

ДИНАМИЧЕСКАЯ МЕЖОТРАСЛЕВАЯ МОДЕЛЬ И ПЛАНОВЫЕ РАСЧЕТЫ

А. Д. СМЕРНОВ

(Москва)

1. Общие вопросы построения динамической модели межотраслевого баланса

В системе планирования и управления с применением математических методов большое значение имеет качество планово-экономических расчетов на предварительном этапе составления народнохозяйственного плана, когда определяются важнейшие синтетические плановые показатели: темпы роста совокупного общественного продукта, структура производства, пропорции развития отдельных отраслей экономики.

Темп роста общественного продукта служит ориентиром при составлении плановых проектировок по всем разделам народнохозяйственного плана; следовательно, от обоснованности и оптимальности этого показателя в огромной степени зависит сбалансированность и оптимальность всего плана.

В настоящее время расчеты темпов роста общественного продукта на предварительных этапах составления народнохозяйственного плана проводятся на основе экспертных оценок, общэкономического анализа и экстраполяции темпов отчетного периода. В дальнейшем, при сопоставлении глобальных темпов с конкретными проектировками по тем или иным отраслям и видам продукции, эти величины взаимно изменяются и приводятся в соответствие. Так, в результате ряда сопоставлений достигается сбалансированность народнохозяйственного плана.

Построение экономико-математической модели народного хозяйства увеличивает значение народнохозяйственного подхода к решению плановых проблем, дает возможность рассматривать перспективы развития каждой отрасли с точки зрения хозяйства в целом.

Экономико-математической моделью для расчета плановых темпов роста совокупного общественного продукта, обеспечивающих сбалансированное развитие народного хозяйства, может служить динамическая модель межотраслевого баланса. Эта модель охватывает номенклатуру в 10—15 отраслей и позволяет определить планы капитальных вложений, ввода основных фондов, наращивания мощностей, расширения производства и затрат труда одновременно и во взаимной связи.

В данной статье ставится задача нахождения частного решения динамической модели межотраслевого баланса. Поиски этого решения ведутся в двух сопоставляемых вариантах: на основе коэффициентов приростной фондоемкости и фондоемкости продукции. Затем дается анализ решения динамической модели с точки зрения получения плановых наметок по основным элементам общественного продукта и результаты иллюстрируются на условном числовом примере.

Очень важно подчеркнуть, что в качестве исходных показателей динамическая модель использует лишь плановые наметки по общей величине рабочей силы и совокупность структурных показателей. Поэтому ясно, что особенно интересно и важно использовать уравнения динами-

ческой модели на предварительных этапах составления народнохозяйственного плана, когда, по сути дела, все показатели, кроме планового объема рабочей силы, являются неизвестными.

Используя аппарат производственных функций и коэффициентов эластичности, можно перейти от объема трудовых затрат (рабочей силы) к объему фонда потребления, который соответствует конечному выпуску продукции.

При заданном объеме фонда непроизводственного потребления в отчетном периоде темпы роста отдельных элементов этого фонда определяют абсолютные его размеры. Поэтому будем считать, что исходными показателями динамической модели являются плановые темпы роста фонда непроизводственного потребления, определение которых тесно увязывается с наметками занятости населения.

Система уравнений динамической модели межотраслевого баланса лентьевского типа [1] в конечно-разностной форме имеет следующий вид:

$$\bar{x}_t = A_t \bar{x}_t + K_t \Delta \bar{x}_t + \bar{y}_t, \quad \bar{x}_{t_0} = \bar{x}_0, \quad (1)$$

где $\bar{x}_t$ — вектор валового продукта в t -м году; $\bar{y}_t$ — вектор «чистого» конечного продукта; $\Delta \bar{x}_t$ — вектор приростов валового продукта; A_t — матрица коэффициентов прямых текущих затрат; K_t — матрица коэффициентов приростной фондоемкости.

Система уравнений (1) вскрывает материально-вещественную структуру совокупного общественного продукта, поэтому эта модель является математическим аналогом сводного материального баланса. Далее, как видно из уравнения (1), в динамической модели автономно задается объем и структура «чистого» конечного продукта, в состав которого входят: предметы потребления, накапливаемые предметы труда и часть капитальных вложений, не связанная с приростом продукции в плановом периоде, т. е. включающая возмещение полного выбытия средств труда, неиспользуемый ввод новых мощностей, прирост непроизводственных основных фондов и прирост незавершенного строительства. В динамической модели вектор «чистого» конечного продукта задается как автономная величина. Это позволяет включить в шахматную часть модели прирост среднегодовых основных производственных фондов, используя коэффициенты фондоемкости продукции или приростной фондоемкости.

Решением системы (1) при постоянных коэффициентах

$$\Delta \bar{x}_t = K^{-1}(I - A)\bar{x}_t - K^{-1}\bar{y}_t \quad (1')$$

является вектор

$$\bar{x}_t = (I + S)^t \bar{x}_0 + \sum_{n=0}^{t-1} [(I + S)^n K^{-1}] \bar{y}_{t-n-1},$$

где $S = K^{-1}(I - A)$, I — единичная матрица.

Как нетрудно заметить, общее решение неоднородной системы конечно-разностных уравнений зависит от существования матрицы $S = K^{-1}(I - A)$.

Однако в общем случае матрица S вырождена, так как вырождена матрица приростной фондоемкости K , а следовательно, обратная к ней матрица K^{-1} не существует.

Можно в полной аналогии с дифференциальными системами решать отдельно чисто алгебраическую и разностную подсистемы, на которые распадается система (1) в случае $\det K = 0$ [2]. Но этот метод достаточно громоздок и влечет дополнительные сложности и условности при состав-

лении динамического баланса. Поэтому естественно искать иные способы решения конечно-разностной системы (1).

Укажем другой недостаток динамической модели (1), носящий более глубокий теоретический характер. Динамическая модель (1), описывая горизонтальную структуру валового продукта, выделяет в качестве важнейшего элемента процесса воспроизводства прирост основных производственных фондов в среднегодовом исчислении, т. е. вектор $K\Delta\bar{x}_t$. Теоретически такое выделение вполне обосновано. Являясь частью общественного продукта, прирост основных фондов оказывает решающее влияние на изменение фондовооруженности труда и, следовательно, на темпы роста общественного продукта. Степень воздействия прироста среднегодовых основных производственных фондов улавливается матрицей K коэффициентов приростной фондоемкости, которая образует важнейший элемент структурных взаимосвязей в народном хозяйстве. Однако в расширенном воспроизводстве участвует весь объем среднегодовых производственных фондов, а не только их прирост. Основные производственные фонды оказывают воздействие на рост общественного воспроизводства не только своим объемом, но и материально-вещественной и технической структурой [3]. Измерение же всех этих факторов возможно лишь на основе исчисления коэффициентов фондоемкости продукции, а не приростной фондоемкости.

