

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА СОСТАВЛЕНИЯ МАРШРУТНЫХ РАСПИСАНИЙ ГОРОДСКОГО ПАССАЖИРСКОГО ТРАНСПОРТА НА ЭВМ

М. Р. КОГАЛОВСКИЙ
(МОСКВА)

В организации работы городского пассажирского транспорта важнейшее значение имеет своевременное и качественное составление маршрутных расписаний. Эта проблема является особенно острой для городов с большим числом маршрутов, с развитой маршрутной сетью. В связи с этим назрела необходимость автоматизации процесса составления расписаний.

Одними из первых в нашей стране являются эксперименты [1] по составлению расписаний автобусного движения в г. Ленинграде на ЭВМ «Урал-1». Однако в этой работе рассматривается недостаточно универсальный режим работы автобусов. Не принимается во внимание ряд важных факторов, например, возможность дневного отправления машин в парк на ремонт в период спада перевозок на маршруте, возможность изменения скорости пробега по маршруту в период проведения обеденных перерывов бригад. Недостаточно широка принятая классификация машин по сменности и режиму работы. Упрощенно рассматривается утренний выпуск из парка.

В предлагаемой работе ставится более общая задача, по отношению к которой [1] является частным случаем.

Принятая система исходной информации позволяет гибко характеризовать широкий класс маршрутов, задавать экономичный режим работы поездов (будем называть поездами единицы подвижного состава городского пассажирского транспорта) в каждом конкретном случае.

В этих условиях попытки применить методы теории расписаний и другие известные методы для решения поставленной задачи, описывающей сложную внутреннюю взаимосвязь учитываемых факторов и ограничений, не привели к положительным результатам.

Как показывают эксперименты, достаточно хорошие результаты могут быть получены при помощи логического моделирования процесса составления маршрутных расписаний. При этом моделируемый процесс расчленяется на отдельные функционально законченные этапы, каждый этап формализуется, строится алгоритм, связывающий в логической последовательности все этапы процесса.

В настоящей работе рассматривается принятая система исходной информации для составления расписаний и структура моделирующего алгоритма. Содержательную постановку задачи можно найти в [3].

Расписания строятся при этом автономно для каждого отдельного маршрута без согласования их для пересекающихся маршрутов. Однако проблема согласования работы маршрутов не является актуальной в условиях регулярного движения транспорта с достаточно небольшими интервалами. Более того, во многих случаях решение этой проблемы оказывается экономически неоправданным.

1. ТЕРМИНОЛОГИЯ И СИМВОЛИКА

Для описания постановки задачи и алгоритма ее решения введем некоторые понятия и символы.

Будем называть рейс поезда между конечными пунктами маршрута производственным, рейс от конечного пункта до противоположного и обратно — обратным, рейсы из парка к конечному пункту и от конечного пункта в парк — нулевыми.

Пронумеруем конечные пункты маршрута. Первый номер присвоим пункту, где находится станция регулирования движения, второй — противоположному конечному пункту.

Номер конечного пункта, где начинается данный производственный рейс, будем одновременно считать номером направления движения поезда.

Маршрутным расписанием назовем множество моментов времени, однозначно определяющее для каждого работающего на маршруте поезда начало и конец каждого производственного и нулевого его рейса.

На практике маршрутное расписание удобно представлять в матричной форме, фиксируя для каждого поезда отдельную строку матрицы.

При этом три первых столбца используются для служебных целей. В остальных столбцах упорядоченно по времени записываются моменты начала и конца производственных рейсов и некоторая другая информация. Каждый из этих столбцов соответствует одному из конечных пунктов маршрута.

Элемент i -й строки j -го столбца $R[i, j]$ представляет собой пару величин $(R_1[i, j], R_2[i, j])$ и может принимать следующие значения.

При $j \leq 3$

$$R_1[i, j] = \begin{cases} \text{тип поезда по классификации, } i > 1, j = 1; \\ \text{момент утреннего выхода из парка, } i > 1, j = 2; \\ \text{момент вечернего выхода из парка, } i > 1, j = 3 \\ 2 - 2\gamma\left(\frac{i-3}{2}\right) - \text{номер конечного пункта, } i = 1, j > 3, \end{cases} \quad (1)$$

где $\gamma(x)$ — дробная часть величины x ;

$$R_2[i, j] = \begin{cases} \text{номер поезда, } i > 1, j = 1; \\ \text{момент дневного прибытия в парк, } i > 1, j = 2; \\ \text{момент вечернего прибытия в парк, } i > 1, j = 3. \end{cases}$$

При $i > 3, i > 1$

$$R[i, j] = \begin{cases} (a, a) - \text{нет рейса поезда;} \\ (t_1, t_2) - \text{прибытие на конечный пункт } R_1[1, j] \text{ и отправление в рейс;} \\ (t_1, a) - \text{прибытие из рейса и начало отстоя на станции или обеденного перерыва бригады;} \\ (a, t_2) - \text{отправление в рейс после отстоя на станции или обеденного перерыва бригады.} \end{cases}$$

В течение дня продолжительность производственных рейсов поездов в обоих направлениях движения может изменяться. Однако рабочий день маршрута может быть разбит на периоды $P_q (q = 1, \dots, h; h \leq 6)$, внутри каждого из которых продолжительность производственных рейсов в обоих направлениях движения остается постоянной. Границами периода P_q являются моменты времени b_q и b_{q+1} .

