ОБ ОПТИМАЛЬНОМ СООТНОШЕНИИ ПОДРАЗДЕЛЕНИЙ ОБЩЕСТВЕННОГО ПРОИЗВОДСТВА

А. Я. БОЯРСКИЙ

В последнее время все большее внимание экономистов привлекает вопрос о соотношении темпов развития производства средств производства (I) и производства предметов потребления (II). До сих пор считается бесспорной истиной необходимость превышения темпа I над темпом II. Однако размеры этого превышения могут быть разные — отсюда возникает математическая задача их правильного расчета. Пока вопрос не исследован математически, нельзя быть уверенным в том, что то или иное данное превышение достаточно, как и в том, что оно вообще необходимо.

В решении вопроса очевидной руководящей идеей должно быть то, что производство (а значит и производство средств производства) не является самоцелью, что целью производства является получение продуктов для потребления. Следовательно, рост производства II подразделения является непосредственной целью, а рост I подразделения нужен постольку, поскольку без этого цель не может быть достигнута вообще и тем более при минимальных затратах. Совершенно ясно поэтому, что необходимость определенных темпов роста I подразделения находится в тесной зависимости от изменения технологии производства, сказывающегося в изменении двух важнейших для исследования параметров: доли перенесенной стоимости потребленных средств производства в общей стоимости продукции, которую обозначим s , и размера увеличения фондов f , необходимого для увеличения на одну единицу годового выпуска продукции. Величина s , иначе говоря, есть дополнение до единицы доли национального дохода в валовом общественном продукте, а величина f — фондоемкость прироста продукции, или капиталоемкость, есть величина, обратная «отдаче» капиталовложений, которую обозначим $r = 1/f$. Хорошо известно, что для сохранения заданного темпа роста производства необходим тем более быстрый рост I подразделения, чем быстрее растут параметры s и f , а в случае их уменьшения нельзя считать обоснованной самую необходимость превышения темпа I над темпом II. Впрочем, такое превышение может быть обусловлено и задачей перехода к более высокому темпу роста производства вообще, т. е. ростом самого заданного темпа роста.

Рассматривая вопрос в терминах анализа, можно записать

$$K = \frac{H - s}{f}, \quad (1)$$

где K — темп роста в аналитическом смысле, или логарифмическая производная потока продукции, H — доля I подразделения в этом потоке, s и f объяснены выше.

Напишем теперь эту формулу в виде

$$K = (H - s)r. \quad (2)$$

С другой стороны, если темпы I и II обозначать через K_1 и K_2 , то получим почти по определению

$$K = HK_1 + (1 - H)K_2 \quad (3)$$

или, положив

$$K_1 = K_2 + \alpha,$$

получим

$$K = K_2 + \alpha H. \quad (4)$$

С другой стороны, продукция I подразделения P_1 есть произведение всей продукции P на H , следовательно,

$$K_1 = K + H' / H. \quad (5)$$

Отсюда

$$H' = H(K_1 - K) = H(1 - H)\alpha. \quad (6)$$

Если задать теперь α как функцию времени, найдем

$$H = \frac{1}{1 + (1/H_0 - 1)R}, \quad (7)$$

где

$$R = e^{-\int_0^t \alpha dt}. \quad (8)$$

Формула (7) показывает, как меняется структура производства (H) в зависимости от превышения темпа I над темпом II (α).

Однако это превышение α не может быть само по себе исходной величиной. Если вспомним, что целью является получение предметов потребления, то правильно исходить из необходимости некоторого заданного уровня их производства. Поскольку этот уровень должен изменяться, он может быть задан в виде некоторой функции времени или, что то же (учитывая, что задан начальный уровень), — в виде темпа роста II подразделения K_2 , который, вообще говоря, может быть и переменным. Из необходимости его обеспечения и будет вытекать темп I и упомянутое превышение α .

