ЭКОНОМИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ 1966 том II, вып. 3

ЗАМЕТКИ И ПИСЬМА

ВЫБОР СТРУКТУРЫ СИСТЕМЫ ТЕЛЕМЕХАНИКИ ДЛЯ КОМПЛЕКСОВ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ОБЪЕКТАМИ

Г. А. КАПЛАН

(Сумгаит)

Структура каналов связи системы телемеханики для технологических комплексов с сосредоточенными объектами (например резервуарных парков для хранения нефти и нефтепродуктов) характеризуется: 1) расположением трасс каналов телемеханики, 2) расположением (и количеством) контролируемых пунктов.

Эти параметры системы телемеханики существенно зависят от расположения технологического оборудования, а также объема информации, получаемой с каждого объекта. Таким образом, синтез системы телемеханики сводится, вообще говоря, к определению координат диспетчерского пункта (ДП) и некоторого числа контролируемых пунктов (КП), а также построению соответствующей кратчайшей связывающей сети на графе, вершины которого являются изображениями указанных объектов.

Приведем принципиальную постановку задачи *.

Надо синтезировать структуру системы телемеханики резервуарного парка, если: *а*) стоимость КП для Σm_i объектов составляет

$$C+\sum c_i m_i,$$

где C — стоимость КП, оснащенного блоками общего назначения, m_i — число объектов i-го вида, подключенных к КП, c_i — стоимость блока для одного объекта i-го вида; *б*) стоимость прокладки 1 *м* трассы внутри обвалования σ_1; *в*) стоимость прокладки 1 *м* трассы канала телемеханики σ_2; *г*) каждый КП обладает N связями (т. е. может быть соединен не более чем с N объектами; поставленная задача имеет смысл и без ограничения *г*).

Специфика математической постановки рассматриваемой задачи построения кратчайшей связывающей сети состоит в том, что каждое ребро искомого подграфа должно конструктивно совмещаться с некоторым участком заданной сетки путей, определенной на плане данного резервуарного парка.

Будем искать условно-оптимальное решение рассматриваемой задачи при следующих допущениях: можно не учитывать стоимость линий связи между ДП и КП; КП могут быть расположены только в n точках, каждая из которых находится вне обвалования на кратчайшем расстоянии от некоторого резервуара или в непосредственной близости от группы задвижек.

Перенумеруем все КП от 1 до n. Обозначим через l_{pq} расстояние между p-м и q-м КП, а через l_p — расстояние от p-го КП до p-го резервуара.

Тогда $l_{pq}\sigma_2$ — стоимость прокладки трассы от p-го до q-го КП; $l_p\sigma_1$ — стоимость прокладки трассы от p-го КП до p-го резервуара. Причем стоимость соединения p-го резервуара с q-м КП

$$c_p^q=\begin{cases} l_p\sigma_1+C \text{ при } p=q,\\ l_{pq}\sigma_2+l_p\sigma_1 \text{ при } p\neq q.\end{cases}$$

Через $x_p{}^q$ обозначим переменную, характеризующую наличие связи между p-м и резервуаром и q-м КП:

$$x_p^q=\begin{cases} 1, \text{ когда связь имеется,}\\ 0, \text{ когда связь отсутствует.}\end{cases}$$

---

* Такая постановка задачи была предложена автору инженерами А. Владимирским и К. Каргановым.

Тогда необходимо минимизировать линейный функционал

$$L(X) = \sum_{p=1}^{n} \sum_{q=1}^{n} c_p{}^q x_p{}^q \tag{1}$$

при следующих ограничениях:

1) каждый резервуар должен иметь связь с одним и только одним КП

$$\sum_{q=1}^{n} x_p{}^q = 1, \qquad p = 1, 2, \ldots, n; \tag{2}$$

2) так как существование связи между p-м резервуаром и q-м КП предполагает наличие КП в пункте q и все переменные неотрицательны, то

$$x_q{}^q \geqslant x_p{}^q \geqslant 0, \qquad p, q = 1, 2, \ldots, n; \tag{3}$$

3) необходимо учитывать ограничение *г*, приведенное в принципиальной постановке

$$\sum_{p=1}^{n} x_p{}^q \leqslant N, \qquad q = 1, 2, \ldots, n. \tag{4}$$

Задачу минимизации (1) при ограничениях (2, 3) назовем задачей А, а задачу с дополнительным ограничением (4) — задачей В.