Исчисление коэффициентов приростной фондоемкости $k_{ij} = \Delta\Phi_{ij} / \Delta\bar{x}_j$ ведется лишь на прирост продукции, что, по крайней мере в настоящих условиях, влечет за собой значительные трудности статистического характера. Предположение, что только прирост фондов вызывает прирост продукции, неверно, так как увеличение производства возможно за счет реконструкции и качественного обновления основных фондов. Планировать же раздельно прирост продукции за счет нового строительства и реконструкции, искусственно расчлняя их влияние, вряд ли возможно и целесообразно. Между тем в коэффициентах приростной фондоемкости совершенно не учитываются процессы реконструкции и обновления основных производственных фондов, т. е. возможности расширенного воспроизводства общественного продукта при простом воспроизводстве основных фондов.

Поэтому более правильно, на наш взгляд, формулировать динамическую модель межотраслевого баланса на основе коэффициентов фондоемкости $f_{ij} = \Phi_{ij} / x_j$. Кроме того, в этом случае мы получим более достоверные результаты, так как динамика коэффициентов фондоемкости более устойчива и сами коэффициенты фондоемкости можно исчислять уже в настоящее время.

Наконец, — и это также имеет немаловажное значение, — при формулировании динамической модели при помощи коэффициентов фондоемкости снимается проблема лага, так как фонды в среднегодовом исчислении участвуют в производстве продукции непосредственно в данном году. Между тем прирост продукции вследствие прироста фондов может быть получен лишь через определенный период времени. Анализ соотношения коэффициентов фондоемкости продукции f_{ij} и приростной фондоемкости k_{ij} , по существу, ставит проблему согласования плановых объемов производства и накопления основных производственных фондов с объемом основных производственных фондов на начало планового периода. Иными словами, плановый уровень производства должен быть «привязан» к объему основных фондов, которыми располагает народное хозяйство в начале планового периода. Проведение такого балансирования означает реальность плановых наметок производства основных фондов, т. е. гарантирует их обоснованность с точки зрения обеспеченности ресурсами.

Как отмечалось выше, коэффициенты фондоемкости продукции и приростной фондоемкости рассчитываются по среднегодовым фондам и соответственно по приросту среднегодовых фондов. Это связано с тем, что реально в производстве функционируют основные производственные фонды в среднегодовом исчислении. По определению, вектор Φ_t основных производственных фондов в среднегодовом исчислении равен приросту среднегодовых основных производственных фондов в данном периоде $\Delta\bar{\Phi}_t$ и основным производственным фондам на начало планового периода $\bar{B}_t$. Выражая вектор $\bar{B}_t$ через абсолютный прирост фондов и его соотношение с приростом среднегодовых фондов, получаем

$$\begin{aligned}\bar{\Phi}_t &= \Delta\bar{\Phi}_t + \bar{B}_t = \Delta\bar{\Phi}_t + (\bar{B}_{t-1} + \Delta\bar{B}_{t-1}) = \Delta\bar{\Phi}_t + \\ &+ [(\bar{B}_{t-1} + k\Delta\bar{B}_{t-1}) + (1-k)\Delta\bar{B}_{t-1}] = \Delta\bar{\Phi}_t + \bar{\Phi}_{t-1} + \\ &+ (1-k)\Delta\bar{B}_{t-1}, \quad 0 < k < 1,\end{aligned}$$

где k — коэффициент перевода абсолютного прироста фондов за год в прирост среднегодовых фондов, т. е. $\Delta\bar{\Phi}_t = k\Delta\bar{B}_t$. В расчетах Госплана СССР коэффициент k примерно принимается равным 0,35. Таким образом, плановый объем среднегодовых фондов выражается через прирост среднегодовых фондов и среднегодовые фонды отчетного периода. Используя коэффициенты фондоемкости, получаем

$$F_t \bar{x}_t = K_t \Delta \bar{x}_t + F_{t-1} \bar{x}_{t-1} + 0,65 \Delta \bar{B}_{t-1}$$

или

$$K_t \Delta \bar{x}_t = F_t \bar{x}_t - F_{t-1} \bar{x}_{t-1} - 0,65 \Delta \bar{B}_{t-1}. \quad (2)$$

При включении коэффициентов фондоемкости продукции в шахматную часть межотраслевого баланса неиспользуемый прирост основных производственных фондов отчетного периода можно учесть в модели отделимо.

Так как вещественно капитальные вложения $\bar{W}_t$ равны

$$\bar{W}_t = \Delta\bar{\Phi}_t + \bar{\Omega}_t,$$

где $\bar{\Omega}_t$ — часть капитальных вложений, не связанная с приростом продукции в плановом периоде, т. е. прирост непроектируемых среднегодовых фондов, возмещение выбытия, прирост задела в капитальном строительстве и неиспользуемый ввод в плановом периоде. Используя соотношение (2), получаем

$$\bar{W}_t = F_t \bar{x}_t - F_{t-1} \bar{x}_{t-1} + (\bar{\Omega}_t - 0,65 \Delta \bar{B}_{t-1}).$$

Считая в дальнейшем, что неиспользуемый прирост по основным фондам отчетного периода уже включен в $\bar{\Omega}_t$, преобразование, переводящее матрицу коэффициентов фондоемкости в коэффициенты приростной фондоемкости, можно записать в виде

$$F_t = K_t \Lambda_t + F_{t-1} (I - \Lambda_t), \quad (2')$$

где Λ — матрица $\Delta X_t X_t^{-1}$ и ΔX_t — диагональная матрица приростов продукции по отраслям народного хозяйства.

