

НАУЧНЫЕ КОНСУЛЬТАЦИИ

ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ (НА ПРИМЕРЕ НЕФТЕПЕРЕРАБАТЫВАЮЩЕГО ПРОИЗВОДСТВА)

Г. Я. ФРИДМАН

(МОСКВА)

С каждым годом экономико-математические методы занимают все большее место при практическом решении вопросов планирования и управления производством. Линейное программирование является хорошо разработанным методом математического описания и решения на ЭВМ задач большой размерности. Составление моделей линейного программирования для выбора оптимального варианта работы того или иного участка производства вполне доступно экономистам-практикам, хорошо знающим технологическую структуру и возможности своего предприятия.

Особенно перспективным в смысле применения экономико-математических методов представляется нам класс производственных процессов, имеющих непрерывный характер. Такого рода технологические процессы широко используются в пищевой, целлюлозной, фармацевтической и других отраслях промышленности. Производства с непрерывными технологическими процессами характеризуются, как правило, большими мощностями отдельных аппаратов и установок, высокой степенью автоматизации, сложностью взаимосвязей между отдельными участками, напряженностью режимов и т. д. Именно эти факторы требуют более совершенной системы учета, планирования, оперативного управления и делают прежние методы экономического руководства малоэффективными.

Цель данной статьи — показать возможности применения линейного программирования для плановых технико-экономических расчетов непрерывных производственных процессов.

В качестве конкретного объекта для составления модели линейного программирования выбрано нефтеперерабатывающее производство*. Современный нефтеперерабатывающий завод представляет собой сложное предприятие с большим количеством установок, многотысячным коллективом работников, обширным вспомогательным хозяйством. Ассортимент продукции, выпускаемой заводом, довольно велик; сюда входят и топливо для авиационных, автомобильных и тракторных двигателей, и масла самого различного назначения, и консистентные смазки, и спецпродукты, и продукты, являющиеся сырьем для химической промышленности, и т. д. В процессе получения готовой продукции участвует большое количество различных установок. Так, только при получении готовых бензинов могут

* В ЦЭМИ АН СССР проводятся работы по созданию моделей технико-экономического планирования нефтеперерабатывающего производства.

смешиваться в качестве отдельных компонентов продукты с установки АВТ, с установки термического крекинга, с установки каталитического крекинга, с установки вторичной перегонки, с установки реформинга, с газофракционирующей установки, с установки полимеризации и т. д. (всего может быть до 10, 15 или даже 20 компонентов). Возможны различные варианты в работе каждой отдельной установки. Может меняться загрузка установки по сырью, температурный режим ее узлов, места отбора готовой продукции и т. д. Все это влечет за собой изменение качества и количества готовой продукции, а также изменение эксплуатационных затрат (расхода пара, воды, электроэнергии, свежего воздуха, реагентов и т. д.). Себестоимость продукции, таким образом, тоже меняется. Продукция почти любой установки может быть как готовым продуктом, так и компонентом готового продукта или сырьем для следующей установки.

Кроме того, надо учесть, что даже однотипные установки могут выдавать различные по качеству продукты вследствие различия в сырье и технологическом режиме.

Таким образом, сложные взаимосвязи между отдельными установками, различные качественные и количественные характеристики продуктов, различные их себестоимости и тому подобные факторы делают нефтеперерабатывающий завод почти идеальным объектом для применения методов оптимального планирования, например с целью уменьшения себестоимости продукции и улучшения ее качества.

Для простоты изложения в статье приведены примеры по составлению оптимального плана смешения и оптимального плана работы комбинированной крекинг-установки. Однако основные принципы составления модели всего завода в целом легко прослеживаются на этих частных примерах.

Конечные установки нефтеперерабатывающего завода — установки смешения топлив и масел в особенности — представляют собой объекты, работа которых может быть организована по многим вариантам, среди которых, очевидно, находится и оптимальный.

В первую очередь это относится к установке смешения бензинов, на которой можно смешивать различные по количеству, качеству и себестоимости компоненты (как уже указывалось, до 20) с целью получения двух-четырех сортов готовых бензинов. Изменение качественных показателей отдельных компонентов или изменение ассортимента готовой продукции приводит к необходимости изменения количеств этих компонентов, подаваемых на смешение. И если изменение ассортимента готовой продукции — явление не столь частое, то изменение качественных показателей, компонентов, влияющих на качественные показатели бензинов, установленные ГОСТ (антидетонационная стойкость, упругость паров, фракционный состав и др.), происходит почти непрерывно. Кроме того, возможны такие усложняющие работу установки условия, как ограниченная наличная емкость для готовых бензинов, временное отсутствие или недостаток транспортных средств, отсутствие какого-либо компонента в результате ремонта производящей его установки и т. д.

