ЭКОНОМИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ, 2010, том 46, № 2, с. 60–77

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

МОДЕЛЬ ПРЕДВЫБОРНОЙ КОНКУРЕНЦИИ С ЗАТРАТАМИ НА ПРЕДВЫБОРНУЮ БОРЬБУ

© 2010 г. А.В. Захаров

(Москва)

Рассматривается пространственная теоретико-игровая модель предвыборной конкуренции, в которой два кандидата, помимо выбора политических программ, могут тратить средства на увеличение собственной популярности. Показано, что при определенных условиях политические программы кандидатов будут разными. Исследуется, как предпочтения избирателей и электоральная система влияют на политические программы кандидатов и расходы на предвыборную кампанию. Показано, что при достаточно однородных предпочтениях электората равновесия не существует.

Ключевые слова: предвыборная конкуренция, выбор, политические программы, предпочтения избирателей, электоральная система, равновесие.

1. ВВЕДЕНИЕ И ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Теоретико-игровой подход к анализу предвыборной конкуренции восходит к работам Х. Хотеллинга (Hotelling, 1929) и Э. Даунса (Downs, 1957). Наиболее простая модель рассматривает выборы как игру между двумя политическими агентами (например, партиями или кандидатами). Каждый агент принимает решение, какую политическую программу предложить избирателям. Утверждение теоремы о медианном избирателе состоит в том, что если множество политических программ представимо в виде отрезка и если предпочтения избирателей на этом множестве являются однопиковыми, то в итоге политические агенты выберут одинаковые политические программы, соответствующие программе, предпочитаемой медианным избирателем.

В большинстве предвыборных кампаний политические платформы конкурирующих партий или кандидатов отличаются друг от друга. В течение последних 50 лет было предпринято множество попыток объяснить это несоответствие в рамках пространственных теоретико-игровых моделей политической конкуренции. Ч. Плотт (Plott, 1967) и Р. МакКельви (MacKelvey, 1976) показали, что теорема о медианном избирателе верна только в том случае, когда множество политических программ, которые могут предложить кандидаты, одномерно. В качестве примера можно предложить выборы, на которых каждый кандидат обещает реализовать ту или иную ставку налогообложения, или пропорции, в которых следует потратить фиксированный бюджет на производство двух разных общественных благ. Если же множество политических программ многомерно (например, если одновременно изучаются величина ставки налогообложения и пропорции, в которых образованный таким образом бюджет должен быть поделен между несколькими проектами), то равновесия в чистых стратегиях, как правило, не существует.

Нежелание политических агентов выбирать позиции слишком близко к медианному избирателю может быть вызвано угрозой возникновения еще одной партии или кандидата (Eaton, Lipsey, 1975; Palfrey, 1984; Weber, 1990), неопределенностью позиции медианного избирателя и заинтересованностью политического агента в реализации конкретной программы (Wittman, 1983; Calvert, 1985; Besley, Coate, 1997; Osborne, Slivinski, 1996), альтернативными предположениями о мотивации избирателей (Adams, Merrill, 1999; Merrill, Grofman, 1997), наличием различных групп влияния (Baron, 1989; Austen-Smith, 1987; Grossman, Helpman, 1996; Coate, 2001)[1].

В последнее время литература уделяет все большее внимание таким характеристикам политических агентов, как их популярность, компетентность или опыт работы (Gelman, King, 1990). Принципиальное различие между этими характеристиками и политической программой канди-

[1] См. обзор литературы в (Захаров, 2008; Айзерман, 1981).

дата состоит в том, что увеличение опыта или популярности кандидата при неизменных политических программах делает его более привлекательным в глазах всех избирателей, в то время как изменение политической программы, реализуемой победившим кандидатом, может одновременно улучшить благосостояние одних избирателей и ухудшить благосостояние других. Данное различие впервые было продемонстрировано Д. Стоксом, а набор характеристик был назван валентностью (*valence*) или политическим весом (Захаров, 2005, 2008; Zakharov, 2005).

Включение валентности в модель предвыборной конкуренции резко меняет результат. Если целевая функция каждого кандидата совпадает с числом голосов, которые он получит на выборах, то в одномерной модели равновесие Нэша существует, только если каждый кандидат заинтересован не только в победе на выборах, но и в реализации конкретной политической программы (Groseclose, 2001). Действительно, если кандидаты заинтересованы только в победе на выборах, то кандидат с превосходящей валентностью может всегда выбрать ту же политическую программу, что и его оппонент. При этом все избиратели предпочтут кандидата с более высокой валентностью (поскольку политические программы кандидатов одинаковы); таким образом, при любой заданной стратегии оппонента кандидат с более высокой валентностью может обеспечить себе голоса всех избирателей. В таком случае кандидату с более низкой валентностью будет выгодно предложить крайне левую или крайне правую политическую программу, для того чтобы получить голоса хотя бы части радикально настроенных избирателей.

Ш. Ансолабере и Дж. Снайдер (Ansolabehere, Snyder, 2000) получили условия существования равновесия Нэша в чистых стратегиях для случая, когда множество политических программ многомерно. Здесь существует кандидат с более высокой валентностью, и выигрыш кандидата равен единице в случае победы на выборах, нулю – в случае поражения и одной второй – в случае “ничьей”. Также было исследовано существование смешанного равновесия (Aragones, Palfrey, 2002).

В данной работе я рассматриваю модель выборов, в которой избиратели оценивают кандидатов как по политической программе, так и по валентности. Я исхожу из предположения, что валентность кандидатов является эндогенной. Действительно, значительная часть затрат во время избирательных кампаний направлена на улучшение имиджа партий или кандидатов или уменьшение неопределенности избирателей относительно их политических программ, т.е., по сути, на увеличение их валентности. В то же время задачей “черного пиара” является снижение валентности конкурента[2].

В работе делается предположение: решение о том, сколько средств потратить на приобретение валентности, принимается после того, как кандидаты определились со своими политическими программами.

Показано, что при стандартных предположениях относительно предпочтений избирателей (таких как отвращение к риску) равновесные затраты кандидатов на предвыборную борьбу будут выше в том случае, если политические программы кандидатов близки друг к другу. Действительно, в равновесии предельная ценность числа голосов, которую можно приобрести, увеличив валентность, должна равняться предельным издержкам на приобретение валентности. Чем ближе платформы кандидатов, тем больше дополнительных голосов каждый кандидат может получить, увеличив свою валентность.

Это приводит к тому, что каждый кандидат стоит перед дилеммой. С одной стороны, выбор политической программы, близкой к программе конкурента, может принести дополнительные голоса. С другой стороны, при близких политических программах затраты на предвыборную борьбу будут велики. Таким образом, в равновесии программы кандидатов не будут одинаковыми[3].

Далее в работе исследуется, как политические программы кандидатов и их предвыборные расходы зависят от распределения предпочтений избирателей и свойств электоральной системы.

---

[2] Валентность кандидата или партии также зависит от того, насколько компетентны советники, входящие в ее штаб. Более компетентные советники стоят дороже (Carrillo, Castanheira, 2006).

[3] Аналогичная логика присутствует в исследовании монополистической конкуренции К. Апремонта, Дж. Габжевича и Дж.-Ф. Тиссе (Aspermont, Gabszewicz, Thisse, 1979). В этой работе рассматривается задача фирмы, которая решает, насколько дифференцируемый товар следует производить. Выпуск товара, близкого по свойствам товару конкурента, может привлечь дополнительных покупателей, но при этом приведет к значительной ценовой конкуренции.

Показано, что при увеличении степени однородности предпочтений избирателей возрастают как расходы кандидатов на валентность, так и дистанция между политическими программами кандидатов. При достаточно однородном электорате равновесия не существует, так как в локальном равновесии затраты кандидатов могут превысить выигрыш от победы на выборах.

2. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

2.1. Модель. Два кандидата конкурируют на выборах. Каждый кандидат $i = 1, 2$, характеризуется политической программой (или позицией) $y_i \in X = [\underline{y}, \overline{y}]$ и валентностью ε_i. Назовем X множеством допустимых политических программ.

Выигрыш кандидата зависит от победы на выборах и уровня его валентности[4]. Выигрыш кандидата $i \in \{1, 2\}$ составляет $1 - c(\varepsilon_i)$ в случае победы на выборах и $-c(\varepsilon_i)$ – в случае поражения, где $c(\cdot)$ – монотонно возрастающая функция, причем $c(0) = 0$. Эта функция отражает издержки, которые кандидат несет в ходе избирательной кампании[5]. Ценность победы кандидата на выборах нормализована к единице.

Выборы происходят следующим образом. Кандидаты одновременно выбирают политические программы y_1, y_2. Так как кандидаты не заинтересованы в реализации какой-то конкретной политической программы, можно предположить, что их заявления правдоподобны[6]. После того как определяются политические платформы, кандидаты выбирают уровни валентности ε_1, ε_2. Затем политические программы и валентности кандидатов становятся известны избирателям и происходит голосование, в ходе которого определяется победитель.

Существует единственный избиратель, для которого политическая программа $v \in \Re$ является наилучшей. Будем говорить, что v является позицией избирателя. Значение v кандидатам неизвестно. Они считают, что v – случайная величина, распределенной на X согласно функции распределения $F(\cdot)$ и плотности $f(\cdot)$. Полезность избирателя в случае победы кандидата $i \in \{1, 2\}$ равна[7] $\varepsilon_i - \varphi(|v - y_i|)$.

Функция $\varphi(\cdot)$ – это ущерб, нанесенный избирателю вследствие реализации политической программы, отличающейся от наилучшей программы с точки зрения этого избирателя. Пусть $\varphi(\cdot)$ – трижды дифференцируемая функция, причем $\varphi(0) = 0$, $\varphi'(0) = 0$, $\varphi'(x) > 0$ и $\varphi''(x) > 0$. Избиратель голосует за кандидата 1, если $\varepsilon_1 - \varphi(|v - y_1|) \geq \varepsilon_2 - \varphi(|v - y_2|)$, за кандидата 2 – в обратном случае.

