ЭКОНОМИКА
И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

1966
том II, вып. 3

НАУЧНЫЕ КОНСУЛЬТАЦИИ

ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО РАЗМЕЩЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВА

В. И. КАЛИКА, В. А. МАШ

(Москва)

Одним из важнейших направлений научного планирования социалистического производства является оптимальное планирование размещения производительных сил. Ввиду чрезвычайной сложности постановки и решения этой проблемы при помощи экономико-математических методов и ЭВМ в настоящее время решаются отдельные частные задачи: в основном развитие и размещение отдельных отраслей промышленности. При этом стремятся выбрать рациональные географические пункты (или районы строительства) и размеры новых предприятий, а также определить целесообразность расширения или реконструкции существующих предприятий в условиях заданного роста продукции отрасли. Кроме того, в некоторых задачах определяются ассортимент продукции (для отдельных предприятий и для отрасли в целом) и наиболее рациональные технологические способы. Обычно в таких задачах стремятся минимизировать текущие и приведенные капитальные затраты отрасли на производство заданного количества продукции и ее доставку потребителям для некоторого перспективного года, по возможности учитывая наряду со стоимостными показателями производства и транспорта ограниченность отдельных видов необходимых ресурсов (сырье, оборудование и т. д.). Иногда принимаются во внимание и народнохозяйственные оценки ресурсов, что позволяет приблизиться к истинной цели задачи оптимального размещения — отысканию такого *плана развития отрасли, который дает наилучшее приближение к поставленной обществом цели.* Такие исследования — пока еще по необходимости упрощенные — проводились в Лаборатории экономико-математических исследований Сибирского отделения Академии наук СССР, в Вычислительных центрах Госплана СССР, Госпланов УССР и БССР и в других организациях. В Центральном экономико-математическом Институте Академии наук СССР решались (также с некоторыми упрощениями) задачи оптимального размещения производства некоторых химических продуктов, в том числе минеральных удобрений (азотных, фосфорных и калийных). Разрабатываются вопросы построения экономико-математических моделей для сложных задач, формирования и механизированной обработки исходной информации, методы вычислений и анализа результатов, делаются попытки полнее учесть динамику развития отрасли, влияние смежных отраслей, районных комплексов и народного хозяйства в целом, особенности перспективного планирования в условиях неполной информации и пр.

Постановку и решение отраслевых задач оптимального размещения производства несколько облегчает то, что все множество отраслей материального производства удается разбить на группы, для каждой из которых справедлива некоторая типовая экономико-математическая модель.

При разбиении учитываются характер технологических процессов, теснота связей с поставщиками сырья и потребителями продукции отрасли, существенность транспортного фактора и т. д. После такой типизации при рассмотрении конкретной отрасли требуется лишь некоторое уточнение типовой модели.

Так, можно выделить отрасли, производящие один или небольшое число видов продукции, где затраты на перевозку сырья и продукции существенно влияют на уровень затрат; многономенклатурное производство, объединенное общностью технологических процессов, где транспортный фактор играет меньшую роль (некоторые отрасли машиностроения); многоотраслевые комплексы с большим числом продуктов и разветвленными связями между отраслями (химическая промышленность) и т. д.

В консультации Б. И. Алейникова, помещенной в предыдущем номере нашего журнала (вып. 2 за 1966 г.), дается представление о математической и вычислительной специфике простейших статических отраслевых задач оптимального размещения. Ниже на столь же простом условном примере демонстрируется один из возможных приближенных способов решения возникающих нелинейных и целочисленных задач математического программирования. Задача приводится в сетевой постановке, которая обладает рядом существенных преимуществ как благодаря экономности и простоте формирования и использования информации, так и с вычислительной точки зрения. Экономико-математическая модель задачи не приводится, так как вопросы построения математических моделей достаточно подробно описаны в [1].

Рассмотрим задачу оптимального размещения производства однородного продукта, в которой:

а) затраты на производство единицы продукции не являются постоянными, а зависят от объема производства на предприятии — условие нелинейности;

б) производственная мощность размещаемого предприятия должна равняться одной из заданных типовых мощностей (это правило может не выполняться не более чем для одного предприятия) — условие целочисленности.

Пусть в некотором перспективном году будет иметься транспортная сеть, состоящая из системы транспортных узлов и связывающих их транспортных коммуникаций. Изобразим ее на рис. 1, где цифры в кружках — номера транспортных узлов. Назовем эти узлы вершинами сети. Коммуникацию, соединяющую две вершины, по которой возможна перевозка только в одном направлении (например из вершины *1* в вершину *2*), назовем дугой (*1*, *2*). Коммуникацию, по которой возможны двусторонние перевозки между двумя вершинами, назовем ребром (*1*, *2*). Понятно, что ребро можно представить как пару противоположно направленных дуг. На рис. 1—6 дуги обозначены линиями со стрелками, а ребра — линиями без стрелок.