Применением методов линейного программирования для нахождения оптимального варианта работы установки смешения возможно учесть все перечисленные выше факторы. Составление математической модели работы установки смешения для ее оптимизации в предположении, что все свойства компонентов подчиняются закону аддитивности, является несложной задачей. Ведь задачи на получение оптимальной смеси — это классические задачи линейного программирования, которые решены и изучены. С другой стороны, изменение режима работы установки смешения в соответствии с результатами, полученными при нахождении оптимального варианта в изменившихся условиях, практически сводится к изменению режима рабо-

гы отдельных насосных агрегатов на установке, что легко осуществимо. Именно по этим причинам оптимизацию работы нефтеперерабатывающего завода целесообразно начинать с нахождения оптимального варианта смешения. В дальнейшем задача на получение оптимальной смеси может быть включена как составная часть в более сложную задачу на получение оптимальной работы группы установок, которые могут работать в различных вариантах. Такое постепенное усложнение задачи, очевидно, будет способствовать правильному пониманию взаимосвязей между установками и верному их описанию. Кроме того, такая ступенчатость позволяет остановиться на том объеме вычислительной работы, который соответствует в данный момент вычислительным возможностям плановых органов, занимающихся составлением и решением задачи.

Для нахождения оптимального варианта работы установки смешения методом линейного программирования необходимо составить систему линейных уравнений, в которой в качестве неизвестных будут количества подаваемых компонентов. Число неизвестных в полученной системе уравнений, включая и дополнительные переменные, преобразующие неравенства в уравнения, оказывается большим, нежели число уравнений. Вследствие этого возможно бесконечное число решений данной системы, одно из которых является оптимальным, так как соответствует максимуму или минимуму определенного функционала или так называемой целевой функции.

Можно привести пример составления системы уравнений и целевой функции для четырех компонентов, поступающих на установку смешения, где из них получают два готовых продукта.

Обозначим:

P_1, P_2, P_3 и P_4 — подаваемые на установку известные количества компонентов; a и b — известные качества каждого компонента — с индексом, обозначающим, к какому компоненту относится данный качественный показатель; M и N — необходимые количества готовых бензинов; A_M, B_M и A_N, B_N — качества готовых бензинов.

Тогда можно составить систему линейных уравнений и неравенств, которая описывает все количественные и качественные взаимосвязи между потоками. Часть первого компонента, подаваемая в готовый бензин M , обозначается через X_{1M} , а подаваемая в бензин N — через X_{1N} . Аналогично та часть второго компонента, которая подается в бензин M , обозначается через X_{2M} , а в бензин N — через X_{2N} и т. д. Если сумма количеств подаваемых на установку компонентов превышает (или равна) сумму количеств выводимых с установки бензинов, то уравнения и неравенства, описывающие количественные взаимосвязи, будут следующими:

$$X_{1M} + X_{2M} + X_{3M} + X_{4M} = M, \quad (1)$$

$$X_{1N} + X_{2N} + X_{3N} + X_{4N} = N, \quad (2)$$

$$X_{1M} + X_{1N} \leq P_1, \quad (3)$$

$$X_{2M} + X_{2N} \leq P_2, \quad (4)$$

$$X_{3M} + X_{3N} \leq P_3, \quad (5)$$

$$X_{4M} + X_{4N} \leq P_4. \quad (6)$$

Уравнения (1) и (2) представляют собой суммы всех компонентов, образующих бензин M и N , а неравенства (3) — (6) представляют собой суммы, которые образуют общие количества каждого компонента из его частей.

подаваемых в бензин M и N . Путем введения дополнительных переменных неравенства (3) — (6) могут быть преобразованы в уравнения

$$X_{1M} + X_{1N} + X_1 = P_1, \quad (7)$$

$$X_{2M} + X_{2N} + X_2 = P_2, \quad (8)$$

$$X_{3M} + X_{3N} + X_3 = P_3, \quad (9)$$

$$X_{4M} + X_{4N} + X_4 = P_4. \quad (10)$$

Если предположить, что свойства компонентов и готовой смеси аддитивны, качественные зависимости выразятся следующими уравнениями:

$$a_1X_{1M} + a_2X_{2M} + a_3X_{3M} + a_4X_{4M} = A_M, \quad (11)$$

$$a_1X_{1N} + a_2X_{2N} + a_3X_{3N} + a_4X_{4N} = A_N, \quad (12)$$

$$b_1X_{1M} + b_2X_{2M} + b_3X_{3M} + b_4X_{4M} = B_MM, \quad (13)$$

$$b_1X_{1N} + b_2X_{2N} + b_3X_{3N} + b_4X_{4N} = B_NN. \quad (14)$$

В том случае, когда качество готового продукта не обязательно должно быть точно равно какой-либо величине (например, A_M и B_N), а может быть или равно этой величине или больше ее, вместо уравнений (11) — (14) первоначально записываются неравенства, которые затем путем введения дополнительных переменных преобразуются в уравнения.