Так как кандидаты мотивированы только победой на выборах, предположим, что $y_1 \leq y_2$. Вероятность того, что кандидат 1 победит на выборах, равна $F(\tilde{y})$, где $\tilde{y}$ – решение уравнения

$$\varepsilon_1 - \varphi(|\tilde{y} - y_1|) = \varepsilon_2 - \varphi(|\tilde{y} - y_2|). \qquad (1)$$

Назовем избирателя с позицией v *безразличным избирателем*. Таким образом, ожидаемый выигрыш кандидата 1 –

$$U_1 = F(v) - c(\varepsilon_1), \qquad (2)$$

а ожидаемый выигрыш кандидата 2 –

$$U_2 = 1 - F(v) - c(\varepsilon_2). \qquad (3)$$

[4] Предположение о том, что кандидат или политическая партия мотивированы исключительно победой на выборах, является классическим (Downs, 1957) и лежит в основе большинства теоретико-игровых моделей политической конкуренции. В качестве альтернативного предположения можно взять заинтересованность кандидата в реализации той или иной политической программы (Wittman, 1983).

[5] Дж. Харрингтон и Г. Хесс (Harrington, Hess, 1996) рассматривают постановку, в которой политический агент может тратить средства для того, чтобы представить программу своего оппонента более удаленной от медианного избирателя.

[6] При условии наличия ненулевых издержек, связанных с нарушением предвыборных обещаний, кандидаты всегда предпочтут соблюдать предвыборные обещания.

[7] Такая спецификация функции полезности избирателя встречается в моделях вероятностного голосования (см. (Hinich, 1977; Enelow, Hinich, 1982) и др.).

2.2. Выводы для частных случаев. Первые два вывода сформулированы для случая, когда валентность кандидатов задана экзогенно. При равной валентности кандидатов имеем следующее утверждение.

Предложение 1 (теорема о медианном избирателе). *Пусть* $c(x) = \infty$ *при* $x > 0$. *Тогда существует единственное равновесие с* $y_1 = y_2 = \tilde{s}$, *где* $\tilde{s}$ *является медианой распределения* $F(\cdot)$.

Если валентности кандидатов разные, то равновесия не существует.

Предложение 2 (Groseclose, 2001). *Пусть* $c(\cdot) = \infty$ *и* $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$. *Если для всех* $v \in X$ *существует* $w \in X$, *такой, что* $\varepsilon_2 - \varphi(|\, v - w\,|) < \varepsilon_1$, *то равновесия в чистых стратегиях не существует.*

Доказательство этого результата очевидно: более “сильный” кандидат всегда может выиграть выборы, приняв политическую программу “слабого” кандидата, который в свою очередь может выбрать какую-нибудь другую программу и также получить возможность выиграть выборы.

2.3. Равновесие. Будем рассматривать функции $f(\cdot)$, $\varphi(\cdot)$ и $c(\cdot)$ в общей форме. Большая часть результатов касается свойств и существования локальных равновесий Нэша. В локальном равновесии ни один игрок не в состоянии улучшить свое благосостояние путем предельно малых отклонений от выбранной им стратегии. Очевидно, что всякое равновесие Нэша также является локальным равновесием, но не наоборот.

Будем различать *внутренние* и *граничные* равновесия. Во внутреннем равновесии y_1 и y_2 лежат внутри множества допустимых политических программ X. В граничном равновесии по крайней мере один из них принадлежит к границе множества X.

Предложение 3. *Пусть* $c(\cdot)$, $\varphi(\cdot)$ *– дифференцируемые функции, причем* $c' > 0$, $c'(0) = 0$, $\varphi' > 0$, $\varphi'(0) = 0$. *Пусть* y_1 *и* y_2 *– политические программы кандидатов, тогда в любом равновесии*

$$\varepsilon_1^*(y_1, y_2) = \varepsilon_2^*(y_1, y_2) = c'^{-1}\left(\frac{f(\tilde{y})}{2\varphi'(d)}\right), \tag{4}$$

где

$$\tilde{y} = 0.5(y_1 + y_2), \tag{5}$$

c'^{-1} *– функция, обратная предельным издержкам* $d = 0.5(y_2 - y_1)$.

Этот вывод интуитивно понятен. Небольшое увеличение валентности одного кандидата будет иметь тот же эффект, что и равное по модулю уменьшение валентности другого кандидата. Так как функции затрат и ценность победы на выборах одинаковы для обоих кандидатов, то валентности кандидатов в локальном равновесии должны быть равны. При этом предельные издержки, связанные с приобретением валентности, совпадают с предельным выигрышем от увеличения вероятности победить на выборах.

Следующее предложение описывает множество локальных равновесий.

Предложение 4. *Пусть* $c(\cdot)$, $\varphi(\cdot)$ *– дважды дифференцируемые функции, причем* $c' > 0$, $c'' > 0$, $c'(0) = 0$, $\varphi' > 0$, $\varphi'' > 0$, $\varphi'(0) = 0$. *Пусть вектор стратегий* $((y_1^*, \varepsilon_1^*(y_1, y_2)), (y_2^*, \varepsilon_2^*(y_1, y_2)))$ *является локальным равновесием Нэша. Тогда верно следующее:*

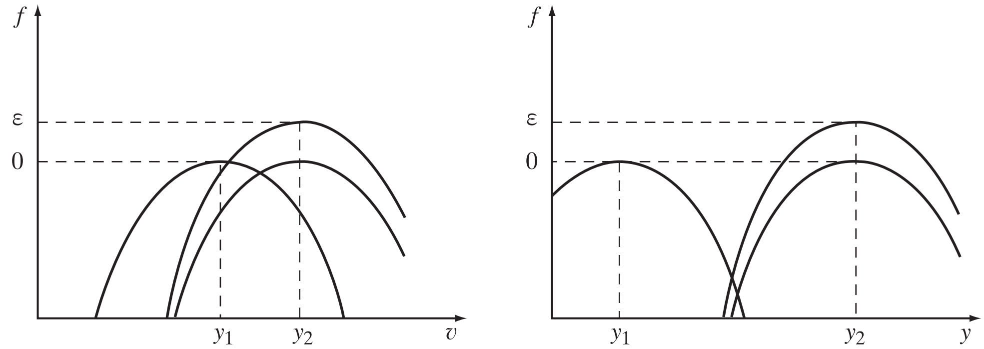
$$f'(\tilde{y}) = 0,$$

$$f''(\tilde{y}) > 0,$$

$$\frac{\varphi'^3}{\varphi''(d)} - c'^{-1'}\left(\frac{f(\tilde{y})}{2\varphi'(d)}\right) f(\tilde{y}) = 0,$$

где $\tilde{y} = 0.5(y_1^* + y_2^*)$, $d = 0.5(y_2^* - y_1^*)$.

Отметим, что в равновесии $y_1^* \neq y_2^*$ при $f(\tilde{y}) > 0$. Из (4) следует, что ε^* возрастает с $y_2 - y_1$. Действительно, чем меньше $y_2 - y_1$, тем больше голосов может получить кандидат, увеличив ε. Так как в локальном равновесии предельные издержки приобретения валентности должны равняться предельной ценности голосов, то при снижении $- y_2 - y_1$ $c(\varepsilon^*)$ и ε^* возрастают (рис. 1).



а) малое $y_1 - y_2$ *а*) большое $y_1 - y_2$

Рис. 1. Эффект от увеличения ε_2 с 0 до ε при $\varepsilon_1 = 0$

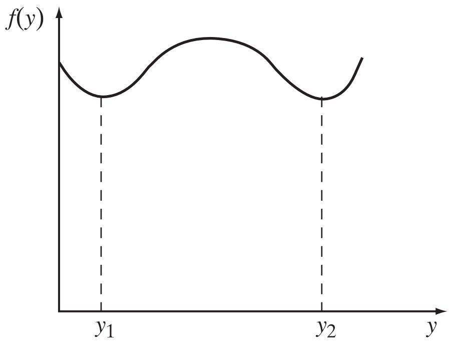


Рис. 2. y_2, y_1 – внутренние локальные равновесия

При этом из (4) видно, что $\lim\limits_{y_1 \to y_2} \varepsilon^* = \infty$. Это означает, что кандидаты станут выбирать разные политические программы, чтобы снизить $c(\varepsilon)$[8].

Согласно этому предложению безразличный избиратель должен соответствовать локальному минимуму функции плотности распределения политических предпочтений избирателей. Если предпочтения избирателей группируются вокруг нескольких значений, представители каждого такого кластера будут голосовать за какого-то одного кандидата. При этом на местонахождение безразличного избирателя (и соответственно ожидаемые доли голосов кандидатов) не влияет форма функции издержек $c(\cdot)$ и функции потерь избирателей $\varphi(\cdot)$, а оно зависит только от функции плотности $f(\cdot)$ (рис. 2).

Полученный результат имеет следующую интерпретацию. Допустим, что оба кандидата выбрали некоторые политические программы и что один из кандидатов (скажем, “левый”) переместил свою позицию в сторону своего оппонента (“направо”). Данный поступок повлияет на выигрыш этого кандидата следующим образом:

1) *эффект голосов* – доля голосов, полученная кандидатом, увеличится в силу (5);

2) *эффект дистанции* – затраты на приобретение валентности вырастут, так как при сближении позиций кандидатов позиция безразличного избирателя становится более чувствительной к валентности кандидатов;

3) *эффект плотности* – затраты на приобретение валентности станут другими, так как может измениться плотность распределения в окрестности медианного избирателя; если плотность уменьшится, то затраты также должны сократиться, так как влияние позиции безразличного избирателя на вероятность победить на выборах будет меньше. Действительно, предположим, что каждый из кандидатов рассматривает возможность занять позицию на δ ближе к позиции оппонента. Если позиции кандидатов соответствуют локальному равновесию Нэша, то для каждого кандидата сумма трех эффектов должна быть равна нулю. При этом величина эффекта дистанции и эффекта голосов должна быть одинакова для обоих кандидатов, в то время как величина эффекта плотности должна быть одинаковой по модулю, но разной по знаку. Это возможно только в том случае, когда эффект плотности равен нулю, т.е. плотность постоянна в окрестности безразличного избирателя.

