

с теми, кто считает, что она, в принципе, не измерима. Мы полагаем, что нужно сформулировать гипотезы и подвергнуть их эмпирической проверке. Фриш уже сделал такую попытку 35 лет тому назад [13], после чего появились более зрелые работы Йохансена [14], Тейла и Бартена [15] и др. Но эти авторы ограничивались тем, что вводили в функции полезности переменные потребления, поэтому в настоящее время необходимо включить в функции полезности переменные, характеризующие производственные усилия. Необходимо, кроме того, отказаться от предположения, что функция полезности для всех едина. Вместо этого лучше предполагать, что для всех людей характерна одна и та же функция полезности, параметры которой могут быть различными. Таким образом, можно перечислить потребности, которые характеризуют различие поведения различных людей, и попытаться их качественно определить. Потребности большой семьи в сравнении с малой уже были предметом количественных оценок. Кроме того, предметом количественных оценок были некоторые потребности, связанные, в частности, с выбором профессий и рода занятий. Например, многие законы о налогах учитывают необходимость в больших пищевых рационах для людей, занятых на тяжелых работах, а также затраты на обучение и книги для людей умственного труда. Многие экономисты полагают, что оценки таких потребностей произвольны. Мы считаем, что эти оценки можно представлять на рассмотрение специалистов, обладающих особой способностью сравнивать уровень удовлетворения различных людей. Мы не видим препятствий для того, чтобы их оценки были учтены в нашей концепции функции полезности. Что касается того, как учесть в этой функции компоненту, относящуюся к производственным усилиям, то об этом мы говорили в предыдущих работах. Как возможную гипотезу можно предложить следующую функцию полезности:

$$\omega = \log \frac{x - x_u}{n} - \frac{1}{2} \sum_h \omega_h (s_h - t_h)^2, \quad (9)$$

где ω — полезность, x — потребление, x_u — минимальный уровень потребления, учитывающий состояние здоровья человека и его профессиональные потребности, n — количество потребительских единиц в семье, s_h — баллы, требуемые по № h в статье оценки работ, t_h — оценка, фактически полученная человеком в психотехническом испытании, ω_h — вес оценки № h .

Логарифмическая форма первого члена формулы базируется на законе Фехнера*; квадратическая форма других членов формулы является, на наш взгляд, первым приближением к соотношению, достигающему максимума при $s_h = t_h$. Первое приближение представляет удовлетворительным, ибо, как правило, разница между s_h и t_h не слишком большая [16].

В принципе, величины ω_h могут быть получены на основе изучения реакции человека на изменения заработной платы, проявляющейся в смене места работы.

Другим предметом эмпирических исследований является отыскание таких производственных функций, в которых распределение частот различных качеств труда учитывается в форме независимой переменной. В качестве одного из практических подходов можно использовать параметры некоторого простого распределения частот нормального или логарифмического.

* Логарифмическая форма насыщения потребностей в связи с психофизиологическим законом Вебера — Фехнера была рассмотрена С. Г. Струмилиным в его статье «К проблеме оптимальных пропорций» (см. сборник «Планирование и экономико-математические методы». М., «Наука», 1964) (Ред.).

рифмически нормального, при помощи которого можно было бы учитывать распределение частот так называемой оценки работ, которая в форме независимой переменной служит для расчета объема производства наряду с такими переменными известными в настоящее время производственных функций, какими являются количества используемого труда и капитала.

Последним объектом эмпирических исследований должна явиться «функция образования», показывающая, какой уровень образования необходим для повышения квалификации труда при данных природных способностях до определенного уровня.

Многие из этих исследований требуют больших усилий, но их результаты позволят достичь более высокого понимания оптимальной организации общества.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. В. Канторович. Математические методы организации и планирования производства. В сб. Применение математики в экономических исследованиях. М., Соцэкгиз, 1959.
2. J. Tinbergen. The Significance of Welfare Economics for Socialism. In: On Political Economy and Econometrics, Essays in Honour of Oskar Lange. Warszawa, 1964.
3. J. de V. Graaff. Theoretical Welfare Economics. Cambridge, 1957.
4. J. Tinbergen. The Theory of the Optimum Regime. In: Selected Papers, Amsterdam, 1959.
5. J. Tinbergen. Should the Income Tax be among the Means of Economic Policy? In: Til Frederik Zeuthen, Copenhagen, 1958.
6. Jan Drewnowski. Social and Economic Factors in Development, United Nations Research Institute for Social Development, Report, 1966, N 3 (Geneva).
7. O. Lange. On the Economic Theory of Socialism. Minnesota, 1938.
8. T. C. Koopmans. Three Essays on the State of Economic Science. New York, 1957.
9. E. S. Phelps. Second Essay on the Golden Rule of Accumulation. American Economic Review L. V., 1965, p. 793.
10. M. Inagaki. Optimal Growth under Technological Progress. Netherlands Economic Institute Division of Balanced International Growth, 1966, N 38 (Rotterdam).
11. Th. Schultz. The Economic Value of Education. New York, 1963.
12. O.E.C.D. Econometric Models of Education. Paris, 1965.
13. R. Frisch. New Methods of Measuring Marginal Utility, Tubingen, 1932.
14. L. Johansen. A Multi-Sectoral Study of Economic Growth. Amsterdam, 1960.
15. A. P. Barten, H. Theil. Simultaneous Estimation of a Complete System of Demand Equations. Report 6405 of the Econometric Institute. Netherlands School of Economics. Rotterdam, 1964.