Будем говорить, что элемент $R[i, j] \neq (a, a), i > 1, j > 3$ принадлежит периоду P_q и писать $R(i, j) \in P_q$, если удовлетворяет условиям:

$$b_{q+1} > R_2[i, j] \geq b_q, R_2[i, j] \neq a,$$

либо

$$b_{q+1} > R_1[i, j] \geq b_q, \quad R_2[i, j] = a.$$

Полагаем элементы $R[i, j] = (a, a)$, $i \geq 1$, $j \geq 3$ не принадлежащими ни одному из периодов P_q ($q = 1, \dots, h$).

Обозначим через T_{qk} продолжительность производственного рейса, начинаящегося и заканчивающегося в периоде P_q , в k -м направлении движения. Введем тогда следующее ограничение на периоды P_q : $T_{rk} < b_{q+1} - b_q$ ($r, q = 1, \dots, h$; $k = 1, 2$).

В этом случае производственный рейс, начавшийся в периоде P_q , закончится не позднее периода P_{q+1} .

Будем называть переходными периодами I_{qk} ($q = 1, \dots, h - 1$; $k = 1, 2$) интервалы времени $I_{qk} = (b_{q+1} - T_{qk}, b_{q+1})$.

Элемент $R[i, j] \in P_q$ такой, что $R_2[i, j] \neq a$ и является началом производственного рейса, назовем принадлежащим переходному периоду I_{qk} ($q > h$), если $R_2[i, j] \in I_{qk}$, где $k = R_1(1, j)$, и будем писать $R[i, j] \in I_{qk}$.

В противном случае будем писать: $R[i, j] \notin I_{qk}$.

Производственные рейсы, начало которых задается элементом $R[i, j] \in I_{qk}$, $k = R_1(1, j)$, имеют продолжительность, вообще говоря, отличную от T_{qk} .

2. ИСХОДНАЯ ИНФОРМАЦИЯ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Используемую при составлении маршрутного расписания исходную информацию, записываемую в информационную карту (ИК) специальной формы (рис. 1), можно разделить на две части, первая из которых описывает свойства маршрута, характер связей его с обслуживающими парками, вторая — тип и количество поездов, работающих на маршруте, режим работы бригад и поездов.

Рассмотрим элементы, из которых состоит первая часть информации (разделы 2, 3 ИК).

1. Заданы границы b_q ($q = 1, \dots, h + 1$) периодов P_q .

2. В k -м направлении движения маршрут делится на r_k контрольных участков. Продолжительности пробега поездов по контрольным участкам и стоянок на конечных пунктах изменяются по периодам P_q и задаются матрицами $W_k = [t_{qjk}]$ ($q = 1, \dots, h$; $j = 1, \dots, r_k + 1$, $k = 1, 2$), где t_{qjk} — время пребывания поезда в j -м участке в k -м направлении в периоде P_q и при $j = r_k + 1$ — стандартная стоянка на конечном пункте ($3 - k$) в периоде P_q , которую для краткости обозначим $s_{q, 3-k}$.

3. Так как в различное время дня на маршруте работает разное число поездов в соответствии с режимом их работы и так как изменяются продолжительности пробега поездов, изменения и интервалы движения. Для регулярности движения необходимо, чтобы интервалы изменились плавно. Добиться этого можно, варьируя стоянками на конечных пунктах в пределах заданных максимальной s_k^+ и минимальной s_k^- стоянок на конечном пункте k .

Из каждого парка возможен односторонний или двухсторонний вход на маршрут и возврат с маршрута. Каждый нулевой рейс из парка или в парк ($k, m, p = 1, 2$) — длина нулевого рейса из m -го парка на k -й конечный пункт в p -м направлении; \bar{L}_{kmp} ($k, m, p = 1, 2$) — длина нулевого рейса с k -го конечного пункта в m -й парк в p -м направлении; при $\bar{L}_{kmp} = 0$ или $\bar{L}_{kmp} = \infty$ соответствующий нулевой рейс не допускается; L_k — общая длина маршрута; T_k — момент, начиная с которого нулевые

УТВЕРЖДАЮ

ИСПОЛНИТЕЛЬ:

**ИНФОРМАЦИОННАЯ
1 КАРТА №**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 1 | 0 | 0 | 7 |
|---|---|---|---|---|

ДАТА ВВОДА**НОРМЫ ВРЕМЕНИ НА ПРОБЕГ ПО УЧАСТКАМ МАРШРУТА**миним. по-
езд. в закр.
движен.

| 2 bi | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | ст. | итог | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | ст. | итог |
|-----------------------|------|-------|---|------|---|------|-------|---|------|------|----|----|---|---|---|---|---|---|-----|------|
| 05.00 | 7 | 6 | 6 | 13 | | | | | 2 | | 10 | 9 | 6 | 6 | 7 | | | | 3 | |
| 07.00 | 8 | 7 | 6 | 13 | | | | | 1 | | 10 | 10 | 6 | 7 | 8 | | | | 3 | |
| 09.00 | 8 | 6 | 6 | 13 | | | | | 2 | | 10 | 10 | 6 | 6 | 8 | | | | 3 | |
| 14.00 | 8 | 7 | 6 | 13 | | | | | 1 | | 10 | 11 | 6 | 7 | 8 | | | | 3 | |
| 19.00 | 7 | 6 | 6 | 13 | | | | | 2 | | 10 | 10 | 6 | 6 | 7 | | | | 3 | |
| 23.00 | 7 | 6 | 6 | 13 | | | | | 2 | | 10 | 10 | 6 | 6 | 6 | | | | 3 | |
| Допустимые стоянки | на А | макс. | 6 | мин. | 1 | на Б | макс. | 3 | мин. | 1 | | | | | | | | | | |