Рассмотрим конкретный пример. На участке имеются 20 резервуаров. Стоимость КП равна 500 руб.+ $n \cdot 10$ руб., где n — число объектов. Трасса ДП — КП прокладывается кабелем стоимостью 1,7 руб. за 1 *м*. Трасса КП — резервуар прокладывается проводом стоимостью 3,8 руб. за 1 *м*.

При указанных выше данных, задача формируется следующим образом: минимизировать функционал

$$\sum_{p=1}^{20} \sum_{q=1}^{20} c_p{}^q x_p{}^q \tag{1'}$$

(значения коэффициентов $c_p{}^q$ приведены в табл. 1) при следующих ограничениях:

$$\sum_{q=1}^{20} x_p{}^q = 1, \qquad p = 1, 2, \ldots, 20, \tag{2'}$$

$$x_p{}^q \geqslant x_q{}^q, \qquad p, q = 1, 2, \ldots, 20. \tag{3'}$$

Таким образом, получаем задачу А′ — минимизации функционала (1′) при ограничениях (2′) — (3′).

Численное решение поставленной задачи было проведено в ВЦ АН АзербССР. Исходные данные приведены в табл. 1. Результаты решения задачи А′ приведены в табл. 2.

Вначале предполагалось, что задача А будет решаться известными методами [1—3]. Основанием для этого предположения послужила целочисленность всех опорных планов задачи линейного программирования А *.

При рассмотрении указанных задач в ВЦ АН АзербССР были выявлены трудности применения стандартных вычислительных методов, связанные с большим количеством переменных.

После такого исследования был разработан метод, учитывающий специфику числового материала задачи А′ (табл. 2).

Учитывая необходимость создания общих методов решения поставленных задач, мы разработали следующий алгоритм решения задачи А.

Будем рассматривать таблицу и соответствующую матрицу

$$|x_i{}^j|. \tag{5}$$

Тогда всякая группа из k строк ($k = 1, 2, \ldots, n$) этой матрицы определяет некоторый опорный план. Действительно, при задании входящих в план ненулевых

* Следует заметить, что для задачи В утверждение о целочисленности всех опорных планов оказывается неверным.

Таблица 1

№ пп	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	576	152,5	271,5	331	407,5							314	390,5							
2	152,5	576	195	254,5	331	322,5						237,5	314	467			492,5			
3	271,5	195	576	135,5	212	373,5	450					144	195	348	433	509,5	475,5			
4	331	254,5	135,5	576	152,5	314	390,5	492,5		492,5		212	135,5	288,5	373,5	450	416	467	552	
5	407,5	331	212	152,5	576	237,5	314	416		416	501	288,5	212	212	297	373,5	390,5	390,5	475,5	552
6		332,5	373,5	314	237,5	576	152,5	373,5	467	373,5	356,5	450	373,5	220,5	135,5	212	552	501		492,5
7			450	390,5	314	152,5	576	450	390,5	365	280	526,5	450	297	212	135,5			492,5	416
8				568,5	492	449,5	526	652	449,5	212	297		552	399	433	509,5				
9						486	409,5	392,5	595	271,5	186,5				526,5	450				
10				492,5	416	373,5	365	212	271,5	576	161		552	399	433	424,5				
11					501	356,5	280	297	186,5	161	576			484	416	339,5				518
12	314	237,5	144	212	288,5	450	526,5					576	152,5	305,5	390,5	467	433	484		
13	390,5	314	195	135,5	212	373,5	450	552		552		152,5	576	229	314	390,5	356	407,5	492,5	
14		467	348	288,5	212	220,5	297	399		399	484	305,5	229	576	161	237,5	407,5	356,5	441,5	518
15			433	373,5	297	135,5	212	433	526,5	433	416	390,5	314	161	576	152,5	492,5	441,5	509,5	433
16			509,5	450	373,5	212	135,5	509,5	450	424,5	339,5	467	390,5	237,5	152,5	576		518	433	356,5
17		492,5	475,5	416	390,5	552						433	356	407,5	492,5		576	229	314	390,5
18				467	390,5	501						484	407,5	356,5	441,5	518	229	576	161	237,5
19				552	475,5		492,5						492,5	441,5	509,5	433	314	161	576	152,5
20					552	492,5	416				518			518	433	356,5	390,5	237,5	152,5	576

