

ЛИТЕРАТУРА

1. K. J. Arrow, G. Debreu. Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy. *Econometrica*, 1954, 22, 265—290.
2. E. Barone. The Ministry of Production in the Collectivist State. В сб. *Collectivist Economic Planning*. Ed. F. A. Hayek. London, Routledge, 1935.
3. G. B. Dantzig and Ph. Wolfe. The Decomposition Algorithm for Linear Programs. *Econometrica*, 1961, 29, 767—778.
4. G. Debreu. *Theory of Value*. New-York. Wiley, 1959.
5. Л. В. Канторович. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. М., Изд-во АН СССР, 1959.
6. T. C. Koopmans. Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities. В сб. *Activity Analysis of Production and Allocation* Ed. T. C. Koopmans. New-York — London. Wiley-Chapman, 1951.
7. J. Kornai, Th. Liptak. Two-Level Planning. *Econometrica*, 1965, 33, 141—169.
И. Корнай, Т. Липтак. Планирование на двух уровнях. В сб. *Применение математики в экономических исследованиях*. Под ред. В. С. Немчинова, т. III. М., «Мысль», 1965, стр. 107—136.
8. J. Kornai. *Mathematical Planning of Economic Structure*. Budapest. Publishing House of the Hungarian Academy — North-Holland Publishing. Co. (В печати).
9. E. Malinvaud. *Decentralised Procedure for Planning*. Cambridge. International Economic Association, 1963.
10. J. Waelbroeck. La Grande Controverse Sur la Planification et la Theorie Economique Mathematique Contemporaine. *Cahiers de l'ISEA*, 1964, № 146, 3—24.

Поступила в редакцию
23 VIII 65

О СИНТЕЗЕ ОПТИМАЛЬНОГО НАРОДНОХОЗЯЙСТВЕННОГО ПЛАНА И ОПРЕДЕЛЕНИИ НОРМАЛЬНОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ КАПИТАЛОВЛОЖЕНИЙ

М. Г. ЗАВЕЛЬСКИЙ

(Москва)

Одной из основных трудностей построения оптимального народнохозяйственного плана является громоздкость задачи, которую необходимо для этого решить. Использование облегчающих дело методов, таких, как, например, «блочный» Данцига — Вулфа, сопряжено с требованием получения исходной матрицы определенной структуры [1]. Это далеко не всегда удастся в локальных задачах развития отрасли или комплекса отраслей. Тем более вряд ли следует рассчитывать на то, что матрица модели плановой экономики СССР окажется разложимой на достаточно мелкие блоки с доступной решению координирующей задачей при построении оптимального народнохозяйственного плана без его существенного огрубления.

Выход из этого положения ряд авторов находит в попытках использовать принцип разложения иными, менее строгими, но более гибкими методами, нежели Данциг и Вулф.

Л. В. Канторович предлагает строить оптимальный народнохозяйственный план, прибегая к его разложению «по горизонтали», т. е. идти от контуров плана, постепенно уточняя сам план и систему его экономических оценок [2]. Близкий к этому подход, но в более конкретной форме изложен в последней работе В. С. Немчинова [3].

Некоторые экономисты рассматривают возможности «вертикального» разложения задачи на серию последовательных блоков по отраслевому принципу, не предлагая, однако, эффективных методов оптимальной увязки локальных решений [4]. Более последовательные из них стремятся привлечь на помощь теорию многошаговых процессов, динамическое программирование.

А. Г. Аганбегян, синтезировавший эти идеи, считает, что наиболее эффективна комбинация «вертикального» разложения с «горизонтальным». Основным признаком «вертикального» разложения является расчленение всего планируемого процесса на ряд взаимосвязанных этапов, а «горизонтального» — на ряд последовательных стадий уточнения экономических оценок плана всего процесса по мере увеличения числа учитываемых ограничений. Это нашло отражение в так называемой методике поэтапного моделирования [5].

Автор настоящей статьи придерживается аналогичной точки зрения [6]. Однако при всей своей заманчивости комбинированное использование «вертикального» и «горизонтального» разложения не имеет строгого алгоритма, приводящего к оптимальному плану, а содержит лишь комплекс идей и руководящих принципов.

1. ИСХОДНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Цель настоящей работы — предложить способы синтеза оптимального народнохозяйственного плана на основе сравнительно легко разрешимых частных задач. В этих способах использован принцип разложения всего народного хозяйства на ряд последовательно взаимосвязанных блоков, с решением которых уточняется основной экономический показатель народнохозяйственного перспективного плана — нормальная эффективность капиталовложений.

Для изложения предлагаемых способов привлекается наиболее упрощенная статическая, линейная модель плановой экономики. Ее форма и экономическое содержание могут уточняться и усложняться. Однако это сколь-либо существенно не отразится на идее и содержании способов синтеза.

Допустим, что построение оптимального народнохозяйственного плана сводится к определению вектора интенсивности использования различных производственных способов $x = (x_1, \dots, x_j, \dots, x_n)$ такого, чтобы при условиях:

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, n, \quad (1)$$

$$a_{ij}x_j = b_i, \quad i = 1, \dots, m-1 \quad (2)$$

$$\sum_j a_{mj}x_j \leq b_m, \quad (3)$$

величина целевой функции

$$\sum_j c_j x_j \quad (4)$$

достигала минимума.

Здесь: $A = (a_{ij})$ — матрица затрат-выпуска; b — вектор конечного продукта; b_m — допустимый объем капитальных вложений в народное хозяйство; C — вектор удельных текущих затрат.

Таким образом, необходимо в рамках допустимого объема капиталовложений в народное хозяйство обеспечить требуемый выпуск конечного продукта с наименьшими текущими затратами.

В соответствии с естественной последовательностью процессов производства, через которые продукты проходят в своем движении к конечному потребителю, все народное хозяйство можно разложить на блоки так, чтобы максимум обратных связей завязать внутри отдельных блоков. Это облегчается тем, что межотраслевые потоки в матрице затрат-выпуска $A = (a_{ij})$ сосредоточены преимущественно справа от главной диагонали [7].

Модель l -го блока ($l = 1, \dots, k$) складывается из следующих соотношений:

$$\sum_j a_{ij}^l x_j^l = b_i^l, \quad i = \dots, s, \dots, r, \dots, \quad (5)$$

$$P_t^l = \sum_j (c_j^l + t a_{mj}^l) x_j^l \rightarrow \min, \quad (6)$$

$$x_j^l \geq 0, j = 1, \dots, n, \quad t \in [\alpha, \beta], \quad (7)$$

где $A^l = (a_{ij}^l)$ — матрица затрат-выпуска этого блока, b_i^l — вектор ко-

нечного продукта блока, включающий народнохозяйственный конечный продукт и поставки продукции l -го блока в другие блоки, l — норма эффективности капитальных вложений в l -м блоке, которая может принимать любое значение на интервале $[\alpha, \beta]$.

Если изделия l -го блока потребляются только $(l + \varepsilon)$ -ми блоками ($\varepsilon = 0, 1, 2, \dots$) и образуют народнохозяйственный конечный продукт, планы отдельных блоков, начиная с k -го, удовлетворяющие условиям (5) — (7), могут быть определены независимо друг от друга. Согласно используемой модели (5) — (7) при этом оказывается, что любой блок имеет конечное множество оптимальных решений (планов), каждое из которых соответствует определенному диапазону значений нормы эффективности капиталовложений на интервале $[\alpha, \beta]$ [8].

Теорема 1. Для оптимальности перспективного народнохозяйственного плана необходимо и достаточно, чтобы при полном использовании допустимого объема капиталовложений и обеспечении выпуска наперед заданного конечного продукта с минимальными текущими затратами он включал только такие производственные способы, эффективность капиталовложений в которые не ниже некоторой единой для всего народного хозяйства нормы — их прокатной оценки.

Доказательство утверждений, содержащихся в теореме 1, дано Л. В. Канторовичем [2] и В. В. Новожиловым [9].

Существование однозначного соответствия между единой нормой эффективности капиталовложений в народное хозяйство и оптимальным планом его развития является основой, на которой возможен синтез оптимального перспективного народнохозяйственного плана из оптимальных решений в отдельных блоках.

Следствие из теоремы 1. При полном использовании объема капиталовложений, которым располагает народное хозяйство, оптимальному варианту его развития соответствуют лишь те из локальных (блоковых) оптимальных планов, в которых нормы эффективности капиталовложений совпадают для всех блоков и обеспечивается заданный выпуск народнохозяйственного конечного продукта.