Поступила в редакцию
3 XI 1966

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА БАЛАНСА К СТАТИСТИКЕ НАСЕЛЕНИЯ КАК СРЕДСТВО ПЛАНИРОВАНИЯ НАРОДНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Р. СТОУН

(Англия)

Все мы хорошо знакомы с идеей бухгалтерского учета: она состоит в том, что разного рода деловые операции выражаются в денежных таблицах и фиксируются в виде системы согласованных записей, построенных так, что сумма их входов равна сумме их выходов. Известно, что в замкнутой системе, состоящей из n учетных записей, эти записи не независимы, а увязаны между собой с помощью $n - 1$ взаимно независимых балансовых равенств; если присвоить особые символы итоговым графам записей, то, соответственно, появятся и новые равенства. Таким образом, мышление в

категориях баланса не дает нам упускать из виду связи между понятиями — те самые связи, которые должны быть тщательнейшим образом учтены при количественных исследованиях объектов, соответствующих этим понятиям. Создавая модели в категориях баланса, мы можем быть уверены, что эти связи найдут свое отражение. Метод экономического баланса по схеме затраты-выпуск служат наглядным примером такого моделирования.

Нет, однако, оснований считать, что область применения идеи баланса ограничивается понятиями, которые можно выразить в деньгах; тот же самый принцип можно применить и к любым другим понятиям, лишь бы их можно было измерить в однородных единицах. В настоящей работе эти идеи приложены к области статистики населения, где такой однородной единицей, очевидно, служит отдельная человеческая личность, и к области планирования народного образования, где единицей служит отдельный учащийся. Цель работы — упорядочить огромную массу разнородных сведений о людских ресурсах. Для целенаправленного планирования системы народного образования прежде всего нужна систематическая, содержательная демографическая информация, которая позволила бы проследивать движение потоков между группами населения с различными признаками и различными видами деятельности, давала бы ясное представление о структуре населения на любой данный период времени. Наконец, эта информация позволила бы делать предсказания ожидаемых изменений этой структуры под влиянием решений, принимаемых отдельными людьми, или же планировать эти изменения для достижения тех или иных общественно-экономических целей.

Ранее [1] мною была построена модель системы народного образования, объединившая во входной информации сведения демографического характера, а именно распределение потоков учащихся по различным специальностям, и сведения экономического характера — затраты на преподавателей, учебные помещения и оборудование, необходимые для осуществления учебного процесса по каждой из специальностей. Однако в этой работе отсутствовало достаточно ясное представление о принципиальном сходстве обоих видов входной информации с точки зрения метода баланса и, наоборот, подчеркивалось как раз их различие. В настоящей работе я постараюсь исправить это упущение.

Начну с описания модели экономического баланса, которая, при условии заданных входных коэффициентов, позволяет учитывать временные лаги (запаздывания) в процессе производства. Затем та же самая формальная модель будет применена для исследования демографических потоков, причем будет показано, что в этом случае адекватное описание получится, если задать не входные, а выходные коэффициенты, которые мыслятся как вероятности перехода. Наконец, укажу, какие показатели должна включать матрица демографического баланса, составляемая применительно к задачам планирования народного образования.

МОДЕЛЬ ЭКОНОМИЧЕСКОГО БАЛАНСА

В модели экономического баланса вся система производства разбивается на ряд отраслей промышленности. Каждая отрасль определяется по тому виду продукции или группе видов продукции, которые она производит. В пределах некоторого периода времени эта продукция может иметь два главных назначения: либо она сразу же будет поглощена производящей системой в качестве промежуточного входного ресурса, потребляемого на производство какого-либо другого вида продукции, либо она будет выпущена системой в качестве готового конечного продукта. Конечный про-

дукт, в свою очередь, может иметь тройное назначение: большая часть его пойдет на удовлетворение потребительского спроса; некоторая часть пойдет на возмещение и увеличение основных фондов оборудования; наконец, небольшая часть вообще не выйдет за пределы системы, а образует запас продукции и полуфабрикатов, которые в дальнейшем вновь будут направлены в производство. Основная функция отраслей промышленности состоит в производстве товаров и услуг в качестве конечного продукта. Для того, чтобы исполнять эту функцию, каждая отрасль промышленности нуждается не только в сырье, топливе и производственном обслуживании, но и в денежных и трудовых ресурсах. Эти исходные ресурсы поступают в сферу производства извне.

Такова, вкратце, схема экономики с точки зрения модели межотраслевого баланса. Задача анализа с помощью метода межотраслевого баланса состоит в изучении взаимосвязей между отдельными отраслями промышленности и их отношений с другими секторами народного хозяйства. Естественно, что для исчерпывающего описания той или иной конкретной экономической системы необходимо включить в модель данные о внешней торговле. Однако в настоящем изложении эти сведения не рассматриваются, поскольку их включение привело бы к усложнению модели, бесполезному с точки зрения темы исследования. Рассмотрим лишь замкнутую экономическую систему.

Прежде чем приступить к построению схемы экономического баланса, скажем несколько слов о моделируемых явлениях. На входе и на выходе системы в данный отрезок времени находятся потоки ресурсов, движущиеся между отдельными отраслями производства и между этими отраслями и остальными секторами экономики, которые в их совокупности назовем непроизводственной сферой. Показатели потоков ресурсов и соответствующие итоговые величины легко объединить в таблице или матрице, записав в строках выходные данные, а в столбцах — входные. Показатели таблицы могут иметь денежное выражение, и тогда каждая ячейка может рассматриваться как сбалансированная учетная запись: выручка от продажи выходных ресурсов равна стоимости входных (табл. 1).