Таблица 2

(1)					(2)					(3)					(4)				
№ пп	3	10	15	18	№ пп	3	10	15	19	№ пп	3	11	15	18	№ пп	3	11	15	19
1	1				1	1				1	1				1	1			
2	1				2	1				2	1				2	1			
3	1				3	1				3	1				3	1			
4	1				4	1				4	1				4	1			
5	1				5	1				5	1				5	1			
6			1		6			1		6			1		6			1	
7			1		7			1		7			1		7			1	
8		1			8		1			8		1			8		1		
9		1			9		1			9		1			9		1		
10		1			10		1			10		1			10		1		
11		1			11		1			11		1			11		1		
12	1				12	1				12	1				12	1			
13	1				13	1				13	1				13	1			
14			1		14			1		14			1		14			1	
15			1		15			1		15			1		15			1	
16			1		16			1		16			1		16			1	
17				1	17				1	17				1	17				1
18				1	18				1	18				1	18				1
19				1	19				1	19				1	19				1
20				1	20				1	20				1	20				1

диагональных компонент $x_{j_l}^{j_l}$ $(l = 1, 2, \ldots, k)$ нетрудно получить решение вида

$$\overline{X}_p^q(j_1, \ldots, j_l) \begin{cases} 1, p = q = j_l; & l = 1, 2, \ldots, k, \\ 1, p \neq j_l, \quad l = 1, 2, \ldots, k; & q = j, \quad j_1, \ldots, j_l; \quad p, \\ 0 \text{ — во всех остальных случаях.} \end{cases}$$

Здесь

$$j(j_1, j_2, \ldots, j_k;\ p) = \min_l \{j_l \mid c_p{}^q = \min_l c_p{}^{j_l}\}.$$

Очевидно,

$$L(\overline{X}(j_1, j_2, \ldots, j_l) = \min L(X(j_1, j_2, \ldots, j_l)), \tag{6}$$

где $X(j_1, j_2, \ldots, j_l)$ — это план, в который входят ненулевые диагональные компоненты $x_{j_l}^{j_l}$ $(l = 1, 2, \ldots, k)$. Рассматриваемую группу строк $(j_1, j_2, \ldots, j_l)$ будем называть определяющей.

Рассмотрим следующие операторы.

1. Проверка эффективности присоединения к данной определяющей группе $\{j_l\}$, $l = 1, 2, \ldots, k$, некоторой строки $j \neq j_l$, $l = 1, 2, \ldots, k$, и в случае необходимости осуществление этого присоединения.

2. Проверка эффективности исключения из данной определяющей группы строк $\{j_l\}$, $l = 1, 2, \ldots, k$, некоторой строки $\hat{j} = j_l$, $l = 1, 2, \ldots, k$, и в случае необходимости осуществление этого исключения.

3. Проверка эффективности замены некоторой строки $\tilde{j} = j_l$, $l = 1, 2, \ldots, k$, определяющей группы некоторой строкой $\bar{j} \neq j_l$, $l = 1, 2, \ldots, k$, и в случае необходимости осуществление этой замены.

Предлагаемый алгоритм состоит в последовательном применении операторов первого, затем второго и, наконец, третьего видов. Процесс заканчивается, если применение всех операторов каждого вида не изменяет определяющую группу.

Таким образом, для работы по предлагаемому алгоритму необходимо:

1) построить матрицу $\|c_i^j\|$;

2) построить начальную определяющую группу $\{x_{j_l}^{j_l}\}$, $l = 1, 2, \ldots, k$, или, другими словами, $\{j_l\}$, $l = 1, 2, \ldots, k$ (в частности, в качестве этой группы может быть выбрана некоторая строка);

3) на каждом шаге провести сравнение величины

$$L = \sum_{l=1}^{k} c_{j_l}^{j_l} + \sum_{i \neq j_l} c_i^{j(j_1, j_2, \ldots, j_k; i)}$$

с величинами

$$\bar{L} = \sum_{l=1}^{k} c_{j_l}^{j_l} + c_{\bar{j}}^{\bar{j}} + \sum_{\substack{i \neq j_l \\ i \neq \bar{j}}} c_i^{j(j_1, j_2, \ldots, j_k, \bar{j}; i)}, \quad \bar{j} \neq j_l, \quad l = 1, 2, \ldots, k,$$

$$\hat{L} = \sum_{l=1}^{k} c_{j_l}^{j_l} - c_{j_r}^{j_r} + \sum_{\substack{i \neq j_l \\ j_l \neq j_r}} c_i^{j(j_1, \ldots, j_{r-1}, j_{r+1}, \ldots, j_k; i)}, \quad r = 1, 2, \ldots, k,$$

и

$$\tilde{\bar{L}} = \sum_{l=1}^{k} c_{j_l}^{j_l} + c_{\bar{j}}^{\bar{j}} - c_{j_r}^{j_r} + \sum_{\substack{i \neq j_l \\ i \neq \bar{j} \\ j_l \neq j_r}} c_i^{j(j_1, \ldots, j_{r-1}, j_{r+1}, \ldots, j_k, \bar{j}; i)} \quad \bar{j} \neq j_l, \quad r = 1, 2, \ldots, k.$$

Можно показать, что предлагаемый алгоритм позволяет получить оптимальный план задачи А.