Каждая дуга (i, j) характеризуется затратами на перевозку единицы данного продукта (назовем их удельными затратами), которые обозначим через c_{ij}. Тогда ребро будет характеризоваться парой значений c_{ij} и c_{ji}. Для простоты примем в данном примере, что по каждому ребру $c_{ij} = c_{ji}$. На рис. 1 проставлены значения (в рублях) соответствующих удельных затрат для всех ребер. Например, на ребре (*1*, *2*) $c_{12} = c_{21} = 0{,}03$ рубля.

Пусть в вершинах *1*, *8*, *9*, *10* в этом же году имеется потребность в данном продукте, составляющая соответственно 120, 150, 400, 450 единиц. Покажем этот спрос соответствующими отрицательными числами в прямоугольниках рядом с вершинами. Назовем такие вершины пунктами потребления, или потребителями. В вершинах *6* и *7* уже существуют за-

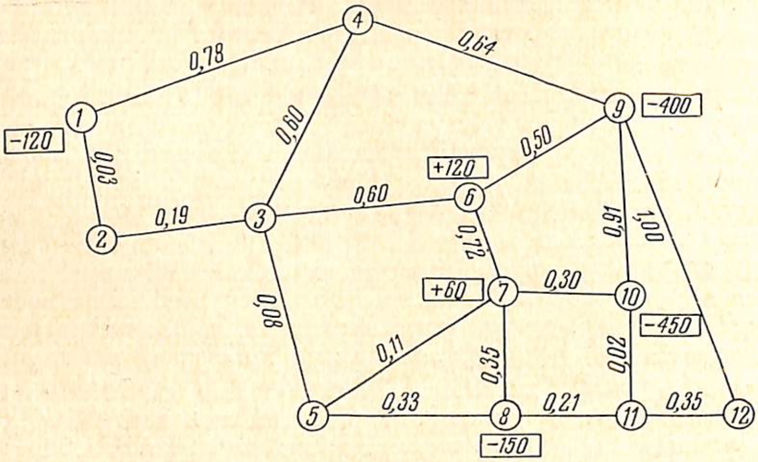

Рис. 1

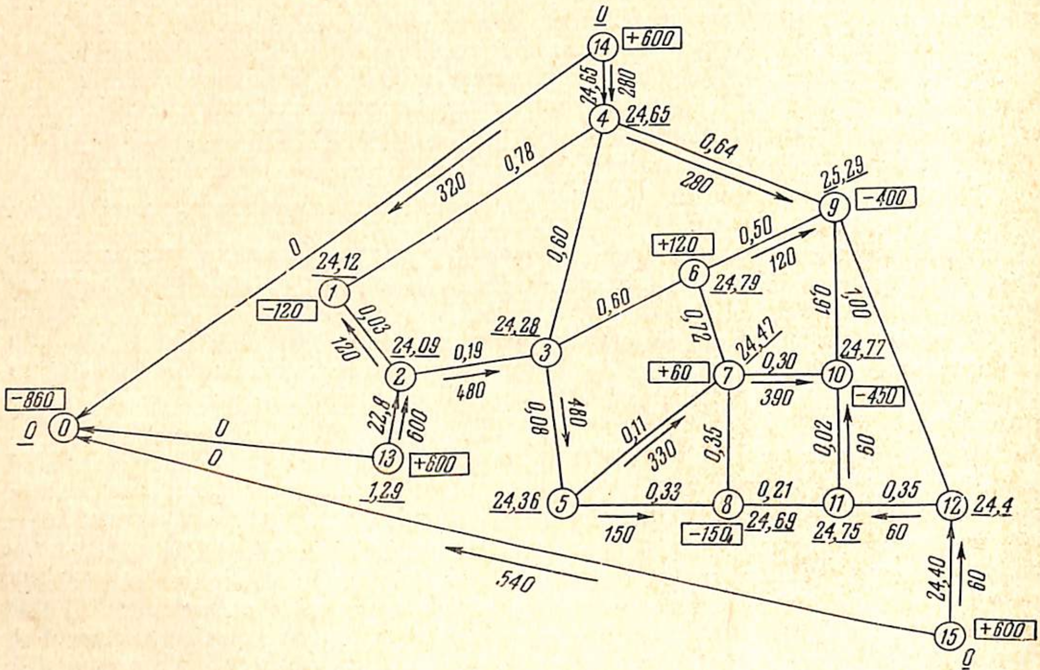

Рис. 2

воды по производству рассматриваемого продукта, мощность которых соответственно 120 и 60 единиц (мощность здесь упрощенно понимается как максимально возможный объем производства). Будем считать, что продукт рассматриваемой отрасли очень нужен народному хозяйству, а используемое в отрасли оборудование дефицитно. В этих условиях (см. далее) целесообразно сохранять существующие предприятия, даже если они менее экономичны, чем вновь размещаемые. Поэтому производство на таких предприятиях будем считать «обязательным». На рис. 1 наличие обязательного производства показано соответствующими положительными числами в прямоугольниках рядом с вершинами *6* и *7*; при этом стоимостные показатели для существующих предприятий не нужны.