Преобразование (2') можно записать в форме

$$K_t = (F_t - F_{t-1}) \Lambda^{-1} + F_{t-1}. \quad (3)$$

Применяя (3) к системе (1), получаем уравнения динамической модели с коэффициентами фондоемкости:

$$\bar{x}_t = A_t \bar{x}_t + \Delta F_{t-1} \bar{x}_t + F_{t-1} \Delta \bar{x}_t + \bar{y}_t \quad (4)$$

или

$$(I - A_f - \Delta F_{t-1}) \bar{x}_t = F_{t-1} \Delta \bar{x}_t + \bar{y}_t.$$

Общее решение (4) как системы с переменными коэффициентами имеет вид (для левого умножения):

$$\begin{aligned} \bar{x}_t = & \left\{ \prod_{i=1}^t F_{i-1}^{-1} (I - A_i - \Delta F_{i-1}) \right\} \bar{x}_0 - \\ & - \left\{ F_{t-1}^{-1} \bar{y}_{t-1} + \sum_{n=1}^{t-1} \prod_{i=1}^n [F_{i-1}^{-1} (I - A_i - \Delta F_{i-1})] F_{t-1}^{-1} \right\} \bar{y}_{t-i+1}. \end{aligned}$$

Отметим, что запись частного решения системы (4) в таком виде имеет смысл лишь при известных разностях ΔF_{i-1} , т. е. при заданных плановых коэффициентах фондоемкости продукции. Считая (4) системой с постоянными коэффициентами, запись ее общего решения можно существенно упростить:

$$\bar{x}_t (I + F_{t-1}^{-1} Q) \bar{x}_0 - \sum_{n=0}^{t-1} [(I + F_{t-1}^{-1} Q)^n F_{t-1}^{-1}] \bar{y}_{t-n-1},$$

где $Q = (I - A - \Delta F_{t-1})$.

Решение такой модели, как указывалось выше, свободно от теоретических недостатков сравнительно с решением модели (1), но и оно зависит от существования матрицы F_{t-1} . Вырожденность матрицы фондоемкости F_{t-1} существенно затрудняет нахождение решения модели (4), так же как и модели (1).

Чтобы получить явную запись решения динамической модели как системы (1), так и системы (4), постараемся не прибегать к обращению матриц K и F . Для этого найдем частное решение этих систем.

2. Нахождение частного решения дискретной динамической модели при известных темпах роста $\bar{y}_t$

Так как системы (1) и (4) связаны преобразованием (2), то сначала получим частное решение неоднородной системы (1).

Будем рассматривать взятие разности Δ как линейный оператор, т. е. считать выполненными свойства:

$$(\Delta_1 + \Delta_2)f(x) = \Delta_1 f(x) + \Delta_2 f(x)$$

и

$$(\alpha \Delta)f(x) = \alpha(\Delta f(x)).$$

Нетрудно показать, что оператор разности Δ связан с оператором «сдвига» E соотношением

$$\Delta = E - 1. \quad (5)$$

Действительно, по определению

$$Ef(x) = f(x+1).$$

Поэтому $\Delta f(x) = f(x+1) - f(x) = Ef(x) - f(x) = (E - 1)f(x)$, откуда $\Delta = E - 1$.

В соответствии с нашими первоначальными предположениями положим, что

$$E^n \bar{x}_t = \bar{x}_{t+n}$$

и

$$E^n \bar{y}_t = \bar{y}_{t+n} = (I + R)^n \bar{y}_t, \quad (6)$$

где R — диагональная матрица.

Экономическое условие (6) означает, что явная запись оператора сдвига, примененного к вектору «чистого» конечного продукта, есть равенство

$$E \bar{y}_t = (I + R) \bar{y}_t,$$

т. е. «чистый» конечный продукт в плановом периоде растет темпами, задаваемыми диагональной матрицей R .

Можно найти довольно глубокую аналогию в трактовке оператора Δ как матрицы темпов прироста с трактовкой значения темпа роста. В дискретном случае темп роста для периода $1/n$ представляет выражение $(1 + r/n)^n$, откуда

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + r/n)^n = e^r$$

является характеристикой темпа роста для непрерывного случая. Соответственно выражение $(e^r - 1)$ представляет значение темпа прироста.

Если представить теперь оператор сдвига Σ , который трактуется нами как оператор темпа роста, формально в виде экспоненты, то истолкование Δ как темпа прироста станет вполне естественным.

Пусть нам задана аналитическая функция $f(x)$. Применяя к ней оператор сдвига E , получаем

$$Ef(x) = f(x + 1).$$

Разложим функцию $f(x + 1)$ в ряд Тейлора $f(x + 1) = f(x) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f^n(x)}{n!}$ или, используя оператор дифференцирования D ,

$$f(x + 1) = f(x) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{D^n}{n!} f(x) = \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{D^n}{n!}\right) f(x).$$

Бесконечный ряд $1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{D^n}{n!}$ формально представляет разложение экспоненты

e^D , поэтому можно записать

$$Ef(x) = \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{D^n}{n!}\right) f(x) = e^D f(x).$$

Таким образом, получаем, что

$$\Delta = E - 1 = e^D - 1,$$

т. е. оператор разности формально представляет величину темпа прироста.

Считая Δ линейным оператором, записываем систему уравнений (1) в виде

$$(I - A - K\Delta) \bar{x}_t = \bar{y}_t$$

или

$$[(I - KB\Delta)(I - A)] \bar{x}_t = \bar{y}_t.$$

Умножив обе части полученного равенства на матрицу $[(I - KB\Delta)(I - A)]^{-1}$, находим

$$\bar{x}_t = B(I - KB\Delta)^{-1} \bar{y}_t.$$

Матрица $(I - KB\Delta)^{-1}$ допускает формальное разложение в ряд по степеням $KB\Delta$, поэтому окончательно получаем

$$\bar{x}_t = B[I + KB\Delta + (KB\Delta)^2 + \dots + (KB\Delta)^n + \dots] \bar{y}_t,$$

где $B = (I - A)^{-1}$ — матрица полных затрат.

Используя соотношения (5) и (6) для матриц, находим

$$\Delta = E - I = (I + R) - I = R.$$

Но непосредственно подставлять матрицу R в ряд

$$I + KB\Delta + (KB\Delta)^2 + \dots + (KB\Delta)^n + \dots$$

нельзя, так как матрица R есть система плановых темпов роста только для «чистого» конечного продукта. Поэтому предварительно сгруппируем все операторы Δ справа в каждом слагаемом матричного ряда, что можно сделать, учитывая их коммутативность. Для произвольного n -го члена ряда получаем

$$KB\Delta KB\Delta \dots KB\Delta = KB \dots KB\Delta \dots \Delta = (KB)^n \Delta^n.$$

В результате все операторы разности применяются только к вектору $\bar{y}_t$; следовательно, замена $\Delta = R$ правомерна. Окончательно находим

$$\bar{x}_t = B \left\{ I + \sum_{n=1}^{\infty} (KB)^n \Delta^n \right\} \bar{y}_t = B \left\{ I + \sum_{n=1}^{\infty} (KB)^n R^n \right\} \bar{y}_t$$

или

$$\bar{x}_t = B \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (KB)^n R^n \right\} \bar{y}_t. \quad (7^*)$$

Проверим, что (7) действительно представляет решение модели (1). Подставляем (7) в уравнения

$$(I - A)\bar{x}_t = K\Delta\bar{x}_t + \bar{y}_t,$$

откуда

$$\left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (KB)^n R^n \right\} \bar{y}_t = KB \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (KB)^n R^n \right\} R \bar{y}_t + \bar{y}_t.$$

Это равенство выполняется тождественно, так как

$$\sum_{n=0}^{\infty} (KB)^n R^n - I \equiv KB \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (KB)^n R^n \right\} R.$$

Итак, чтобы определить величину планового объема валового продукта по отраслям при заданной матрице темпов роста «чистого», конечного продукта и плановых матрицах полных затрат B и приростной фондоемкости K , требуется вычислить бесконечный матричный степенной ряд

$$I + KBR + (KB)^2 R^2 + \dots + (KB)^n R^n + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} (KB)^n R^n. \quad (8)$$

Исследуем более подробно экономико-математическую структуру частного решения (7) дискретной динамической модели межотраслевого баланса.