Таблица 1

Простейшая схема матрицы экономического баланса

	Производственная сфера	Непроизводственная сфера	Всего
Производственная сфера	W	f	q
Непроизводственная сфера	y'	O	$y'i$
Всего	q'	$i'f$	

Клетка, озаглавленная в данной таблице «Производственная сфера», в действительности разбита на столько строк и столбцов, сколько отраслей промышленности мы различаем. Буквой W обозначена подматрица промежуточных потоков ресурсов между отдельными отраслями: в клетке этой подматрицы, находящейся на пересечении строки j со столбцом k , записывается количество продукции отрасли j , потребленной отраслью k за период, характеризуемый данной матрицей. Продолжим объяснение, двигаясь вдоль верхней строки: f обозначает вектор-столбец конечной продук-

пии; f -й элемент f — это выпуск продукции отрасли j ; q обозначает вектор-столбец итоговых выпусков: j -й элемент q показывает общий выпуск отрасли j . Сложив все элементы какой-либо строки подматрицы W и прибавив к ним соответствующий элемент f , получим соответствующий элемент q .

Обратимся теперь к первому столбцу таблицы. В нем записываются значения стоимости выпусков. Часть этих значений отражает стоимость промежуточных входных ресурсов (элементы W), остальные — значения стоимости первичных входных ресурсов, обозначаемых элементами вектора-строки y' . Складывая по столбцам элементы W и y' , получим элементы q' , которые есть не что иное как вектор-строка, состоящий из тех же элементов, что и q .

Статическая, открытая модель замкнутой экономики основана на следующих двух предпосылках. Первая из этих предпосылок представляет собой арифметическое тождество, гласящее, что общий выпуск продукции за данный период потребляется либо как промежуточный, либо как конечный продукт:

$$q \equiv Wi + f, \quad (1)$$

где i — вектор отдельной отрасли, так что Wi обозначает сумму W по строкам. Вторая предпосылка представляет собой предположение, касающееся технологии производства. Принимается, что входные значения промежуточного продукта связаны неизменными отношениями с выпусками продукции, в производстве которой они участвуют:

$$W = A\hat{q}, \quad (2)$$

где знак над $\hat{q}$ показывает, что вектор q развернут в диагональную матрицу, а A означает матрицу балансовых коэффициентов, в которой на пересечении строки j со столбцом k записывается количество входного ресурса j , необходимого для производства одной единицы продукта k .

Простейшую модель экономического баланса можно получить, подставив в (1) значение W из (2):

$$\begin{aligned} q &= A\hat{q}i + f \\ &= Aq + f \\ &= (I - A)^{-1}f, \end{aligned} \quad (3)$$

где I обозначает единичную матрицу, а $(I - A)^{-1}$ обычно называют матричным множителем, поскольку эта величина является матричным аналогом скалярного множителя, играющего важную роль в Кейнсовской теории динамики дохода. Поскольку всякая отрасль нуждается не только в промежуточных, но и в первичных входных ресурсах, суммы A по столбцам меньше единицы, и A представляет собой сходящуюся матрицу: A приближается к пустой матрице по мере возрастания θ , так что число элементов $(I - A)^{-1} \equiv (I + A + A^2 + A^3 + \dots)$ — конечно. Из этого тождества явствует, что выпуски, необходимые для удовлетворения конечного спроса f , распадутся на три части: If — производство самого f ; Af — входные ресурсы, непосредственно необходимые для производства f ; $(A^2 + A^3 + \dots)f \equiv A^2(I - A)^{-1}f$ — входные ресурсы, косвенно необходимые для производства f .

Модель (3) называется «открытой», так как она не сама порождает все участвующие в ней переменные: в ее решении участвует f — переменная, значение которой берется извне. Назначение этой модели — рассчитывать величину общего выпуска q , необходимого для удовлетворения заданного уровня спроса на конечный продукт f , и соответственно предсказывать, как повлияют на q возможные изменения f .

Однако это чересчур упрощенная модель. В частности, она предполагает, что все промежуточные ресурсы, потребляемые в данном году, произведены в этом же году, в то время как мы знаем, что часть конечного продукта за некоторый период обязательно откладывается и используется в качестве промежуточных ресурсов в последующий период. Иными словами, в действительности f включает прирост текущих запасов. Отсюда следует, что часть W за данный год представляет собой какую-то часть f за предыдущий год, т. е. часть промежуточных ресурсов, потребляемых в течение текущего года, произведена в прошлом году. Для того чтобы эти временные сдвиги нашли отражение в модели, прирост текущих запасов следует рассматривать как отдельный показатель, сохранив в составе конечного продукта только потребительский спрос и увеличение и возмещение основных фондов.

С этой поправкой рассмотрим систему производства, в которой весь промежуточный продукт, потребляемый в данном году, произведен в предыдущем году, а произведенный в данном году — будет потреблен в будущем, так что любое ожидаемое изменение спроса на конечный продукт должно быть заранее предусмотрено и учтено. Модель такой системы представлена в табл. 2.

Таблица 2

Система экономического баланса с простым запаздыванием

	Производство			Непроизводственная сфера	Всего
	истекший год	текущий год	будущий год		
Производство: истекший год		W			
текущий год			ΔW	e	q
будущий год					
Непроизводственная сфера		y'			
Всего		q'			

В этой таблице производство разделено на три периода: истекший, текущий и будущий годы, но таблица заполнена только для одного года. В ней показано, что промежуточный продукт W , потребленный за текущий год, был произведен в истекшем году, а промежуточный продукт ΔW , произведенный в текущем году, сохраняется до будущего года. Знаком Δ обозначен оператор запаздывания (его иногда обозначают буквой E); действие этого оператора заключается в том, что он сдвигает на одну единицу времени ту величину, к которой он применен.