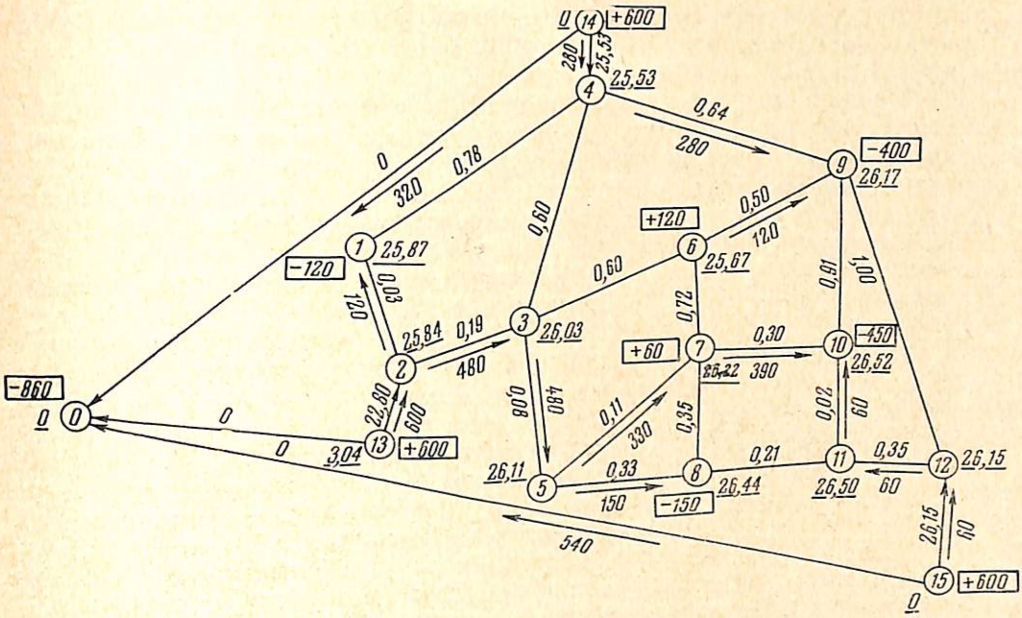

Рис. 3

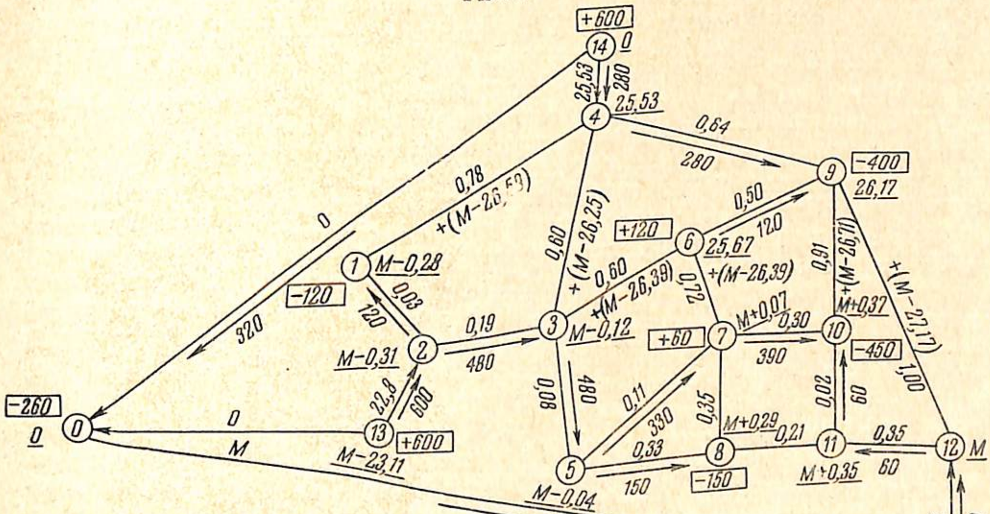

Рис. 4

В вершинах *2*, *4*, *12* возможно строительство новых заводов, вырабатывающих рассматриваемый продукт, причем объем производства каждого из этих предприятий может быть равен одному из возможных типовых объемов — 200, 400, 600 единиц или же нулю (последнее означает нецелесообразность строительства завода). Издержки производства единицы продукта в рассматриваемом году будем характеризовать показателем «приведенные затраты», который учитывает как текущие, так и капитальные затраты. Пусть приведенные затраты зависят от принятого типового объема и местоположения предприятия. Эта зависимость показана в табл. 1.

Назовем вершины, в которых заводы уже существуют или в которых возможно строительство новых заводов, пунктами производства. В нашем примере пункты производства изображаются вершинами *2*, *4*, *6*, *7*, *12*. Необходимо так составить план производства продукта и его перевозок от пунктов производства к пунктам потребления, чтобы:

Таблица 1

(в руб.)

Вершины \ Типовой объем	600	400	200
2	22,80	23,40	4,75
4	24,65	25,53	26,62
12	24,40	25,19	26,15

1) спрос каждого потребителя полностью удовлетворялся;

2) объем выпуска продукции в каждом новом пункте производства соответствовал одной из возможных типовых мощностей, а на существующих предприятиях равнялся их мощности;

3) общие затраты на производство и перевозку продукта были минимальными.

