

Ряд задач о размещении производства приводит к так называемым многоиндексным транспортным задачам. В этом сборнике такие задачи рассматриваются в двух статьях: В. С. Михалевича и Н. З. Шура — «Математические методы решения некоторых задач размещения» и Б. С. Верховского — «Задача оптимального размещения производства неоднородной продукции». Правда, в этом аспекте представляет интерес лишь статья Б. С. Верховского, в которой дается детальный анализ многоиндексных (четырёхиндексных) транспортных задач (включая алгоритм для их решения). Задача, рассмотренная в статье В. С. Михалевича и Н. З. Шура, лишь формально относится к многоиндексным задачам, являясь по существу обычной транспортной задачей. Основное содержание этой статьи представляет краткое изложение методов, разработанных в Институте кибернетики АН УССР, в том числе метода градиентного спуска в двойственном пространстве для решения больших транспортных задач. В этой же статье исследуется метод решения целочисленных задач размещения, основанный на методе последовательного анализа вариантов. Вопросы целочисленности кратко рассматриваются также в уже упомянутой статье А. Г. Аганбегяна. Специальным целочисленным задачам, связанным с нелинейностью затрат на производство, посвящены статьи В. Г. Карманова и Б. Т. Поляка «Опыт решения задач размещения производства в вычислительном центре МГУ» и А. А. Корбута «Неоднородные задачи размещения (типа транспортной)». Наиболее интересная схема, рассмотренная в обеих статьях, — это задача размещения с функцией производственных затрат вида

$$\varphi_i(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x = 0, \\ d_i + C_i x & \text{при } x > 0. \end{cases}$$

В статьях сообщается о наличии программ, позволяющих решать эту задачу целочисленного программирования, и о том, какие реальные задачи были решены этим методом. В статье А. А. Корбута описан предложенный В. В. Малинниковым приближенный метод, улучшающий метод Балинского. По программе вычислительного центра МГУ была решена задача размещения сыродельных предприятий на территории Алтайского края. Подробное описание этой задачи и отчасти методов ее решения читатель может найти в этом же сборнике в статье Т. А. Косенко.

Из общего стиля сборника несколько выпадает лишь статья Ю. К. Козлова «О методике оптимального планирования развития и размещения отраслей машиностроения». Эта статья настолько описательна и вместе с тем немногословна, что трудно установить, о каких задачах идет в ней речь и на каком уровне находятся исследования автора.

В целом книга производит хорошее впечатление: она легко читается и дает достаточно полное представление о работах по размещению производительных сил, ведущихся в различных научных организациях СССР. Это впечатление подкрепляется и удачным полиграфическим оформлением книги.

Нам кажется, что систематический выпуск таких небольших обзорных сборников по отдельным специальным вопросам был бы одним из лучших способов координации научных исследований по применению математики в экономике. В частности, хотелось бы в ближайшее время увидеть такой же сборник, посвященный проблеме размещения по состоянию на конец 1964 г.

И. В. Романовский

Н. Четвериков. «Статистические и стохастические исследования». М., Госстатиздат, 1963, 299 стр.

В книге собраны работы известного советского статистика Н. С. Четверикова почти за 50 лет: первая из них была опубликована в 1915 г. Эти работы относятся к области математической статистики; они охватывают широкий круг вопросов: индексы, выборочный метод, корреляция, анализ и выравнивание динамических рядов и т. д. Однако, перечитывая одну за другой работы Н. С. Четверикова, собранные ныне в один том, поражаешься не только этим разнообразием и широтой охвата освещенных в них проблем, но и глубиной, содержательностью трактовки любого статистического вопроса, повявшего в поле зрения автора, единством этой трактовки. Именно в этом заключается глубокая оправданность издания данной книги.

Являясь ближайшим учеником и последователем А. А. Чупрова, выдающегося русского статистика-математика, Н. С. Четвериков унаследовал у него прогрессивную тенденцию статистической мысли. Сам он сформулировал эту отличительную черту своих работ в авторском предисловии к сборнику в следующих немногих словах: «почти во всех статьях — поскольку это было в силах автора — проходят заветы русской школы статистики А. А. Чупрова: ни один прием статистического исследования не должен применяться без осмысления его логической и экономической основы; а также наряду с установлением статистических фактов, связей, закономер-

ностей и т. п. должны прилагаться все старания к тому, чтобы найти им объяснение, т. е. понять их реальную сущность».