В условиях расширяющейся экономики разность значений ΔW и W соответствует превышению производства над потреблением, т. е. показывает рост запасов. Соответственно e обозначает конечный продукт, который в этом случае надо определить так, чтобы исключить образование запасов.

Модель системы после модификации складывается из двух выражений:

$$q = \Delta W + e, \quad (4)$$

что соответствует (1), и

$$\Delta W = \Delta \hat{q}, \quad (5)$$

что соответствует (2). После подстановки получаем

$$\begin{aligned}
 q &= A\Lambda\hat{q}i + e \\
 &= A\Lambda q + e \\
 &= (1 - A\Lambda)^{-1}e \\
 &= \sum_{\theta=0}^{\infty} A^{\theta}\Lambda^{\theta}e.
 \end{aligned} \tag{6}$$

В третьей строчке (6) решение выражено динамическим матричным множителем, т. е. множителем, объединяющим оператор запаздывания Λ с параметром A ; такое преобразование весьма удобно для формального выражения более сложных случаев (см. [2, стр. 80]). Это видно хотя бы из четвертой строки выкладки (6), где Λ^{θ} сдвигает переменную, к которой он применен, на θ единиц времени вперед, так что $\Lambda^{\theta}e$ представляет собой значение e через θ лет. Таким образом, выпуск текущего года q выражается теперь не через конечный спрос за текущий год, а в виде взвешенной суммы текущего и будущего спроса, причем весовые коэффициенты убывают во времени до нуля. Этот результат легко получить, подставляя последовательные значения Λ^{θ} во вторую строчку (6) и заменяя эти значения в предыдущем выражении.

Вторую строчку (6) можно также переписать в следующем виде:

$$q = Aq + A\Delta q + e, \tag{7}$$

где $\Delta \equiv \Lambda - 1$. Здесь производственная система имеет вид, из которого непосредственно явствует, что она: 1) восполняет запасы промежуточных ресурсов Aq для использования в следующем году; эти ресурсы были произведены в прошлом году и использованы в производстве текущего года; 2) увеличивает запасы на дополнительную величину $A\Delta q$, необходимую для обеспечения прироста выпуска в будущем году относительно текущего; 3) удовлетворяет спрос на конечный продукт, идущий на потребление, возмещение и увеличение основных фондов оборудования — e . Положив значение $f = A\Delta q + e$, получим совпадение (7) с (3).

Приблизимся теперь к реальности еще на один шаг, для чего рассмотрим систему, которая использует в текущем году промежуточные ресурсы, частично перешедшие с предыдущего года, а частично произведенные в нынешнем; иначе говоря, рассмотрим систему, производящую промежуточные ресурсы отчасти для текущего, отчасти для будущего года. Принимается, что доли потребляемого в том же году и оставляемого на следующий год жестко фиксированы. Эта система представлена в табл. 3.

Таблица 3

Система экономического баланса с частичным запаздыванием

	Производство			Непроизводственная сфера	Всего
	истекший год	текущий год	будущий год		
Производство:					
истекший год		W^{**}			
текущий год		W^{*}	ΔW^{**}	e	q
будущий год					
Непроизводственная сфера		y'			
Всего		q'			

Здесь промежуточные ресурсы, потребляемые в текущем году, разделены на две части: W^{**} — ресурсы, произведенные в истекшем году, и W^* — ресурсы, произведенные в этом году. Точно так же промежуточные ресурсы, произведенные в текущем году, частично потребляются в этом же году (W^*) и частично сохраняются в виде запасов для будущего года (ΛW^{**}). В остальном табл. 3 совпадает с табл. 2.

Модель системы складывается из трех выражений. Во-первых, она включает арифметическое тождество

$$q \equiv W^* i + \Lambda W^{**} i + e, \quad (8)$$

а во-вторых и в-третьих — технологические допущения

$$W^* = A^* \hat{q} \quad (9)$$

и

$$W^{**} = A^{**} \hat{q}, \quad (10)$$

где $A^* + A^{**} = A$. Отсюда получаем

$$\begin{aligned} q &= A^* q + A^{**} \Lambda q + e \\ &= (I - A^*)^{-1} (A^{**} \Lambda q + e) \\ &= (I - A^*)^{-1} A^{**} \Lambda q + (I - A^*)^{-1} e \\ &= \{(I - [(I - A^*)^{-1} A^{**} \Lambda])\}^{-1} (I - A^*)^{-1} e \\ &= (I - A^*)^{-1} \sum_{\theta=0}^{\infty} [A^{**} (I - A^*)^{-1}]^{\theta} \Lambda^{\theta} e, \end{aligned} \quad (11)$$

что соответствует (6).

По аналогии с (7), первая строчка (11) может быть переписана следующим образом:

$$\begin{aligned} q &= A^* q + (A^{**} q + A^{**} \Lambda q) + e \\ &= (A^* + A^{**}) q + A^{**} \Lambda q + e \\ &= A q + A^{**} \Lambda q + e, \end{aligned} \quad (12)$$

что совпадает с (7) с той разницей, что матрица текущих коэффициентов A и матрица коэффициентов образования запасов A^{**} различаются между собой.

Как и (7), выражение (12) предполагает, что существует возможность полного предвидения: количество промежуточных ресурсов, произведенных, но не потребляемых в данном году, должно точно равняться потребностям будущего года за вычетом части ресурсов, которая будет произведена в будущем году. Цель этой модели — служить иллюстрацией некоторой динамической системы, и она отнюдь не означает, будто реальная экономика находится в состоянии постоянного равновесия.