* Решение вида (7) другим способом впервые получено Р. Стоуном и Дж. Брауном [4].

3. Анализ структуры решения динамической модели

Чтобы решение динамической модели выражалось векторно-матричным равенством (7), необходима и достаточна сходимость матричного ряда (8).

Очень важно отметить, что сходимость степенного ряда (8) можно интерпретировать как чисто экономическое ограничение при установлении соотношения между плановыми темпами роста.

Напомним, что для существования разложения (8) необходимо и достаточно, чтобы $|\mu|$ — максимальный по модулю характеристический корень матрицы BKR — был меньше единицы, т. е.

$$|\mu| < 1.$$

Если ν — максимальный характеристический корень матрицы (BK) и r_0 — максимальный темп прироста «чистого» конечного продукта, то

$$|\mu| = |\nu| \cdot |r_0| = |\nu| \cdot r_0 < 1.$$

Это неравенство можно записать в следующем виде:

$$r_0 < \frac{1}{|\nu|}, \quad (9)$$

которое для нас является основным*.

Разберем экономический смысл неравенства (9). Для этого напомним, что после приведения системы линейных конечно-разностных уравнений к нормальной форме

$$\Delta \bar{x}_t = K^{-1}(I - A)\bar{x}_t - K^{-1}\bar{y}_t$$

или

$$\Delta \bar{x}_t = S\bar{x}_t - K^{-1}\bar{y}_t, \text{ где } S = K^{-1}(I - A),$$

максимальный по модулю характеристический корень матрицы S является верхней оценкой величины темпа прироста валового продукта в плановом периоде.

Если невырожденным преобразованием T привести матрицу S к жордановой форме, т. е.

$$T^{-1}ST = J_S,$$

то общее решение однородной системы, соответствующей системе (1),

$$\bar{x}_t = (I + J_S)^t \bar{x}_0$$

описывает рост общественного продукта в плановом периоде. При этом матрица

$$(I + J_S)^t = \begin{pmatrix} (1 + \lambda_1)^t & 0 & \\ 0 & (1 + \lambda_2)^t & \\ & \ddots & (1 + \lambda_n)^t \end{pmatrix}$$

для случая простого спектра показывает совокупность темпов роста по каждой из отраслей материального производства в плановом периоде. Каждый характеристический корень соответствует при этом определенной отрасли материального производства. Но матрица S является обрат-

* Так как матрица R диагональная с положительными элементами, то элементы r_i ($i = 1, 2, \dots, n$) по основной теореме алгебры являются характеристическими корнями, так как $|R - rI| = \prod_{i=1}^n (r - r_i) = 0$ в некоторой базе из собственных векторов, где матрица R — диагональная.

ной к матрице BK , т. е. $BK = S^{-1} = K^{-1}(I - A)$, следовательно, минимальный темп прироста валового продукта является обратной величиной максимального характеристического корня матрицы BK , т. е.

$$\lambda_0 = \frac{1}{|v|}.$$

Поэтому равенство (9) экономически формулируется следующим образом: для сходимости матричного степенного ряда (8) необходимо и достаточно, чтобы максимальный темп роста «чистого» конечного продукта был меньше минимального темпа роста валового продукта.

В целом частное решение (7) раскрывает процесс образования полных затрат на производство планового объема «чистого» конечного продукта с учетом расширенного воспроизводства основных производственных фондов*. Чтобы показать это, рассмотрим каждый элемент разложения правой части равенства (7). Первое слагаемое $B\bar{y}_t$ разложения показывает абсолютную величину полных затрат на производство «чистого» конечного продукта. Иными словами, в случае простого воспроизводства объем валового продукта определялся бы равенством

$$\tilde{x}_t = B\bar{y}_t.$$

Остаток векторного ряда, т. е.

$$BKBR\bar{y}_t + B(KB)^2 R^2 \bar{y}_t + \dots + B(KB)^n R^n \bar{y}_t + \dots = B \left[\sum_{n=1}^{\infty} (KB)^n R^n \right] \bar{y}_t$$

определяет приращение полных затрат, вызываемое расширенным воспроизводством основных производственных фондов. При этом первое слагаемое остатка — $BKBR\bar{y}_t$ — показывает величину валового продукта, идущую на расширенное воспроизводство основных производственных фондов, непосредственно обеспечивающих рост «чистого» конечного продукта, заданный темпом R . Иными словами, вектор $BKBR\bar{y}_t$ характеризует приращение полных затрат, вызываемое расширенным воспроизводством основных фондов, непосредственно занятых в производстве «чистого» конечного продукта.

Аналогично вектор $B(KB)^2 R^2 \bar{y}_t$ показывает приращение полных затрат по основным фондам, косвенно участвующим в производстве «чистого» конечного продукта, т. е. косвенные фондовые затраты первого порядка и т. д.

Таким образом, матрица $M = I + \sum_{n=1}^{\infty} (KB)^n R^n$ является аналогом

матрицы B полных народнохозяйственных затрат по предметам труда. Однако эта матрица обладает более сложной структурой, так как в качестве одного из сомножителей в матрицу KBR входит сама матрица полных затрат по предметам труда. Экономически это обстоятельство совершенно очевидно, ибо при расширенном воспроизводстве фондов затрачиваются предметы труда как непосредственно в сфере капитального строительства, так и в отраслях прямо или косвенно обслуживающих строительство. Степень участия всех отраслей материального производства в капитальном строительстве описывается матрицей полной приростной фондоемкости KB , коэффициенты которой корректируются с учетом плановых темпов роста по «чистому» конечному продукту.

* Вполне аналогичные вопросы рассматриваются в работе К. Элмона [5].