Чтобы получить соответствующее дифференциальное уравнение, подставим в (2) вместо K выражение (4) и H , найденное из (7). Получим

$$\alpha = r - u \left[1 + \left(\frac{1}{H_0} - 1 \right) R \right], \quad (9)$$

где для краткости введено

$$u = K_2 + sr. \quad (10)$$

Учитывая, что согласно (8) $\alpha = -R' : R$, имеем

$$R' = \left(\frac{1}{H_0} - 1 \right) u R^2 + (u - r) R. \quad (11)$$

Решение (11) может быть представлено в виде

$$R = \frac{e^{\int_0^t (u-r) dt}}{1 - \frac{1 - H_0}{H_0} \int_0^t u e^{\int_0^t (u-r) dt} dt}. \quad (12)$$

Отсюда можно определить

$$\alpha = \frac{\int_0^t (u-r)dt}{ue^0} - u + r. \quad (13)$$

$$\frac{H_0}{1-H_0} - \int_0^t ue^0 \int_0^t (u-r)dt dt$$

Если прибавим к этому K_2 , то найдем K_1 , отвечающий данному K_2 , полностью совпадающий с найденным нами в другой работе [см. 1, стр. 57].

Подставив этот результат в (7), получаем формулу для доли I подразделения:

$$H = \frac{\frac{H_0}{1-H_0} - \int_0^t uW dt}{\frac{H_0}{1-H_0} - \left(\int_0^t uW dt - W \right)}, \quad (14)$$

где

$$W = e^{\int_0^t (u-r)dt} \text{ или же } \frac{H}{1-H} W = \frac{H_0}{1-H_0} - \int_0^t uW dt. \quad (15)$$

То, что мы оперировали с u , r или, иначе говоря, не только с K_2 , но и с s и f , как с заданными функциями, имеет определенный смысл: эти величины определяются технологией и детальной структурой производства.

Однако в приведенном решении имеется одна важная особенность: коль скоро закреплен темп II подразделения K_2 и заданы s и f , то все дальнейшее изменение предопределяется начальной структурой, отраженной в начальном значении H_0 параметра H . Если это исходное H_0 больше, чем необходимое для обеспечения принятого K_2 , то весь остающийся избыток средств производства по нашим уравнениям автоматически обращается на рост I подразделения, — нужен ли он или нет. Это будет работа I подразделения на самого себя. Математически это легче всего показать, предположив для простоты K_2 , s , f постоянными. Тогда u , $u - r$ — постоянные, и если $K_2 < (1-s)r$ или $u = K_2 + sr < r$, то $W \rightarrow 0$. Тогда ввиду (15) $H \rightarrow 1$, т. е. доля II подразделения $1 - H$ стремится к нулю, а доля I подразделения — к единице, в чем никакой необходимости, конечно, нет. В самом деле при постоянных K_2 , s , f все структурные характеристики остаются без изменения и достаточно, чтобы I и II подразделения росли одинаковым темпом K_2 . Для этого H должно удовлетворять $(H - s)r = K_2$ или $Hr = K_2 + sr = u$

$$H = \frac{u}{r}. \quad (16)$$

Если

$$H_0 = u/r, \quad \frac{H_0}{1-H_0} = \frac{u}{r-u} \quad (17)$$

и формула (15) дает $H = u/r$, т. е. остается равным H_0 .

Следовательно, если $H_0 > u/r$, то часть производства, равная $H_0 - u/r$ и принадлежащая I подразделению, является излишней. Если она будет продолжать функционировать, то это (ввиду фиксированного K_2) и поведет к излишнему и ускоренному росту I подразделения.

Наоборот, если $H_0 < u/r$ и $H_0/(1-H_0) < u/(r-u)$, то темп II окажется превышающим темп I. Он сможет поддерживаться лишь некоторое время за счет проедания фондов I подразделения.