Применение указанного алгоритма к задаче $А^{I}$, проведенное Р. Т. Мосесовой, показано в табл. 3.

Полученное решение совпадает с одним из решений (1), показанных в табл. 2. Все остальные решения также могут быть получены при помощи рассмотренного алгоритма.

Заметим, что полученный результат позволяет снизить не менее чем на 20% общую стоимость блоков общего назначения КП и каналов связи на данном участке по сравнению с вариантом, предложенным проектировщиками.

После определения точек расположения КП и соответствующего разбиения объектов на группы, присоединенные к каждому КП, нетрудно построить сеть, увязывающую указанные точки с точкой расположения ЦДП. Алгоритмы построения таких сетей, оптимальных относительно стоимости или надежности, достаточно изучены [4—6].

Полученная структура может служить вспомогательным материалом для инженера-проектировщика.

З а м е ч а н и е. В принципе полная стоимость системы, полученная в результате применения рассмотренной методики, может быть уменьшена за счет передвижения точек расположения КП вдоль дуг исходного графа, что в свою очередь дает возможность уменьшения стоимости системы путем решения задачи, аналогичной исходной, но с расширенным множеством точек возможного расположения КП (т. е. множеством, полученным объединением основного множества точек возможного расположения КП и множества точек, полученного в результате передвижения вдоль дуг исходного графа).

Таблица 3

№ пп	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Примечания
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	Основная
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	Добавляется к 1-й, 1-я исключается
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	Добавляется к 2-й, 2-я исключается
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	Добавляется к 3-й, 3-я исключается
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	Добавляется к 4-й, 4-я исключается
6	5	6	5	5	5	6	6	6	6	6	6	5	5	5	6	6	5	5	5	6	Добавляется к 5-й
7	5	5	5	5	5	7	7	5	7	7	7	5	5	5	7	7	5	5	5	7	Добавляется к 6, 5-й, 6-я исключается
8	5	5	5	5	5	7	7	5	7	7	7	5	5	5	7	7	5	5	5	7	Добавляется к 5, 7-й, 8-я исключается
9	5	5	5	5	5	7	7	5	7	7	7	5	5	5	7	7	5	5	5	7	Добавляется к 5, 7-й, 9-я исключается
10	5	5	5	5	5	7	7	10	10	10	10	5	5	5	7	7	5	5	5	7	10-я добавляется к 5, 7-й
11	5	5	5	5	5	7	7	10	10	10	10	5	5	5	7	7	5	5	5	7	Добавляется к 5, 7, 10-й, 11-я исключается
12	12	12	12	5	5	7	7	10	10	10	10	12	12	5	7	7	5	5	5	7	Добавляется к 5, 7, 10-й
13	12	12	12	5	5	7	7	10	10	10	10	12	12	5	7	7	5	5	5	7	Добавляется к 5, 7, 10-й, 12, 13-я исключаются
14	12	12	12	5	5	7	7	10	10	10	10	12	12	5	7	7	5	5	5	7	Добавляется к 5, 7, 10, 12-й, 14-я исключается

Таблица 3 (продолжение)

№ пп	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Примечания
15	12	12	12	5	5	7	7	10	10	10	10	12	12	5	7	7	5	5	5	7	Добавляется к 5, 7, 10, 12-й, 15-ая исключается
16	12	12	12	5	5	7	7	10	10	10	10	12	12	5	7	7	5	5	5	7	Добавляется к 5, 7, 10, 12-й, 16-ая исключается
17	12	12	12	5	5	7	7	10	10	10	10	12	12	5	7	7	17	17	17	17	Добавляется к 5, 7, 10, 12-й
18	12	12	12	12	12	7	7	10	10	10	10	12	12	7	7	7	18	18	18	18	Добавляется к 5, 7, 10, 12-й, 17-я исключается
19	12	12	12	12	12	7	7	10	10	10	10	12	12	7	7	7	18	18	18	18	Добавляется к 5, 7, 10, 12, 18-й, 19-я исключается
20	12	12	12	12	12	7	7	10	10	10	10	12	12	7	7	7	18	18	18	18	Добавляется к 5, 7, 10, 12, 18-й, 20-я исключается
21	12	12	12	12	12	15	15	10	10	10	10	12	12	15	15	15	18	18	18	18	7-я строка заменяется 15-й
22	4	4	4	4	4	15	15	10	10	10	10	4	4	15	15	15	18	18	18	18	12-я строка заменяется 4-й
23	3	3	3	3	3	15	15	10	10	10	10	3	3	15	15	15	18	18	18	18	4-я строка заменяется 3-й