Анализ структуры матрицы $M = I + G$, где $G = \sum_{n=1}^{\infty} (KB)^n R^n$, позволяет количественно описать взаимосвязи между валовым продуктом, конечным продуктом и «чистым» конечным продуктом.

Действительно, частное решение (7) системы уравнений динамической модели (1) позволяет записать:

$$\bar{x}_t = BM\bar{y}_t = B(I + G)\bar{y}_t. \quad (10)$$

Матрица B есть матрица полных затрат по предметам труда, которая для статической модели служит мерой взаимосвязи совокупного общественного продукта и конечного продукта. Следовательно, поскольку $\bar{x}_t$ — вектор валового продукта и матрица B — матрица полных затрат, постольку вектор $M\bar{y}_t$ есть вектор конечного продукта.

Таким образом, по динамической модели межотраслевого баланса

$$A\bar{x}_t + K\Delta\bar{x}_t + \bar{y}_t = \bar{x}_t,$$

зная лишь объем и отраслевую структуру вектора «чистого» конечного продукта, можно рассчитать плановый объем и структуру конечного продукта

$$\bar{z} = (I + G)\bar{y}_t = \bar{y}_t + \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} (KB)^n R^n \right\} \bar{y}_t$$

и прирост среднегодовых основных производственных фондов

$$\Delta\bar{\Phi} = \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} (KB)^n R^n \right\} \bar{y}_t.$$

После определения вектора прироста основных производственных фондов * $\Delta\bar{\Phi}$ и конечного продукта $\bar{z}$ нахождение решения системы уравнений (1) аналогично нахождению решения в статической модели межотраслевого баланса:

$$\bar{x}_t = B\bar{z} = B(M\bar{y}_t).$$

Таким образом, анализ решения динамической модели межотраслевого баланса совершенно отчетливо вскрывает соотношения, которые имеют место при расширенном воспроизводстве общественного продукта. Динамическая модель позволяет определить объем капитальных вложений и вентных фондов одновременно с объемом валовой продукции по отраслям народного хозяйства. Строго говоря, как это видно из процесса нахождения решения, объем валового продукта определяется объемом и отраслевой структурой капитальных вложений и прежде всего приростом среднегодовых производственных фондов $\Delta\bar{\Phi}$, который в свою очередь зависит от целевых установок народнохозяйственного плана. При таком подходе правильность и обоснованность отраслевых пропорций по производству продукции и капитальным вложениям целиком определяется обоснованностью параметров модели, т. е. системы плановых коэффициентов теку-

* Следует отметить, что при нахождении величины $\Delta\bar{\Phi}$ существен порядок матричного произведения KBR . Произведение вырожденной (с r верхними нулевыми K слева на матрицу BR дает r нулевых компонент в векторе $G\bar{y}_t$ и $(n - r)$ отличных от нуля компонент, соответствующим фондосоздающим отраслям.

щих материальных затрат, коэффициентов приростной фондоемкости и вектора «чистого» конечного продукта.

Анализ материально-вещественной структуры совокупного общественного продукта можно продолжить, если воспользоваться матрицей полных затрат по определению Дмитриева. На основе известной теоремы о соотношении полных затрат по Леонтьеву и по Дмитриеву решение статической модели межотраслевого баланса можно записать в виде

$$\bar{x}_t = B\bar{z} = (C + I)\bar{z} = C\bar{z} + \bar{z},$$

где C — матрица полных затрат по определению Дмитриева. Поскольку вектор $\bar{z}$ представляет собой объем конечного продукта, постольку вектор $C\bar{z}$ равен промежуточному продукту, т. е. фонду возмещения по предметам труда. С использованием матрицы полных затрат Дмитриева вещественная структура общественного продукта выражается через вектор конечного продукта и полные затраты по предметам труда, которые необходимы для его производства.

Воспользовавшись матрицей полных затрат Дмитриева для решения уравнений динамической модели, получаем

$$\begin{aligned}\bar{x}_t &= (I + C)M\bar{y}_t = (I + C)(I + G)\bar{y}_t = \\ &= (C + CG + G + I)\bar{y}_t = C\bar{y}_t + CG\bar{y}_t + G\bar{y}_t + \bar{y}_t.\end{aligned}\quad (14)$$

Рассмотрим структуру правой части равенства (14). Два последних слагаемых дают вектор конечного продукта как сумму «чистого» конечного продукта $\bar{y}_t$ и прироста среднегодовых основных производственных фондов $G\bar{y}_t$. Следовательно, сумма $(C + CG)\bar{y}_t$ представляет вектор промежуточного продукта, который выражается через заданный вектор $\bar{y}_t$. Промежуточный продукт представляется как величина полных затрат предметов труда на производство «чистого» конечного продукта, т. е. произведение $C\bar{y}_t$, и полных затрат предметов труда на производство средств труда, используемых при производстве «чистого» конечного продукта, т. е. $CG\bar{y}_t$.

Детальный экономический анализ отраслевой структуры промежуточного продукта, которая представляется матрицей полных затрат Дмитриева и матрицей CG , позволит сделать целый ряд выводов о степени рациональности межотраслевой структуры по производству предметов труда, прямо и косвенно расходуемых на производство «чистого» конечного продукта.

Во втором разделе настоящей статьи было найдено частное решение динамической модели (1), нахождение которого не требует обращения матрицы приростной фондоемкости K_t . Однако в связи с рядом теоретических дефектов коэффициентов k_{ij} и необходимостью практических расчетов по динамической модели переформулируем решение (7) так, чтобы в него входили матрицы фондоемкости продукции.

4. Введение в динамическую модель коэффициентов фондоемкости продукции

Рассмотрим более подробно преобразование (3), связывающее матрицы фондоемкости продукции и приростной фондоемкости. Считая взятие разности линейным оператором, получаем

$$\begin{aligned}K_t &= [(F_t - F_{t-1})\Delta^{-1} + F_{t-1}] = [(F_t - F_{t-1})(\Delta X_t)^{-1}X_t + F_{t-1}] = \\ &= [(F_t - F_{t-1})\Delta^{-1}X_t^{-1}X_t + F_{t-1}] = [\Delta F_{t-1}\Delta^{-1} + F_{t-1}].\end{aligned}\quad (12)$$

Чтобы сократить операторы разностей в этом выражении, необходимо найти класс функций, для которых выполнялось бы условие *

$$\Delta F_{t-1} = F_{t-1} N \Delta, \quad (13)$$

где N — некоторый матричный множитель.