Равновесие между нормами эффективности капиталовложений отдельных блоков на оптимальном уровне может быть установлено двумя способами:

- 1) последовательным приближением по мере определения оптимального варианта развития каждого следующего блока;
- 2) единовременным актом после определения оптимальных вариантов развития всех блоков.

В соответствии с этим синтез оптимального народнохозяйственного плана осуществляется посредством двух способов: параметрического и последовательного.

II. ОБЩИЕ ОСНОВЫ. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Оба способа реализуются в четыре этапа: разложение общей задачи на блоки, для которых характерны обширные внутриваровые и слабые межваровые связи, последовательный анализ варов, переход от анализа к синтезу, собственно синтез.

Первый этап не имеет строгого алгоритма, хотя не исключено использование при его осуществлении формальных методов, например, таких, как триангуляция матриц.

В результате этого этапа исходная модель (1—4) преобразуется в многоступенчатую модель развития народного хозяйства, состоящую из k бло-

ков. При этом некоторые выходные параметры предшествующего блока являются входными для последующего. Пример такой модели графически изображен на рис. 1.

l -я ступень модели характеризуется следующими факторами:

1) лимитированные ресурсы, используемые в производстве и зависящие от постоянных внешних для всей системы условий (например, раз-

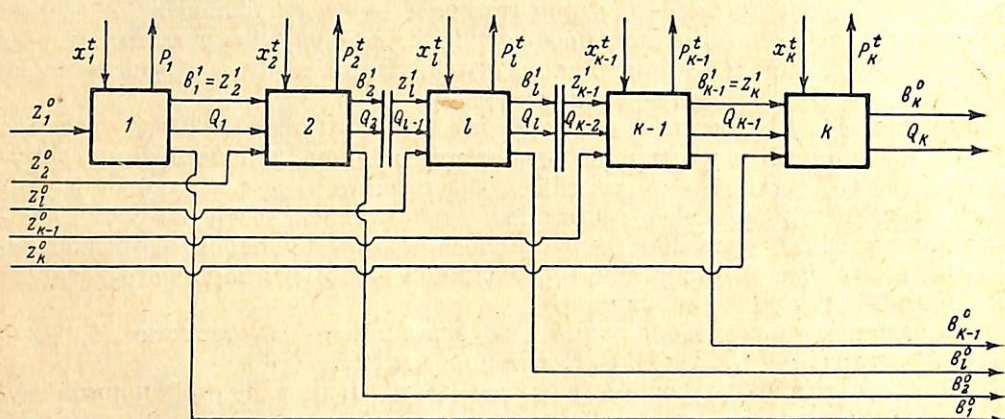


Рис. 1. Простая многоступенчатая модель плановой экономики

мер начавших действовать в предплановый период производственных мощностей по расходуемым продуктам к базовому году, размер импорта используемых средств производства и т. п.) — z_l^0 . Не лимитированные ресурсы, любое расширение воспроизводства которых возможно в рамках народного хозяйства — z_l^1 : $z_l^0 + z_l^1 = z_l$, $z_l^1 = f(b_l, x_l^t)$;

2) товарный выпуск продукции, складывающийся из ее затрат в других ступенях и поступлений для формирования конечного народнохозяйственного продукта — b_l : $b_l = f(z_{l+1}^1, z_{l+1}^0, b_l^0)$; выход свободных капиталовложений — Q_l , зависящий от планов развития данной и всех предшествующих ступеней (блоков) *;

3) решения в блоке (планы развития соответствующего блока) — x_l^t , зависящие от лимитированных ресурсов, товарного выпуска и параметра t — нормы эффективности используемых капиталовложений;

4) экономичность ступени — P_l^t , зависящая от решений в ней: $P_l^t = \varphi(x_l^t, t)$.

Первые три фактора описываются векторами z_l , b_l , x_l , а последний — целевой функцией P_l^t с изменяющимся параметром t .

Таким образом, каждая ступень задачи (за исключением первой при последовательном синтезе) описывается следующей экономико-математической моделью, конкретизирующей модель (5) — (7).

При каждом $t_{l+1}^0 \in [a_{l+1}^0, \beta_{l+1}^0]$ известна функция

$$P_l^{t_{l+1}^0} = \sum_j (c_j^l + t_{l+1}^0 \cdot a_{mj}^l) x_j^l \quad (8)$$

* Этот фактор не представляет интереса в случае параметрического синтеза.