(при одном направлении «нулевого» рейса
заполнять вторую строку)

по А;

З ИЗМЕРЕНИЕ РЕЙСОВ

| парк №№ | 03 | 1 _n → A | 1 _n → Б | A→1 _n | Б→1 _n | 2 _n → A | 2 _n → Б | A→2 _n | Б→2 _n |
|------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------------------|------------------|--------------------|--------------------|--------------------|------------------|
| | 12.80 | | | | | | | | |
| длина маршрута | ↑ | | 04.40 | | 04.70 | | | | |
| время пробега «нулевых» рейс | | | | | | | | | |
| (мин.—макс.) | | 13 | 14 | 14 | 15 | | | | |
| | Трехсменные | Двухсменные | Односменные | | | | | | |
| 4 ТИПЫ ПОЕЗДОВ | без перер. в парке | с перер. на ст. | без перер. в парке | без веч. об. в парке | с перер. в парке | с/п без утр. об. | с отст. на ст. | с перерыв. в парке | утр. дневн. веч. |
| 1 парк | | | 6 | | | 2 | 3 | | 2 |
| 2 парк | | | | | | 26 | 45 | | |
| поездо-часы | | | 93 | | | | | | 14 |

5 УТРЕННИЙ ВЫПУСК: моменты начала и окончания движения

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|------|------|------|--|--|----------|------|------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| момент времени | 6.00 | 7.10 | 8.29 | | | 5.19 | 6.34 | 7.45 | | | | | | | | | | | |
| колич. от ст. А | 7 | 13 | | | | от ст. Б | 7 | 13 | | | | | | | | | | | |

6 ОБЕДЕННЫЕ ПЕРЕРЫВЫ

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| периоды времени до: | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 |
| число об. перер. | 6 | 5 | | | | | | | | 2 | 5 | 4 | | |

ДНЕВНЫЕ ПЕРЕРЫВЫ В РАБОТЕ ПОЕЗДОВ

| | | | | | | | | | | |
|------------------------------|---------------------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 7 | ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ ДО | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| 3 ^x _{см} | с перерывом в парке | | | | | | | | | |
| | » на станции | | | | | | | | | |
| 2 ^x _{см} | » в парке | | | | | | | | | |
| | » на станции | | | | | | | | | |

Пункт «А»

Октябрьская площадь

Пункт «Б»

Киевский вокзал

Рис. 1

либо

Полагаем э
ми ни одному

Обозначим
чинающегося

жения. Введем
 $b_{q+1} - b_q$ (r)

В этом слу
кончится не п

Будем на
 $k = 1, 2$) инте

Элемент R
производствен
риоду I_{qh} (q)
 $R[i, j] \in I_{qh}$.

В противн
Производст

$\in I_{qh}$, $k = R_1$
от T_{qh} .

2.

Используе
информацию,
ной формы ()
описывает св
парками, втор
режим работы

Рассмотри
(разделы 2, 3

1. Заданы
2. В k -м

участков. Пр
и стоянок на
матрицами I
 t_{qjh} — при j :
участку в k -
стоянка на к
сти обозначи

3. Так ка
поездов в со
должительно
жения. Для
нялись плав
пунктах в пр
на конечном

4. Допус

Из каждого

маршрут и

парк може

L_{kmp} (k, m, p)

неший пун
го рейса с k

$L_{kmp} = 0$ или L_{kmp}

L — общая длина маршрута; T^k = момент,

которого нулевые

рейсы из парка на k -й конечный пункт производятся по второму направлению; \bar{T}_k^0 — момент, начиная с которого нулевые рейсы с k -го конечного пункта в парк производятся по второму направлению.

Продолжительность нулевых рейсов в каждом направлении в течение дня может изменяться. Поэтому: $\tau_{kmpj}(k, m, p, j = 1, 2)$ — j -е значение продолжительности нулевого рейса с k -го конечного пункта в m -й парк в p -м направлении; $\tau_{kmpj}(k, m, p, j = 1, 2)$ — продолжительность аналогичного нулевого рейса из парка.

Если маршрут обслуживается одним парком: $L_{k2p} = \bar{L}_{k2p} = \tau_{k2pj} = \tau_{k2pj} = 0 (k, p, j = 1, 2)$.

При $T_k^0 = 0$ соответствующие нулевые рейсы производятся только во втором направлении и $L_{km1} = \tau_{km1j} = 0 (k, m, j = 1, 2)$.

Аналогичное условие имеет место для нулевых рейсов в парк.

Вторая часть информации (разделы 4, 5, 6, 7 ИК) состоит из следующих элементов.

1. Задается количество $u_{jm}(j = i, \dots, 1, 2; m = 1, 2)$ поездов j -го типа, выходящих из m -го парка, и общий объем z_j поездочасов работы поездов j -го типа. Принята весьма широкая классификация поездов по сменности и режиму работы (см. раздел 4 ИК). Если маршрут обслуживается одним парком, то $u_{j2} = 0 (j = 1, \dots, 12)$.

2. Режим работы поездов и бригад описывается величинами z_j и графиками утреннего выпуска поездов, обеденных перерывов бригад, дневных перерывов в работе поездов между сменами.