Итак, уравнения (1), (2), (7), (8), (9), (10), (11), (12), (13) и (14) представляют собой систему из 10 уравнений с 12 неизвестными. При решении данной системы находят такие значения неизвестных, которые удовлетворяют всем начальным условиям и в то же время приводят целевую функцию к максимуму или минимуму в зависимости от поставленной цели. Если целью является достижение наибольшей рентабельности, то целевая функция представляет собой следующую линейную форму:

$$(C_M - C_1)X_{1M} + (C_M - C_2)X_{2M} + (C_M - C_3)X_{3M} + (C_M - C_4)X_{4M} + \\ + (C_N - C_1)X_{1N} + (C_N - C_2)X_{2N} + (C_N - C_3)X_{3N} + (C_N - C_4)X_{4N} = \max, \quad (15)$$

где C_M и C_N — отпускные цены на готовые бензины, C_1, C_2, C_3 и C_4 — себестоимости компонентов.

Если бензин M является ценным дефицитным продуктом, то целью может быть максимальное получение именно этого бензина. Тогда целевая функция записывается следующим образом:

$$X_{1M} + X_{2M} + X_{3M} + X_{4M} = \max \quad (16)$$

(в этом случае вместо уравнения (1) в начальной системе уравнений и неравенств записывается неравенство типа «не меньше»: $X_{1M} + X_{2M} + X_{3M} + X_{4M} \geq M$).

Целью может быть также максимизация другого сорта бензина, максимальное использование какого-либо компонента, избыток которого нежелательно оставлять, минимальное использование сырья и т. д.

Естественно, что в каждом конкретном случае могут получаться различные величины расходов компонентов, при которых наблюдается максимум соответствующей целевой функции. Наиболее целесообразно, очевидно, добиваться максимума рентабельности производства или минимума производственных затрат. В этом случае в целевой функции фигурируют такие экономические показатели, как себестоимость отдельных компонентов и отпускные цены на готовые продукты. Так как себестоимость

компонентов складывается из стоимости сырья и эксплуатационных затрат на его переработку, то отсюда видна важность правильного, объективного определения этих показателей. Методы линейного программирования практически позволяют найти оптимальный вариант работы предприятия со сколь угодно большой степенью точности. И поэтому залогом успеха при оптимальном планировании в первую очередь является точное определение исходных данных — количественных и качественных характеристик, а главное, экономических показателей.

Рассмотренная задача оптимального смешения может входить составной частью в более сложную задачу по определению оптимальной работы установки или группы установок завода.

Примером может служить задача, решенная для комбинированной крекинг-установки*.

Установка невелика по производительности, количество взаимосвязей, описывающих ее, тоже сравнительно мало, так что оптимальный или близкий к оптимальному вариант ее работы не сложно представить чисто умозрительно без проведения всего цикла расчетов по какому-либо из методов линейного программирования. Однако в качестве примера, по которому можно судить как о методике составления алгоритма работы установки с непрерывным ведением процесса, так и об объеме и характере вычислений, такая задача может быть полезной.

Из принципиальной схемы установки (рис. 1) видно, что она состоит из двух частей — прямогонной и крекинговой. Сырьем для прямогонной части установки является нефть. В результате ее переработки на выходе из прямогонной части получают компонент бензина, дизельное топливо и мазут. Компонент бензина поступает на смешение, дизельное топливо идет в качестве готового продукта, а мазут может либо идти в качестве компонента готового продукта, так называемого котельного топлива, либо в качестве сырья для крекинговой части установки. Максимальная мощность по сырью прямогонной части установки равна 1000 условных единиц в сутки.

Сырьем для крекинговой части установки может служить, во-первых, нефть и, во-вторых, мазут из прямогонной части. Мощность крекинговой части ограничена по нефти 1000 и по мазуту 400 условными единицами в сутки. На выходе из крекинговой части получают компонент бензина, керосин и котельное топливо.