и система ограничений

$$\sum_j a_{ij}^l x_j^l \leq z_{il}^0, \quad i = \dots, s, \dots, r, \dots, \quad (9)$$

$$a_{ij} x_j = b_{il} = z_i^{(l+1), p} + b_{li}^0, \quad (10)$$

которая определяет некоторый многогранник L_l .

Необходимо разделить сегмент $[\alpha_{+1}^p, \beta_{+1}^p]$ на конечное число интервалов таких, чтобы в каждом из них для всех значений параметра t_{l+1}^p функция (8) достигала минимума в одной и той же вершине многогранника L_l .

Здесь p — номер интервала сегмента t в последующей ступени; β_{l+1}^p — верхняя граница этого интервала; α_{l+1}^p — нижняя граница этого интервала (для последней ступени интервал один и равен сегменту t); b_{li} — товарный выпуск i -го продукта, требуемый от блока l для обеспечения последующей ступени при t_{l+1}^p .

Таким образом, каждый блок (ступень) рассматривается как параметрическая задача линейного программирования, где в качестве параметра выступает норма эффективности капиталовложений, а целевая функция выражает требование сведения к минимуму приведенных затрат на развитие блока с коэффициентом эффективности (приведения) капитальных вложений, изменяющимся в некоторых границах.

Вторым этапом любого из предлагаемых способов синтеза оптимального народнохозяйственного плана является последовательный анализ. Однако приемы собственно синтеза вносят специфику и в анализ при каждом из способов.

Последовательный анализ в обоих случаях начинается с последней ступени (блока) и состоит в решении локальных (блоковых) задач с использованием известных методов параметрического программирования [8] и определении на этой основе требований к товарному выпуску (конечному продукту) предшествующих блоков. Алгоритм анализа наиболее прост при наличии только прямых межблоковых связей. В случае появления обратных связей в многоступенчатую модель развития народного хозяйства вводятся так называемые петли обратной подачи [10], а алгоритм и модели отдельных блоков претерпевают некоторые изменения.

Отличительной особенностью анализа при последовательном синтезе является то, что он не распространяется на первый блок, а при переходе от последнего блока к первому нарастающим итогом учитывается выход свободных капиталовложений от общего допустимого объема их вложений в народное хозяйство. По мере анализа в первом блоке, убывает, остающихся от этого лимита для использования в первом блоке, убывает, причем в разной степени в зависимости от планов последующих этапов (ступеней), оптимальных при различных интервалах сегмента $[\alpha, \beta]$ и требованиях к товарному выпуску соответствующих блоков.

В результате последовательного анализа в обоих случаях для любого блока (кроме первого, при последовательном синтезе) получается набор оптимальных решений (планов) и соответствующих им критических значений параметра t (коэффициента эффективности капитальных вложений). Начиная с $(k-1)$ -го блока, каждый такой план соответствует не которому плану последующего блока в том смысле, что строится или определяется при ограничениях, накладываемых на его товарный выпуск расходом воспроизводимых ресурсов по некоторому плану последующего блока.

Таким образом, при последовательном анализе требуется решить значительное число задач типа (8) — (10). Однако каждая из них существенно меньше по размерам общей задачи (1) — (4) в численном виде. Если же решение локальных (блоковых) задач будет сопровождаться анализом чувствительности получаемых планов к изменению условий, при которых они определяются, число задач, предназначенных для решения, резко сократится.

В случае последовательного синтеза при анализе, помимо отмеченных результатов, получаются несколько систем ограничений по товарному выпуску для первого блока и соответствующих им лимитов капитальных вложений в развитие производства этого блока.

III. ПЕРЕХОД ОТ АНАЛИЗА К СИНТЕЗУ

Переход от последовательного анализа к собственно синтезу оптимального народнохозяйственного плана связан с более существенными различиями при разных способах.

В первом случае (параметрический синтез) найденные в результате анализа блоковые планы как обобщенные производственные способы сводятся в единую параметрическую задачу линейного программирования с целочисленным решением, которое дает оптимальный план развития всего народного хозяйства и единую для него норму эффективности капитальных вложений.