2.4. Существование глобального равновесия. В данной работе рассматриваются только локальные равновесия. Глобальное равновесие может не существовать по двум причинам. Во-первых, равновесие может не являться глобальным, если пики функции плотности $f(\cdot)$ расположены близко друг к другу. Во-вторых, в локальном равновесии выигрыш одного (или обоих) кандида-

[8] См. работы, в которых дается объяснение поляризации политических программ кандидатов: (Berger, Munger, Potthoff, 2000; Eyster, Kittsteiner, 2007; Fauli-Oller, Ortũno-Ortin, 2003; Glazer, Gradstein, Konrad, 1998) и др.

тов может быть меньше нуля. В частности, из условий (4) следует, что при небольшом $y_2 - y_1$ или большом $f(\tilde{y})$ будем иметь $c(\varepsilon^*) > 1$. В таком случае кандидату 1 выгодно выбрать $\varepsilon_1 = 0$, так как при этом его ожидаемый выигрыш не может быть отрицательным. Однако в силу предположения $c'(0) = 0$ в состоянии равновесия $\varepsilon_1 > 0$, $\varepsilon_2 > 0$, т.е. должны выполняться условия (4). Следовательно, глобального равновесия не существует. Формально эти рассуждения представимы в виде следующего предложения.

Предложение 5. *Пусть* $c(\cdot)$, $\varphi(\cdot)$ *– дважды дифференцируемые функции, причем* $c' > 0$, $c'' > 0$, $c'(0) = 0$, $\varphi' > 0$, $\varphi'' > 0$, $\varphi'(0) = 0$. *Тогда существует такое* $a > 0$, *что для любых* $f(\cdot)$, *таких, что* $\min_x f(x) \geq a$, *глобального равновесия в чистых стратегиях не существует.*

Если предпочтения электората слишком однородны, то нельзя ожидать устойчивого равновесного поведения со стороны кандидатов.

Пример. Пусть v равномерно распределена на $X = [0, a]$, $c(\varepsilon) = 0.5\varepsilon^2$, $\varphi(x) = x^2$. Тогда

$$\tilde{y}(y_1, y_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2) = \begin{cases} 0, \text{ если } 0.5(y_1 + y_2) < -0.5\,\dfrac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{y_2 - y_1}; \\ 0.5(y_1 + y_2) + 0.5\,\dfrac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{y_2 - y_1}, \\ \text{если } -0.5\,\dfrac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{y_2 - y_1} \leq 0.5(y_1 + y_2) \leq a - 0.5\,\dfrac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{y_2 - y_1}; \\ a, \text{ если } 0.5(y_1 + y_2) > a - 0.5\,\dfrac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{y_2 - y_1}, \end{cases}$$

$$U_1(y_1, y_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2) = \tilde{y}(y_1, y_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2)/a - 0.5\varepsilon_1^2,$$

$$U_2(y_1, y_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2) = 1 - \tilde{y}(y_1, y_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2)/a - 0.5\varepsilon_2^2.$$

Из (4) получаем:

$$\varepsilon_1^*(y_1, y_2) = \varepsilon_2^*(y_1, y_2) = 1/[2a(y_2 - y_1)],$$

$$U_1(y_1, y_2, \varepsilon_1^*(y_1, y_2),\ \varepsilon_2^*(y_1, y_2)) = \frac{y_1 + y_2}{2a} - \frac{1}{8a^2(y_2 - y_1)^2},$$

$$U_2(y_1, y_2, \varepsilon_1^*(y_1, y_2),\ \varepsilon_2^*(y_1, y_2)) = 1 - \frac{y_1 + y_2}{2a} - \frac{1}{8a^2(y_2 - y_1)^2}.$$

В локальном внутреннем равновесии справедливо:

$$y_2^* - y_1^* = (2a)^{-1/3}, \quad \varepsilon^* = (2a)^{-2/3},$$

$$U_1(y_1^*, y_2^*, \varepsilon_1^*, \varepsilon_2^*) = \frac{\bar{y}}{a} - c(\varepsilon^*) = \frac{y_1^*}{a} + \frac{(2a)^{-4/3}}{2}.$$

Следовательно, условием существования локальных внутренних равновесий является $a \geq 2^{1/4}$. При выполнении этого условия существует континуум локальных внутренних равновесий, $y_1^* \in [0, 1 - (0.5a)^{-1/3}]$, $y_2^* = y_1^* + (0.5a)^{-1/3}$. При $a < 2^{1/4}$ существует единственное локальное граничное равновесие $y_1 = 0$, $y_2 = a$.

Глобальное равновесие должно быть устойчиво как относительно больших отклонений по ε, так и относительно больших отклонений по y.

Рассмотрим, при каких условиях равновесие является устойчивым относительно больших отклонений по ε. Так как выигрыши (2) и (3) кандидатов 1 и 2 выпуклые по ε_1 и ε_2, соответственно, то необходимым и достаточным условием устойчивости будет $U_1(y_1^*, y_2^*, \varepsilon_1^*, \varepsilon_2^*) \geq U_1(y_1^*, y_2^*, 0, \varepsilon_2^*)$. Это условие выполняется в любом локальном внутреннем равновесии, а также в локальном граничном равновесии при $a \geq 1$.

2.5. Сравнительная статика. Было установлено, что в локальном внутреннем равновесии позиция безразличного избирателя соответствует локальному минимуму функции плотности. Две другие величины, характеризующие равновесие, – дистанция между позициями кандидатов $y_2^* - y_1^*$ и уровень валентности кандидатов ε^*. Последние две величины зависят как от значения функции плотности $f(\cdot)$ в окрестности безразличного избирателя $\tilde{y}$, так и от свойств функции $g(\cdot)$ в окрестности $F(\tilde{y})$.

На знаки этой зависимости влияют знаки третьих производных функции ущерба $\varphi(\cdot)$ и функции затрат $c(\cdot)$. Знак третьей производной функции ущерба имеет следующий экономический смысл.

Допустим, что избиратель с идеальной политикой v решает, за кого из двух кандидатов он должен проголосовать. Известно, что первый кандидат в случае победы реализует политику y, в то время как второй – политику $y - \delta$ с вероятностью 0.5 и политику $y + \delta$ с вероятностью 0.5, причем $v < y - \delta$. Пусть избиратель безразличен между двумя кандидатами. Так как он испытывает отвращение к риску ($\varphi''(\cdot) > 0$), должно выполняться условие $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \hat{\varepsilon}(v, y, \delta) > 0$.

Если $\varphi'''(\cdot) < 0$, то $\hat{\varepsilon}$ убывает с $| y - v |$. Отрицательная третья производная означает, что ущерб от неопределенности убывает при увеличении разрыва между идеальной политикой избирателя и ожидаемым значением политики, которая будет реализована. От третьей производной функции зависит, приведет ли рост ε к более или менее пропорциональному увеличению предельных издержек $c'(\varepsilon)$.

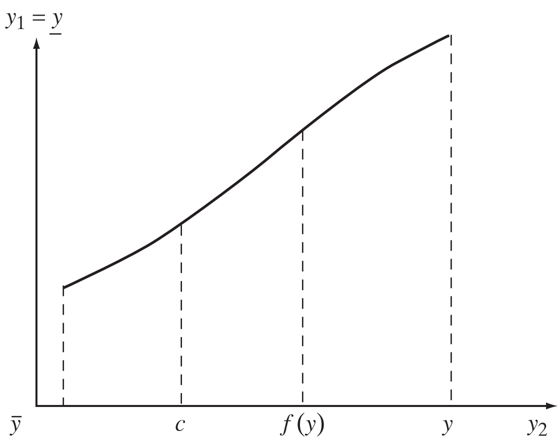


Рис. 3. Равновесие при монотонной плотности распределения предпочтений избирателей

Пусть $\tilde{y}$ – локальное внутреннее равновесие, причем $c'''(\cdot) < 0$. Если $f(\tilde{y})$ вырастет в α раз, то в равновесии ε^* изменится более чем в α раз (рис. 3). Влияние $f(\tilde{y})$ на $y_2^* - y_1^*$ и ε^* описывается следующим образом.

Следствие 1. *Пусть $c(\cdot)$, $\varphi(\cdot)$ – трижды дифференцируемые функции, причем*

$$c' > 0,\ \ c'' > 0,\ \ c'(0) = 0,\ \ \varphi' > 0,\ \ \varphi'' > 0,\ \ \varphi'(0) = 0.$$

Пусть $\tilde{y}$ – позиция безразличного избирателя во внутреннем равновесии при функции плотности $f(\cdot)$. Рассмотрим функцию плотности $\hat{f}(v, \alpha)$, такую, что:

1) $\hat{f}(v, \alpha) = f(v) + \alpha$ для $| v - \tilde{y} | < \delta$, при некотором $\delta > 0$;

2) $F(\tilde{y}) = \hat{F}(\tilde{y}, \alpha)$ для всех $0 < \alpha < \overline{\alpha}$ для некоторого $\overline{\alpha} > 0$.

Пусть $y_2^*, y_1^*, \varepsilon^*$ – позиции кандидатов и валентность во внутреннем равновесии при функции плотности $\hat{f}(v, \alpha)$. Тогда при $\alpha < \overline{\alpha}$ справедливы следующие утверждения:

1) $0.5(y_2^* + y_1^*) = \tilde{y}$;

2) величина $d = y_2^* - y_1^*$ возрастает в α раз, если $c'''(\cdot) < 0$ и $\varphi'''(\cdot) < 0$;

3) валентность кандидатов ε^* возрастает с α, если и только если $c'''(\cdot)(5\varphi''(\cdot) + \varphi'(\cdot)\,\varphi'''(\cdot)) > 0$, и убывает с α, если $c'''(\cdot)(5\varphi''(\cdot) + \varphi'(\cdot)\,\varphi'''(\cdot)) < 0$.

При росте α позиция безразличного избирателя $\tilde{y}$ не меняется, так как $\tilde{y}$ остается локальным минимумом функции плотности $\hat{f}$.