Примечания. 1. Число в каждой клетке означает номер строки.
2. В таблице приведены только результативные итерации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Б. Юдин, Е. Г. Гольштейн. Задачи и методы линейного программирования. М., «Сов. Радио», 1961.
2. Д. Б. Юдин, Е. Г. Гольштейн. Линейное программирование. М., Физматгиз, 1963.
3. С. Гасс. Линейное программирование. М., Физматгиз, 1961.
4. Линейные неравенства и смежные вопросы. Сб. статей. Под ред. Г. У. Куна и А. В. Таккера. М., Изд-во иностр. лит., 1959.
5. К. Берж. Теория графов и ее применение. М., Изд-во иностр. лит., 1962.
6. Р. К. Прим. Кратчайшие связывающие сети и некоторые обобщения. Кибернетический сб., 1961, № 2.

Поступила в редакцию
12 IV 1965

ОПТИМАЛЬНОЕ ЗАКРЕПЛЕНИЕ УГОЛЬНЫХ ШАХТ ЗА ОБОГАТИТЕЛЬНЫМИ ФАБРИКАМИ

Г. П. КУЛИШ, Л. Ф. ЛУЧИНА, В. И. ХИЖНЯК

(Донецк)

Значительная часть углей, добываемых на шахтах Донбасса,— сырье для получения кокса. Выжиг кокса обычно производится из смеси углей нескольких марок. Для обеспечения необходимого качества кокса эта смесь должна обладать определенными качественными характеристиками: содержанием золы и серы, выходом летучих веществ и толщиной пластического слоя. Поскольку ресурсы природно-чистых углей с малой зольностью и небольшим содержанием серы ограничены, приходится в основном использовать для коксования угли с повышенной зольностью. В связи с этим возникает необходимость предварительного механического обогащения высокозольных углей на обогатительных фабриках, к числу которых относятся и обогатительные центры коксохимзаводов. Обычно в состав шихты, из которой получают кокс, вводятся угли следующих марок: жирные, газовые, коксовые, отощенно-спекающиеся и иногда тощие. Эти угли не взаимозаменяемы, обладают различными свойствами, и даже угли одной и той же марки, но добываемые на разных шахтах, значительно отличаются друг от друга по содержанию золы, серы, летучих веществ и пластометрическими данными. Все шахты, поставляющие уголь на коксование, разбиваются на группы по маркам добываемых ими углей. На индивидуальные, групповые и центральные обогатительные фабрики поступают в основном угли одной марки, иногда двух, тогда как на углеобогатительные цехи коксохимзаводов поступает смесь углей нескольких марок.

Задача оптимального распределения коксующихся углей, добываемых на шахтах Донбасса, между обогатительными фабриками и углеобогатительными цехами коксохимзаводов состоит в следующем: необходимо осуществить загрузку всех фабрик требующимся по плану количеством угля определенного марочного состава и, поскольку выход летучих веществ и толщина пластического слоя определяются марочным составом угля, необходимо обеспечить запланированные качественные показатели по содержанию золы и серы в смеси углей, поступающих на каждую обогатительную фабрику. Так как на затраты по транспортировке угля от шахт к обогатительным фабрикам приходится значительная доля всех расходов по обогащению, цель работы состоит в выборе такого варианта завоза углей, при котором транспортные расходы оказались бы наименьшими.

Прежде чем записать математическую постановку этой задачи, введем обозначения: i — номер шахты; j — номер обогатительной фабрики; k — номер марки угля; i_k — номер 1-й шахты из группы шахт, поставляющих уголь k-й марки; P_{ik} — количество угля k-й марки, выдаваемое i-й шахтой на коксование; Q_{jk} — потребность j-й фабрики в угле k-й марки; a_{ik} — зольность угля i-й шахты; s_{ik} — содержание серы в угле i-й шахты; A_j — плановая зольность смеси углей по j-й фабрике; S_j — плановое содержание серы в смеси углей по j-й фабрике; c_{ij} — расстояние по железной дороге от i-й шахты до j-й фабрики; x_{ijk} — величина поставки угля k-й марки с i-й шахты на j-ю фабрику.

С учетом введенных обозначений задача в общем виде записывается так: минимизировать функцию

$$L = \sum_{k=1}^{l} \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} c_{ij} x_{ijk} \tag{1}$$