Существует немало возможных способов усовершенствования описанной упрощенной модели. Например, аналогично тому, как было учтено образование запасов, можно было бы включить в модель в качестве отдельного показателя основные фонды, оставив потребление единственным показателем, задаваемым извне. Однако подобное усовершенствование было бы бесполезно с точки зрения цели, поставленной в настоящей работе и состоящей в том, чтобы показать, что тот же самый аппарат анализа можно использовать для описания и моделирования демографических потоков.

МОДЕЛЬ ДЕМОГРАФИЧЕСКОГО БАЛАНСА

Прежде чем применить метод баланса для исследования демографических потоков, необходимо определить исходные категории в терминах социологической, а не экономической системы. Так, единицей исчисления будет уже не фунт стерлингов, а человеческий индивидуум; а основные классы, объединяющие эти единицы, будут уже не отраслями промышленности или видами продукции, а возрастными группами, и, внутри возрастных групп, видами деятельности или специальностями. Обо всех этих категориях будет подробнее рассказано в следующем разделе, а пока уясним себе смысл динамических уравнений системы и их решений.

Очевидно, что табл. 2 дает основную схему балансовой модели в наиболее простой динамической форме; задача сводится к тому, чтобы дать новую интерпретацию используемым символам. Если принять, что совокупный выпуск q обозначает общую численность населения страны за некоторый период, промежуточный продукт W — долю населения, которая составит дожитие к началу следующего периода, выпуск конечного продукта e — естественное выбывание и эмиграцию, а первичные входные ресурсы y — рождаемость и иммиграцию, то табл. 2 можно будет переписать так, что она примет вид табл. 4.

Таблица 4

Матрица демографического баланса

	Наша страна			Прочие страны	Всего
	истекший год	текущий год	будущий год		
Наша страна:					
истекший год		$\Lambda^{-1} S$			
текущий год			S	d	p
будущий год					
Прочие страны		b'			
Всего		p'			

В этой таблице источником p' , вектора населения, является отчасти число дожития с предыдущего года (элементы $\Lambda^{-1}S$) и отчасти число родившихся и иммигрировавших в текущем году (элементы b'). Соответствующим образом, p распределяется между числом лиц с дожитием в будущем году (элементы S) и числом смертей и эмиграций в текущем году (элементы d). Суммируя элементы матрицы S по строкам, получаем вектор живущего населения на конец текущего года, т. е. $Si \equiv p - d$.

Чтобы построить с помощью табл. 4 демографическую модель, аналогичную экономической модели, которую построили с помощью табл. 2, придется поменять местами входные и выходные данные. При построении экономической модели мы исходили из того, что структура выпусков изменяется в соответствии с изменениями спроса, в то время как структура распределения входных ресурсов между отдельными отраслями промышленности остается неизменной. При построении демографической модели представляется более правильным исходить из противоположного предположения, а именно, что структура входных данных может изменяться в зависимости от изменений числа рождений и иммиграций, в то время как структура выходных данных или вероятностей перехода фиксирована для отдельных возрастных групп и видов деятельности. Например, если из 1000 выпускников вуза в возрасте 21 года 500 будут продолжать

образование, 300 начнут работать в промышленности, 100 станут педагогами, 50 попадут в сферу обслуживания и, наконец, 50 эмигрируют или умрут, то мы будем вправе предположить, что если бы исходное число выпускников в возрасте 21 года было 1200, то дальше стали бы учиться 600, в промышленность пошли бы 360, учителями стали бы 120, в сферу обслуживания попали бы 60 и столько же умерли бы или эмигрировали.

Это предположение означает, что вместо того, чтобы фиксировать коэффициенты по столбцам, как это было сделано при построении экономической модели, мы должны будем фиксировать их по строкам. Точно так же, поскольку определяющей переменной будет теперь не вектор конечного спроса, а вектор первичных входных данных, компоненты модели нужно образовывать не по строке текущего года, как раньше, а по столбцу: не занимаясь больше S и d , сосредоточим внимание на $\Lambda^{-1}S$, b' и p' . Однако, оперируя с этими переменными, увидим, что удобнее будет поменять их местами, т. е. превратить b' и p' в векторы-столбцы, так что их обозначениями станут b и p , и повернуть строки и столбцы S таким образом, что S превратится в S' . После этого, по аналогии с (4) и (5), сможем записать

$$p = \Lambda^{-1}S'i + b \quad (13)$$

и

$$\Lambda^{-1}S' = C\Lambda^{-1}\hat{p} \quad (14)$$

где $\Lambda^{-1}S'i$ обозначает суммы $\Lambda^{-1}S$ по столбцам, записанные в виде вектора-столбца, а C обозначает матрицу вероятностей перехода (или выходных коэффициентов). Подставив значение $\Lambda^{-1}S'$ из (14) в (13), получаем

$$p = C\Lambda^{-1}p + b, \quad (15)$$

что соответствует второй строчке выкладки (6). Однако в то время как в (6) матрица коэффициентов применяется к будущему, в (15) она применяется к прошлому: промежуточный компонент q определяется потребностями будущего года, а промежуточный компонент p — результатами прошлого.

Любопытно, что и Гош рассматривал статическую модель межотраслевого баланса, основанную на коэффициентах строк, а не столбцов; он называет ее моделью распределения ресурсов [3]. Идея сводится в общих чертах к тому, что использование ресурсов практически ограничено отчасти входными, а отчасти выходными коэффициентами или коэффициентами размещения. Он не применял подобную модель для описания процесса промышленного производства; однако эта модель, если придать ей динамическую форму, представляется естественной для описания демографических явлений.