Для нахождения такого оптимального плана при сетевой постановке задачи исходную транспортную сеть нужно преобразовать к новому виду, при котором процесс производства в новых пунктах будет также отображен в виде «перевозок» на соответствующих дугах. Это преобразование позволит свести нахождение оптимального плана *производства и перевозок* к нахождению оптимального плана *только «перевозок»* на расширенной сети.

Для того чтобы преобразовать исходную сеть, возможность производства в вершинах *2*, *4* и *12* представим в виде дополнительных вершин *13*, *14*, *15*, вынесенных за пределы транспортной сети (рис. 2), причем полагаем возможный объем производства в каждом новом пункте наивысшим, т. е. равным 600 единицам, и, следовательно, издержки наименьшими (см. таблицу). Процесс производства в этих пунктах отобразится в виде дуг, направленных в сторону соответствующих вершин сети (*2*, *4*, *12*). Рядом с дугами проставляются удельные затраты производства. На рис. 2 производство изображено дугами (*13*, *2*), (*14*, *4*), (*15*, *12*), а удельные затраты составляют $c_{13,2} = 22{,}80$ руб.; $c_{14,4} = 24{,}65$ руб., $c_{15,12} = 24{,}40$ руб.

Поскольку общий возможный объем производства превышает суммарный спрос, то для балансирования производства и потребления в модель вводится «фиктивный» потребитель (нулевая вершина на рис. 2) со спросом, равным разности между суммой всех возможных объемов производства и суммой всех потребностей, т. е. $(3 \times 600 + 120 + 60) - (120 + 150 + 400 + 450) = 860$ единиц. К «фиктивному» потребителю направим дуги из всех новых пунктов производства, причем соответствующие $c_{i0} = 0$. «Поставка» от любого из них a единиц «фиктивному» потребителю означает недогрузку максимальной мощности производства в этом пункте на a единиц.

На рис. 2 изображена закрытая линейная транспортная задача в сетевой постановке, полученная в результате описанного преобразования исходной транспортной сети. Транспортная задача называется закрытой при наличии баланса между производством и потреблением (такой баланс создан благодаря искусственному введению потребности 860 единиц в нулевой вершине).

Описываемый приближенный алгоритм решения нелинейной и целочисленной задач состоит из последовательного решения ряда линейных задач с меняющимися условиями. На каждом этапе оптимизируется план *линейной задачи*; затем, в зависимости от значений объемов производства в полученном плане, меняются удельные издержки на дугах производства. Этот процесс продолжается до тех пор, пока два последовательных плана не повторяются, т. е. пока пересчет издержек на дугах не прекращается. Полученный план считается точкой локального (по крайней мере) минимума *нелинейной* задачи (см. [1]). Если в полученном плане объемы производства некоторых предприятий не соответствуют типовым мощностям, то будем один за другим «округлять» объемы производства до заданных типовых значений; этот процесс описан ниже. В результате получаем план, соответствующий локальному (по крайней мере) минимуму *целочисленной* задачи.

В соответствии с таким алгоритмом необходимо знать удельные затраты не только для отдельных дискретных значений, но и для всего интервала возможного изменения мощностей или объемов производства. Поскольку в нашем примере значения удельных затрат заданы только для типовых объемов 200, 400 и 600 единиц, будем условно считать, что по каждому новому пункту производства удельные затраты соответствуют не этим отдельным типовым объемам, а целым интервалам возможных объемов производства. Будем говорить, что имеем первый уровень производства, если его объем находится в пределах 1—250 единиц, второй уровень — если объем производства находится в пределах 251—450 единиц и третий — при объеме в пределах 451—600 единиц. Таким образом, для пункта 2 любому объему производства в пределах 1—250 единиц соответствуют удельные затраты 24,75 руб. (табл.), и т. д.

Итак, перейдем к первому этапу — решению линейной задачи, построение которой описано выше. Алгоритм решения сетевой транспортной задачи линейного программирования излагать не будем, так как с ним можно ознакомиться в литературе *.

Первая линейная задача, где все издержки производства приняты наименьшими, дает план, общие затраты для которого также являются наименьшими среди всех планов исходной нелинейной и целочисленной задачи (см. рис. 2).

Если в этом плане объем производства во всех новых пунктах равен либо 600 единицам, либо нулю, то все условия нелинейной целочисленной задачи выполнены и она решена. В противном случае переходим ко второму этапу, т. е. решаем новую линейную задачу, в которой цены на дугах производства меняем в соответствии с тем объемом производства, который получен на предыдущем этапе; при нулевом объеме производства цену оставляем без изменения. Так, на основе оптимального плана первого этапа, изображенного на рис. 2, на дуге (*14*, *4*) вместо 24,65 руб. проставляем 25,53 руб. (рис. 3), что по таблице соответствует производству 280 единиц в пункте *4*. Аналогично меняем издержки на дуге (*15*, *12*). Решаем линейную задачу, изображенную на рис. 3; ее оптимальный план в точности повторяет план, приведенный на рис. 2. Это значит, что найден локальный (а может быть и глобальный) оптимум нелинейной задачи.