График утреннего выпуска поездов на маршрут (раздел 5 ИК) раздельно для каждого направления движения задает динамику выхода поездов, начиная с открытия движения до полного выпуска. Этот период делится на микропериоды $(L_{ik}, L_{i+1, k})$ при $i = 0, 1, \dots, i_k$ независимо для каждого направления движения k . Для каждого микропериода задано количество поездов N_{ik} , отправляющихся в производственный рейс с k -го конечного пункта, по отношению к оборотному рейсу.

Моменты открытия движения в общем случае могут быть связаны соотношением: $L_{01} \neq L_{02}$.

3. Заданы моменты начала вечернего периода «пик», моменты закрытия движения для каждого конечного пункта и минимально необходимое для закрытия движения число поездов.

4. График обеденных перерывов бригад (раздел 6 ИК) задает минимальные продолжительности и моменты начала утренних и вечерних обедов, а также количество перерывов, которые нужно предоставить в микропериодах, имеющих, кроме первого, стандартную часовую длину. Несколько методов позволяют при необходимости исключить предоставление обеденных перерывов бригадам. Один из них состоит в том, что минимальная продолжительность перерыва задается равной продолжительности стоянки поезда на конечном пункте.

5. Наконец, график дневных перерывов в работе поездов (раздел 7 ИК) по часовым микропериодам дня задает количество e_{i0} поездов по типам, снятых с маршрута для проведения ремонта в парке или отстаивающих на станции.

Обеденные перерывы и отстои поездов на станции между сменами производятся на конечном пункте 1, уход поездов в парк на ремонт возможен с каждого конечного пункта, допускающего нулевые рейсы в парк.

Первая часть информации подготавливается на основе хронометража производственных и нулевых рейсов. Во второй — используются результаты обследования пассажирских потоков на маршруте; эти результаты

систематизируются по часовым периодам, чем и определяется выбор продолжительности микропериодов во второй части информации.

Следует отметить, что до последнего времени исходные данные для составления расписаний, получаемые в результате обработки материалов обследования, определялись в большой мере субъективно. Не существовало методов строгого их расчета.

В настоящее время разработан и внедряется трафоаналитический метод [2], позволяющий объективно определять необходимые транспортные средства для обслуживания маршрута, объем транспортной работы и экономически выгодный режим работы поездов и бригад. На этом методе и основана рассмотренная система исходной информации для составления расписания.

Так как при подготовке исходной информации практически невозможно до конца учесть сложную внутреннюю взаимосвязь характеристик маршрута и режима работы поездов и бригад, последний при составлении расписания в общем случае не может быть строго выдержан и рассматривается как рекомендация.

Рассмотренная система исходной информации естественно приводит к следующей качественной характеристике постановки задачи.

Необходимо построить расписание, удовлетворяющее требованиям:

- все производственные рейсы поездов имеют заданную продолжительность, изменяющуюся по периодам дня;
- остановки поездов на конечных пунктах могут изменяться только в заданных пределах;
- нулевые рейсы поездов могут производиться только в допустимых направлениях и имеют заданную продолжительность;
- на маршруте работает заданное количество поездов каждого типа для каждого из обслуживающих парков;
- первый производственный рейс по каждому конечному пункту начинается не позднее заданного момента открытия движения;
- в каждом микропериоде утреннего выпуска поездов работает не менее заданного числа поездов, являющегося предпочтительным;
- полный выпуск поездов на маршрут начинается не позднее заданных моментов для каждого направления движения;
- в периоды спада перевозок на маршруте определенным поездным бригадам предоставляются утренние и вечерние обеденные перерывы с продолжительностью не менее заданной, начинающиеся не ранее заданных моментов; предпочтительная интенсивность их проведения определяется графиком обеденных перерывов;
- в дневной межпиковый период поезда соответствующих типов отправляются в парк на дневной ремонт или отстаивают на станции в соответствии с рекомендуемым графиком дневных перерывов;
- отправления поездов в парк в конце работы маршрута назначаются так, чтобы продолжительность их работы была близка к средней для соответствующего типа поездов; но при этом последний производственный рейс по каждому конечному пункту начинается не ранее заданных моментов закрытия движения, в котором участвует не менее заданного числа поездов.

3. АЛГОРИТМ СОСТАВЛЕНИЯ РАСПИСАНИЯ

Прежде всего, рассмотрим некоторые специальные процедуры и соотношения, которые используются в алгоритме.

1. Изменяющиеся по периодам P_q продолжительности T_{qk}^* производственных рейсов естественно вычислять следующим образом:

$$T_{qk}^* = \begin{cases} \sum_{j=1}^{r_k} t_{qjh}, & \text{если } R[i, l] \in P_q, \text{ но } R[i, l] \in I_{qk}; \\ b_{q+1} + \left(R_2[i, l] + \sum_{j=1}^v t_{qjh} - b_{q+1} \right) \cdot \frac{t_{q+1, v, k}}{t_{qv, k}} + \sum_{j=v+1}^{r_k} t_{q+1, j, k} - \\ & - R_2[i, l], & \text{если } R[i, l] \in I_{qk}, \end{cases} \quad (2)$$

где $k = R_1[1, l]$, $v = \min \left\{ r / R_2[i, l] + \sum_{j=1}^r t_{qih} > b_{q+1}, r \leqslant r_k \right\}$,
 $R_2[i, l]$ — момент начала рейса.