Из всего этого видно, что при некотором заданном изменении s и f должно существовать некоторое рациональное соотношение между H_0 и K_2 . Может быть задано такое K_2 , которое непосильно при данном H_0 , а может быть и так, что H_0 превышает необходимое для намеченного роста II подразделения.

Вопрос о взаимном их соответствии может решаться по-разному. Мы здесь будем исходить из того, что задан некоторый постоянный темп K_2 для периода от $t=0$ до $t=T$ и требуется определить соответствующее значение H_0 . Из предыдущего видно, что если T достаточно большое, то чрезмерное H_0 обнаружится в том, что к концу этого периода темп I, а с ним и общий темп будет непомерно велик и в результате этого величина H к концу периода H_T намного превысит то, что действительно нужно. Недостаточное H_0 обнаружится в том, что к концу периода величина H_T будет приближаться к нулю. Таким образом, разумное соответствие между K_2 и H_0 можно искать следующим путем. Определим H_T , которое обеспечивало бы в момент T не меньший темп роста всего производства, чем в начальный момент, и будем искать H_0 , приводящее к этому H_T . Обозначив значком T снизу вообще все величины в момент T , имеем

$$K_T = (H_T - s_T)r_T. \quad (18)$$

Таким образом, для $K_T = K_0$ необходимо и достаточно

$$(H_T - s_T)r_T = (H_0 - s_0)r_0,$$

$$\text{или} \quad H_T = s_T + (H_0 - s_0) \frac{r_0}{r_T}, \quad (19)$$

$$\text{или} \quad \frac{H_T}{1 - H_T} = \frac{s_T + (H_0 - s_0)r_0/r_T}{1 - s_T - (H_0 - s_0)r_0/r_T}.$$

Сравнивая это с формулой (15), имеем

$$\frac{s_T r_T + (H_0 - s_0)r_0}{r_T - s_T r_T - (H_0 - s_0)r_0} W_T = \frac{H_0}{1 - H_0} - \int_0^T u W dt \quad (20)$$

— уравнение для H_0 . Его можно представить и в виде

$$\frac{\Delta u + r_0 H_0}{\Delta r - \Delta u + r_0(1 - H_0)} W_T = \frac{H_0}{1 - H_0} - \int_0^T u W dt, \quad (21)$$

где Δ — прирост за период $(0, T)$.

Чтобы решить его, надо ввести определенные требования в отношении K_2 и какие-то гипотезы об изменении s , r , а следовательно, и u . Мы приведем несколько вариантов (см. табл.), причем за исключением одного из них (последнего в таблице) во всех закрепим постоянную величину $K_2 = 0,08$ (рост на 8%). Весь расчет будем делать на период T , равный 25 годам. Что касается s и r , то, как известно, в последнее время в экономической литературе оживленно обсуждается вопрос о тенденции изменения доли национального дохода в валовом общественном продукте $(1 - s)$ и капиталоемкости прироста продукции $(f = 1/r)$. Это изменение зависит от изменения технологии и структуры продукции, в конкретном выражении — от цен, в которых она измеряется. При этом существуют

факторы, влияющие на эти величины в разных направлениях. Мы не будем входить в их обсуждение, поскольку наша цель здесь всего лишь выявить некоторые математические соотношения. Поэтому для величин s и r примем три гипотезы (рост, стабильность, падение) для той и другой величины, что в сочетании и дает девять гипотез — варианты 1—6 и 8—10, и для каждого определим результат.