С помощью (15) можно рассчитать вероятную структуру p на период через τ лет. Применив оператор Λ к (15) и последовательно подставляя значение p из (15) в новое выражение $\tau - 1$ раз, получим, применив Λ к последнему полученному уравнению,

$$\Lambda^\tau p = \sum_{\theta=0}^{\tau-1} C^\theta \Lambda^\tau - {}^\theta b + C^\tau p, \quad (16)$$

что соответствует последней строчке (6). Уравнение (16) выражает численность различных групп населения (элементов p) на момент через τ периодов после текущего при помощи нынешних значений численности и всех будущих рождений и иммиграций по период τ включительно. Как и ее аналог в экономической модели (А), матрица C состоит из неотрицательных элементов. Кроме того, поскольку люди умирают во всех возра-

стах, ее суммы по столбцам всегда меньше единицы, так что C^t приближается к нулю по мере увеличения t . Действительно, ввиду того, что молодеть человек не может, C — матрица треугольная сверху, а $C^t p = \{0, 0, \dots, 0\}$, если t больше, чем продолжительность человеческой жизни.

Теперь сравним экономическую и демографическую модели между собой. Последняя строчка (6) показывает уровни выпуска текущего года, выраженные через настоящие и будущие значения e : текущий выпуск зависит от текущего и будущего спроса. В отличие от этого, (16) описывает будущее население через его настоящее и будущее значения b : будущие выходные данные зависят от настоящих и будущих входных. Решение экономической модели основано на гипотезе, что структура входных данных (элементы A) остается постоянной во времени; в отличие от этого, решение демографической модели основано на гипотезе, что вероятности перехода, или структура выходных данных (элементы C), постоянны во времени.

В связи с этими различиями возникают два практически важных вопроса. Во-первых, каким образом оценить будущие значения e , в одном случае, и b , в другом? Во-вторых, в случае если мы пожелаем допустить переменность коэффициентов (безразлично, входных или выходных), то каким образом отразить это в модели? А ведь реально эти коэффициенты могут быть переменными.

В отношении экономической модели ответ на первый вопрос можно найти в работах [4, 5]. Что касается демографической модели, то тут, если временно пренебречь чрезвычайно неустойчивыми данными об иммиграции, ограничившись учетом рождаемости, можно прибегнуть к одной из известной работе по статистике населения [6], где предлагается выражать будущие значения p просто через его текущее значение, как это описывается ниже.

Поскольку вполне естественно соотносить число рождений лиц обоего пола к возрастному составу женского населения, можно рассмотреть вектор женского населения (разбитого на группы по возрастам) f^* , включающий значения от нуля до конца периода способности к воспроизводству. Рассмотрим матрицу H , число строк и столбцов которой равно числу элементов f^* : в первой строке H записываются показатели рождаемости детей женского пола по возрастным группам матерей: диагональ, расположенная под главной диагональю, содержит показатели дожития женщин по возрастным группам; все остальные элементы H — пустые. Отсюда запишем:

$$\Lambda^0 f^* = H^0 f^*. \quad (17)$$

Рассмотрим теперь другую матрицу J , число строк которой равно числу элементов p , а число столбцов — числу элементов f^* : в верхнем левом углу J будет записана единица; в остальных ячейках первой строки — показатели рождаемости детей мужского пола по возрастным группам матерей; все остальные ячейки — пустые. Отсюда

$$\Lambda^{\tau-\theta} b = J H^{\tau-\theta} f^*, \quad (18)$$

где первый элемент J принимает в качестве своего значения первый элемент $H^{\tau-\theta} f^*$, а именно женскую рождаемость в году $\tau - \theta$; а распределенная по возрастным группам матерей мужская рождаемость в остальных ячейках первой строки J состоит из суммарных показателей мужской рождаемости в году $\tau - \theta$. Подставляя значение $\Lambda^{\tau-\theta}$ из (18) в (16), получаем

$$\Lambda^{\tau} p = \sum_{\theta=0}^{\tau-1} C^{\theta} J H^{\tau-\theta} f^* + C^{\tau} p. \quad (19)$$

Отметим, что в последнем уравнении демографическая модель из открытой модели с одной внесистемной переменной превращается в замкнутую модель, т. е. модель внутрисистемно порождающую все значения переменных по заданным исходным условиям.

Займемся теперь вторым из поставленных вопросов. Вспомним, что исходное предположение о фиксированных значениях коэффициентов представляет собой не более чем упрощение, одно из многих упрощений, к которым мы вынуждены прибегать на ранних стадиях построения моделей. В действительности структура входных данных и вероятностей перехода подвержена изменениям и модель должна быть в состоянии учитывать эту изменчивость. Оценка изменений может быть затруднительна, и здесь не место обсуждать методы, с помощью которых она делается; приблизительный метод такой оценки для структуры входных данных можно найти в работах [2, стр. 69—72] и [7], кроме того, в работе [1] содержится предложение об интерпретации изменений вероятностей перехода по аналогии со сложным эпидемическим процессом. Здесь я хочу подчеркнуть, что колы скоро оценка получена, ее без труда можно будет включить в исходную модель. В отношении экономической модели это делается способом, описанным в [2, стр. 73—80] и [8]. Что касается демографической модели, то, допустив, что C изменяется вместе с последовательными изменениями Λ^0 , можем переписать (16) в следующем виде:

$$\Lambda^{\tau}p = \Lambda^{\tau}b + \sum_{\theta=1}^{\tau-1} \left(\prod_{\lambda=\tau-\theta}^{\tau-1} \Lambda^{\lambda}C \right) \Lambda^{\tau-\theta}b + \left(\prod_{\theta=\tau-1}^0 \Lambda^{\theta}C \right)p, \quad (20)$$

где Π обозначает операцию образования произведения. Рассмотрев средний член в правой части (20), видим, что множитель $\Lambda^{\tau-\theta}b$ есть $[\Lambda^{\tau-1}C \times \Lambda^{\tau-2}C \times \dots \times \Lambda^{\tau-\theta}C]$, а не C^{θ} , как в (16).