После нахождения оптимума нелинейной задачи может оказаться, что объемы производства более чем одного предприятия не совпадают с типовыми. В таком случае возникает необходимость в округлении объемов производства. Из числа новых предприятий, объемы производства которых положительны и не соответствуют заданным типовым мощностям, выберем такое предприятие, у которого отклонение от одной из соседних

* См., например, книгу Е. П. Нестерова «Транспортные задачи линейного программирования», М., Трансжелдориздат, 1962, стр. 105—110.

типовых мощностей или от нуля наименьшее, и устраним это отклонение. В полученном плане устраним возможность дальнейшего изменения «округленного» объема производства. Пересчитаем издержки на дугах, как в алгоритме решения нелинейной задачи, и найдем локальный минимум возникшей задачи. Затем снова «округляем» объем производства одного из предприятий, и т. д., пока «неокругленным» останется не более одного предприятия.

В плане на рис. 3 объем производства в двух пунктах *14* и *15* (или, что то же самое, *4* и *12*) не равен типовым. Согласно описанному алго-

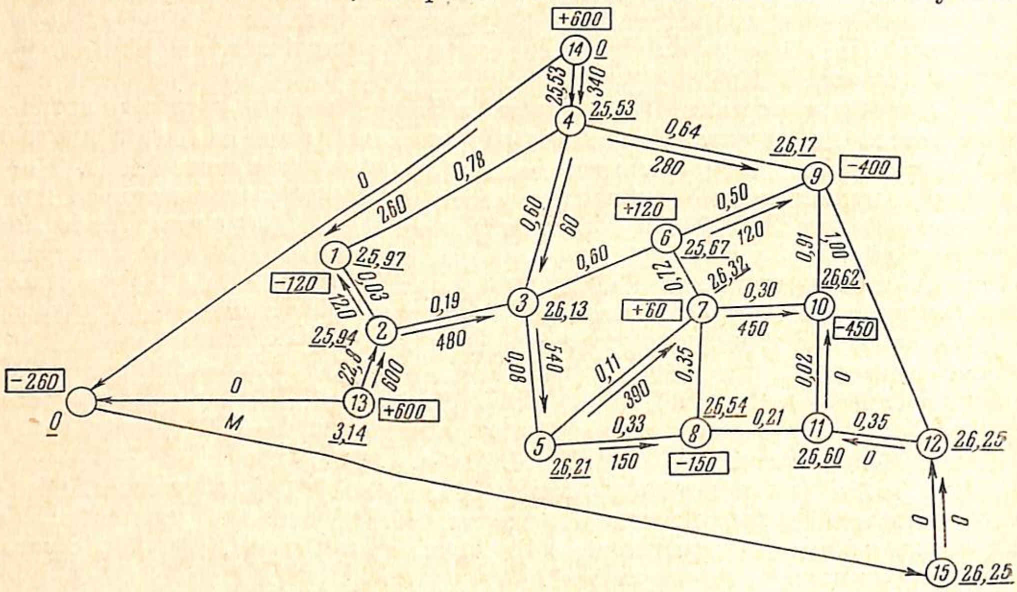

Рис. 5

ритму, целесообразно ликвидировать производство 60 единиц в пункте *15* и наилучшим образом прикрепить к другим пунктам производства необеспеченных потребителей. Такая возможность имеется, так как в пункте *14* существует недогрузка до ближайшей большей типовой мощности. Тогда в окончательном плане после округления останется только один пункт *14*, объем производства которого не равен типовому.

Алгоритм округления состоит в изменении условий предыдущей линейной задачи и нахождении оптимального плана для новых условий.

Если округление до ближайшей типовой мощности или до нуля производится в сторону уменьшения (как в данном случае), то удобнее всего поступить следующим образом: вместо потока на дуге $(15, 0)$, равного 540 единицам и «транспортируемого» по нулевой цене, направим по обратной дуге, т. е. $(0, 15)$, устраняемую разность — поток 60 единиц, причем на этой дуге цену примем равной достаточно большому числу M. Такой план изображен на рис. 4. После исчезновения потока на дуге с высокой ценой, что, естественно, должно произойти в оптимальном плане, получим оптимум для нелинейной целочисленной задачи, приведенный на рис. 5.

Если требуется округлять в сторону увеличения до ближайшей большей типовой мощности, то по прежней дуге из соответствующей вершины производства в нулевую вершину направляем поток, численно равный необходимому приросту, причем, как и в предыдущем случае, по высокой цене M. После устранения этого потока получаем округленный план.

Так, если объем производства в вершине *12* требуется округлить до 200 единиц, то по дуге (*15*, *0*) с ценой M направим поток 140 единиц; после его исчезновения объем производства, характеризуемый потоком на дуге (*15*, *12*), составит 200 единиц.

Заметим, что общие затраты для первого линейного плана (рис. 2) составляют 22643,4 руб., для оптимального плана нелинейной задачи 22994,8 руб., а для оптимального плана целочисленной задачи 23000,8 руб. Таким образом, даже если эти оптимальные планы являются приближенными, они отличаются от затрат первого плана всего на 1,55 и на 1,58%, что, конечно, вполне допустимо.