В этом случае, рейсы, начинающиеся в периоде P_q вне переходного периода I_{qk} , имеют постоянную продолжительность T_{qk} . В рейсах, начинающихся в переходном периоде I_{qk} , поезд проходит v -й контрольный участок, где он пересекает границу b_{q+1} за время, определяемое линейной интерполяцией величин $t_{qv, k}$ и $t_{q+1, v, k}$. До указанного контрольного участка поезд движется по нормам времени периода P_q , после него — по нормам периода P_{q+1} .

На практике матрицы W_k обладают одним из следующих свойств:

$$t_{qjh} \leqslant t_{q+1, j, k}; \quad t_{qjh} \geqslant t_{q+1, j, k} \quad (q = 1, \dots, h-1; \quad j = 1, \dots, r_k; \quad k = 1, 2). \quad (3)$$

Если матрицы W_k обладают свойством (3), можно показать, что

$$\min \left(\sum_{j=1}^{r_k} t_{qjh}, \sum_{j=1}^{r_k} t_{q+1, j, k} \right) \leqslant T_{qk}^* \leqslant \max \left(\sum_{j=1}^{r_k} t_{qjh}, \sum_{j=1}^{r_k} t_{q+1, j, k} \right). \quad (4)$$

Покажем, что условия (2) и (3) исключают возможность обгона поездов, т. е. если $R_2[i_1, l_1]$ и $R_2[i_2, l_2]$ — моменты начала производственных рейсов и $R[i_1, l_1]$, $R[i_2, l_2] \in P_q$, $R_1[1, l_1] = R_1[1, l_2] = k$, $R_2[i_1, l_1] > R_2[i_2, l_2]$, то первый производственный рейс заканчивается раньше второго.

Действительно, если $R(i, l_1)$, $R(i_2, l_2) \in I_{qk}$ утверждение очевидно.

При $R[i_1, l_1] \in I_{qk}$, $R[i_2, l_2] \in I_{qk}$ справедливость утверждения следует из (4) и определения I_{qk} .

Рассмотрим, наконец, случай, когда $R[i_1, l_1]$, $R[i_2, l_2] \in I_{qk}$.

Введем обозначения:

$$f_t = R_2[i, l], \quad t = 1, 2; \quad v_t = \min \left\{ r / f_t + \sum_{j=1}^r t_{qjh} > b_{q+1}, r \leqslant r_k \right\}; \quad (5)$$

$$s_1(f_t) = b_{q+1} + f_t + \sum_{j=1}^{v_t} t_{qjh} - b_{q+1} \cdot \frac{t_{q+1, v_t, k}}{t_{qv, k}} + \sum_{j=v_t+1}^{r_k} t_{q+1, j, k}.$$

Здесь, очевидно, $s_1(f_t)$ есть момент окончания производственного рейса, начинающегося в момент f_t .

Таким образом, требуется доказать, что $s_1(f_2) > s_1(f_1)$.

Имеем:

$$s_1(f_2) - s_1(f_1) = \sum_{t=1}^2 (-1)^t \cdot \left[\left(f_t + \sum_{j=1}^{v_t} t_{qjh} - b_{q+1} \right) \cdot \frac{t_{q+1, v_t, h}}{t_{qv_t h}} + \sum_{j=v_t+1}^{r_h} t_{q+1, j, h} \right]. \quad (6)$$

Так как $t_{qjh} > 0$ ($q = 1, \dots, h$; $j = 1, \dots, r_h$; $k = 1, 2$), то $v_1 \geq v_2$.

При $v_1 = v_2$ из (6) имеем: $s_1(f_2) - s_1(f_1) = (f_2 - f_1) \cdot \frac{t_{q+1, v_1, h}}{t_{qv_1 h}} > 0$.

Если, наконец, $v_1 \geq v_2 + 1$, то $s_1(f_2) - s_1(f_1) >$

$$> \sum_{j=v_2+1}^{r_h} t_{q+1, j, h} - t_{q+1, v_1, h} - \sum_{j=v_1+1}^{r_h} t_{q+1, j, h} = \sum_{j=v_2+1}^{r_h} t_{q+1, j, h} - \sum_{j=v_1}^{r_h} t_{q+1, j, h} \geq 0,$$

что и доказывает наше утверждение.

Так как нам часто придется по моменту окончания производственного рейса вычислять момент его начала, введем функцию $s_2(t)$, обратную по отношению к функции $s_1(t)$. Она легко определяется из соотношения: $s_1(s_2(t)) = t$.

Используя соотношения (5), получаем:

$$s_2(t) = b_{q+1} + \left(t - \sum_{j=v+1}^{r_h} t_{q+1, j, h} - b_{q+1} \right) \cdot \frac{t_{qv h}}{t_{q+1, v, h}} - \sum_{j=1}^v t_{qjh},$$

$$\text{де } v = \min \left\{ r/s_2(t) + \sum_{j=1}^r t_{qjh} > b_{q+1}, r \leq r_h \right\},$$

откуда после подстановки $s_2(t)$ получаем:

$$v = \min \left\{ r/t - \sum_{j=r+1}^{r_h} t_{q+1, j, h} > b_{q+1}, r \leq r_h \right\}.$$

Нетрудно показать, что $s_2(t)$ обладает свойством, аналогичным свойству $s_1(t)$.