В этом разделе необходимо коснуться еще одного момента. Совершенно так же, как при построении модели экономического баланса в табл. 2 пришлось внести некоторые уточнения, после чего она превратилась в табл. 3, нужно будет внести уточнения и в демографическую модель, представленную на табл. 4. Анализируя производство, мы видели, что в течение года вырабатываются промежуточные ресурсы, которые и потребляются в том же году; аналогичным образом, при изучении движения населения может возникнуть потребность в учете изменений, происходящих в пределах одного года. Например, мальчик, начавший год школьником, может в том же году поступить в университет и закончить год уже студентом или женщина, бывшая в начале года машинисткой, в течение года может выйти замуж и в конце года попадет в группу домохозяйек. Чтобы учесть такого рода изменения, введем новую матрицу S^* на пересечении строки и столбца за текущий год, а вместо S подставим S^{**} . После этого система демографического баланса получит вид, представленный на табл. 5.

Лучше всего объяснить назначение новой матрицы S^* на примере. Если какое-либо лицо переходит в течение одного года из категории j в категорию k , то это движение будет отражено в S^* единицей со знаком минус, которая будет записана на пересечении строки j со столбцом k , и сбалансировано положительной единицей, записываемой на пересечении строки j со столбцом j . В результате сумма элементов S^* будет равна нулю, поскольку в итоге все перемещения взаимно погашаются. Отсюда следует, что матрицы $\Lambda^{-1}S^{**}$ и S^{**} по сумме элементов не отличаются от матриц $\Lambda^{-1}S$ и S ; их отличие состоит в разном расположении элементов внутри матриц, поскольку лица, дожившие до следующего года, будут распре-

Таблица 5

Система демографического баланса с учетом внутригодовых переходов

	Наша страна			Прочие страны	Всего
	истекший год	текущий год	будущий год		
Наша страна:					
истекший год		$\Lambda^{-1} S^{**}$			
текущий год		S^*	S^{**}	d^*	p^*
будущий год			b'		
Прочие страны					
Всего			p^{**}		

лены в исходных данных этого года по группам, к которым они относились в конце текущего года, а не в его начале. По этой же причине векторы d и p заменяются векторами d^* и p^* . Вектор первичных входных данных b , разумеется, остается без изменений.

Как и ее экономический аналог, эта модель состоит из трех компонентов: во-первых, она включает арифметическое тождество

$$p^* \equiv \Lambda^{-1} S^{**'} i + S^{*'} i + b, \quad (21)$$

а во-вторых и в-третьих, демографические гипотезы

$$S^{*'} = C^* \hat{p}^* \quad (22)$$

и

$$S^{**'} = C^{**} \hat{p}^*. \quad (23)$$

Отсюда

$$p^* = C^{**} \Lambda^{-1} p^* + C^* p^* + b. \quad (24)$$

Решение этого уравнения для года τ будет

$$\Lambda^\tau p^* = \sum_{\theta=0}^{\tau-1} \{[(I - C^*)^{-1} C^{**}]^\theta (I - C^*)^{-1} \Lambda^{\tau-\theta} b + [(I - C^*)^{-1} C^{**}]^\tau p^*\}, \quad (25)$$

что соответствует последней строке (11).

Обобщив метод, с помощью которого мы вывели (20), можно было бы также учесть возможные изменения значений $\Lambda^\theta C^*$ и $\Lambda^\theta C^{**}$.

КАТЕГОРИИ ДЕМОГРАФИЧЕСКОЙ МАТРИЦЫ

Предварительный анализ показывает, что в Англии накоплено, по крайней мере за последние годы, достаточно статистических данных, чтобы построение демографических балансов было задачей не более сложной, чем построение экономических балансов. Однако для того чтобы это стало реальным, необходимо прежде четко уяснить, каким образом мы будем определять категории, и затем отыскать пути, какими можно будет привести к общему знаменателю разнородные показатели существующих источников статистических данных и увязать их с нашими категориями.

В демографической матрице, как уже было сказано, разбиение первого порядка должно быть по возрастным группам, а второго порядка — по видам деятельности. Однако разбиение всех имеющихся данных по возрастным группам — далеко не такое простое дело, как может показаться. В качестве наиболее естественного критерия разбиения напрашивается число полных лет на конец календарного года. Значительная часть стати-

стики образования в настоящее время использует именно этот критерий. Однако во многих случаях возраст определяется на момент соответствующего события: например, первое поступление на работу регистрируется по возрасту человека в момент поступления, смерть — по возрасту в момент смерти и т. д. Из-за этого приходится вносить бесконечные поправки, которых, в принципе, можно было бы избежать, раз и навсегда переработав имеющиеся данные, что возможно, так как в эти данные, как правило, включены и сведения о точной возрастной хронологии.