Согласно окончательному решению, существующие предприятия в вершинах *6* и *7* частично удовлетворяют потребности потребителей *9* и *10*. Необходимо построить заводы в узлах *2* и *4* с типовыми мощностями в 600 и 400 единиц, причем типовая мощность завода в вершине *4* ввиду недостаточной потребности в продукте будет недогружена на 60 единиц. Предприятие в вершине *2* обеспечивает потребителей *1* и *8* (полностью) и *10* частично (390 единиц). Предприятие в вершине *4* обеспечивает частично потребителей *9* (280 единиц) и *10* (60 единиц). Маршруты перевозок продукта от каждого завода до потребителей указаны на рис. 5. Общие затраты на производство и перевозку продуктов, как уже отмечалось, составят 23000,8 руб.

Мы рассмотрели задачу размещения производства однородного продукта и метод ее решения в упрощенной постановке. Конечно, практическая ситуация, положенная в основу задачи, много сложнее, причем заранее трудно узнать, какие условия и факторы существенны, а какими можно пренебречь. Для уменьшения информационных и вычислительных трудностей при решении таких задач нередко принимаются неявные допущения и предположения, которые могут, однако, оказаться спорными или неправильными именно ввиду отсутствия явной и четкой их формулировки. Чтобы избежать подобных ошибок, необходимо исходить из принципов оптимального планирования. На некоторых из них мы остановимся подробнее.

Основным условием грамотной постановки задачи является правильная оценка затрачиваемых ресурсов в соответствии с намечаемыми тенденциями развития народного хозяйства. Кроме того, необходимо полнее учитывать: а) динамику развития отрасли в течение планового периода, б) характер существующих или проектируемых хозяйственных комплексов в предполагаемых районах размещения предприятий, а также место и роль этих предприятий в районных комплексах, в) межотраслевые связи, г) обеспеченность кадрами и необходимость трудоустройства населения в отдельных районах, и т. д. Задачи оптимального размещения ввиду отсутствия точной информации для далекой перспективы целесообразно формулировать и решать как задачи планирования в условиях неопределенности.

Наконец, в принципе нельзя считать удовлетворительной саму постановку задачи на минимум затрат при заданном объеме потребности в рассматриваемом виде продукции. В задачах оптимального размещения и развития отраслей следует искать план, обеспечивающий максимум эффекта, т. е. не устанавливать заранее общий необходимый объем производства, а определять максимальный его размер, целесообразный с точки зрения соизмерения выгод, приносимых народному хозяйству увеличением объема производства, и убытков от использования все менее экономичных ресурсов.

При таких усложнениях постановки размеры задач могут возрасти, а их структура усложнится. Вместе с тем более корректная постановка уменьшает некоторые вычислительные трудности. В частности, если учитывать народнохозяйственные оценки единицы используемых ресурсов (земельных, водных, трудовых и т. д.), то нередко оказывается, что эти оценки возрастают по мере роста размеров предприятия, что сглаживает «вогнутость» производственной части задач, уменьшает влияние многоэкстремальности. В то же время часть задачи, связанная с потреблением продукции, как правило, «выпукла», так как спрос на продукт уменьшается по мере повышения его цены. Учитывая оба эти обстоятельства, целесообразнее, по нашему убеждению, использовать приближенные вычислительные методы (в частности, при отыскании глобального оптимума нелинейных и целочисленных задач), которые позволили бы увеличивать размеры решаемых задач, чем упрощать описание реальной ситуации, ибо впечатление большей точности, создаваемое при ином подходе, может оказаться весьма обманчивым. Конечно, этот общий принцип следует применять гибко, учитывая конкретные обстоятельства и отыскивая «золотую середину».

Отыскание плана развития отрасли, оптимального с точки зрения народного хозяйства в целом, возможно на основе *формального критерия* минимума затрат (или, что правильнее, максимума эффекта) только при использовании в дополнение к существующим ценам (или любым другим априорным ценам) системы оценок на ресурсы, хотя бы приближенно отражающих дефицитность ресурсов при предполагаемых условиях развития народного хозяйства. Эти оценки показывают, какое приращение эффекта, с точки зрения целей, поставленных перед народным хозяйством в процессе планирования, дает приращение данного ограниченного ресурса на единицу, если такая единица выбрана достаточно малой. Народнохозяйственные оценки дефицитности могут возникать для различных видов природных ресурсов, сырья и материалов, топлива, оборудования, для рабочей силы в осваиваемых районах и т. д. Конечно, чрезвычайно трудно точно определить тенденции развития народного хозяйства и, следовательно, точное значение народнохозяйственных оценок. Несомненно, однако, что нередко удается использовать приближенные данные и даже общие принципы, как, например, в следующих случаях.

1. Введение в частную задачу оптимального планирования удорожающей оценки на какой-либо вид ресурсов эквивалентно введению в эту задачу некоторого ограничения на возможность его использования. Оба способа эквивалентны как с экономической, так и с вычислительной точек зрения. Например, в некоторых итеративных методах заменяют ограничения, усложняющие структуру задачи и мешающие применить какой-то более эффективный алгоритм, постепенным удорожанием ресурсов до тех пор, пока эти ограничения не начнут выполняться. Целесообразность применения того или иного способа определяется характером задачи, располагаемой информацией и т. д.

