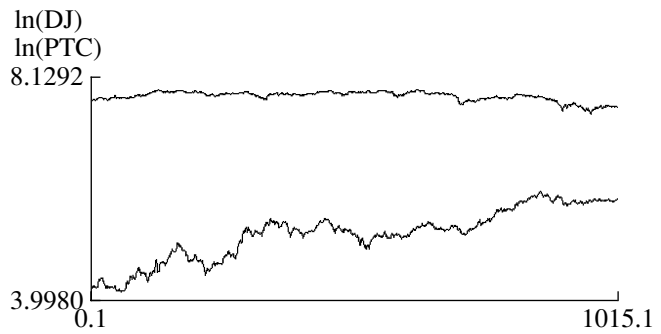


Рис. 1. Динамика российского фондового индекса РТС и американского DJ.

⁵ Другим интересным практическим приложением теории коинтеграции к макроэкономическому анализу является работа (Каракин, 1997).

Таблица 1. Результаты проверки индекса PTC и DJ на наличие единичных корней

Индексы	Статистика критерия	Критическое значение (5%)	Критическое значение (10%)
Ln(DJ)	-1.1145	-2.89	-2.58
Ln(PTC)	-1.8367	-2.89	-2.58

Таблица 2. Результаты теста Йохансена на коинтеграцию рядов индексов PTC и DJ (в логарифмах; период 02.11.1998–31.12.2002; всего 1016 наблюдений)

r	Тестовая статистика	Критические значения			Решение		
		20%	10%	5%	20%	10%	5%
0	8.8	10.7	12.8	14.6	принимается	принимается	принимается
1	1.3	4.9	6.7	8.1	принимается	принимается	принимается

Таблица 3. Результаты теста Дикки–Фуллера на интегрированность

Индексы	Статистика критерия	Критическое значение (5%)	Критическое значение (10%)
LKON	-2.1399	-2.89	-2.58
TATN	-2.4945	-2.89	-2.58
PTC	-1.8996	-2.89	-2.58

всем временном участке были получены результаты, которые позволили сделать вывод об отсутствии коинтеграции (табл. 2).

Несмотря на наличие тесной линейной связи (корреляции) между двумя индексами, устойчивого соотношения для них установить не удалось (отсутствие коинтеграционной связи). Ранее мы отмечали, что динамика фондовых индексов может отставать друг от друга на некоторый лаг. В нашем случае это и могло стать причиной отсутствия коинтеграции – как меры безлаговой динамики рядов. Глобализация инвестиционных процессов привела к корреляции индексов в разных странах. Таким образом, по поведению индексов США можно делать прогноз изменения индексов, например Германии, что подтверждается эмпирически работами McKinsey Global Institute. Однако для российского рынка характерна небольшая зависимость от поведения американских финансовых показателей. Это скорее всего связано с тем, что внешнеэкономические связи российской экономики больше ориентированы на страны Содружества Независимых Государств (СНГ), а также на страны Западной Европы. В этих направлениях статистика указывает на рост объемов торговли, в то время как торговый оборот с США сокращался в рассматриваемый нами период. Полученные результаты не противоречат реальной ситуации, а лишь подтверждают правильность сделанных выводов. Отметим, что благодаря коинтеграционному анализу нами проведено уточнение степени корреляционной связи фондовых индексов двух стран.

Фондовый рынок вообще очень остро реагирует на любые экономико-финансовые новости как внутри, так и вне страны. Российский фондовый рынок в силу своей узости⁶ и малых объемов (10–30 млн. долл.) находится в значительной зависимости от настроений западных инвесторов – даже заказ от нерезидентов на торгах в Российской торговой системе на сумму 10 млн. долл. способен встряхнуть рынок. Настроения же нерезидентов зависят в первую очередь от состояния мировых фондовых рынков.

Как отмечалось выше, одним из показателей для анализа отечественного финансового рынка был взят индекс PTC – официальный индикатор Российской торговой системы. Он же рассматривается нами и во втором примере.

Формирование мирового рынка капитала и втягивание emerging capital markets в его орбиту неизбежно порождает сходные черты в движении биржевых индексов. Поэтому вызывает ин-

⁶ 80% оборота на российском рынке делают 2% участников, а в торгах задействован в лучшем случае десяток наиболее ликвидных акций.