2. Функция $s_1(t)$ позволяет записать основную связь элементов матрицы-расписания по строкам:

$$R[i, j+1] = \begin{cases} (R_2[i, j] + T_{qh}, R_1[i, j+1] + s_{q, 3-h}), R[i, j] \notin I_{qh}; \\ (s_1(R_2[i, j]), R_1[i, j+1] + s_{q+1, 3-h}), R[i, j] \in I_{qh}, \end{cases} \quad (7)$$

где $R[i, j] \in P_q$, $R_2[i, j] \neq a$, $R_1[1, j] = k$, $i > 1$, $j > 3$.
Основная связь элементов по столбцам, справедливая в период неизменности числа n_q поездов, работающих в каждом обратном рейсе периода P_q , может быть записана в виде:

$$R[i+1, j] = \begin{cases} (R_1[i-a, j] + \Delta_q, R_1[i+1, j] + s_{qh}), R_1[i+1, j] \neq a; \\ (a, R_2[i-b, j] + \Delta_q), R_1[i+1, j] = a; \end{cases} \quad (8)$$

где $\Delta_q = (T_{q1} + T_{q2} + s_{q1} + s_{q2}) \cdot 1/n$ — средний интервал движения в P_q , $a = \min \{x/x \geq 0; R[i-x, j] \in P_q; R_1[i-x, j] \neq a\}$, $b =$

$$= \min \{y / y \geqslant 0; R[i-y, j] \in P_q; R_2[i-y, j] \neq a\}, R[i+1, j] \in P_q \\ k = R_1[1, j], i > 2, j > 3.$$

3. В дальнейшем будем применять процедуру s_3 , которая осуществляет следующее построение.

Заданы группы $g_i (i = 1, \dots, n)$, содержащие a_i элементов некоторого рода. Задан вектор размерности $A = \sum_{i=1}^n a_i$. Каждой его компоненте

нужно присвоить номер i так, чтобы число компонент с номером i было равно a_i и чтобы номер i равномерно чередовался с другими номерами.

Очевидно, в общем случае строгая равномерность чередования номеров не может быть достигнута.

Покажем сначала решение этой задачи для двух групп. Если $a_1 = 0$ или $a_2 = 0$, решение очевидно.

Пусть $a_1 \neq 0, a_2 \neq 0$.

Положим: $c = a_2/a_1$ и неотрицательные целые $p_0 = l_0 = r_0 = r = 0$. Обозначим номер j -й компоненты вектора N_j .

Пусть $t = \min \{r/p = [cr] - p_0 > 0\}$, где $[x]$ — целая часть x . Тогда $N_j = 1, j = l_0 + 1, l_0 + 2, \dots, l_0 + t - r_0; a_1 = a_1 - t$;

$$N_j = 2, j = l_0 + t - r_0 + 1, \dots, l_0 + t - r_0 + p; a_2 = a_2 - p;$$

$$p_0 = [cr]; l_0 = t + p + l_0 - r_0; r_0 = r.$$

Увеличивая каждый раз r на единицу, повторяем процесс перенумерации до тех пор, пока $a_1 = 0$, либо $a_2 = 0$. Остальным компонентам присваиваем номер i -й группы, где $a_i \neq 0$.

Для n групп элементов задача решается последовательным разбиением множества групп на пары и применением описанного метода.

4. Допустим теперь, что составлен некоторый фрагмент расписания. Возьмем два момента времени $t_1 \neq t_2$, выберем направление движения k и найдем в матрице элемент $R[i_1, j_1]$ такой, что $R_1[1, j_1] = k, R[i_1, j_1] \neq a$ и является ближайшей величиной к t_1 , и элемент $R[i_2, j_2], R_2[i_2, j_2] \neq a, R_1[1, j_2] = k$ такой, что $R_2[i_2, j_2]$ есть величина, ближайшая к t_2 .

Назовем тогда зоной, соответствующей периоду $[t_1, t_2]$ в направлении k , совокупность элементов $R[i, j]$ таких, что $j_1 \leqslant j \leqslant j_2, R_1[1, j] = k$ и

$$i_1 \leqslant i \leqslant i_2 \text{ при } j_1 = j_2;$$

$$i_1 \leqslant i \text{ и } 2 \leqslant i \leqslant i_2 \text{ при } j_1 = j_2 - 2;$$

$$2 \leqslant i \leqslant u + 1 \text{ при } j_1 < j_2 - 2,$$

где $u = \sum_{j=1}^{i_2} \sum_{m=1}^2 u_{jm}$, а элементы $R[i_1, j_1]$ и $R[i_2, j_2]$ назовем границами зоны.

5. Проекцией зоны, соответствующей периоду $[t_1, t_2]$ в направлении k , $D_i = 1$ для $i = 2, \dots, u + 1$ при $i_1 \leqslant i_2$ и $j_1 \neq j_2$ или $i_1 > i_2$ и $j_1 < j_2 - 2$;

$$i_1 \leqslant i \leqslant i_2 \text{ при } j_1 = j_2;$$

$$i \geqslant i_1 \text{ и } 2 \leqslant i \leqslant i_2 \text{ при } i_1 > i_2 \text{ и } j_1 = j_2 - 2$$

и $D_i = 0$ при остальных значениях i .

6. При составлении расписания в целом ряде случаев необходимо корректировать интервалы движения поездов. Пусть необходимо скорректировать интервалы в зоне, соответствующей некоторому периоду времени в направлении k , с границами $R[i_1, j_1], R[i_2, j_2]$ такими, что $R_1[1, j_1] = k$.