В другом случае (последовательный синтез) для первого блока при различных ограничениях на размер товарного выпуска и объем допустимых капиталовложений, полученных в итоге анализа, решаются задачи типа (1) — (4). Прокатная оценка капиталовложений, соответствующая тому плану, при котором общая себестоимость продукции, произведенной в народном хозяйстве минимальна, показывает уровень нормальной эффективности капиталовложений*.

Рассмотрим первый случай. Каждый план l -го блока, если он оптимальный, описывается вектором $x^l = (x_1^l, \dots, x_j^l, \dots, x_n^l, p^l)$ и параметрами α_ρ^l и β_ρ^l — верхним и нижним пределом интервала изменения нормы эффективности капиталовложений, на котором план оптимален. Здесь ρ — номер интервала, ограниченного α_ρ^l и β_ρ^l , на сегменте $[\alpha, \beta]$ в l -м блоке, а P^l — размер приведенных затрат согласно τ -му плану l -го блока при коэффициенте эффективности капитальных вложений, заключенном на ρ -м интервале сегмента $[\alpha, \beta]$.

Переход от анализа к параметрическому синтезу состоит в группировке полученных планов всех блоков. При этом в одну группу должны попасть такие планы каждого блока, чтобы соответствующие им коэффициенты эффективности капитальных вложений в допустимых границах их изменений имели общие точки. Иначе говоря, для каждого l среди всех его решений необходимо найти такие, при которых подмножества ρ пересекаются и образуют новые множества $u_\mu = \bigcap_l \rho_l = [\alpha^\mu, \beta^\mu]$, интервалы

сегмента t . Значения t , принадлежащие каждому такому интервалу, представляют собой множество потенциально-оптимальных уровней единой нормы эффективности капитальных вложений в народное хозяйство. Из теоремы 1 следует, что оптимальный среди них уровень — нормальная эффективность — это то t^* , при котором заданный народнохозяйственный конечный продукт производится с полным использованием выделенного объема капиталовложений.

* Считается, что в народнохозяйственный план, помимо некоторого плана первого блока, входят планы других блоков, оптимальные на интервалах сегмента $[\alpha, \beta]$, включающих значение прокатной оценки капиталовложений в первом блоке.

Теорема 2. Если значение нормальной эффективности капиталовложений находится внутри или на границах интервала $[\alpha^\mu, \beta^\mu]$, то на множестве u_μ существует по крайней мере одно $t' = t^x$, при котором выполняются условия (1) — (4). (Приводится без доказательства).

Это t' определяется путем решения следующей задачи для каждой группы отобранных планов.

Пусть $h_{\tau_\mu}^l$ — интенсивность использования некоторого производственного способа, который представляет собой τ -й план l -го блока. Из решений блоковых задач, вошедших в данную группу, при каждом $t \in [\alpha^\mu, \beta^\mu]$ известна целевая функция

$$P_{l_\mu} = \sum_{\tau_\mu} \sum_l (c_\tau^l + t b_{m\tau}^l) h_{\tau_\mu}^l \begin{pmatrix} b_{m\tau}^l = \sum_j a_{mj}^l x_j^{l\tau} \\ c_\tau^l = \sum_j c_j^l x_j^{l\tau} \end{pmatrix} \quad (11)$$

и система ограничений

$$\sum_{j, l, \tau_\mu} a_{ij}^l x_j^{l\tau} h_{\tau_\mu}^l = b_i, \quad i = 1, \dots, m, \quad (12)$$

$$h_{\tau_\mu}^l = \begin{cases} \text{либо } 0, \\ \text{либо } 1, \end{cases} \quad l = 1, \dots, k, \tau_\mu = 1, 2, \dots, \quad (13)$$

$$\sum_{\tau_\mu} h_{\tau_\mu}^l = 1, \quad l = 1, \dots, k, \quad (14)$$

которая определяет некоторое допустимое множество $M = \bigcap_l L_l$ значений $h_{\tau_\mu}^l$.

Требуется на сегменте t_μ найти такое $t' = t^x$, при котором функция P_l достигает минимума.