Выходы светлых нефтепродуктов (бензина, керосина и дизельного топлива) в процентах от сырья, поступившего на соответствующую часть установки, даны в табл. 1.

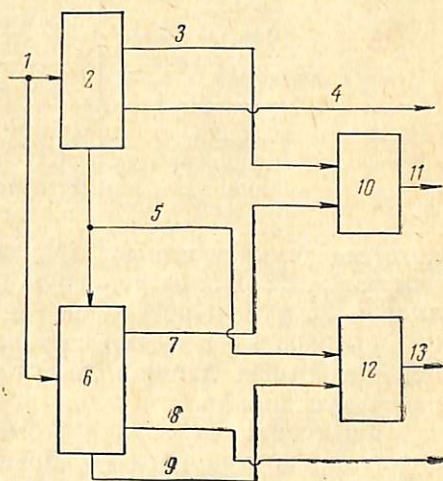


Рис. 1. Принципиальная схема комбинированной крекинг-установки: 1 — сырая нефть, 2 — прямогонная часть, 3 — компонент бензина, 4 — дизельное топливо, 5 — мазут, 6 — крекинг-установка, 7 — компонент бензина, 8 — керосин, 9 — крекинг-остаток, 10 — смешение бензинов, 11 — готовый бензин, 12 — смешение котельных топлив, 13 — котельное топливо

* Автор приносит благодарность сотруднику Одесского нефтеперерабатывающего завода М. Л. Зайчику за любезно предоставленные материалы, использованные при постановке этой задачи.

В первом приближении потери не учитываются.

Вся разница между количеством потребленного сырья и полученным количеством светлых нефтепродуктов учитывается как котельное топливо.

Планом установлено следующее суточное задание на нефтепродукты (в условных единицах): бензина — не менее 550, керосина — не менее 300, дизельного топлива — не менее 200, котельного топлива — не менее 700.

Существует и одно ограничение по качеству бензина: в общем количестве выработанного бензина доля поступившего из прямогонной части не должна превышать одной трети, так как большее количество снижает не-

Таблица 1

Светлые нефте- продукты	Прямогонная часть	Крекинговая часть	
	% от нефти	% от нефти	% от мазута
Бензин	Не более 20	Не более 25	Не более 30
Дизельное топ- ливо	Не более 25	—	—
Керосин	—	Не более 35	—

которые установленные ГОСТ характеристики. Отпускная цена на бензин равна 27 руб. за условную единицу, керосин — 22 руб., дизельное топливо — 25 руб. и котельное топливо — 6 руб. Стоимость сырья и затраты на переработку в сумме составляют 11 руб. за условную единицу. Всех перечисленных данных достаточно для составления задачи на оптимум работы установки.

Постановка же задачи возможна потому, что существуют допустимые колебания в мощности установки, выходе светлых нефтепродуктов, а также различное использование мазута, получаемого в прямогонной части.

Неизвестные в задаче имеют следующие обозначения:

X_{19} — бензин, получаемый в прямогонной части; X_{20} — дизельное топливо, получаемое в прямогонной части; X_{21} — мазут из прямогонной части, направляемый в крекинговую часть; X_{22} — мазут из прямогонной части, направляемый в котельное топливо; X_{23} — бензин, получаемый в крекинговой части при крекинге нефти; X_{24} — керосин, получаемый в крекинговой части; X_{25} — котельное топливо, получаемое в крекинговой части при крекинге нефти; X_{26} — бензин, получаемый в крекинговой части при крекинге мазута; X_{27} — котельное топливо, получаемое в крекинговой части при крекинге мазута.

Начальные уравнения и неравенства, описывающие взаимосвязь всех потоков на установке и выражающие все заданные ограничения по мощности, выходам светлых нефтепродуктов и плановым количествам готовой продукции, составляются следующим образом.

Сумма всех выходов из прямогонной части должна быть меньше или равна ее максимальной производительности по сырью:

$$X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} \leq 1000. \quad (17)$$