Увеличение плотности распределения предпочтений избирателей имеет два противоположных эффекта на позиции кандидатов. Во-первых, большая плотность означает большую долю голосов, которую каждый из кандидатов может получить, выбрав позицию, ближе к позиции своего оппонента. Во-вторых, возрастание плотности приведет к большим равновесным затратам на приобретение валентности. Это может заставить кандидатов выбрать более удаленные друг от друга позиции. Если выполнены следующие два условия, то доминирует второй эффект. Во-первых, при фиксированных позициях кандидатов увеличение плотности должно привести к значительному росту равновесных затрат на приобретение валентности. Во-вторых, предельный ущерб избирателя не должен слишком быстро подниматься с дистанцией между позицией избирателя и позицией победившего кандидата. Если эти два условия не выполнены, то влияние плотности на дистанцию между равновесными позициями кандидатов неясно. Увеличение плотности также имеет несколько разнонаправленных эффектов на уровень валентности кандидатов: при фиксированных позициях кандидатов уровень валентности в равновесии должен вырасти, а в случае расхождения позиций кандидатов – сократиться. Анализ показывает, что первый эффект доминирует. Возрастание плотности приводит к тому, что дистанция между позициями кандидатов вырастет, так как кандидаты будут стремиться сократить расходы на приобретение валентности. Однако в равновесии эти расходы все-таки вырастут.

3. РАЗЛИЧНЫЕ МОДИФИКАЦИИ МОДЕЛИ

3.1. Граничные равновесия. Существование внутреннего локального равновесия требует существования не менее двух различимых групп избирателей (т.е. функция плотности $f(\cdot)$ должна иметь по крайней мере два локальных максимума). Если это условие не выполняется, то локальное равновесие не может быть внутренним, т.е. позиция одного из кандидатов лежит на границе множества допустимых политических платформ X. Анализ модели позволяет ответить на вопрос, какой именно кандидат выберет такую “экстремальную” позицию.

Предложение 6. *Пусть* $c(\cdot)$, $\varphi(\cdot)$ *– дважды дифференцируемые функции, причем* $c' > 0$, $c'' > 0$, $c'(0) = 0$, $\varphi' > 0$, $\varphi'' > 0$, $\varphi'(0) = 0$. *Пусть* $X = [\underline{y}, \ \overline{y}]$ *и* $f'(y) > 0$ *при* $y \in S$. *Тогда в локальном равновесии:*

1) $y_1^* = \underline{y}$;

2) P (кандидат 2 победит)>0.5.

Аналогичный (и симметричный) результат верен и для $f'(y) < 0$.

Иными словами, если плотность избирателей возрастает в направлении “правого” избирателя, то позиция “левого” кандидата будет экстремальной (см. рис. 3).

Действительно, предположим, что позиция “левого” кандидата лежит внутри множества X. Из этого следует, что если “левый” кандидат займет позицию на $\delta \ll 1$ ближе к позиции своего оппонента, то его ожидаемый выигрыш не изменится и сумма эффектов голосов, дистанции и плотности будет равна нулю. Но тогда оппонент сможет увеличить свою полезность, сдвинув свою позицию на δ влево. Это следует из того, что величина эффекта дистанции и эффекта голосов является одинаковой для обоих кандидатов, в то время как величина эффекта плотности отрицательна для “левого” кандидата и положительна для “правого”. Следовательно, в равновесии сумма всех трех эффектов для “левого” кандидата должна быть отрицательной.

3.2. Превосходство в валентности одного из кандидатов. Существует ряд причин, по которым один кандидат может иметь более высокую, чем у конкурента, валентность. В первую очередь преимущество имеет кандидат, переизбирающийся на должность[9]. Также преимущество может иметь более харизматичный или известный публике кандидат, пользующийся поддержкой правительства или законодательных органов, и т.д.

Рассмотрим модификацию модели, в которой кандидат 1 имеет экзогенное превосходство $\overline{\varepsilon}$ в уровне валентности[10]. Пусть

$$\overline{\varepsilon} + \varepsilon_1 - \varphi(|\tilde{y} - y_1|) = \varepsilon_2 - \varphi(|\tilde{y} - y_2|). \qquad (6)$$

Сначала исследуем, как изменятся равновесные затраты кандидатов на приобретение валентности при экзогенных позициях кандидатов y_1, y_2. Имеет место следующее предложение.

[9] Отчасти это происходит потому, что меньше неопределенность относительно политики, которую этот кандидат будет проводить (Bernhardt, Ingberman, 1985).

[10] Возможный альтернативный подход – предположить, что кандидаты выбирают программы пошагово.

Предложение 7. *Пусть выигрыши кандидатов заданы как (2), (3) и (6). Тогда*

$$\frac{\partial \varepsilon_1^*}{\partial \bar{\varepsilon}} > 0, \quad \frac{\partial \varepsilon_2^*}{\partial \bar{\varepsilon}} > 0,$$

если $f'(\tilde{y}) > 0$.

При увеличении $\bar{\varepsilon}$ происходит смещение позиции безразличного избирателя в сторону кандидата 2. Если плотность $f(\tilde{y})$ возросла, то равновесные затраты на приобретение валентности также возрастут.

Далее рассмотрим, как изменение $\bar{\varepsilon}$ влияет на равновесие при эндогенных позициях кандидатов y_1^*, y_2^*.

Предложение 8. *Пусть выигрыши кандидатов заданы как (2), (3) и (6) и* $\bar{\varepsilon} = 0$, *тогда:*

$$\frac{\partial y_1^*}{\partial \bar{\varepsilon}} = \frac{\partial y_2^*}{\partial \bar{\varepsilon}} < 0, \quad \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial \bar{\varepsilon}} = 0, \; \frac{\partial \tilde{y}}{\partial \bar{\varepsilon}} > 0.$$

Возникновение у одного из кандидатов небольшого преимущества не должно привести к увеличению затрат на приобретение валентности, так как значение функции плотности $f(\cdot)$ в окрестности безразличного избирателя $\tilde{y}$ меняется незначительно. Позиция безразличного избирателя сместится в сторону от кандидата, получившего преимущество, в то время как позиции обоих кандидатов сместятся в обратную сторону.

3.3. Детерминированная модель с общей формой функции успеха. Функции выигрыша (1), (2) соответствуют избирательной системе, при которой весь выигрыш от участия в выборах достается победившему кандидату. Эта постановка может быть недостаточно общей, так как ряду избирательных систем присуща пропорциональность. В частности, при выборах в законодательные собрания по партийным спискам число мест, полученных партией, пропорционально числу голосов, которое эта партия получила.

Степень пропорциональности снижается при введении избирательного порога (голосование по партийным спискам), снижении числа избирательных округов и увеличении их размера (при мажоритарной системе), а также манипуляции границами округов, снижении числа депутатов, избираемых от одного округа, и т.д[11].

[11] См. работы (Lijphart, 1990; King, 1990; Cox, 1990).

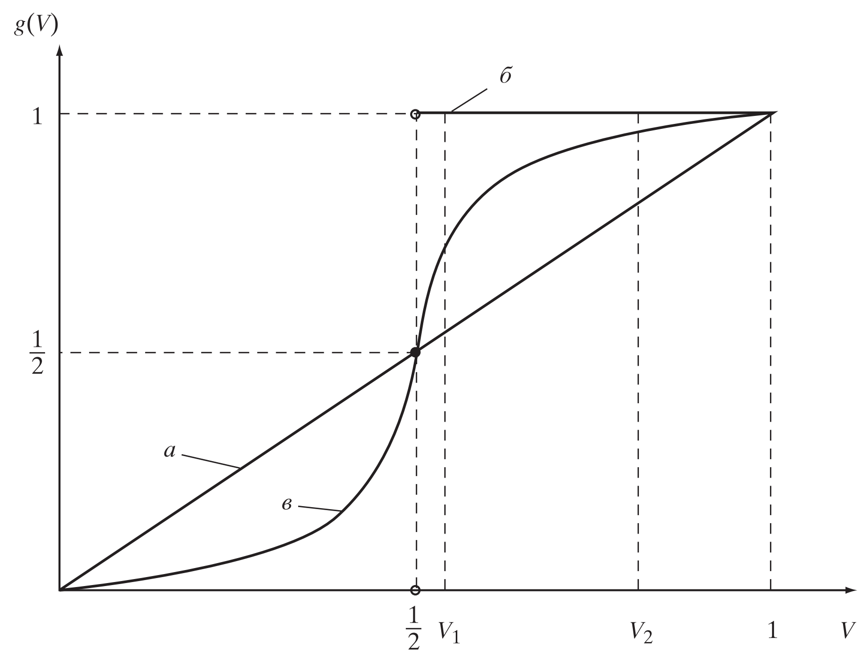


Рис. 4. Различные функции успеха:
а – пропорциональное представительство; *б* – правило большинства; *в* – промежуточный случай

Для того чтобы исследовать влияние электоральной системы на равновесие, необходимо слегка изменить модель. Предположим, что существует континуум избирателей, причем их позиции распределены согласно функции плотности $F(\cdot)$ и функции распределения на множестве X. Кандидатам известны позиции избирателей. Каждый избиратель с позицией $v \in X$ голосует за кандидата 1, если $\varepsilon_1 - \varphi(|\ v - y_1\ |) \geq \varepsilon_2 - \varphi(|\ v - y_2\ |)$, и за кандидата 2 в обратном случае. Таким образом, $F(\tilde{y})$ – доля избирателей, которая проголосует за кандидата 1; $1 - F(\tilde{y})$ – за кандидата 2, где $\tilde{y}$ определяется из (1).

Выигрыш кандидата монотонно зависит от доли голосов, которую он получил, и равен $g(F(\tilde{y})) - c(\varepsilon_1)$ для кандидата 1 и $1 - g(F(\tilde{y})) - c(\varepsilon_2)$ для кандидата 2. Здесь $g(\cdot)$ – функция успеха, отражающая то, насколько выигрыш кандидата зависит от полученной им доли голосов. Предположим, что $g(\cdot)$ – непрерывная функция, причем $g'(\cdot) > 0$, $g(0.5) = 0.5$ и $g(x) = 1 - g(1 - x)$, т.е. функция успеха отвечает свойству анонимности[12] (рис. 4). Отметим, что при пропорциональной электоральной системе $g(x) = x$ выигрыши кандидатов идентичны (2), (3). Можно показать, что полученные ранее условия существования равновесия во многом верны и для более общей формы функции успеха.