Корректировку проводим по группам z производственных рейсов так, чтобы группы перекрывались и имели x общих рейсов, причем полагаем здесь $z = s_k^+ + s_k^-$,

$$x = \max_q s_{qk} - s_k^-, \text{ но } x < z.$$

Для каждой группы определяем первый и последний ее элементы $R[i_3, j]$ и $R[i_4, j]$, задающие начала производственных рейсов.

Вычисляем средний интервал движения для зоны: $\Delta = 1 / (r - 1) \cdot (R_2[i_4, j] - R_2[i_3, j])$, где r — количество производственных рейсов в зоне. Далее при фиксированных $R_1[p, j]$, $p = i_3, i_3+1, \dots, i_4$, осуществляем собственно коррекцию интервалов по формуле:

$$R_2[p, j] = \begin{cases} R_2[p, i], & \text{если } R_2[p, j] = a; \\ R_2^*[p, j], & \text{если } s_k^- \leq R_2^*[p, j] - R_1[p, j] \leq s_k^+ \text{ или } R_1[p, j] = a; \\ R_1[p, j] + s_k^+, & \text{если } R_2^*[p, j] - R_1[p, j] > s_k^+; \\ R_1[p, j] + s_k^-, & \text{если } R_2^*[p, j] - R_1[p, j] < s_k^-. \end{cases} \quad (9)$$

Здесь $R_2^*[p, j] = R_2[i_3, j] + [(g - 1) \cdot \Delta]$; g — порядковый номер производственного рейса, заданного элементом $R[p, j]$ в зоне.

Процесс продолжаем до тех пор, пока в очередной зоне получим $r < 3$.

Коррекция интервалов в зоне направления k нарушает связи (7) по строкам. Поэтому при помощи функций $s_1(t)$ и $s_2(t)$ необходимо скорректировать моменты прибытия поездов в некоторой зоне $(3 - k)$ -го направления. В дальнейшем это не будет специально оговариваться.

7. Составление расписания начинается с выбора более раннего из моментов открытия движения:

$$L_0 = \min_k L_{0k} \quad (k = 1, 2).$$

Этот момент является началом первого производственного рейса по k_0 -му конечному пункту, где k_0 — соответствует условию $L_{0k_0} = L_0$. Полагаем $R_2[2, 5 + k_0] = L_0$.

Тогда рейс, открывающий движение по пункту $(3 - k_0)$, не может быть записан левее $(4 + k_0)$ -го столбца.

Так как выход поездов из парков на маршрут может быть односторонним, то $(k_0 + 3)$ -й столбец матрицы резервируем для своевременного открытия движения по пункту $(3 - k_0)$. Это условие определяет выбор элемента, задающего первый производственный рейс по пункту k_0 .

Будем рассматривать такой метод составления расписания, когда поездам различных парков соответствуют не перемежающиеся строки матрицы.

Выберем парк, для которого k_0 -й конечный пункт является ближайшим по длине нулевых рейсов на маршрут; ему соответствует верхняя группа строк матрицы.

Далее, используя процедуру s_3 и величины u_{jm} ($j = 1, \dots, 4, 2$; $m = 1, 2$), равномерно распределим строки матрицы по типам поездов.

По формулам (1) и (7) заполним первую и вторую строки матрицы.

Предварительно вычисляем все рейсы полного выпуска поездов на период с открытия движения до окончания утреннего периода «пик» по формулам (7), (8), (9).

Теперь нужно исключить лишние рейсы в соответствии с графиком утреннего выпуска поездов. Множество типов поездов разбиваем на две

группы. Поезда, отнесенные к первой группе, должны выходить на маршрут раньше всех других поездов в соответствии с режимом их работы.

В определенном порядке просматриваем все микропериоды графика и для каждого из них находим границы соответствующей ему зоны в нужном направлении.

Строим проекцию этой зоны. В микропериоде исключаем рейсы нужного числа поездов, которым соответствуют единичные компоненты проекции. В первую очередь рассматриваем поезда, тип которых принадлежит второй группе. Если претендентов на исключение оказывается больше требуемого числа, выбор их производим равномерно по компонентам проекции при помощи процедуры s_3 .

Корректируем интервалы движения в вычисленном миноре матрицы, контролируем своевременность открытия движения по каждому конечному пункту, вычисляем моменты выхода поездов из парков. Поезда перенумеровываем в порядке выхода их из парков.

По обобщенным формулам (7) и (9) производим предварительное вычисление рейсов полного выпуска поездов на период: конец утренних часов «пик» — начало вечерних часов «пик».

Ориентировочно назначаем моменты начала и окончания перерывов в работе поездов между сменами. Последовательно рассматриваем для соответствующих типов поездов связанные с ними строки графика, расшифровываем информацию, записанную в строке. Для каждого микропериода графика находим соответствующую ему зону матрицы в каждом направлении, строим проекции зон двух направлений и находим их векторную сумму. Нужное число поездов отбираем при помощи суммы проекций. Перерывы выбранных поездов равномерно распределяем по длительности относительно компонент проекции.

Для этого каждую строку графика необходимо предварительно преобразовать в треугольную матрицу, элемент a_{pq} ($p = 1, \dots, 9; q = 1, \dots, 9$) которой будет указывать, сколько поездов снимается с маршрута до $(8 + p)$ часов и не работает до $(8 + q)$ часов.