Что касается распределения по видам деятельности, то его следует вести, исходя из следующего. За редкими исключениями, новорожденные живут с родителями до двухлетнего возраста, после которого некоторые из них начинают посещать дошкольные учреждения. Соответственно, необходимо выделить особую строку и столбец матрицы, чтобы отличать двухлетних детей, охваченных дошкольными учреждениями, от детей, воспитывающихся только дома. Не считая детей иммигрантов, все двухлетние происходят из однолетних прошлого года, зарегистрированных под рубрикой «домашние», так как никто из однолетних не посещает дошкольные учреждения. Возрастная группа трехлетних, не считая иммигрантов, также образуется из двух источников: двухлетние «дошкольники» и двухлетние «домашние». Английская статистика не позволяет определить, сколько детей возвращается в категорию «домашних», побыв один год «дошкольниками», и сколько становится «дошкольниками» только в три года. Приходится поэтому принимать, что все дети, бывшие «дошкольниками» в два года, остаются в той же категории в три года и что увеличение числа «дошкольников» происходит лишь за счет трехлетних, пришедших из дома. От одной возрастной группы к другой все больше детей переходит в категорию охваченных детскими учреждениями, пока, наконец, в возрасте обязательного посещения школы категория «домашних» не становится практически пустой. Уже с первого года обучения можно различать типы школ (независимые, на субсидии и т. д.), однако с точки зрения специализации обучения такое разделение едва ли оправдано. В пользу такого разделения говорило бы наличие существенной разницы в затратах на учителей, учебные здания и оборудование, если бы она имелась по различным типам школ*.

В возрасте 11—12 лет большинство детей переходит из начальной школы в то или иное среднее учебное заведение. Здесь также малоинтересной была бы чисто административная классификация школ, которые правильнее разбить на группы по академическому принципу, в зависимости от существенных различий в учебных программах (общеобразовательные школы, реальные училища и т. д.).

В возрасте 15 лет период обязательного обучения заканчивается, и большинство детей уходят из школы и начинают трудовую деятельность. Однако и после этого они могут продолжать образование без отрыва от производства, как правило, специальное. Меньшая часть детей остается в школе; как правило, они сдают экзамены и, начиная с шестого класса, обучаются уже по более специализированной программе. Таким образом, с 15 лет существенно различать среди ушедших из школы группу, прекратившую образование, и группу обучающихся без отрыва от производства, а среди оставшихся в школе — группы по специализации: гуманитарные школы, естественно-научные и технические школы, школы со смешанной программой.

* Надо учесть, что в капиталистических странах высшее и специальное образование является платным и, как правило, доступно лишь выходцам из состоятельных семейств. (Ред.).

Те, что остались в школе после 15 лет, постепенно переходят либо в сферу трудовой деятельности, либо в то или иное высшее учебное заведение, например, инженерный колледж или университет. К возрасту 25—30 лет даже самые долгие курсы обучения (такие, как медицинская ординатура или университетская аспирантура) заканчиваются, и практически все мужское население, а также значительная часть женского переходит в сферу полезной деятельности.

Можно проследить их движение в течение периода трудовой деятельности до момента выхода на пенсию, после чего то, что им еще остается сделать в жизни, сосредоточивается вокруг дома или заведения для престарелых. В возрасте 100 лет или около того статистика обрывается.

Описанная модель характеризует поперечный разрез структуры населения за один отдельно взятый год. Выражаясь экономическим языком, она дает основу для осуществления статического анализа, описанного выше в разделе «Модель демографического баланса». Если бы удалось составить таблицы вида таблицы 5 до 100 лет, то, извлекая из этих таблиц данные, относящиеся к последовательным возрастам, получили бы информацию для динамического анализа движения данного поколения людей.

Однако до этого пока далеко; современная статистика почти не дает возможности классифицировать население старше студенческого возраста. К счастью, это не мешает строить модели движения потоков учащихся в системе народного образования, что является нашей ближайшей задачей. Произведя разбиение матрицы, можно сосредоточить исследования на ранних возрастных группах, относительно которых имеется достаточно подробная информация.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе я попытался свести воедино различные виды систем балансового анализа, удобных для исследования явлений динамического характера. В обычных статических моделях баланса все показатели относятся к одному и тому же моменту времени и совокупность балансовых записей составляет замкнутую систему. В отличие от этого, в предлагаемой здесь динамической модели входная информация по данному периоду берется, целиком или отчасти, из данных предыдущего периода, а выходная информация, тоже целиком или отчасти, переходит в следующий период.

В рамках этой динамической балансовой системы можно построить модели двух видов: обычная модель баланса с заданными входными коэффициентами и модель распределения, где задаются коэффициенты выпуска продукции. Первый вид модели более подходит для изучения производственных потоков, второй — для изучения движения населения.

Эти два вида моделей представляют собой основные компоненты, необходимые для построения модели народного образования, поскольку в части человеческих ресурсов система образования представляет собой некоторый фрагмент демографической системы, а в части экономических ресурсов — фрагмент системы производства. Первая попытка объединения этих моделей описана в моей предыдущей работе [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Stone. A Model of the Educational System. Minerva, 1965, v. III, No. 2.
2. University of Cambridge, Department of Applied Economics, A Computable Model of Economic Growth. A programme for Growth, 1962, No. 1. Gen. Editor Richard Stone (London: Chapman and Hall).
3. A. Ghosh. Experiments with Input — Output Models. London, Cambridge University Press, 1964.

4. University of Cambridge, Department of Applied Economics, Exploring 1970. A Programme for Growth, 1965, No. 6. Gen. Editor Richard Stone. (London: Chapman and Hall).
5. R. Stone, A. Brown, D. A. Rowe, Demand Analysis and Projections for Britain: 1900—1970. In: Sandee, J. (ed.), Europe's Future Consumption. Amsterdam: North Holland Publishing Co., 1963.
6. P. H. Leslie. On the Use of Matrices in Certain Population Mathematics. Biometrika, 1945, v. XXXIII, P. III.
7. University of Cambridge, Department of Applied Economics, Input — Output Relationships, 1954—1966. A Programme for Growth, 1963, № 3. Gen. Editor Richard Stone (London: Chapman and Hall).
8. R. Stone, J. A. Brown. Output and Investment for Exponential Growth in Consumption. Rev. Economic Studies, 1962, v. XXIX, № 80.

Поступила в редакцию
3 XI 1966