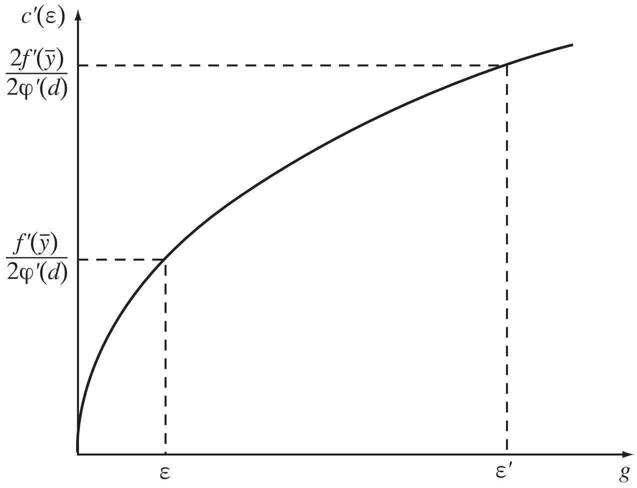


Рис. 5. Увеличение в равновесном уровне ε при неизменном d и удвоении $f(\tilde{y})$

Предложение 9. *Пусть* $c(\cdot)$, $\varphi(\cdot)$ *– дважды дифференцируемые функции, причем* $c' > 0$, $c'' > 0$, $c'(0) = 0$, $\varphi' > 0$, $\varphi'' > 0$, $\varphi'(0) = 0$. *Вектор стратегий* $(y_1^*, y_2^*, \varepsilon_1^*(y_1, y_2), \varepsilon_2^*(y_1, y_2))$ *является внутренним локальным равновесием, если и только если*

$$\varepsilon_1^*(y_1, y_2) = \varepsilon_2^*(y_1, y_2) = c'^{-1}\left(\frac{f(\tilde{y})g'(F(\tilde{y}))}{2\varphi'(d)}\right), \tag{7}$$

$$f'(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y})) + f(\tilde{y})^2 g_{FF}(F(\tilde{y})) = 0, \tag{8}$$

$$\frac{\varphi'^3}{\varphi''(d)} - c'^{-1'}\left(\frac{f(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y}))}{2\varphi'(d)}\right) f(\tilde{y})g_F F(\tilde{y})) = 0, \tag{9}$$

$$f''(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y})) + 3f(\tilde{y})f'(\tilde{y})g_{FF}(F(\tilde{y})) + f(\tilde{y})^2 f'(\tilde{y})g_{FFF}(F(\tilde{y})) > 0. \tag{10}$$

Этот результат означает, что если функция $g(\cdot)$ линейна в окрестности $F(\tilde{y})$, то позиция безразличного избирателя совпадает с локальным минимумом функции плотности и, как и ранее, не зависит от формы функции издержек $c(\cdot)$ или функции ущерба $\varphi(\cdot)$. Линейность $g(\cdot)$ имеет следующую интерпретацию: число мест в парламенте, которое партия приобретет, получив дополнительный 1% голосов, равно числу мест, которое она потеряет, потеряв 1% голосов.

Рассмотрим влияние электоральной системы на равновесие. Влияние $g(F(\tilde{y}))$ на $y_2^* - y_1^*$ и ε^* описывается следующим образом.

Следствие 2. *Пусть* $c(\cdot)$, $\varphi(\cdot)$ *– трижды дифференцируемые функции, причем* $c' > 0$, $c'' > 0$, $c'(0) = 0$, $\varphi' > 0$, $\varphi'' > 0$, $\varphi'(0) = 0$. *Пусть* $\tilde{y}$ *– позиция безразличного избирателя во внутреннем равновесии при функции успеха* $g(\cdot)$. *Рассмотрим функцию успеха* $\hat{g}(F, \beta)$*, такую, что:*

1) $\hat{g}_F(F, \beta) = g'(F) + \beta$ *для* $|\ F - F(\tilde{y})\ | < \gamma$, *при некотором* $\gamma > 0$;

2) $\hat{g}(F, \beta) = g(F)$ *для всех* $0 < \beta < \overline{\beta}$ *для некоторого* $\overline{\beta} > 0$.

[12] Условия непрерывности и анонимности гарантируют существование равновесия. К сожалению, эти ограничения не позволяют нам рассмотреть некоторые имеющиеся на сей день электоральные системы. В частности, система выборов по партийным спискам с электоральным барьером не является непрерывной.

Пусть y_2^*, y_1^*, ε^* *– позиции кандидатов и валентность во внутреннем равновесии при функции успеха* $\hat{g}(F, \beta)$. *Тогда при* $\beta < \bar{\beta}$:

1) $d = y_2^* - y_1^*$ *возрастает с* β;

2) если $\varphi'''(\cdot) < 0$ *и* $c'''(\cdot) < 0$, *то* ε^* *возрастает с* β;

3) если $f'(\tilde{y}) \neq 0$ *и в окрестности* $F(\tilde{y}, \beta)$ *имеем* $g_{FF} < 0$ *и* $g_{FF\beta} > 0$, *то* $\tilde{y}$ *сдвигается налево при увеличении* β.

Производная $g'(F)$ означает, насколько возрастет выигрыш партии при увеличении доли ее голосов. Рост этой величины оказывает практически такой же эффект на позиции кандидатов и затраты на предвыборную борьбу, что и увеличение плотности $f(\tilde{y})$. Результат изменения зависит от того, насколько близкими обещают быть выборы или насколько близко позиция безразличного избирателя находится к позиции медианного избирателя.

При мажоритарной системе ценность дополнительного голоса для партии мала, если доля голосов, которую партия ожидает получить, близка к нулю или единице (V_2 на рис. 4), и велика, или если она приблизительно равна одной второй (V_1 там же). В последнем случае следует ожидать больших затрат на предвыборную борьбу и большей поляризации политических программ.

При пропорциональной системе ценность дополнительного голоса не зависит от того, какую долю голосов партия рассчитывает получить на выборах. Таким образом, если одна партия рассчитывает получить подавляющее большинство голосов, то затраты на предвыборную борьбу будут выше при пропорциональной системе; если обе партии рассчитывают получить одинаковое число голосов, то при мажоритарной.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В классической модели предвыборной конкуренции политические программы партий или кандидатов должны быть одинаковыми, в то время как в действительности этого, как правило, не наблюдается. Модель предвыборной конкуренции, представленная в этой работе, дает возможное объяснение этому парадоксу. В работе предполагается, что политические агенты мотивированы только победой на выборах. Объяснение поляризации тем, что кандидаты заинтересованы в реализации конкретной политики, требует дополнительного предположения о существовании репутационного механизма, который не позволяет победившему кандидату реализовывать политику, которая нравится ему больше всего[13]. Также предполагается, что кандидаты симметричны и кроме кандидатов и избирателей не существует иных агентов (таких, например, как группы специальных интересов). Функции издержек и ущерба, равно как и функция плотности распределений предпочтений избирателей, даны в общем виде при самых стандартных предположениях.

Одним из основных выводов работы является необходимость достаточно разнородного электората для существования равновесия. Если электорат имеет одинаковые предпочтения относительно политических программ, то весь процесс предвыборной конкуренции сведется к борьбе за голоса путем наращивания валентности.

В менее однородном обществе большую важность приобретает борьба за голоса избирателей посредством предоставления конкурирующих предвыборных программ. Снижению роли валентности в выборе избирателя также способствуют идеологические расколы в обществе. Например, в США политическую важность имеют вопросы легальности абортов и медицинских исследований с использованием стволовых клеток. Поляризация электората по таким вопросам снижает роль валентности и приводит к более содержательной предвыборной конкуренции.

Валентность и ее роль в предвыборной конкуренции исследовались в ряде недавних теоретических работ. Н. Скофильд (Schofield, 2003) предполагает, что валентность партии или кандидата создается усилиями политических активистов, которые склонны помогать той партии или кандидату, чья позиция им ближе. Дж. Каррилло и М. Кастанхейра (Carrillo, Castanheira, 2006) рассматривают двухпериодную модель. Если на первых выборах позиция кандидата отличает-

[13] Это основная критика в адрес моделей с политически мотивированными кандидатами (см. работу (Alesina, 1988)).

ся от медианной, то для победы на следующих выборах ему необходима высокая валентность. Таким образом, отклонение от медианной позиции является неявным обещанием избирателям увеличить свою валентность.

Наиболее близка к модели, описанной в данной статье, работа С. Эшворта и Э. де Мескиты (Ashworth, Mesquita, 2007). Они рассматривают условие существования глобального равновесия в аналогичной модели, но при более частных предположениях о функциях издержек, ущерба и распределения предпочтений.

Другие работы, исследующие роль валентности в предвыборной конкуренции, – (Meirowitz, 2004; Herera, Levine, Martinelli, 2005; Aragones, Palfrey, 2002; Ansolabehere, Snyder, 2000).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство предложения 1. Предположим противное: пусть в равновесии $y_1 < y_2 < \tilde{s}$, тогда кандидат 2 может увеличить свой выигрыш, выбрав $y_2 = y_1 + \varepsilon$, где ε – произвольно малое число.