Формально решение этого разностного уравнения может быть найдено следующим образом:

$$\begin{aligned} F_1 &= F_0 + F_0 N \Delta = F_0 (I + N \Delta), \\ F_{t-1} &= F_{t-2} + F_{t-2} N \Delta = F_0 (I + N \Delta)^{t-2} + \\ &+ F_0 (I + N \Delta)^{t-2} N \Delta = F_0 (I + N \Delta)^{t-1}. \end{aligned}$$

Таким образом, решением разностного уравнения (13) формально является функция

$$F_{t-1} = F_0 (I + N \Delta)^{t-1}. \quad (14)$$

Такое представление матрицы F_{t-1} создает дополнительные трудности, так как F_{t-1} получает лишь символическое значение, хотя, вообще говоря, можно найти аналитическую запись для матрицы F_{t-1} .

Нахождение явной записи решения системы с учетом (14) представляет самостоятельную проблему, решение которой мы оставляем, так как система (1) по существу превращается в систему с переменными коэффициентами.

Поэтому, при выполнении условия (13) и при заданной матрице F_{t-1} , выражение (12) приводится к следующему виду:

$$K_t = F_{t-1} N + F_{t-1} = F_{t-1} (I + N). \quad (15)$$

С учетом равенства (15) частное решение динамической модели (1) преобразуется следующим образом:

$$\bar{x}_t = B \{ I + KBR + \dots + (KB)^n R^n + \dots \} \bar{y}_t = B \{ I + F_{t-1} (I + N) BR + \dots \} \bar{y}_t. \quad (16)$$

$$\dots + [F_{t-1} (I + N) B]^n R^n + \dots \} \bar{y}_t = B \left\{ I + \sum_{n=1}^{\infty} [F_{t-1} (I + N) B]^n R^n \right\} \bar{y}_t.$$

Обозначив матрицу $F_{t-1} (I + N) B$ через Q , в более компактной форме находим

$$\bar{x}_t = B \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} Q^n R^n \right\} \bar{y}_t. \quad (16')$$

Проверим, действительно ли (16') является решением дискретной динамической модели (1). Подставляем (16') в систему

$$(I - A) \bar{x}_t = K_t \Delta \bar{x}_t + \bar{y}_t$$

или

$$\left\{ \sum_{n=0}^{\infty} Q^n R^n \right\} \bar{y}_t = F_{t-1} (I + N) B \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} Q^n R^n \right\} R \bar{y}_t + \bar{y}_t, \quad (17)$$

так как

$$\Delta \bar{x}_t = B \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} Q^n R^n \right\} \Delta \bar{y}_t = B \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} Q^n R^n \right\} R \bar{y}_t.$$

Тождественность равенства (17) очевидна, поскольку

$$\sum_{n=0}^{\infty} Q^n R^n - I \equiv Q \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} Q^n R^n \right\} R.$$

* Результаты получены автором совместно с Я. М. Лотошем.

Рассмотрим подробнее экономический смысл преобразования, связывающего матрицы приростной фондоемкости и фондоемкости продукции при выполнении условия (13). В равенстве

$$K_t = F_{t-1}(I + N)$$

матрица N аккумулирует в себе влияние технического прогресса на структуру производства. Воздействие технического прогресса в значительной степени проявляется в процессе капитального строительства, осуществляемого на качественно новой технической основе. Это, в свою очередь, отражается на меньшей по сравнению с действующими фондами отдаче с новых объектов. Таким образом, в общем случае коэффициенты приростной фондоемкости значительно больше соответствующих коэффициентов фондоемкости продукции. В частности, если положить $N_t \equiv I$, то равенство (15) принимает вид

$$K_t = F_{t-1} + F_{t-1} = 2IF_{t-1} \quad (15')$$

и соответственно для этого частного случая решение (16) преобразуется к виду

$$\bar{x}_t = B \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (2IF_{t-1}B)^n R^n \right\} \bar{y}_t.$$

Численные значения коэффициентов матрицы N_t могут быть определены моделированием на электронной цифровой машине, причем можно полагать, что найденные величины в целом будут определяться равенством (15').

Интересно отметить также, что компактную запись решения динамической модели с матрицей фондоемкости продукции удастся получить лишь в случае мультипликативной записи преобразования, связывающего матрицы фондоемкости продукции и приростной фондоемкости. Такое преобразование, в свою очередь, возможно, если матрица коэффициентов фондоемкости является биэкспоненциальной функцией «чистого» конечного продукта $\bar{y}_t$. Это, вообще говоря, является достаточно широким условием, которое не накладывает никаких ограничений на экономическую обоснованность и реальность динамической многоотраслевой модели (1).

Совсем не так обстоит дело с аддитивной формой преобразования

$$K_t = [(F_t - F_{t-1})\Delta^{-1} + F_{t-1}] = [\Delta F_{t-1}\Delta^{-1} + F_{t-1}].$$

В общем случае оператор Δ некоммутативен с матрицей F_{t-1} . Поэтому для применения аддитивного преобразования матрицы K_t необходимо наложить ограничения либо на матрицы фондоемкости продукции F_t , либо на диагональную матрицу темпов R .

Так, если потребовать коммутативности матрицы R , т. е. считать ее скалярной, то, как нетрудно проверить, решением динамической модели будет

$$\bar{x}_t = B \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (LB)^n \right\} \bar{y}_t, \quad \text{где } L = [(F_t - F_{t-1}) + F_{t-1}R].$$

Если же считать коммутативными матрицы отчетной и плановой фондоемкости продукции F_{t-1} и F_t (что выполняется, если F_t получается из F_{t-1} двойным транспонированием), то решением модели будет вектор

$$\bar{x}_t = B \left\{ I + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} C_n^i G^{n-i} Q^i R^i \right\} \bar{y}_t,$$

где $G = (F_t - F_{t-1})B$ и $QR = F_{t-1}BR$.

Нетрудно понять, что требование коммутативности матриц фондоемкости или матрицы R приводит к очень схожим результатам, доказательством чему служит аналогичность структуры матриц L и $G + QR$. Экономически это сходство объясняется, по-видимому, чрезвычайно жесткими ограничениями на модель в том и другом случае, что делает их практически малоприменимыми.

Рассмотрим возможности численного расчета по предлагаемому решению динамической модели.