По данным межотраслевого баланса 1959 г. можно считать $s_0 = 0,5$. За предшествовавшее десятилетие эта величина незначительно уменьшилась, и пока не так легко судить о ее тенденции, в которой сложным образом переплетается влияние изменений технологии, структуры производства (отраслевой и организационной) и системы цен. Примем для s_T следующие три гипотезы: $s_T = 0,6$ (рост), $s_T = 0,5$ (стабильность) и $s_T = 0,4$ (снижение). Исходное значение r примем для простоты вычислений равным 1, а для отражения возможного изменения этой величины примем также три гипотезы: $r_T = 0,8$, $r_T = 1$, $r_T = 1,2$, что отвечает фондоемкости (капиталоемкости) прироста

$$f_T = 1,25; \quad f_T = 1; \quad f_T = 0,833 \text{ (при } f_0 = 1).$$

Далее, чтобы показать, к каким результатам приводит быстрый рост f , добавим к изложенным девяти гипотезам еще две с $r_T = 0,6$, что соответствует $f_T = 1,67$ (быстрый рост); в первой из этих гипотез (вариант 7) примем $s_T = 0,5$ (стабильность), во второй (вариант 11) $s_T = 0,6$ (рост). Наконец, для иллюстрации влияния K_2 добавим еще вариант 12 — со стабильными $s = 0,5$ и $f = 1$, но при $K_2 = 0,12$. Значения s_T и r_T определяют значение u_T .

Вообще имеет значение, конечно, и траектория перехода от значений u_0, r_0 к значениям u_T, r_T . Однако характер данного исследования вполне позволяет в этом отношении сделать простейшее допущение: u и r меняются в интервале $(0, T)$ линейно. Тогда имеем

Варианты	$K_2, \%$	s_T	f_T	r_T	u_T	$W_T \cdot 10^6$	$I_T \cdot 10^6$	$H_0, \%$	$H_T, \%$	$H_0(T), \%$	$K_1, \%$
1	8	0,4	0,83	1,2	0,56	1760	134411	57,3	46,1	46,7	6,2
2	8	0,4	1	1	0,48	7889	135083	57,5	47,5	48,0	6,4
3	8	0,4	1,25	0,8	0,40	35358	136672	57,7	49,6	50,0	6,7
4	8	0,5	0,83	1,2	0,68	7889	138000	57,9	56,8	56,7	7,8
5	8	0,5	1	1	0,58	27536	138091	58,0	58,0	58,0	8,0
6	8	0,5	1,25	0,8	0,48	96112	141067	58,5	60,6	60,0	8,3
7	8	0,5	1,67	0,6	0,38	335460	142169	58,7	64,5	63,3	9,0
8	8	0,6	0,83	1,2	0,80	35358	145732	59,31	67,8	66,7	9,5
9	8	0,6	1	1	0,68	96112	145880	59,33	69,3	68,0	9,7
10	8	0,6	1,25	0,8	0,56	261260	146071	59,37	71,7	70,0	10,2
11	8	0,6	1,67	0,6	0,44	710170	146291	59,43	75,7	73,3	11,0
12	12	0,5	1,0	1	0,62	74852	163146	62,0	62,0	62,0	12,0

$$u = u_0 + \frac{t}{T} (u_T - u_0); \tag{22}$$

$$r = r_0 + \frac{t}{T} (r_T - r_0). \tag{23}$$

На этом основании можно вычислить для каждого варианта значения

$$W_T \text{ и } I_T = \int_0^t uWdt$$

и, подставив их в (21), определить H_0 как корень квадратного уравнения (второй корень лишен здесь смысла).

В приведенной выше таблице все 12 вариантов (кроме последнего) расположены в порядке возрастания s_T , а внутри группы по s_T — в порядке возрастания f_T . Поэтому, как и следовало ожидать, $\bar{K}_1$ (средний за 25 лет темп I) ниже K_2 в верхней части таблицы, совпадает с K_2 в строке постоянных s и f и превышает K_2 ниже этой строки.

Конечное значение H_T можно определить из (19). Отметим, что при постоянных s , r , u уравнение (21) упрощается и в конце концов приводит к

$$H_0 = u/r. \quad (24)$$

Поэтому в варианте 5 имеем $H_0 = 0,58 : 1 = 0,58$, а в варианте 12 $H_0 = 0,62 : 1 = 0,62$ (простое равенство $H = s + K_2$ здесь обусловлено значением $f = 1$).