2. Нередко уже самые общие соображения относительно вероятной дефицитности позволяют с выгодой упростить постановку задачи. Пусть некоторый комплексный сектор народного хозяйства (например химическая промышленность) развивается высокими темпами ввиду большой потребности в его продукции. Поэтому можно считать, что в течение планового периода сохранится дефицитность продукции химического машиностроения. Пусть далее рассматриваются развитие и размещение некоторой отрасли химического производства. Варианты плана развития этой отрасли, связанные с закрытием работающих предприятий, обусловливают уменьшение поставок оборудования другим отраслям сектора. Оценки дефицитности химических продуктов и химического оборудования неизвестны, но, вероятно, достаточно высоки для того, чтобы такие варианты

плана оказались заведомо нецелесообразными. Тогда можно не решать вопрос — сохранять или закрывать существующие предприятия: их следует сохранять, считая «обязательным производством». Значит, можно в данном исследовании отказаться от изучения издержек производства на существующих предприятиях. Понятно, что такое упрощение намного сокращает подготовку информации, необходимой для решения задачи оптимального развития отрасли. Этот прием использован и в условном примере, рассмотренном в начале статьи.

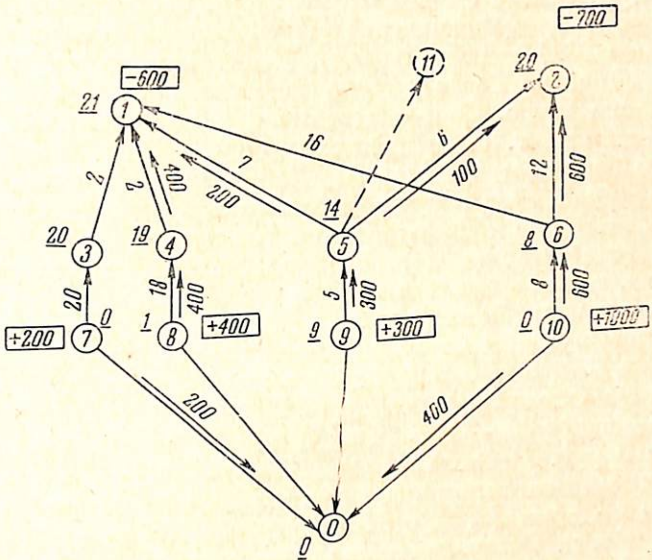

Рис. 6

3. Исходя из принципов оптимального планирования и использования народнохозяйственных оценок, рассмотрим вопрос оценки топливно-энергетических ресурсов, который является предметом многих дискуссий. И здесь остается справедливым общее положение: экономичные, но ограниченные по ресурсам источники топлива или энергии получают удорожающую оценку. Для определения оценок необходимо принять какую-то гипотезу о топливно-энергетическом балансе страны на плановый период или построить приближенный оптимальный баланс.

Построение системы оценок поясним на простейшем условном примере (рис. 6).

Пусть имеются два района потребления (вершины *1* и *2*); потребность района *1* составляет 600 единиц, а района *2*—700 единиц. Для четырех месторождений топлива (вершины *7*—*10*) разведанные запасы составляют соответственно 200, 400, 300 и 1000 единиц; как и ранее, ресурсы и потребности поставлены со знаками «+» и «—» в прямоугольниках рядом с вершинами. Процесс добычи топлива отображен в виде дуг (*7*, *3*), (*8*, *4*), (*9*, *5*) и (*10*, *6*); рядом с этими дугами проставлены затраты на добычу единицы топлива. Например, для месторождения *8* они равны 18 руб. и т. д. Дуги (*3*, *1*) — (*6*, *1*) и (*5*, *2*) — (*6*, *2*) показывают возможные варианты поставок, на них проставлены затраты транспортировки единицы топлива, например 16 руб. на маршруте (*6*, *1*). Стрелки рядом с дугами показывают потоки оптимального плана, причем потоки на дугах (*7*, *3*) — (*10*, *6*) суть объемы добычи, а на дугах (*3*, *1*) — (*6*, *1*) и (*5*, *2*) — (*6*, *2*) — объемы поставок; потоки от вершин *7*—*10* к вершине 0 условно изображают неиспользуемые в оптимальном плане запасы месторождений. Так, на месторождении 10 из общих запасов 1000 единиц добываются 600 и остаются неиспользованными 400 единиц; добываемые 600 единиц поставляются району *2* и т. д. Построенная сетевая задача аналогична рассмотренной в начале данной консультации. Воспользовавшись тем же методом решения сетевых задач, изложенным в упомянутой книге Е. П. Нестерова, нетрудно удостовериться, что план добычи и поставок, приведенный на рис. 6, оптимален для описанных условий.