интерес вопрос о тесноте связи между движением российских биржевых индексов. При оценке указанных зависимостей неизбежно возникает проблема нестационарности соответствующих динамических рядов. Для анализа соотношений, складывающихся между тенденциями движения фондовых индексов, мы также используем методы коинтеграционного анализа.

Ниже рассматриваются, в частности, взаимосвязи российского индекса РТС с итогами торгов в РТС компании ЛУКОЙЛ (LKOH) и Татнефть (TATN) (рис. 2). Временной интервал охватывает период с 1999 по 2004 г. Всего проведено 1494 наблюдения. Приведем график, отображающий динамику развития исследуемых показателей российского финансового рынка:

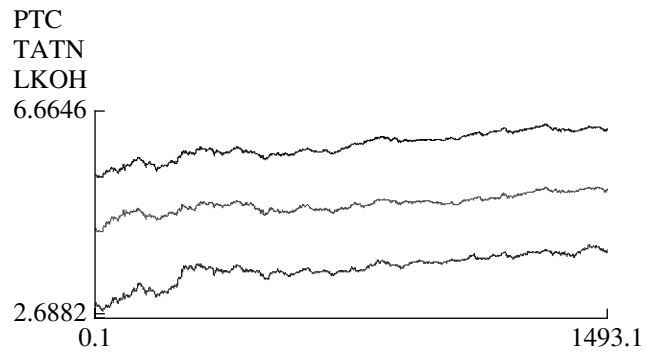


Рис. 2. Динамика развития показателей российского финансового рынка.

По результатам теста Дикки–Фуллера на интегрированность (где в качестве нулевой гипотезы выступает гипотеза о наличии единичного корня), для всех рядов наблюдается интегрированность первого порядка $I(1)$ при уровне значимости 95%. В табл. 3 приведены результаты теста.

Ниже дана таблица, содержащая результаты применения метода Йохансена (без линейных ограничений) проверки на коинтеграцию (табл. 4). Приведенные данные говорят о том, что размерность коинтеграционного пространства на основе трасс-статистики Йохансена принимается равной нулю на различных уровнях значимости, включая 95%, хотя на уровне 20% гипотеза могла быть принята в пользу наличия одного вектора коинтеграции. Другими словами, тенденции движения рассматриваемых индексов не могут дать исследователю устойчивых закономерностей.

Индексы, построенные для одного и того же рынка, всегда сильно коррелированы – независимо от выборок или способов усреднения рост рынка вызовет рост любого индекса. Однако скорость изменения разных индексов может существенно отличаться: на коротких периодах могут возникать дивергенции и т.п. Расхождения индексов часто используются для предсказаний. Например, если новый максимум индекса “голубых фишек” не подтверждается новым максимумом более широкого индекса, то на рынке вероятно падение. Полученные результаты во многом объясняются выбором портфеля акций. Более общий индекс РТС действительно должен отражать динамику движения включаемых в него акций ведущих компаний. Следует заметить, что выбранные нами показатели LKOH и TATN не стоят первыми в списке основных акций в РТС.

В самом начале статьи мы отмечали, что коинтеграционный анализ применяется для проверки устойчивости выдвигаемых гипотез, например связи макроэкономических показателей. Следующий пример демонстрирует данную возможность.

Известно, что закон единой цены утверждает: если одинаковое количество одного и того же товара покупается в разных странах по ценам P_1 и P_2 соответственно, то должно быть справедливо равенство $P_1 = P_2 E_{12}$, где E_{12} – обменный курс двух соответствующих валют. Однако совершенно не очевидно, что аналогичное тождество будет справедливо для индексов цен. Причиной здесь является, по-видимому, как различие потребительских корзин, так и различная методика расчета указанных индексов. Но все же, если это соотношение как-то выполняется, то хотелось бы знать, в каком направлении экономика будет испытывать давление рассматриваемых стран.