Содержание книги показывает, что это не простая декларация: все работы Н. С. Четверикова полностью свободны от «математического фетишизма», математика в них верно служит тому делу, помочь которому она призвана. Идет ли речь о решении экономических проблем или о генетических исследованиях, или о вопросах радиобиологии, нигде математика у Н. С. Четверикова не работает «на себя», а всегда «на хозяина», чутко отзываясь на его запросы. Таково и должно быть подлинное сотрудничество математики с другими науками, и в этом отношении много поучительного заключает в себе рецензируемая книга.

Сборник открывается старой статьей автора (1914 г.) — «Метод Index Numbers» как способ изучения изменений ценности денег». Это — чисто экономическая работа, глубоко трактующая вопрос о применении индексного метода к изучению «навязанной ему» (как пишет Н. С. Четвериков в примечании к этой статье) задачи выявления динамики ценности денег. обстоятельным разбором сущности процесса изменения цен на товары автор показывает, что изменение общего уровня товарных цен, отражаемое индексами, характеризует не одно только изменение ценности денег, как это часто считают, но и изменения ценности самих товаров. На основании этого разбора автор приходит к строго обоснованному и правильному выводу: «Поскольку методу Index Numbers ставилась задача: на основании изменений цен товаров определить движение ценности денег, постольку созданные конструкции его надо признавать не достигшими цели. И вряд ли есть основание думать, что будущее окажется счастливее прошлого» (стр. 52). Теперь можно с уверенностью сказать, что будущее вполне оправдало этот прогноз, сделанный 50 лет тому назад.

Но ценность разбираемой статьи не только в этом; она сейчас представляется нам образом глубокого экономического анализа статистических построений, лежащих в основе теории индексов. Сейчас, когда отшумели некогда острые, страстные споры вокруг индексного метода и установился сугубо прагматический (а часто просто бездумный) подход к нему, весьма поучительно вернуться к той, можно сказать, уникальной трактовке индексных построений, какая дана в рассматриваемой статье Н. С. Четверикова. Не отвлекаясь на развернутое изложение его концепции, с которой теперь каждый может легко познакомиться, укажем лишь, что она поконит на рассмотрении логического своеобразия понятия индекса, увязывая его с понятиями «типа» и «связи», как орудиями схематизации и анализа явлений (стр. 35—44). Такой подход к проблеме позволил автору действительно найти, как он выражается, «статистический архитектурный стиль» для экономических проблем, решаемых при помощи индексных построений. Эта часть рассматриваемой работы и сейчас представляется совершенно свежей и исключительно интересной.

Вторая группа работ Н. С. Четверикова, представленных в сборнике (стр. 57—169), связана с проблемами урожайности, которые изучались им (с группой учеников) в период 1921—1925 гг. Эти работы привлекают не исследованным автором материалом, который в настоящее время представляет лишь исторический интерес: этот материал относится к периоду господства еще не коллективизированного сельского хозяйства и свободно складывавшихся рыночных цен на сельскохозяйственную продукцию. Но они привлекают внимание читателя примененными статистико-математическими методами исследования сложнейших экономических явлений, связанных с урожайностью. Поэтому эти исследования и сейчас представляются актуальными.

Главным инструментом статистического анализа, примененным в этих работах, является метод корреляции, блестяще использованный для решения ряда трудных задач. Этим методом была изучена автором колеблемость урожая и те закономерности, какие можно было обнаружить в этом сложном явлении, как-то: связь между урожаями соседних лет, урожаями различных хлебов, территориальное распределение урожая (районы согласованных колебаний урожая). В другой работе была исследована зависимость урожая от погоды и, наконец, в большом исследовании (в сотрудничестве с Е. В. Лунеевой) было тщательно прослежено влияние урожая на колебания хлебных цен. В методологическом отношении нам представляется наиболее интересным и в наибольшей степени сохранившим актуальность для нашего времени применение приемов корреляционного исчисления для районирования, создания внутренне наиболее однородных («плотных») территориальных комплексов, показанное здесь на примере образования районов согласованных колебаний урожая (стр. 66—68), но, несомненно, имеющее большой общеметодологический интерес.

Третья группа работ данного сборника относится к проблеме обработки динамических рядов — вопросу, по которому у нас почти нет литературы. По этому вопросу в сборнике опубликованы две статьи об исчислении сезонных волн (стр. 170—189) и статья о технике вычисления параболических кривых (стр. 190—210).