Доказательство предложения 2. Пусть равновесие существует. Так как для всех y_2 существует $\bar{y}$, такое, что $\varepsilon_2 - \varphi(|y_2 - \bar{y}|) < \varepsilon_1$, то равновесный выигрыш кандидата 1 будет положительным, если $y_1 \in X - [y_2 - \delta, y_2 + \delta]$, где $\delta = |y_2 - \bar{y}|$. Равновесный доход кандидата 2 будет меньше единицы. Однако если $y_2 = y_1$, то каждый избиратель предпочтет кандидата 2, так что $U_2 = 1$. Это противоречит предположению, что $U_1 > 0$. ■

Доказательство предложения 3. Применим теорему об обратной функции к (1). Тогда

$$\frac{\partial\tilde{y}}{\partial\varepsilon_1} = -\frac{1}{-\varphi'(\tilde{y} - y_1) - \varphi'(y_2 - \tilde{y})},$$

$$\frac{\partial\tilde{y}}{\partial\varepsilon_2} = -\frac{1}{\varphi'(\tilde{y} - y_1) + \varphi'(y_2 - \tilde{y})},$$

В равновесии должно быть

$$\frac{\partial U_1}{\partial\varepsilon_1} = g'(F(\tilde{y}))f(\tilde{y})\frac{\partial\tilde{y}}{\partial\varepsilon_1} - c'(\varepsilon_1) = 0,$$

$$\frac{\partial U_2}{\partial\varepsilon_2} = -g'(F(\tilde{y}))f(\tilde{y})\frac{\partial\tilde{y}}{\partial\varepsilon_2} - c'(\varepsilon_2) = 0.$$

Так как $\frac{\partial\tilde{y}}{\partial\varepsilon_1} = -\frac{\partial\tilde{y}}{\partial\varepsilon_2}$, то $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$. ■

Доказательство предложения 4. Утверждение является частным случаем предложения 9.

Доказательство предложения 5. Возьмем $a = c(c'^{-1}(a/[2\varphi'(1/a)]))$. Так как $\min_x f(x) \geq a$ и $\bar{y} - \underline{y} \leq 1/a$, то в любом локальном равновесии $c(\varepsilon^*) > 1$ и глобального равновесия не существует.

Доказательство следствия 1. Пусть:

$$D = f'(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y}), t) + f(\tilde{y})^2 g_{FF}(F(\tilde{y})), \tag{11}$$

$$E = 8\,\frac{\varphi'^3}{\varphi''(d)} - c'^{-1'}\left(\frac{f(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y}))}{2\varphi'(d)}\right)f(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y})), \tag{12}$$

$$H = \varepsilon - c'^{-1'}\left(\frac{f(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y}))}{2\varphi'(d)}\right). \tag{13}$$

В равновесии $D = 0$, $E = 0$ и $H = 0$. Применим теорему об обратной функции с переменными d, ε, $\tilde{y}$ и параметром $f(\tilde{y})$. Дифференцируя (11)–(13) по d, $\tilde{y}$, ε и $f(\tilde{y})$, получим:

$$\frac{\partial D}{\partial f(\tilde{y})} = 2f(\tilde{y})g_{FF}(F((\tilde{y})),$$

$$\frac{\partial E}{\partial f(\tilde{y})} = -\frac{f(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y}))^2}{2\varphi'(d)}c'^{-1''}\left(\frac{f(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y}))}{2\varphi'(d)}\right) - g_F(F(\tilde{y}))c'^{-1'}\left(\frac{f(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y}))}{2\varphi'(d)}\right),$$

$$\frac{\partial H}{\partial f(\tilde{y})} = -c'^{-1''}\left(\frac{f(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y}))}{2\varphi'(d)}\right)\frac{g_F(F(\tilde{y}))}{2\varphi'(d)},$$

$$\frac{\partial D}{\partial d} = 0,\ \frac{\partial D}{\partial \tilde{\varepsilon}} = 0,\ \frac{\partial H}{\partial \tilde{\varepsilon}} = 1,$$

$$\frac{\partial D}{\partial \tilde{y}} = f''(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y})) + 3f(\tilde{y})f'(\tilde{y})g_{FF}(F(\tilde{y})) + f(\tilde{y})^2 f'(\tilde{y})g_{FFF}(F(\tilde{y})),$$

$$\frac{\partial E}{\partial d} = \frac{3\varphi''^2(d)\varphi'^2(d) - \varphi'^3(d)\varphi'''(d)}{\varphi''^2(d)} + \varphi''(d)\frac{\tilde{f}g_F(F(\tilde{y}))}{2\varphi'^2(d)}c'^{-1''}\left(\frac{f(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y}))}{2\varphi'(d)}\right)\tilde{f}g_F(F(\tilde{y})),$$

$$\frac{\partial E}{\partial \tilde{y}} = -(f'(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y})) + f(\tilde{y})^2 g_{FF}(F(\tilde{y})))\times$$

$$\times\left[c'^{-1'}\left(\frac{f(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y}))}{2\varphi'(d)}\right) + \frac{f(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y}))}{2\varphi'(d)}c'^{-1''}\left(\frac{f(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y}))}{2\varphi'(d)}\right)\right] = 0,$$

$$\frac{\partial H}{\partial d} = c'^{-1''}\left(\frac{f(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y}))}{2\varphi'(d)}\right)\frac{\varphi''(d)}{2\varphi'^2}f(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y})),$$

$$\frac{\partial H}{\partial \tilde{y}} = -c'^{-1''}\left(\frac{f(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y}))}{2\varphi'(d)}\right)(f'(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y})) + f^2(\tilde{y})g_{FF}(F(\tilde{y}))) = 0.$$

Согласно теореме об обратной функции в окрестности решения системы (7), (9) имеем:

$$\begin{pmatrix} \dfrac{\partial \tilde{y}}{\partial f(\tilde{y})} \\ \dfrac{\partial d}{\partial f(\tilde{y})} \\ \dfrac{\partial \varepsilon}{\partial f(\tilde{y})} \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} \dfrac{\partial D}{\partial \tilde{y}} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{\partial E}{\partial d} & 0 \\ 0 & \dfrac{\partial H}{\partial d} & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \dfrac{\partial D}{\partial f(\tilde{y})} \\ \dfrac{\partial E}{\partial f(\tilde{y})} \\ \dfrac{\partial H}{\partial f(\tilde{y})} \end{pmatrix} =$$

$$= -\begin{pmatrix} 1\Big/\dfrac{\partial D}{\partial \tilde{y}} & 0 & 0 \\ 0 & 1\Big/\dfrac{\partial E}{\partial d} & 0 \\ 0 & -\dfrac{\partial H}{\partial d}\Big/\dfrac{\partial D}{\partial \tilde{y}} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dfrac{\partial D}{\partial f(\tilde{y})} \\ \dfrac{\partial E}{\partial f(\tilde{y})} \\ \dfrac{\partial H}{\partial f(\tilde{y})} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\dfrac{\partial D}{\partial f(\tilde{y})}\Big/\dfrac{\partial D}{\partial \tilde{y}} \\ -\dfrac{\partial E}{\partial f(\tilde{y})}\Big/\dfrac{\partial E}{\partial d} \\ \left(\dfrac{\partial H}{\partial d}\Big/\dfrac{\partial D}{\partial \tilde{y}}\right)\dfrac{\partial E}{\partial f(\tilde{y})} - \dfrac{\partial H}{\partial t} \end{pmatrix},$$

а по условиям второго порядка $\dfrac{\partial D}{\partial \tilde{y}} > 0$. Если $c'''(\cdot) < 0$ и $\varphi'''(\cdot) < 0$, то $\dfrac{\partial E}{\partial d} > 0$, $\dfrac{\partial H}{\partial d} > 0$, $\dfrac{\partial E}{\partial f(\tilde{y})} < 0$ и $\dfrac{\partial H}{\partial f(\tilde{y})} < 0$. Таким образом, $\dfrac{\partial d}{\partial f(\tilde{y})} > 0$ и $\dfrac{\partial \varepsilon}{\partial f(\tilde{y})} > 0$. Знак $\dfrac{\partial \tilde{y}}{\partial f(\tilde{y})}$ соответствует знаку $-g_{FF}$. ■

Доказательство предложения 6. Если $f'(y) > 0$ для всех y, то внутреннего равновесия, заданного (16), (17), не существует. Отсюда следует, что либо $y_1^* = \underline{y}$, либо $y_2^* = \bar{y}$.

Пусть $y_1^* > \underline{y}$ и $y_2^* = \bar{y}$. Тогда выполняется условие (16). Подставляя (16) в (17), получаем

$$\frac{\partial U_2^*}{\partial y_2} = -\frac{f'(\tilde{y})g'(F(\tilde{y}))}{4\varphi'^2(d)} c'^{-1'}\left(\frac{f(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y}))}{2\varphi'(d)}\right)(f'(\tilde{y})g'(F(\tilde{y})) + f(\tilde{y})^2 g''(F(\tilde{y}))) < 0.$$

Тем самым пришли к противоречию, так как предполагали, что $y_2^* = \bar{y}$ и $\frac{\partial U_2^*}{\partial y_2} > 0.$ Отсюда следует, что $y_1^* = \underline{y}$.

Пусть выполняется (17), подставляем его в (16), тогда

$$\frac{\partial U_1^*}{\partial y_1} = -\frac{f'(\tilde{y})g'(F(\tilde{y}))}{4\varphi'^2(d)} c'^{-1'}\left(\frac{f(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y}))}{2\varphi'(d)}\right)(f'(\tilde{y})g'(F(\tilde{y})) + f(\tilde{y})^2 g''(F(\tilde{y}))) < 0.$$

Противоречия нет. Таким образом, если $y_1^* = \underline{y}$ и для некоторого $\underline{y} < y_2^* < \bar{y}$ соблюдается (17), то y_1^*, y_2^* – локальное равновесие. Аналогично, если $f'(y) < 0$ для всех y, то в равновесии имеем $y_2^* = \bar{y}$. ■

Доказательство предложения 7. В равновесии ε известен из (4). Искомое утверждение получаем, применив теорему об обратной функции к (4) и (6).