Эта задача параметрического программирования с целочисленным решением по экономическому смыслу и символике ничем не отличается от задачи (1) — (4). Однако число переменных здесь резко сократилось: в качестве переменных фигурируют не способы производства отдельных продуктов, а способы выполнения плана товарного выпуска отдельными блоками (отраслями, комплексами отраслей) народного хозяйства. При укрупнении переменных осуществлено без потери общности оптимальное укрупнение переменных — агрегирование продуктов. Несмотря на появление дома, неизбежной при агрегировании продуктов, отражающих неделимость (13) и несовместность разных способов выполнения плана одним и тем же блоком (14), их общее количество также сократилось. Ограничения (12) устанавливаются только по продуктам, расходуемым в блоках, от которых в задаче представляет более одного способа выполнения плана товарного выпуска. Кроме того, ограничения (13) практически при решении задачи не участвуют, поскольку при (14) они означают не более, чем требование целочисленности решения. Наконец, и ограничения (14) принимаются во внимание только для тех блоков, от которых в задаче участвует несколько (более одного) способов выполнения плана. В противном случае значения соответствующих переменных фиксируются на уровне 1, а правые части (12) корректируются по тем продуктам, которые выпускают блоки с фиксированными планами.

Таким образом, в случае параметрического синтеза на стадии перехода от анализа к собственно синтезу исходная задача построения оптимального народнохозяйственного плана (1) — (4) сжимается по вертикали и горизонтали и расчленяется на несколько аналогичных задач по диапазонам возможных значений нормы эффективности капитальных вложений.

При переходе от анализа к *последовательному* синтезу оптимального народнохозяйственного плана необходимо сформировать и решить несколько аналогичных задач оптимального плана развития первого блока при различных ресурсах капиталовложений и требованиях к товарному выпуску продукции, определяемых ранее найденными оптимальными решениями в последующих блоках. В общем виде эти задачи описываются следующей математической моделью.

Требуется найти набор значений $\{x_j^{1\tau}\}$ и прокатную оценку m -го ресурса (капитальных вложений) такие, чтобы функционал вида

$$\sum_j c_j^1 x_j^{1\tau} \quad (15)$$

достигал минимума при условиях:

$$\sum_j a_{ij}^1 x_j^{1\tau} \leq z_{i1}^0, \quad (16)$$

$$\sum_j a_{ij}^1 x_j^{1\tau} = b_i^{1\tau} = z_i^{2\tau} + b_{i1}^0, \quad i = 1, \dots, m-1, \quad (17)$$

$$\sum_j a_{mj}^1 x_j^{1\tau} \leq Q_2^\tau \leq b_m - \sum_{l=2}^k \sum_j a_{mj}^l x_j^{l\tau}. \quad (18)$$

Здесь Q_2^τ — разница между лимитом капиталовложений в народное хозяйство в целом и их размером, расходуемым во всех последующих блоках (ступенях) при решениях, которым соответствуют пересекающиеся интервалы ρ сегмента t . В остальном сохранена символика (8) — (10).

Эта общая задача линейного программирования легко разрешима, так как размерность ее существенно меньше, чем размерность задачи (1) — (4), и в определенных рамках может устанавливаться произвольно. В результате ее решения для первого блока получается ряд оптимальных планов, рассчитанных исходя из разных условий, и соответствующих им прокатных оценок капиталовложений в первом блоке. Вместе с тем все планы удовлетворяют условию выпуска заданного конечного продукта в целом по народному хозяйству, а все оценки капиталовложений — полному использованию их объема, выделенного для народного хозяйства. Таким образом, полученные прокатные оценки капиталовложений представляют из себя потенциально оптимальные уровни их нормальной эффективности.

На этом завершается переход от последовательного анализа к собственно синтезу оптимального народнохозяйственного плана.

IV. СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО НАРОДНОХОЗЯЙСТВЕННОГО ПЛАНА

В обоих рассматриваемых случаях собственно синтез оптимального народнохозяйственного плана состоит в нахождении среди потенциально-оптимальных норм эффективности капиталовложений их нормальной эффективности.

Параметрический синтез. Из теоремы 2 и определения нормальной эффективности капиталовложений (2), следует, что $(M-1)$ множества $u_1, \dots, u_\mu, \dots, u_M$ — пустые, т. е. не содержат ни одного t , которое удовлетворяло бы условиям (1) — (4).

Это означает, что из M задач (11) — (14) $M-1$ задача не имеет решения, так как система ее ограничений (12) — (14) несовместна.