Сущность статистического выравнивания динамических рядов заключается в разложении их на компоненты или слагаемые суммарного движения, в выделении из них общей тенденции развития («секулярного», или «векового», движения), за-

кономерных периодических (в частности, сезонных) и остаточных беспорядочных колебаний. С точки зрения современных воззрений и терминологии речь идет о моделировании динамических процессов, описании их математическими средствами. Н. С. Четвериков был большим мастером выравнивания динамических рядов, и его статьи по этим вопросам, помещенные в сборнике (относящиеся к 1926—1928 гг.), полностью сохранили свое значение и могут быть использованы как практическое руководство по математическому моделированию динамических процессов. Им, как и другим рассмотренным работам, присуще сохранение примата содержательного анализа явлений по сравнению с формально-математическими приемами этого анализа; везде применяемые им приемы подчинены задаче выявления логической и экономической природы изучаемых процессов. Вместе с тем сами эти приемы отработаны до филигранной четкости, обеспечивающей получение максимально возможной в каждом конкретном случае точности модели.

Остальные статьи сборника носят скорее теоретический характер. Они также значительны по содержанию. Небольшая статья «Некоторые формулы для статистических вычислений над близнецами» (1936 г.) имеет более широкое значение, чем это видно из ее заглавия. Она уточняет ряд формул для статистических расчетов, в которых объектом изучения являются независимые друг от друга пары и соблюдены известные, строго сформулированные автором, условия. Уточнения касаются: а) вычисления сводных признаков (средней величины и квадратического отклонения), б) наличия корреляции, связывающей попарно все наблюдения и в) особенностей исследования, связанных с его выборочным характером.

Другая статья — «О выборочном исследовании» (1919 г.), хотя и имеет сорокалетнюю давность, не утратила своего значения, так как в ней подвергаются рассмотрению логические основы метода, относительно мало разработанные в литературе. В центр рассмотрения поставлен вопрос об оценке точности результатов выборочного исследования, которая связана со способами отбора исследуемых (т. е. попадающих в выборку) объектов наблюдения. Эти способы должны обеспечить полную и объективную свободу игры случая, подчинения изучаемой массы закону случайных ошибок. Рассматривая с этой точки зрения различные схемы выборок, автор прибегает к схемам извлечения шаров из урны, широко применяемым в теории вероятностей, и подробно рассматривает эти схемы в связи с проблемами организации выборки. Эта статья, дающая четкий логический контур методов выборочного исследования, представляет особый интерес в свете наметившегося за последнее время в нашей статистической практике оживления интереса к выборочным исследованиям.

Очень значительной представляется нам и большая статья — «Логическая структура метода и показателей теории корреляции, изложенная в векторном изображении», — являющаяся одной из последних опубликованных работ Н. С. Четверикова (1957 г.). В этой статье, подобно предшествующей, он выступает преимущественно как логик. Предостерегая от рассмотрения статистической методологии как области прикладной математики, автор указывает, что «учение о статистических методах представляет собой раздел логики, равноправный методам индукции» (стр. 245). «Какое бы важное применение, — пишет он далее, — ни получила математика в статистической теории, — командующее положение все же сохраняется за логикой. Логика ставит методологические проблемы, направляет их решение и контролирует их плодотворность» (там же). Вместе с тем автор не склонен недооценивать значение математики для построения статистической методологии, подчеркивая, что «аподиктичная достоверность ее выводов, их удобообозримость и исчерпывающая полнота дают прочное основание для развития логических схем» (там же). Именно в этом плане используются в данной работе основы векторной алгебры для развития и уточнения логических схем теории корреляции.

Статья состоит из трех более или менее самостоятельных очерков. В первом очерке показан изоморфизм статистической логики и векторной алгебры, выявляющийся при трактовке вектора как единства, которое разрозненное «многое» превращает во множество, благодаря чему вектором можно пользоваться для оперирования совокупностями и для математического оформления методологических построений статистики (стр. 246). Такова основная мысль первого очерка. Во втором очерке показано, как логика основных показателей корреляционного исчисления может быть представлена в векторном отображении. При этом автор рассматривает две операции над векторами: умножение вектора на скаляр и сложение векторов. Первая из этих операций трактуется как в статистике, так и в векторной алгебре как умножение на некий множитель или масштабный коэффициент и носит название «нормирования». Вторая операция определяется как сложение соответственных компонент и как обратные ему действия — вычитание и разложение на слагаемые, причем указывается, что эти действия применимы как к компонентам векторов, так и к стохастическим величинам. Коррелирование рассматривается как производная логическая операция, и на примерах разных показателей корреляции — частный коэффициент корреляции, коэффициент совокупной корреляции и др. — прослеживает-