Пусть имеет строку графика e_{i0} ($i = 1, \dots, 9$). Полагаем $a_{pq} = 0$ ($p = 1, \dots, 9; q = 1, \dots, 9$). Далее вычисление элементов a_{pq} производим по формулам:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_j = \min e_{i,j-1} \text{ при } e_{i,j-1} > 0; \\ e_{ij} = e_{i,j-1} - m_j \quad (i = 1, \dots, 9); \\ p = \min \{k / e_{kj} \geq 0\} \quad (k = 1, \dots, 9); \\ q = \max \{l / e_{lj} \geq 0\} \quad (l = 1, \dots, 9); \\ a_{pq} = m_j. \end{array} \right.$$

Процесс повторяем при $j = 1, 2, \dots$ до тех пор, пока $e_{ij} \leq 0$ ($i = 1, \dots, 9$). Очевидно, максимальный конечный шаг может соответствовать $j = 9$.

В каждой строке треугольной матрицы записано количество поездов, которым назначен перерыв в соответствующем этой строке микропериоде; по столбцам распределение произведено в зависимости от длительности перерыва.

Используя график обеденных перерывов бригад, равномерно по рейсам «обеденных» поездов распределяем внутри каждого микропериода начала обеденных перерывов. Здесь также используются зоны, соответствующие микропериодам в первом направлении движения, и их проекции. При этом учитывается, что продолжительность обеденного перерыва ограничена снизу и что после окончания периода обеденных перерывов в мат-

рице должен быть восстановлен порядок следования поездов через конечные пункты маршрута. Так как допускается пересечение периода проведения обедов с несколькими периодами P_q , то перерывы в работе бригад различных поездов, вообще говоря, будут различными.

В каждом микропериоде обеденные перерывы предоставляют в первую очередь поездам, имеющим меньший номер.

Исключаем совмещение обеденного перерыва бригады и ориентировочно намеченного перерыва между сменами для поездов, имеющих и утренний обед бригады, и перерыв между сменами.

Особо рассматриваем благоприятный частный случай, когда заданная продолжительность обеденного перерыва вписывается в некоторое число оборотных рейсов поезда. При этом в расписании не нарушается монотонность моментов начала рейсов по столбцам.

Рейсы поездов, которые обслуживаются бригадами, имеющими обеденный перерыв, смещаются во времени после окончания перерыва. Классификация поездов по типам допускает работу некоторых типов поездов без предоставления обеденного перерыва бригадам. Рейсы таких поездов не претерпевают смещения. Для восстановления порядка следования поездов через конечные пункты к моменту начала вечерних часов «пик» необходимо откорректировать конец перерыва между сменами для таких поездов, а также начало и конец перерыва для поездов, имеющих перерыв в работе между сменами и обеденный перерыв для бригад.

Для всего рассмотренного периода корректируем далее интервалы движения и вычисляем моменты прибытия в парки ремонтных и односменных утренних поездов, моменты вечернего выхода из парков ремонтных и вечерних односменных поездов. Присваиваем номера вечерним односменным поездам.

Производим предварительное заполнение матрицы на период: начало вечерних часов «пик» — закрытие движения.

Исходя из средней продолжительности работы поездов каждого типа, заданных моментов закрытия движения, возможности ухода поездов в парки с каждого конечного пункта и заданного минимума количества поездов, участвующих в закрытии движения, ориентировочно намечаем начала нулевых рейсов поездов в парки.

С применением метода, рассмотренного для предыдущего периода, распределяем обеденные перерывы бригадам вечерних смен. Корректируем моменты начала нулевых рейсов в парк для поездов, обслуживающихся бригадами с вечерним обеденным перерывом. Осуществляем корреляцию интервалов движения в вечернем периоде. Вычисляем моменты прибытия поездов в парки и эксплуатационные показатели расписания.

8. Подготовка информации для составления расписания при обработанных данных обследования пассажиропотоков на маршруте и полученных данных хронометража рейсов требует в зависимости от сложности конкретных условий от 40 минут до 2 часов рабочего времени техника средней квалификации.

Используемая ЭВМ «Урал-2» ВЦ АН СССР позволяет вводить информацию с перфокарт и выводить результаты на алфавитно-цифровое печатающее устройство (АЦПУ).

Программа, реализующая алгоритм составления расписаний, имеет объем порядка 15.000 команд и хранится на магнитном барабане. Отдельные этапы работы выполняются блоками программы, каждый из которых снабжен специализированной библиотекой стандартных подпрограмм.

Вызов в оперативную память и координацию работы блоков программы, запись на магнитный барабан составленных фрагментов расписания

производит ведущая программа, постоянно хранящаяся в оперативной памяти.

Сопоставление расписания с вводом исходной информации и печатью результатов занимает 3—5 минут машинного времени.

АЦПУ позволяет печатать расписание в виде, готовом к непосредственному использованию.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Б. Ковригин. Составление расписания автобусного движения на ЭВМ «Урал-1». В сб. «Вычислительная техника и вопросы программирования». Л., изд-во ЛГУ, вып. 3, 1964.
2. Г. А. Вареопуло. Некоторые вопросы планирования и расчета исходных данных для составления маршрутных расписаний городского пассажирского транспорта. В сб. «Новая техника жилищно-коммунального хозяйства». М., изд-во ЦБТИ-МКХ РСФСР, серия «Городской транспорт», вып. 5, 1964.
3. М. Р. Когаловский. Автоматизация процесса составления маршрутных расписаний на городском пассажирском транспорте (см. [2]).

Поступила в редакцию
24 II 1965