Собственно параметрический синтез заключается в последовательном решении задач типа (11) — (14), начиная с той задачи, в которой нижняя граница сегмента a^μ (множества u_μ) — наименьшая. Синтез завершается

как только одна из этих задач будет решена, т. е. доказано существование решения и численно определен план.

Алгоритм решения задачи (11—14) представляет собой комбинацию методов параметрического программирования С. Гасса [8] и «целых» форм У. Гомори [11].

Приняв в μ -й задаче $a_\mu = a_1$, ищут минимум функции P_{a_1} вида (11). Если при этом находят конечный экстремум функции P_{a_1} и все свободные члены целые, то согласно методу С. Гасса рассчитывают значения a_1 и a_2 — границы множества значений t , при которых минимум функции P_{t_μ} достигается в найденной вершине многогранника, — и задача решена, а параметрический синтез завершен.

Если находят конечный экстремум функции, но решение нецелочисленное, то, используя метод «целых форм» (или любой другой алгоритм, дающий те же результаты), делают попытку довести его до целочисленности. В случае неудачи (целочисленное решение отсутствует) рассчитывают верхнюю границу множества значений $t = a_2$, при которых экстремум функции P_{t_μ} достигается в найденной вершине многогранника.

Если она ниже верхней границы множества β^μ , т. е. интервала возможных значений нормы эффективности капитальных вложений в μ -й задаче, то, полагая $a^\mu = a_2$, повторяют первый шаг. В противном случае, а также, если задача не имеет решения в первом шаге на всем интервале u_μ , переходят к решению следующей задачи и т. д.

Не исключено, что разрешенная задача будет иметь оптимальный план, действительный на некотором диапазоне значений ее интервала u_μ . Компоненты такого решения покажут способы, которые должны использоваться каждым блоком для выполнения его плана с тем, чтобы общий народнохозяйственный план был оптимальным. Причем такой план будет оптимальным при всех значениях нормальной эффективности капитальных вложений в народное хозяйство в найденном диапазоне. Это возможно в случаях, когда повышение нормальной эффективности до верхней границы диапазона, равно как и понижение до нижней, не изменяет соотношения эффективности способов, вошедших и не включенных в план.

Чтобы развернуть полученное решение в оптимальный народнохозяйственный план, исчисленный в интенсивностях способов производства отдельных продуктов (x_j), достаточно воспользоваться соотношением:

$$X = X^{\tau\mu} h^{\tau\mu},$$

где X вектор-план задачи (1) — (4), $h^{\tau\mu}$ — вектор-план задачи (11) — (14), $X^{\tau\mu} = (x_j^{\tau\mu})$ — матрица выпуска-затрат, составленная из вектор-столбцов планов задач (8) — (10), вошедших в качестве производственных способов в задачу (11) — (14).

Последовательный синтез. Исходя из следствия теоремы 1, ищут последовательность оптимальных планов блоков, имеющих общие допустимые значения нормы эффективности со значением прокатной оценки капиталовложений, которое соответствует оптимальному плану первого блока. Количество этих последовательностей будет равно числу решенных задач (15) — (18). Для каждой из них подсчитывают общий размер текущих затрат. Согласно теореме 1 та последовательность, которой соответствуют наименьшие текущие затраты, является оптимальной, а прокатная оценка капиталовложений в первый блок при этой последовательности — их народнохозяйственной нормальной эффективностью.

Таким образом, при последовательном синтезе общий оптимальный народнохозяйственный план непосредственно складывается из локальных оптимальных планов отдельных блоков. Как видно, этот способ основан на идеях динамического программирования [12].

* * *

В заключение отметим, что предлагаемые способы синтеза общих планов могут быть использованы на разных уровнях народнохозяйственного планирования: развития и размещения одной или группы отраслей, территориально-производственного комплекса и т. д. — в случае, если известен лимит капитальных вложений в целом по объекту планирования.