5. Условный пример расчета динамической модели

Расчет проводится на условном примере по шести отраслям сферы материального производства, в том числе по трем фондосоздающим отраслям: машиностроению, строительству и сельскому хозяйству. Пусть

Таблица 1
Расчет темпов прироста «чистого» конечного продукта *

Отрасли материального производства	$\bar{y}_t$ (млрд. руб.)	$\bar{y}_{t+1}$ (млрд. руб.)	Темпы роста $R + I$	Темпы прироста R
Металлургия	1,242	1,750	1,409	0,409
Энергетика	5,381	6,290	1,169	0,169
Легкая и пищевая промышленность	98,530	130,600	1,325	0,325
Машиностроение	8,978	12,560	1,400	0,400
Строительство	4,113	6,780	1,648	0,648
Сельское хозяйство	21,678	31,500	1,453	0,453

* Расчеты по условной модели проведены Л. Г. Левиной и Я. М. Уринсоном под руководством автора.

Таблица 2
Матрица коэффициентов прямых материальных затрат на $(t + 1)$ -й год; A_{t+1}

Отрасли	1	2	3	4	5	6
Металлургия	0,34184	0,01258	0,02514	0,18453	0,07142	0,00043
Энергетика	0,14851	0,37212	0,05723	0,02951	0,01686	0,03120
Легкая и пищевая промышленность	0,01226	0,02891	0,02538	0,01689	0,03127	0,04328
Машиностроение	0,02861	0,04336	0,03887	0,21821	0,09234	0,02941
Строительство	0	0	0	0	0	0
Сельское хозяйство	0,00014	0,00052	0,01715	0,00012	0,00052	0,32815

Таблица 3
Матрица коэффициентов фондоемкости продукции на t -й год; F_t

Отрасли	1	2	3	4	5	6
Машиностроение	0,40536	1,29827	0,19531	0,16495	0,12462	0,46121
Строительство	0,51624	1,25936	0,17268	0,12921	0,06879	0,51263
Сельское хозяйство	0,00791	0,00418	0,00069	0,00056	0,00032	0,35765

Таблица 4

Матрица плановых коэффициентов полных затрат по Леонтьеву

Отрасли	1	2	3	4	5	6
Металлургия	1,55137	0,06104	0,06012	0,39326	0,17581	0,04828
Энергетика	0,37393	1,61556	0,11171	0,16272	0,08506	0,03716
Легкая и пищевая промышленность	0,03075	0,04895	1,03140	0,01126	0,03716	0,07170
Машиностроение	0,08426	0,10064	0,06616	1,38705	0,22881	0,15712
Строительство	0	0	0	0	1	0
Сельское хозяйство	0,00152	0,00170	0,02281	0,00218	0,00369	1,52896

Таблица 5

Матрица плановых коэффициентов полных затрат по Дмитриеву

Отрасли	1	2	3	4	5	6
Металлургия	0,55137	0,06104	0,06012	0,39326	0,17581	0,04828
Энергетика	0,37393	0,61556	0,11171	0,16272	0,08506	0,03716
Легкая и пищевая промышленность	0,03075	0,04895	0,03140	0,01126	0,03716	0,07170
Машиностроение	0,08426	0,10064	0,06616	0,38705	0,22881	0,15712
Строительство	0	0	0	0	0	0
Сельское хозяйство	0,00152	0,00170	0,02281	0,00218	0,00369	0,52896

необходимо составить плановый баланс $(t+1)$ -го года в неизменных ценах базисного t -го года.

Согласно условиям модели, на плановый период автономно, на основе балансовых расчетов, определяются объем и отраслевая структура вектора «чистого» конечного продукта и соответственно рассчитываются темпы роста и прироста по каждому его элементу (табл. 1).

Корректируя коэффициенты отчетного (базисного) периода, находим матрицы плановых коэффициентов прямых материальных затрат и фондоемкости продукции планового периода (табл. 2 и 3).

Данные табл. 1—3 определяют параметры динамической модели, рассчитываемые на основе планово-экономической информации.

Находим матрицы полных затрат по Леонтьеву, т. е. $B(I-A)^{-1}$, и матрицу полных затрат по Дмитриеву $C = B - I$ (табл. 4 и 5).

Моделированием соотношения матриц отчетной и плановой фондоемкости определяем численное значение матрицы N_t , после чего вычисляем матричный степенной ряд

$$\sum_{n=0}^{\infty} [(I + N_t)F_{t-1}B]^n R^n.$$

Результаты расчетов слагаемых матричного степенного ряда и его суммы представлены в табл. 6.

На основе вычисления матриц B , M и G определяются векторы: прироста среднегодовых основных производственных фондов $\Delta\Phi_{t+1}$, конечного продукта $\bar{z}_{t+1}$ и валового общественного продукта $\bar{x}_{t+1}$ в отраслевом разрезе (табл. 7).

Расчет степеней $Q^n R^n$

Таблица 6

		1	2	3	4	5	6
QR	4	0,05232	0,26506	0,09193	0,11401	0,10829	0,34650
	5	0,04463	0,29894	0,08536	0,08807	0,06571	0,36887
	6	0,00072	0,00145	0,00409	0,00083	0,00096	0,25386
$Q^2 R^2$	4	0,01105	0,06309	0,02114	0,02282	0,01979	0,16741
	5	0,00781	0,04352	0,01521	0,01615	0,01421	0,14840
	6	0,00027	0,00088	0,00120	0,00039	0,00040	0,06509
$Q^3 R^3$	4	0,00220	0,01221	0,00447	0,00448	0,00393	0,05771
	5	0,00158	0,00874	0,00330	0,00321	0,00282	0,04850
	6	0,00009	0,00032	0,00034	0,00013	0,00013	0,01681
$Q^4 R^4$	4	0,00045	0,00245	0,00098	0,00090	0,00080	0,01765
	5	0,00033	0,00176	0,00073	0,00065	0,00058	0,01446
	6	0,00002	0,00010	0,00009	0,00004	0,00004	0,00436
$Q^5 R^5$	4	0,00010	0,00050	0,00022	0,00019	0,00017	0,00509
	5	0,00007	0,00037	0,00017	0,00014	0,00012	0,00411
	6	0,00001	0,00003	0,00002	0,00001	0,00001	0,00114
$Q^6 R^6$	4	0,00002	0,00011	0,00005	0,00004	0,00004	0,00142
	5	0,00002	0,00008	0,00004	0,00003	0,00003	0,00114
	6	0,00000	0,00001	0,00001	0,00000	0,00000	0,00030
$Q^7 R^7$	4	0,00000	0,00002	0,00001	0,00001	0,00001	0,00039
	5	0,00000	0,00002	0,00001	0,00001	0,00001	0,00031
	6	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00008
$Q^8 R^8$	4	0,00000	0,00001	0,00000	0,00000	0,00000	0,00011
	5	0,00000	0,00001	0,00000	0,00000	0,00000	0,00009
	6	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00002
$Q^9 R^9$	4	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00003
	5	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00002
	6	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00001
$Q^{10} R^{10}$	4	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00001
	5	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00001
	6	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
M	1	1,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
	2	0,00000	1,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
	3	0,00000	0,00000	1,00000	0,00000	0,00000	0,00000
	4	0,06614	0,34345	0,11880	1,14245	0,13303	0,59632
	5	0,05444	0,35344	0,10482	0,10824	1,08348	0,58591
	6	0,00111	0,00279	0,00575	0,00140	0,00154	1,34167