Доказательство предложения 8. При $g(x) = x$ запишем (16) и (17):

$$\frac{\partial U_1}{\partial y_1} = f(\tilde{y})\frac{\partial \tilde{y}}{\partial y_1} - \frac{\partial c(\varepsilon)}{\partial y_1} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 - \left[c'^{-1'}\left(\frac{f(\tilde{y})}{\varphi'(\tilde{y}-y_1)+\varphi'(y_2-\tilde{y})}\right)\Big/ (\varphi'(\tilde{y}-y_1)+\varphi'(y_2-\tilde{y}))^3\right](f'(\tilde{y})(\varphi'(\tilde{y}-y_1)+\varphi'(y_2-\tilde{y})) -$$

$$- f(\tilde{y})(\varphi''(\tilde{y}-y_1)-\varphi''(y_2-\tilde{y})) + f(\tilde{y})\varphi''(\tilde{y}-y_1)\Big/\frac{\partial \tilde{y}}{\partial y_1}\Bigg) = 0,$$

$$\frac{\partial U_2}{\partial y_2} = -f(\tilde{y})\frac{\partial \tilde{y}}{\partial y_2} - \frac{\partial c(\varepsilon)}{\partial y_2} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -1 - \frac{c'^{-1'}(f(\tilde{y})/[\varphi'(\tilde{y}-y_1)+\varphi'(y_2-\tilde{y})])}{(\varphi'(\tilde{y}-y_1)+\varphi'(y_2-\tilde{y}))^3}\Bigg(f'(\tilde{y})(\varphi'(\tilde{y}-y_1)+\varphi'(y_2-\tilde{y})) -$$

$$- f(\tilde{y})(\varphi''(\tilde{y}-y_1)-\varphi''(y_2-\tilde{y})) - f(\tilde{y})\varphi''(\tilde{y}_2-\tilde{y})/\frac{\partial \tilde{y}}{\partial y_2}\Bigg) = 0.$$

Тогда

$$A = 2f'(\tilde{y})(\varphi'(\tilde{y}-y_1)+\varphi'(y_2-\tilde{y})) - 2f(\tilde{y})(\varphi''(\tilde{y}-y_1)-\varphi''(y_2-\tilde{y})) -$$

$$- f(\tilde{y})\left(\varphi''(\tilde{y}-y_1)/\frac{\partial \tilde{y}}{\partial y_1} - \varphi''(y_2-\tilde{y})/\frac{\partial \tilde{y}}{\partial y_2}\right) = 0,$$

$$B = c'^{-1'}\left(\frac{f(\tilde{y})}{\varphi'(\tilde{y}-y_1)+\varphi'(y_2-\tilde{y})}\right)\frac{f(\tilde{y})}{(\varphi'(\tilde{y}-y_1)+\varphi'(y_2-\tilde{y}))^2}\times$$

$$\times\left(\frac{\varphi''(\tilde{y}-y_1)}{\varphi'(\tilde{y}-y_1)} + \frac{\varphi''(y_2-\tilde{y})}{\varphi'(y_2-\tilde{y})}\right) - 2 = 0.$$

Обозначим

$$C = \bar{\varepsilon} - \varphi(y_1-\tilde{y}) + \varphi(\tilde{y}-y_2) = 0,$$

$$D = \frac{\varphi'^3}{\varphi''(d)} - c'^{-1'}\left(\frac{f(\tilde{y})\alpha}{2\varphi'(d)}\right)f(\tilde{y})\alpha = 0.$$

Дифференцируя *A, B, C* и *D* по y_1, y_2 и $\tilde{y}$ при $f'(\tilde{y}) = 0$, $\tilde{y} = 0.5(y_1 + y_2)$, $d = 0.5(y_1 - y_2)$, получим

$$\frac{\partial A}{\partial y_1} = 2f(\tilde{y})\frac{\varphi''^2}{\varphi'(d)} = A_1,$$

$$\frac{\partial A}{\partial y_2} = 2f(\tilde{y})\frac{\varphi''^2}{\varphi'(d)} = A_1,$$

$$\frac{\partial A}{\partial \tilde{y}} = 2f''(\tilde{y})\varphi'(d) = A_2,$$

$$\frac{\partial B}{\partial y_1} = \frac{c'^{-1'}\left(\dfrac{f(\tilde{y})}{2\varphi'(d)}\right)f(\tilde{y})}{4\varphi'^4(d)}(-\varphi'''(d)\varphi'(d) + 3\varphi''^2(d)) + \frac{c'^{-1''}\left(\dfrac{f(\tilde{y})}{2\varphi'(d)}\right)f^2(\tilde{y})\varphi''^2(d)}{8\varphi'^5(d)} = B_1,$$

$$\frac{\partial B}{\partial y_2} = \frac{c'^{-1'}\left(\dfrac{f(\tilde{y})}{2\varphi'(d)}\right)f(\tilde{y})}{4\varphi'^4(d)}(-\varphi'''(d)\varphi'(d) + 3\varphi''^2(d)) - \frac{c'^{-1''}\left(\dfrac{f(\tilde{y})}{2\varphi'(d)}\right)f^2(\tilde{y})\varphi''^2(d)}{8\varphi'^5(d)} = -B_1,$$

$$\frac{\partial B}{\partial \tilde{y}} = 0,$$

$$\frac{\partial C}{\partial y_1} = -\varphi'(d) = -C_1,$$

$$\frac{\partial C}{\partial y_2} = -\varphi'(d) = -C_1,$$

$$\frac{\partial C}{\partial \tilde{y}} = 2\varphi'(d) = 2C_1,$$

$$\frac{\partial D}{\partial y_1} = \frac{f(\tilde{y})\varphi''(d)}{4\varphi'(d)}c'^{-1''}\left(\frac{f(\tilde{y})}{2\varphi'(d)}\right) = D_1,$$

$$\frac{\partial D}{\partial y_2} = -\frac{f(\tilde{y})\varphi''(d)}{4\varphi'(d)}c'^{-1''}\left(\frac{f(\tilde{y})}{2\varphi'(d)}\right) = -D_1,$$

$$\frac{\partial D}{\partial \tilde{y}} = 0,$$

т.е.

$$\begin{pmatrix} \dfrac{\partial \varepsilon}{\partial \bar{\varepsilon}} \\ \dfrac{\partial y_1}{\partial \bar{\varepsilon}} \\ \dfrac{\partial y_2}{\partial \bar{\varepsilon}} \\ \dfrac{\partial \tilde{y}}{\partial \bar{\varepsilon}} \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} \dfrac{\partial A}{\partial \varepsilon} & \dfrac{\partial A}{\partial y_1} & \dfrac{\partial A}{\partial y_2} & \dfrac{\partial A}{\partial \tilde{y}} \\ \dfrac{\partial B}{\partial \varepsilon} & \dfrac{\partial B}{\partial y_1} & \dfrac{\partial B}{\partial y_2} & \dfrac{\partial B}{\partial \tilde{y}} \\ \dfrac{\partial C}{\partial \varepsilon} & \dfrac{\partial C}{\partial y_1} & \dfrac{\partial C}{\partial y_2} & \dfrac{\partial C}{\partial \tilde{y}} \\ \dfrac{\partial D}{\partial \varepsilon} & \dfrac{\partial D}{\partial y_1} & \dfrac{\partial D}{\partial y_2} & \dfrac{\partial D}{\partial \tilde{y}} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \dfrac{\partial A}{\partial \bar{\varepsilon}} \\ \dfrac{\partial B}{\partial \bar{\varepsilon}} \\ \dfrac{\partial C}{\partial \bar{\varepsilon}} \\ \dfrac{\partial D}{\partial \bar{\varepsilon}} \end{pmatrix} =$$

$$= -\begin{pmatrix} 0 & A_1 & A_1 & A_2 \\ 0 & B_1 & -B_1 & 0 \\ 0 & C_1 & C_1 & -2C_1 \\ -1 & D_1 & -D_1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -A_2/[2C_1(2A_1+A_2)] \\ -A_2/[2C_1(2A_1+A_2)] \\ A_1/[C_1(2A_1+A_2)] \end{pmatrix}.$$

Так как $C_1 > 0$, $A_1 > 0$ и $A_2 > 0$, то утверждение доказано.

Доказательство предложения 9. Выпишем выигрыш кандидатов при (4):

$$U_1^* = F(\tilde{y}) - c\left(c'^{-1}\left(\frac{f(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y}))}{2\varphi'(d)}\right)\right), \tag{14}$$

$$U_2^* = 1 - F(\tilde{y}) - c\left(c'^{-1}\left(\frac{f(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y}))}{2\varphi'(d)}\right)\right). \tag{15}$$

Пусть $\underline{y} < y_1^* \le y_2^* < \bar{y}$. Тогда y_1^* и y_2^* удовлетворяют условиям первого порядка максимизации (14) и (15):

$$\frac{\partial U_1^*}{\partial y_1} = 0.5f(\tilde{y})g'(F(\tilde{y})) - \frac{f(\tilde{y})g'(F(\tilde{y}))}{2\varphi'(d)}c'^{-1'}\left(\frac{f(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y}))}{2\varphi'(d)}\right)\frac{1}{4\varphi'^2}\times$$

$$\times[2\varphi'(d)[0.5f'(\tilde{y})g'(F(\tilde{y}))+0.5f(\tilde{y})^2g''(F(\tilde{y}))]+\varphi''(d)f(\tilde{y})g'(F(\tilde{y}))] = 0, \tag{16}$$

$$\frac{\partial U_2^*}{\partial y_2} = -0.5f(\tilde{y})g'(F(\tilde{y})) - \frac{f(\tilde{y})g'(F(\tilde{y}))}{2\varphi'(d)}c'^{-1'}\left(\frac{f(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y}))}{2\varphi'(d)}\right)\frac{1}{4\varphi'^2}\times$$

$$\times[2\varphi'(d)[0.5f'(\tilde{y})g'(F(\tilde{y}))+0.5f(\tilde{y})^2g''(F(\tilde{y}))]-\varphi''(d)f(\tilde{y})g'(F(\tilde{y}))] = 0. \tag{17}$$

Отсюда немедленно следуют условия (6) и (8). Условия второго порядка для обоих кандидатов идентичны (10).■