Таблица 4. Результаты теста Йохансена на коинтеграцию рядов индексов РТС, LKOH и TATN (период 05.01.1999–31.12.2004; 1494 наблюдений)

r	Тестовая статистика	Критические значения			Решение		
		20%	10%	5%	20%	10%	5%
0	29.4	25.5	28.4	31.3	отвергнуть	отвергнуть	принять
1	13.8	13.0	15.6	17.8	отвергнуть	принять	принять
2	2.1	4.9	6.7	8.1	принять	принять	принять

Таблица 5. Результаты проверки данных на наличие единичных корней

Индексы	Статистика критерия	Критическое значение (5%)	Критическое значение (10%)
Ln CPI RUS	-0.2635	-1.93	-1.60
Ln CPI USA	0.7822	-1.93	-1.60
Ln E	-1.0574	-1.93	-1.60

Таблица 6. Результаты теста Йохансена на коинтеграцию рядов Ln CPI RUS, Ln CPI USA и Ln E

r	Тестовая статистика	Критические значения			Решение		
		20%	10%	5%	20%	10%	5%
0	147.7	25.5	28.4	31.3	отвергнуть	отвергнуть	отвергнуть
1	48.3	13.0	15.6	17.8	отвергнуть	отвергнуть	отвергнуть
2	7.8	4.9	6.7	8.1	отвергнуть	отвергнуть	отвергнуть

Таблица 7. Собственные векторы

$\hat{\lambda}$	0.815	0.496	0.125
p_1	1	1	1
p_2	0.004	-0.182	0.012
e_{12}	-0.019	0.21	0.447

Очевидно, что поведение системы приспособляющееся, а значит необходимо использовать для анализа модели коррекции. Кроме того, раз мы указали на давление, то хотелось бы знать его силу (скорость). Указанные факторы приводят нас к коинтеграционному анализу, который способен дать ответы на поставленные вопросы. Таким образом, представляется интересным узнать, в какой форме указанное выше тождество выполняется, иначе говоря, вывести паритет покупательной способности.

Данные, с которыми мы работаем, представляют собой ежемесячные за период с 1998 по 2002 г. показатели индекса потребительских цен на продукты питания в России и США с учетом показателя действовавшего на тот период обменного курса.

Непосредственный анализ графика указывает на наличие общей динамики в рядах. Переход к логарифмам в исследуемом тождестве даст соотношение паритета покупательной способности:

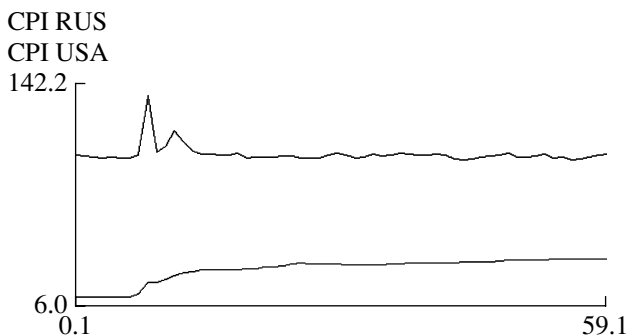
$$p_1 - p_2 - e_{12} = 0. \quad (*)$$

Результаты проверки на стационарность с помощью теста *ADF* приведены в табл. 5.

Как видно из данных в табл. 5, оба ряда имеют один порядок интегрированности. Более того, если мы внимательно посмотрим на соотношение (*), то легко обнаружим устойчивую линейную комбинацию нестационарных данных. Таким образом, коинтеграционный анализ сводится, в частности, к вопросу, будет ли вектор $(1, -1, -1)$ вектором коинтеграции? Проверим это, используя процедуру Йохансена. Результаты приведены в табл. 6.

Результаты теста указывают на наличие коинтеграции. Размерность коинтеграционного пространства равна 3. Соответствующие собственные значения и собственные векторы приведены в табл. 7.

Из данных табл. 7 видно, что гипотеза о том, что вектор $(1, -1, -1)$ является коинтеграционным, оказалась совершенно не совместимой с данными. Следует помнить, что в

**Рис. 3.** Динамика индексов потребления России и США.

методе Йохансена определяется коинтеграционное пространство, поэтому иногда, чтобы понять, что оно означает, приходится составлять линейные комбинации, или, другими словами, вращать пространство. Мы нашли иной вид устойчивой связи, не согласующийся с первоначальным предположением, но похожий на соотношения паритета покупательной способности. Описанный пример необходимо воспринимать как инструмент для исследования долговременных соотношений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение отметим, что если в рамках метода Энгла–Грейнджера вторым шагом после теста на коинтеграцию следует использование остатков из статической регрессии как корректирующий член в динамической регрессии для разности первого порядка, приведенной выше, и ее можно протестировать, чтобы найти удовлетворительную структуру, то в тесте Йохансена, показанном нами, характеристические векторы, соответствующие каноническим корреляциям, дают выборочные оценки коинтегрирующих векторов.