Теперь построим систему оценок топлива для пунктов потребления и производства. Начнем с самого невыгодного, неполностью используемого месторождения, «замыкающего» всю систему производства и поставок — с вершины *10*. Его ресурсы не дефицитны: имеется 400 единиц неиспользуемых запасов. Тогда оценка дефицитности единицы запасов в вершине *10* равна нулю. Соответственно единица топлива, добытая на этом месторождении, т. е. прошедшая дугу $(10, 6)$, получает оценку 8 руб., равную затратам добычи. При определении оценок топлива в остальных вершинах будем руководствоваться системой потоков, вошедших в оптимальный план. Из вершины *6* топливо вывозится в вершину *2*; поскольку единица топлива, доставленная по этому маршруту, удорожается на 12 руб., оценка топлива в вершине *2* составит $8 + 12 = 20$ руб. Далее, поскольку потребность пункта *2* еще не удовлетворена, топливо из вершины *5* (добытое на месторождении *9*) может быть реализовано в вершине *2*, что и наблюдается в оптимальном плане. Тогда, так как перевозка единицы по маршруту $(5, 2)$ стоит 6 руб., топливо в вершине *5* получает оценку $20 - 6 = 14$ руб., хотя добыча единицы здесь обходится всего в 5 руб. Следовательно, $14 - 5 = 9$ руб., есть удорожание ввиду дефицитности запасов дешевого топлива из месторождения *9*. С помощью потока по дуге $(5, 1)$ определяем оценку в вершине *1*, равную $14 + 7 = 21$, и т. д. Оценки топлива в вершинах системы проставлены рядом с соответствующими кружками и подчеркнуты; оценки у вершин *7*—*10* есть удорожание природных ресурсов ввиду их дефицитности. Они равны нулю для вершин *7* и *10*, где запасы не дефицитны, и не меньше нуля (в рассматриваемой задаче — положительны) для более экономичных месторождений *8* и *9*, полностью используемых в оптимальном плане.

Итак, если изучается вариант строительства некоторого предприятия (вершина *11*), потребляющего топливо на месторождении *9*, то (при нулевых транспортных расходах) оценка топлива для него должна приниматься равной не 5 руб., а 14 руб. В то же время оценка любого топлива в вершине *1* для данного плана равна 21 руб. Пусть, например, вблизи района *1* обнаружено новое месторождение дешевого топлива. Если его запасы не достигают 200 единиц, т. е. не позволяют целиком отказаться от поставки из вершины *5*, оценка 21 руб. для вершины *1* сохранится, и топливо нового месторождения получит такую же оценку. Если же эти запасы позволяют разорвать поток $(5, 1)$, то оценка для вершины *1* меняется: при запасах, меньших 600, она будет равна 20 руб. (стоимость добычи и доставки топлива из замыкающего месторождения *8*, т. е. наименее выгодного месторождения, используемого в последнюю очередь).

Пользуясь такой системой оценок, мы действуем в интересах всей системы, а если она охватывает топливно-энергетические отрасли всего народного хозяйства, то соответственно в интересах народного хозяйства. Если же не учитывать удорожания из-за дефицитности, то возникает искаженное (завышенное) представление о рентабельности предприятий, проектируемых в районах экономичного, но дефицитного топлива.

Могут возразить, что для построения такой системы оценок нужно знать оптимальный топливно-энергетический баланс, а поскольку он точно не известен, возникает возможность субъективизма в оценках, и т. д. Однако достаточен и приближенный план; ведь гораздо лучше приближенно оценивать дефицитность, чем вовсе ее не оценивать. Кроме того, оценки потребляемых продуктов в пунктах потребления обладают известной устойчивостью и меняются медленнее, чем планы, которым они соответствуют.

Таким образом, при возможности неполного использования отдельных месторождений (т. е. в задачах оптимального размещения) единственно правильной с точки зрения оптимального планирования является оценка ресурсов, в принципе аналогичная оценке по методу «замыкающего топлива», хотя нередко гораздо более сложная. Если же общие ресурсы в точности соответствуют общей потребности, то вообще нет необходимости учитывать затраты по добыче топлива на отдельных месторождениях; достаточно лишь так организовать поставки, чтобы минимизировать транспортные расходы.

4) Оптимальное планирование позволяет выбирать тот из вариантов плана, который наиболее экономичен с точки зрения *будущих затрат* ресурсов. Это понятно, ибо прошлые затраты уже сделаны, изменить их невозможно. Поэтому ресурсы средств труда, созданные прошлыми затратами, не должны получать априорную положительную оценку, их оценки возникают в оптимальном плане задачи, а не устанавливаются заранее. Так, если при нахождении оптимального плана имеющиеся основные фонды какой-либо отрасли оказались достаточными для будущей деятельности, то эти фонды не дефицитны и сохраняют нулевую оценку. Если же существующих мощностей недостаточно, то в оптимальный план войдет строительство новых заводов; тогда имеющиеся (дефицитные) основные фонды получат оценку, основанную на уровне затрат для строительства новых заводов.

В настоящей консультации изложены лишь некоторые общие соображения об экономико-математической постановке задачи оптимального развития и размещения отраслей с учетом соответствия общему народнохозяйственному плану, без чего решение отраслевых задач не имеет практического смысла. Читатель может конкретизировать эти соображения применительно к специфике реальных задач.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. И. Алейников. Задача об оптимальном размещении производства одного вида продукции. Экономика и матем. методы, 1966, т. II, вып. 2.

Поступила в редакцию
12 IX 1965