Вместе с тем синтез народнохозяйственного плана на основе локальных оптимальных решений согласуется с системным подходом к организации планирования и управления экономикой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Y. B. Dantzig and Ph. Wolfe. Decomposition Principle for Linear Programs. *Opns. Res.*, 1960, v. 8, № 1.
2. Л. В. Канторович. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. М., Изд-во АН СССР, 1960.
3. В. С. Немчинов. Статическая модель общественного разделения труда. *Экономика и матем. методы*, 1965, т. I, вып. 1.
4. В. Можин. Экономико-математические исследования — на службу народному хозяйству. Научн. докл. высшей школы (экономические науки), 1964, № 5.
5. А. Г. Аганбегян. К методологии оптимального планирования размещения производства в отдельных отраслях. В сб. *Оптимальное планирование размещения и специализации производства в отдельных отраслях* (экономико-матем. серия). Новосибирск, изд. СО АН СССР, 1962, вып. III.
6. М. Г. Завельский. Использование математических методов в анализе и планировании специализации метизного производства. В сб. [5].
7. Ю. Р. Лейбkind. Некоторые вопросы приближенных плановых расчетов на основе межотраслевого баланса. ЛЭММ (ротاپринт). М., 1961.
8. С. Гасс. Линейное программирование. Пер. с англ. М., Физматгиз, 1960.
9. В. В. Новожилов. Измерение затрат и их результатов в социалистическом хозяйстве. В сб. *Применение матем. в эконом. исслед.* Под ред. В. С. Немчинова. Т. I. М., Соцэкгиз, 1959.
10. L. Y. Mitten and Y. L. Nemhauser. Mult-Stage Optimization. *Chemical Engineering Progress*, 1963, v. 59, № 1.
11. У. Гомори, Дж. Бомоль. Целочисленное программирование и оценки. Пер. с англ. В сб. *Численные методы оптимального планирования* (экономико-матем. серия). Новосибирск, изд. СО АН СССР, 1962, вып. 1.
12. Р. Беллман. Динамическое программирование. Пер. с англ. М., Изд-во иностр. лит., 1959.

Поступила в редакцию
9 IV 1965

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ХИМИЗАЦИИ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО ПРОИЗВОДСТВА ПРИ ПОМОЩИ МЕТОДОВ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

В. А. ЕДЕМСКИЙ, В. Н. АЙДИН

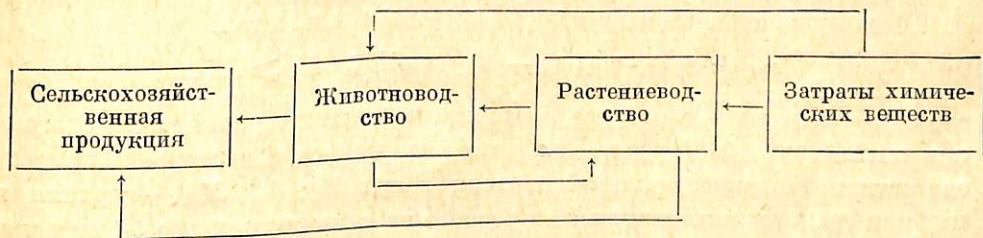
(Москва)

Интенсификация сельскохозяйственного производства включает широкое использование химических веществ (минеральных удобрений, гербицидов, консервантов и т. д.). Применение химических веществ в растениеводстве и животноводстве связано с необходимостью учета ряда биологических, зоотехнических и хозяйственных условий производства. Поэтому выбор эффективных направлений химизации должен основываться на комплексном учете всех условий производства.

При традиционных подходах к решению таких вопросов обычно сопоставляются лишь несколько вариантов, в числе которых могут быть технологические способы с применением химических веществ. При этом нет уверенности, что выбранный вариант — наилучший.

Решение задачи по определению эффективных направлений химизации сельскохозяйственного производства с охватом всего комплекса экономических, хозяйственных, биологических и зоотехнических условий производства в растениеводстве и животноводстве возможно только на основе методов оптимального программирования.

Рассматриваемая ниже экономико-математическая модель позволяет проследить связь затрат химических веществ с результатами производства сельскохозяйственной продукции согласно следующей схеме:



Химические вещества, которые применяются непосредственно в растениеводстве (кормовой преципитат, кормовые фосфаты и т. д.), обуславливают прямую химизацию, а химические вещества, применяемые при кормопроизводстве (минеральные удобрения, консерванты и т. д.) — сопряженную химизацию.

Мы будем употреблять термин «нехимизированный» в таком смысле: показатели, характеризующие кормовые средства, соответствуют отчетным и справочным материалам без использования химических веществ. В «химизированных» вариантах кормовых средств численные значения характеристик кормов изменяются под влиянием применения химических веществ на разных стадиях кормопроизводства.