Однако несмотря на то что в последнее время вопросы долгосрочного равновесного отношения различных экономических показателей оказались в центре общественного внимания, по-прежнему остро ощущается нехватка моделей финансовой математики, наиболее точно описывающих финансовые и макроэкономические процессы. Для нормального функционирования экономических систем становится важным поиск новых методологий, которые можно применить к анализу основных макроэкономических показателей.

В этой работе были рассмотрены основные аспекты анализа нестационарных данных в соответствии с теорией коинтеграции применительно к финансовому рынку. Мы попытались обсудить некоторые важные статистические выводы, которые возникли в последнее время как в академической, так и профессиональной сфере при анализе нестационарных процессов. Анализ большинства экономических показателей, имеющих ярко выраженный тренд (таких как ВВП, потребление или уровень цен), затрудняется их нестационарностью. Во многих случаях стационарность может достигаться путем взятия разности определенного порядка или некоторым другим преобразованием.

Нами были исследованы возможные схемы и подходы к анализу реальных экономических показателей российского финансового рынка, дано свое представление о сути и методике коинтеграционного анализа. Проведенный эконометрический анализ показывает, что, вне сомнения, метод нахождения размерности коинтеграционного пространства, а также самих коинтеграционных векторов в силу универсальности своей структуры найдет достаточно широкое применение в практике статистических исследований для анализа динамики развития экономических показателей России. С сожалением приходится констатировать, что широкого применения данный инструмент в России пока еще не нашел.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Каракин А.Е.** (1997): Макроэкономический анализ российской инфляции. Новосибирск: НГУ.
- Рогачев Ал. Ю.** (2001): Применение моделей векторной авторегрессии (подход Йохансена) в анализе показателей финансового рынка. Новосибирск: НГТУ.
- Суслов В. И.** (2004): Послесловие для специалистов // *ЭКО: Всероссийский экономический журнал*. № 1.
- Engle R.F., Granger C.W.J.** (1987): Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing // *Econometrica*. Vol. 55.
- Granger C.W.J.** (1981): Some properties of time series data and their use in econometric model specification // *J. of Econometrics*. № 16.
- Greene W. H.** (2003): *Econometric Analysis*. N.Y.: Prentice Hall.
- Johansen S.** (1988): Statistical Analysis of Co-integration Vectors // *J. of Econ. Dynamics and Control*. Vol. 12.
- Johansen S., Juselius K.** (1990): Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration – with Applications to the Demand for Money // *Oxford Bulletin of Econ. and Statist.* Vol. 52.
- Phillips P.C.B.** (1987): Time series with a unit root // *Econometrica*. № 55.
- Phillips P.C.B., Hansen B.E.** (1990): Statistical inference on instrumental variables regression with I(1) processes // *Review of Econ. Studies*. № 57.
- Phillips P.C.B., Ouliaris S.** (1990): Asymptotic properties of residual based tests for cointegration // *Econometrica*. № 58.
- Stock J.S., Watson M.W.** (1988): Testing for Common Trends // *J. of the American Statist. Association*. Vol. 83.

Поступила в редакцию
26.05.2004 г.

Market Analysis Using the Cointegration Theory

Al. Yu. Rogachev, An. Yu. Rogachev

In analysis of macroeconomic data the scholar observes some problems related to a presence of a non-stationary series or time series with a trend component. The classic well accepted method of time series analyses is done by Box-Jenkins. But the last researches present even more interesting and appropriate technique of analysis compared to Box-Jenkins's method. It is called cointegration theory. In this paper we examine Johansen's method for cointegration dimension finding. We also give an example of using this method in financial market analyses. The authors' point of view is to resolve a problem of eigenvalues and find appropriate eigenvectors which the analyses is based on.