Аналогично сумма всех выходов из крекинговой части должна быть меньше или равна максимальной производительности ее по нефти:

$$X_{23} + X_{24} + X_{25} \leq 1000. \quad (18)$$

Сумма же выходов из крекинговой части плюс поступающий туда мазут из прямогонной части должна быть меньше или равна максимальной производительности крекинговой части по нефти и мазуту:

$$X_{21} + X_{23} + X_{24} + X_{25} \leq 1400. \quad (19)$$

Баланс по мазуту выражается так:

$$X_{26} + X_{27} = X_{21}. \quad (20)$$

Следующие пять неравенств выражают ограничения по выходам светлых нефтепродуктов:

$$X_{19} \leq 0,2(X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22}), \quad (21)$$

$$X_{20} \leq 0,25(X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22}), \quad (22)$$

$$X_{23} \leq 0,25(X_{23} + X_{24} + X_{25}), \quad (23)$$

$$X_{24} \leq 0,25(X_{23} + X_{24} + X_{25}), \quad (24)$$

$$X_{26} \leq 0,3X_{21}. \quad (25)$$

Ограничение по качеству готового бензина в математической форме выглядит так:

$$X_{19} \leq 1/3(X_{19} + X_{23} + X_{26}). \quad (26)$$

Следующие четыре неравенства выражают требования, предъявляемые планом:

$$X_{19} + X_{23} + X_{26} \geq 550, \quad (27)$$

$$X_{24} \geq 300, \quad (28)$$

$$X_{20} \geq 200, \quad (29)$$

$$X_{22} + X_{25} + X_{27} \geq 700. \quad (30)$$

Таким образом, были получены 14 неравенств. Задача решалась хорошо известным в литературе симплексным методом. После приведения неравенств к виду, удобному для решения, получается система из 14 уравнений с 27 переменными.

В качестве критерия оптимальности выбрана наибольшая рентабельность установки. В математической форме этот критерий имеет следующий вид:

$$L = (27-11)(X_{19} + X_{23} + X_{26}) + (22-11)X_{24} + \\ + (25-11)X_{20} + (6-11)(X_{22} + X_{25} + X_{27}) = \max. \quad (31)$$

При решении задачи найден оптимальный вариант загрузки установки и распределения готовых продуктов. Максимальное значение целевой функции, т. е. максимальная при данных условиях прибыль равна 12 098 руб/сутки. Переменные в оптимальном решении получили следующие значения (в условных единицах):

$$X_{19} = 183, \quad X_{20} = 243, \quad X_{21} = 545, \quad X_{22} = 0, \quad X_{23} = 209, \\ X_{24} = 314, \quad X_{25} = 345, \quad X_{26} = 165, \quad X_{27} = 389.$$

Как видно из решения, все заданные условия соблюдены и достигнуто превышение плана по выпуску светлых нефтепродуктов и котельного топлива (в условных единицах): бензина — на 7, керосина — на 14, дизельного топлива — на 43, котельного топлива — на 34.

Сверхплановая экономия равна $7 \cdot 16 + 14 \cdot 11 + 43 \cdot 14 - 34 \cdot 5 = 698$ руб/сутки.

При подведении баланса по некоторым потокам наблюдается небольшая неточность, что следует отнести только за счет погрешностей, возник-

ших при вычислениях, которые проводились вручную. При машинном счете возможно достижение практически любой точности вычислений. Очевидно, что если даже в такой задаче, как изложенная выше, достигнута довольно значительная экономия, то в сложной задаче экономический эффект будет более ощутим.

Следует отметить, что время, затраченное автором на вычислительную работу, равнялось 6 рабочим дням. При усложнении же задачи и потребности в большой точности объем вычислений значительно возрастает. С другой стороны, по своему характеру вычисления очень однотипны, и имеются апробированные стандартные программы, позволяющие проводить подобные расчеты на электронных цифровых вычислительных машинах.

Технико-экономическое планирование при помощи экономико-математических методов и вычислительных машин позволит плановым работникам уделять гораздо больше времени своей непосредственной работе — анализу и улучшению хозяйственной деятельности предприятия, даст возможность наилучшим образом использовать имеющиеся в наличии экономические ресурсы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. В. Канторович. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. М., Изд-во АН СССР, 1960.
2. Я. П. Герчук. Проблемы оптимального планирования. М., Экономиздат, 1961.
3. А. Вайоньи. Научное программирование в промышленности и торговле. М., Изд-во иностр. лит., 1963.
4. Р. О. Фергюсон и Л. Ф. Сарджент. Линейное программирование. Методы и применение. М., Госстатиздат, 1962.
5. Н. Рейнфельд и У. Фогель. Математическое программирование. М., Изд-во иностр. лит., 1960.
6. Б. А. Бруштейн, В. П. Горенбург, В. Л. Клименко, Е. Ш. Фукс, Е. Б. Цыркин. Оптимизация производства бензина на нефтеперерабатывающем заводе. В научно-техн. сб. Нефтепереработка и нефтехимия. М., ЦНИИТЭНефтегаз, 1963.

Поступила в редакцию
13 I 1965