Доказательство следствия 2. Доказательство схоже с доказательством следствия 1 с параметром β. Заменим $g(F(\tilde{y}))$ на $\hat{g}(F(\tilde{y}), \beta)$ в уравнениях (11)–(13) и продифференцируем их по β:

$$\frac{\partial D}{\partial \beta} = f'(\tilde{y})g_{F\beta}(F(\tilde{y}), \beta) + f(\tilde{y})^2 g_{FF\beta}(F(\tilde{y}), \beta),$$

$$\frac{\partial E}{\partial \beta} = -f(\tilde{y})g_{F\beta}(F(\tilde{y}), \beta)c'^{-1'}\left(\frac{f(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y}), t)}{2\varphi'(d)}\right) -$$

$$-\frac{f(\tilde{y})^2}{2\varphi'(d)}g_F(F(\tilde{y}), \beta)g_{F\beta}(F(\tilde{y}), \beta)c'^{-1'}\left(\frac{f(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y}), t)}{2\varphi'(d)}\right),$$

$$\frac{\partial H}{\partial \beta} = -c'^{-1'}\left(\frac{f(\tilde{y})g_F(F(\tilde{y}), t)}{2\varphi'(d)}\right)f(\tilde{y})\frac{g_{F\beta}(F(\tilde{y}), \beta)}{2\varphi'(d)}.$$

По теореме об обратной функции в окрестности решения системы (7), (9) имеем:

$$\begin{pmatrix} \dfrac{\partial \tilde{y}}{\partial \beta} \\ \dfrac{\partial d}{\partial \beta} \\ \dfrac{\partial \varepsilon}{\partial \beta} \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} \dfrac{\partial D}{\partial \tilde{y}} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{\partial E}{\partial d} & 0 \\ 0 & \dfrac{\partial H}{\partial d} & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \dfrac{\partial D}{\partial \beta} \\ \dfrac{\partial E}{\partial \beta} \\ \dfrac{\partial H}{\partial \beta} \end{pmatrix} =$$

$$= -\begin{pmatrix} 1\Big/\dfrac{\partial D}{\partial \tilde{y}} & 0 & 0 \\ 0 & 1\Big/\dfrac{\partial E}{\partial d} & 0 \\ 0 & -\dfrac{\partial H}{\partial d}\Big/\dfrac{\partial D}{\partial \tilde{y}} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dfrac{\partial D}{\partial \beta} \\ \dfrac{\partial E}{\partial \beta} \\ \dfrac{\partial H}{\partial \beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\dfrac{\partial D}{\partial \beta}\Big/\dfrac{\partial D}{\partial \tilde{y}} \\ -\dfrac{\partial E}{\partial \beta}\Big/\dfrac{\partial E}{\partial d} \\ \left(\dfrac{\partial H}{\partial d}\Big/\dfrac{\partial D}{\partial \tilde{y}}\right)\dfrac{\partial E}{\partial \beta} - \dfrac{\partial H}{\partial \beta} \end{pmatrix}.$$

Получаем, что $\dfrac{\partial D}{\partial \tilde{y}} > 0$ согласно условиям второго порядка. Если $c'''(\cdot) < 0$ и $\varphi'''(\cdot) < 0$, то $\dfrac{\partial E}{\partial d} > 0$ и $\dfrac{\partial H}{\partial d} > 0$ и знаки $\dfrac{\partial H}{\partial d}$ и $-\dfrac{\partial E}{\partial d}$ равны знаку $g_{F\beta}$. Таким образом, $\dfrac{\partial d}{\partial \beta} > 0$ и $\dfrac{\partial \varepsilon}{\partial \beta} > 0$. ■

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Айзерман М.А. (1981): Динамические аспекты теории голосования (обзор) // *Автоматика и телемеханика.* Т. 12.

Захаров А.В. (2005): Политическая борьба: роль идеологии и политических технологий. WP/2005/05. М.: ГУ ВШЭ.

Захаров А.В. (2008): Модели политической конкуренции: Обзор литературы // *Экономика и мат. методы.* Т. 40. № 4.

Adams J., Merrill S. III (1999): Modeling Party Strategies and Policy Representation in Multiparty Elections: Why are Strategies so Extreme? // *American Journal of Polit. Science.* Vol. 43.

Alesina A. (1988): Credibility and Policy Convergence in a Two-Party System with Rational Voters // *American Econ. Rev.* Vol. 78. № 4 // *American Polit. Science Rev.* Vol. 88.

Ansolabehere S., Snyder J.M.Jr. (2000): Valence Politics and Equilibrium in Spatial Elections Model // *Public Choice.* Vol. 103.

Aragones E., Palfrey T.R. (2002): Mixed Equilibrium in a Downsian Model with a Favored Candidate // *Journal of Economic Theory.* Vol. 103.

Ashworth S., de Mesquita E.B. (2007): Valence Competition and Platform Divergence. Unpublished Manuscript.

d'Aspermont C., Gabszewicz J.J., Thisse J.-F. (1979): On Hotelling's "Stability in Competitions" // *Econometrica.* Vol. 47.

Austen-Smith D. (1987): Interest Groups, Campaign Contributions, and Probabilistic Voting // *Public Choice.* Vol. 54.

Baron D.P. (1989): Service-Induced Campaign Contributions and the Electoral Equilibrium // *Quarterly Journal of Economics.* Vol. 104.

Berger M.M., Munger M.C., Potthoff R.F. (2000): The Downsian Model Predicts Divergence // *Journal of Theoretical Politics.* Vol. 12.

Besley T., Coate S. (1997): An Economic Model of Representational Democracy // *Quarterly Journal of Econ.* Vol. 112.

Bernhardt D.M., Ingberman D.E. (1985): Candidate Reputations and the Incumbency Effect // *Journal of Public Econ.* Vol. 27.

Calvert R. (1985): Robustness of Multidimensional Voting Model: Candidate Motivations, Uncertainty and Convergence // *American Journal of Polit. Science.* Vol. 29.

Carrillo J.D., Castanheira M. (2006): Information and Strategic Political Polarization. USC typescript.

Coate S. (2001): Political Competition with Campaign Contributions and Informative Advertising. NBER Working Paper 8693.

Cox G.W. (1990): Centripetal and Centrifugal Tendencies in Electoral Systems // *American Journal of Polit. Science.* Vol. 34.

Downs A. (1957): An Economic Theory of Democracy. N.Y.: Harper & Row.

Eaton C.D., Lipsey R.G. (1975): The Principle of Minimum Differentiation Reconsidered: Some New Developments in the Theory of Spatial Competition // *Rev. of Econ. Stud.* Vol. 42.

Enelow J.M., Hinich M.J. (1982): Nonspatial Candidate Characteristics and Electoral Competition // *Journal of Polit.* Vol. 44.

Eyster E., Kittsteiner T. (2007): Party Platforms in Electoral Competition with Heterogeneous Constituencies // *Theoretical Econ.* Vol. 2. № 1.

Fauli-Oller R., Ortũno-Ortin E.O.I. (2003): Delegation and Polarization of Platforms in Political Competition // *Econ. Theory.* Vol. 22.

Gelman A., King G. (1990): Estimating Incumbency Advantage without Bias // *American Journal of Polit. Science.* Vol. 34.

Glazer A., Gradstein M., Konrad K. (1998): The Electoral Politics of Extreme Policies // *The Economic Journal.* Vol. 108.

Groseclose T. (2001): A Model of Candidate Location when One Candidate Has a Valence Advantage // *American Journal of Polit. Science.* Vol. 45.

Grossman G.M., Helpman E. (1996): Electoral Competition and Special Interest Politics // *Rev. of Econ. Stud.* Vol. 63.

Harrington J.Jr., Hess G.D. (1996): A Spatial Theory of Positive and Negative Campaigning // *Games and Econ. Behavior.* Vol. 17.

Herera H., Levine D.K., Martinelli C. (2005): Policy Platforms, Campaign Spending, and Voter Participation. Unpublished manuscript.

Hinich M. (1977): Equilibrium in Spatial Voting: The Median Voter Result is an Artifact // *Journal of Econ. Theory.* Vol. 16.

Hotelling H. (1929): Stability in Competition // *The Econ. Journal.* Vol. 39.

King G. (1990): Electoral Responsiveness and Partisan Bias in Multiparty Democracies // *Legislative Stud. Quarterly.* Vol. 15.

Lijphart A. (1990): The Political Consequences of Electoral Laws, 1945–1985 // *American Polit. Science Rev.* Vol. 84.

MacKelvey R. (1976): Intransitivity's in Multidimensional Voting Models and Some Implications for Agenda Control // *Journal of Econ. Theory.* Vol. 18.

Meirowitz A. (2004): Models of Electoral Campaigns. Unpublished Paper.

Merrill S. III, Grofman B. (1997): Directional and Proximity Models of Voter Utility and Choice // *Journal of Theoretical Polit.* Vol. 9.

Osborne M.J., Slivinski A. (1996): A Model of Political Competition with Citizen-Candidates // *Quarterly Journal of Econ.* Vol. 111.

Palfrey T.R. (1984): Spatial Equilibrium with Entry // *Rev. of Econ. Stud.* Vol. 51.

Plott C.R. (1967): A Notion of Equilibrium and Its Possibility under Majority Rule // *American Econ. Rev.* Vol. 58.

Schofield N. (2003): Valence Competition in the Spatial Stochastic Model // *The Journal of Theoretical Politics.* Vol. 15. № 4.

Weber S. (1990): On the Existence of a Fixed-Number Equilibrium in a Multiparty Electoral System // *Math. Social Sciences.* Vol. 20.

Wittman D. (1983): Candidate Motivation: A Synthesis of Alternative Theories // *American Polit. Science Rev.* Vol. 77.

Zakharov A.V. (2005): Candidate Location and Endogenous Valence. EERC № 05/17.

Поступила в редакцию
31.08.2007 г.

A Model of Competition with Expenses on the Election Competition

A.V. Zakharov

This work looks at a model of spatial election competition with two candidates who can spend effort in order to increase their popularity through advertisement. It is shown that under certain condition the political programs of the candidates will be different. The work derives the comparative statics of equilibrium policy platform and campaign spending with respect the distribution of voter policy preferences and the proportionality of the electoral system. In particular, it is whown that the equilibrium does not exist if the policy preferences are distributed over too narrow an interval.

Key words: spatial election competition, choice, political programs, voters preferences, electoral system, equilibrium