Таблица 7

Нахождение решения динамической модели по стадиям:

$$\Delta \bar{\Phi}_{t+1}, \bar{Z}_{t+1}, \bar{X}_{t+1}$$

Отрасли	Прирост среднегодо- вых основных про- изводственных фондов $\Delta \bar{\Phi}_{t+1}$ (млн. руб.)	Конечный продукт $\bar{Z}_{t+1}$ (млн. руб.)	Валовый об- щественный продукт $\bar{X}_{t+1}$ (млн. руб.)
Металлургия	0	1750	26214
Энергетика	0	6290	32061
Легкая и пищевая промыш- ленность	0	130600	136437
Машиностроение	20285	27525	53571
Строительство	17908	24688	24688
Сельское хозяйство	1112	2052	6281

Таблица 8

Динамический межотраслевой баланс на $(t+1)$ -й год (млн руб.)

Производство	Валовой общественный продукт	Распределение														Чистый конечный продукт	Конечный продукт	
		Промежуточный продукт						Прирост среднегодовых основных производственных фондов										
		1	2	3	4	5	6	Итого	1	2	3	4	5	6	Итого			
Металлургия	26244	4027	1625	16397	3391	1646	378	24464	0	0	0	0	0	0	0	0	1750	1750
Энергетика	32060	681	4443	18306	4443	772	485	25770	0	0	0	0	0	0	0	0	6290	6290
Легкая и пищевая промышленность	436437	59	446	4838	423	284	117	5837	0	0	0	0	0	0	0	0	430600	430600
Машиностроение	53571	244	1980	17896	3382	2033	541	26046	416	2160	15515	1034	902	561	20285	7240	27525	
Строительство	24688	0	0	0	0	0	0	0	95	2223	13689	784	566	551	17908	6780	24688	
Сельское хозяйство	6282	4	33	3460	26	35	671	4229	3	18	751	10	10	321	1413	940	2053	
Валовой общественный продукт	279252							86346							39306		153600	192906

Используя соотношение (11) и матрицу полных затрат по Дмитриеву, можно на основе детального анализа поотраслевой структуры общественного продукта составить баланс динамической модели межотраслевого баланса на $(t+1)$ -й год (табл. 8).

Анализ баланса динамической модели (табл. 8) позволяет сделать целый ряд экономических расчетов по структуре затрат основных и оборотных фондов на производство продукции и капитальных вложений. Как следует из приводимых расчетов, для производства валового продукта в размере 279 252 млн. руб. необходимо обеспечить объем капитальных вложений в 54 265 млн. руб. $(27\,525 + 24\,688 + 2052)$, или 19,4% валового продукта. В составе капитальных вложений прирост среднегодовых основных производственных фондов занимает примерно 72,4%, или 39 306 млн. руб.

При запланированном объеме «чистого» конечного продукта в 153 600 млн. руб. народное хозяйство получает конечный продукт в размере 192 906 млн. руб., что составляет соответственно 55,1 и 69,1% объема совокупного общественного продукта.

На основе динамической модели можно определить весь объем основных производственных фондов в среднем годовом исчислении в плановом периоде как произведение $F_{t+1}\bar{x}_{t+1}$ (табл. 9).

6. Выводы

Проведенное исследование построения динамической модели и нахождения ее решения позволяет сделать следующие выводы.

1. Динамическая модель межотраслевого баланса обла-

Таблица 9

Баланс основных производственных фондов (млн руб.)

Отрасли материального производства	Среднегодовые основные производственные фонды в (t + 1)-м году						
	1	2	3	4	5	6	Итого
Машиностроение	10 626	41 624	26 648	8837	3077	2897	93 709
Строительство	13 533	40 376	23 560	6922	1698	3220	89 309
Сельское хозяйство	207	134	94	30	3	2246	2 719

дает большей гибкостью и варианностью по сравнению со статической моделью. Возможность нахождения из решения модели объема и структуры основных производственных фондов, а следовательно, и капитальных вложений делает использование динамической модели особенно целесообразным на предварительных этапах построения народнохозяйственного плана при разработке синтетических народнохозяйственных расчетов.

2. Нахождение частного решения (7), (16) модели вскрывает материальные взаимосвязи между валовым продуктом, конечным продуктом и «чистым» конечным продуктом в процессе образования полных затрат. Это позволяет сделать ряд интересных теоретических и практических расчетов. В частности, можно определить, какая доля общественного труда отвлекается на простое и расширенное воспроизводство основных фондов. Взаимосвязи, которые раскрываются в решении динамической модели, требуют расчета и обоснования показателя «чистого» конечного продукта.

3. Возможность записи частного решения в виде (16) делает вполне реальным построение и расчеты по динамической модели на плановую перспективу уже в настоящее время. Для этого необходимо прежде всего располагать плановыми коэффициентами фондоемкости продукции, исчисление которых уже проводится рядом научно-исследовательских организаций.

4. Недостатком анализируемой динамической модели является автономный расчет довольно большого объема показателей и прежде всего фонда непродуцированного потребления. Насколько правильно и обоснованно будет рассчитан «чистый» конечный продукт, настолько при плановой структуре производства будут обоснованными темпы роста валового продукта. Следовательно, основной задачей является оптимизация расчетов в этой части модели и прежде всего введение в шахматную часть показателей фонда потребления.

5. Таким образом, использование в плановых расчетах динамической модели межотраслевого баланса, позволяя сбалансировать объемы производства и капитальных вложений, усиливает значение и роль экономического анализа на стадии разработки синтетических народнохозяйственных показателей.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Леонтьев и др. Исследования структуры американской экономики. М., Статиздат, 1956.
2. А. Д. Смирнов. Динамическая модель межотраслевого баланса. М., Изд. МИНХ, 1964.
3. Б. М. Смернов. Планирование капитальных вложений. М., Госпланиздат, 1961.
4. R. Stone, A. Brown. Output and investment for exponential growth in consumption. Rev. Econ. Studies, 1962, v. 29 (3), No. 80.
5. A. Clapper. Consistent forecasting in Dynamic multisector model. Rev. Econ. and Statistics, 1963, v. 45, No. 2.

Поступила в редакцию
5 II 1965