ся аналогия логических операций, связанных с исчислением этих коэффициентов с действиями векторной алгебры. Значение этих аналогий в том, что они могут значительно облегчить выведение рабочих формул для дальнейших логических построений, к которым нередко приводит применение теории корреляции для решения выдвигаемых жизнью новых задач. В третьем очерке рассмотрена логическая структура и возможность представления в векторном отображении более сложного показателя — корреляционного отношения.

Несколько особое положение в сборнике занимает последняя работа — «Методы расчетной дозиметрии ионизирующих излучений». Написанная совместно с С. Н. Ардашниковым, она публикуется впервые в данном сборнике. Эта работа посвящена специальному вопросу из области радиобиологии. Связь ее с другими статьями сборника чисто методологическая. В ней развивается идея применения теории вероятностей, в частности метода математических ожиданий, для решения задачи установления доз ионизирующих излучений. К решению этой задачи авторы подошли, отталкиваясь от критического разбора концепции Р. Глоккера (1932 г.), опирающейся на теорию мишени. В этой концепции Р. Глоккера авторы обнаружили ошибку в истолковании расчета средней величины пробега вторичного электрона внутри мишени; ошибка произошла из-за того, что Р. Глоккер исходил из схемы механизма облучения, в котором поток электронов с параллельными траекториями пробега насквозь пронизывает объект облучения, имеющий, по предположению, шаровую форму, что противоречит основной предпосылке автора о конечности пробега и в действительности не имеет места. Для того чтобы исправить эту ошибку и найти истинное значение математического ожидания (значение теоретической средней) длины пробега электрона внутри объекта облучения (шара), пришлось значительно усложнить стохастическую модель воздействия ионизирующего излучения на объект излучения — шаровую мишень, — что и было сделано авторами с большим логическим и математическим мастерством.

В этом и заключается глубокий методологический интерес данной работы и оправданность ее помещения в рецензируемом сборнике. Но, наряду с этим, вычисление математических ожиданий длин внутренних пробегов электронов в шарообразной мишени привело авторов к новому способу расчета доз для излучений частиц с конечной длиной пробега*. Привлекательность этого метода заключается в его универсальности.

Заканчивая рецензию на книгу Н. С. Четверикова, хочется отметить следующее. Математической статистике, как научной методологии, сильно не повезло у нас. В течение многих лет она находилась у нас под полузапретом, разделив участь некоторых других «математизированных» наук — кибернетики, теории резонанса, генетики и др. Лишь сейчас она с трудом поднимается на ноги. Даже рецензируемая книга выпущена с редакционным предисловием, в котором стыдливо оправдывается ее выход в свет изданием в прежние годы трудов В. М. Обухова, Б. С. Ястремского, хотя выпуск отдельной книгой работ Н. С. Четверикова вообще не нуждается ни в каком оправдании.

Книга Н. С. Четверикова — прекрасный подарок всем, кто интересуется методологическими проблемами математической статистики.

Я. П. Герчук

О. Ланге. «Введение в эконометрику». 2-е изд.
Пер. с польского под ред. и с предисл. А. Я. Боярского. М., изд-во «Прогресс», 1964.

Имя видного польского экономиста, заместителя председателя Государственного совета ПНР, Оскара Ланге хорошо известно советским читателям по ряду переводов его работ, сделанных за последние годы. Рецензируемая книга возникла на основе курса лекций, прочитанных автором на экономическом факультете Варшавского университета, и представляет собой краткое изложение некоторых важных разделов применения математических методов в экономических исследованиях, рассчитанное на широкие круги читателей, в первую очередь экономистов.

Книга имеет четкую структуру. Она содержит четыре части: введение «Предмет эконометрических исследований» и три главы — «Исследование и прогноз экономической конъюнктуры», «Анализ рынка» и «Теория программирования». В этих разделах автор дает определение науки, которую он называет «эконометрией», ряд

* См. ссылку в авторском предисловии (стр. 11—12) на дальнейшие работы авторов статьи в указанном направлении.