Представляют известный интерес значения H_0 , которые получились бы при s и r постоянных, но равных не начальным, а конечным их значениям. Их можно вычислить по той же формуле (24), подставив в нее u_T и r_T каждого варианта. Результаты приведены под заголовком $H_{0(T)}$. Сравнивая их с H_0 , отмечаем, что H_0 лежит между $H_{0(T)}$ и H_0 варианта с постоянными $s = s_0 = 0,5$; $r = r_0 = 1$ (т. е. $H_{0(T)}$ и $0,58$, кроме вариантов 5 и 12, в которых $H_0 = H_T = H_{0(T)}$). Это положение, экономически вполне понятное, можно доказать путем анализа уравнения (21), но это доказательство мы опустим ввиду некоторой его громоздкости.

Далее, из H_T и H_0 можно без труда определить относительное увеличение I подразделения

$$H_T = \frac{P_{IT}}{P_{IT} + P_{IIT}}, \quad H_0 = \frac{P_{I0}}{P_{I0} + P_{II0}},$$

где P — продукция (с подстрочными указателями, смысл которых ясен). Отсюда

$$\frac{H_T}{H_0} \cdot \frac{1 - H_T}{1 - H_0} = \frac{P_{IT}}{P_{I0}} \cdot \frac{P_{IIT}}{P_{II0}} = \frac{P_{IT}}{P_{I0}} \cdot e^{25K_2},$$

и искомое увеличение

$$\frac{P_{IT}}{P_{I0}} = \left(\frac{H_T}{H_0} \cdot \frac{1 - H_T}{1 - H_0} \right) e^{-25K_2}. \quad (25)$$

Следовательно, средний за весь период темп I подразделения

$$\bar{K}_1 = \frac{1}{25} \ln \left(\frac{H_T}{H_0} \cdot \frac{1 - H_T}{1 - H_0} \right) + K_2, \quad (26)$$

что и приведено в таблице.

Мы оставим здесь в стороне вопрос о предельных значениях I и W и отвечающих им

$$H_0 = \frac{\lim I}{1 + \lim I}.$$

Вопрос этот требует иного подхода, и вряд ли есть смысл его ставить, если учесть особенность конструирования самих функций u и r в наших

вычислениях. Стоит отметить, что изменения H_0 в целом не очень велики и практически H_0 мало отличается от $K_2 + s_0 r_0$, но и это может быть связано с особенностями примеров и, в частности, конечно, связано с тем, что в них начальное значение $f_0 = 1$.

Теперь можно решить вопрос и об оптимальном соотношении подразделений, в смысле, отвечающем всему предыдущему. Заданы две цели: 1) обеспечение принятого роста II подразделения (а ведь в этом цель всего производства и состоит) и 2) обеспечение к концу периода такого же общего темпа, что и вначале. Определяется необходимая для этого оптимальная доля I. Если в действительности доля I меньше, то попытка производить предметы потребления при данном темпе их роста может иметь катастрофические для всей экономики последствия. Но излишек доли I, если обращать и его на расширение производства, приведет к тому, что в этой части I подразделение будет работать само на себя.

Значит ли это, что, если такой излишек образовался, его надо ликвидировать? Конечно, нет. Во-первых, можно, придя к такому результату, изменить задание по росту II подразделения, увеличив его темп. Во-вторых, этот излишек можно обратить на внешнюю торговлю и помощь другим странам.

Остается добавить, что найденное оптимальное начальное значение доли I подразделения H_0 приводит к определенному темпу и для I подразделения, вследствие чего вопрос о количественном соотношении темпов обоих подразделений может получить вполне строгое математически обоснованное решение (в меру справедливости принятых гипотез в отношении будущей динамики соотношения валового продукта и национального дохода и будущей динамики фондоемкости прироста производства).

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Я. Б о и р с к и й. Математико-экономические очерки. М., 1962.

Поступила в редакцию
7 VII 1964