ЭКОНОМИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

ECONOMICS AND MATHEMATICAL METHODS

Том II, вып. 5

СЕНТЯБРЬ — ОКТЯБРЬ

Адрес редакции: Москва, Г-19, Волхонка, 14. Тел. Б 8-49-54

ЭКОНОМИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ 1996 том II, вып. 5

К ПРОБЛЕМЕ ОПТИМАЛЬНОГО ЭКОНОМИЧЕСКОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

А. Д. СМИРНОВ

(Москва)

В настоящее время все большее внимание уделяется вопросу повышения экономической обоснованности плановых расчетов. Народнохозяйственный план призван полностью обеспечить единство и сбалансированность народнохозяйственных проектировок и конкретных отраслевых и территориальных показателей. Это означает, что перспективы развития каждой отрасли, каждого экономического района должны быть тесно увязаны с развитием народного хозяйства в целом и, более того,— определяться в зависимости от целевых установок народнохозяйственного плана. Следовательно, стадия синтезирования отраслевых и территориальных расчетов должна первенствовать в подлинном смысле этого слова, а не являться простой подбивкой итогов отраслевых расчетов.

В самом общем виде проблема согласования плановых решений, принимаемых на различных уровнях народнохозяйственной иерархии, исследуется в ряде работ по теории оптимального планирования и управления экономическими системами (см. [1—4]). Но для принятия той или иной оптимальной стратегии в рамках модели функционирования экономической системы требуется определить структурные параметры развития экономики.

В данной статье излагается ряд методов оптимального прогнозирования структурных параметров экономико-математических моделей на высшем уровне народнохозяйственной иерархии. Прогноз может составляться на предварительных стадиях, и, следовательно, формирование окончательных решений на перспективу может осуществляться с учетом прогнозируемых значений структурных показателей. Это в свою очередь дает возможность провести надлежащую параметризацию оптимальных моделей с учетом сдвигов в пропорциях народного хозяйства, происходящих под воздействием технического прогресса, и оценивать преимущества оптимального режима развития экономической системы. Однако в целом проблема соотношения методов оптимального планирования и оптимального предсказания представляет предмет самостоятельного исследования, которое выходит за рамки настоящей работы.

Равным образом методы оптимального экономического прогнозирования могут найти применение уже на современном этапе в практике народнохозяйственного планирования, особенно на этапе оценки основных тенденций изменения технологических пропорций на перспективу.

Процесс составления народнохозяйственного плана можно себе представить схематически как четырехстадийный итерационный процесс:

1) предварительных наметок по важнейшим общеэкономическим темпам и пропорциям;

2) разверстки полученных величин темпов и пропорций по отраслям;

3) составления планов развития отраслей на основе лимитов по ресурсам капиталовложений, труда и материалов, полученных на первом этапе;

4) сведения отраслевых и территориальных расчетов в схему баланса народного хозяйства и корректировки плановых показателей, полученных на первом этапе.

Затем процесс снова повторяется в той же последовательности, и в результате нескольких подобных итераций народнохозяйственный план балансируется по своим важнейшим разделам.

Из анализа даже такой упрощенной схемы очевидно, какую огромную роль в составлении перспективного плана в целом играет предварительный этап, на котором составляется основной эскиз, костяк плана, служащий основой для более детальных и конкретных расчетов. Это как бы отправная точка, вершина, от которой начинает разрастаться «дерево» народнохозяйственного плана.

Ясно, что после нескольких итераций, уточнений, взаимного балансирования плановых показателей предварительные плановые наметки весьма существенно отличаются от окончательного варианта плана. Это относится как к синтетическим, «глобальным» народнохозяйственным показателям, так и отраслевым и территориальным проектировкам, хотя последние изменяются в большей степени. Но обоснованность составления предварительного варианта плана, особенно по важнейшим экономическим темпам и пропорциям, в огромной степени влияет не только на объем вычислительных работ, но и на самую направленность их, поскольку последующие этапы уже имеют перед собой отправной вариант. Следовательно, экономическая, количественная обоснованность предварительного варианта плана, составляемого по народному хозяйству в целом и по узкому кругу основных отраслей, в огромной степени предопределяет экономическую обоснованность всего плана. Именно на предварительном этапе составления народнохозяйственного плана необходимо использовать современный математический аппарат, который позволит увеличить степень экономического, расчетного обоснования предварительного варианта плана.

О ВЕРОЯТНОСТНОЙ ТРАКТОВКЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

На этапе составления предварительного варианта народнохозяйственного плана, по сути дела, составляется прогноз экономического роста, вариант планово-экономической модели. Важнейшим условием при этом является наличие неполной информации в том смысле, что требуется по значениям определенных параметров в прошлом определить будущее поведение экономической системы в условиях, когда оценки значений параметров в будущем могут быть заданы только некоторыми функциями распределения вероятностей.

Для решения такой задачи на предварительном этапе можно располагать лишь динамическими (временными) рядами важнейших экономических показателей, особенно структурных, которые и дают основную информацию для определения темпов и пропорций экономического развития.

При составлении планового эскиза руководящими установками являются указания партии и правительства по принципиальным вопросам экономического развития. Предварительный этап планирования служит для того, чтобы в соответствии с этими указаниями определить численную меру этого развития, найти конкретные величины плановых темпов и пропорций.

В таких условиях поставленная планово-экономическая задача сводится к следующему: на основании временных рядов значений структурных параметров за наблюдаемый период определить оценки для будущих значений этих структурных параметров, которые могут быть использованы для составления и параметризации оптимальных планово-экономических моделей.

Реализация поставленной задачи экономического предсказания требует решения ряда теоретических вопросов и прежде всего обоснования правомерности вероятностной трактовки временных рядов значений структурных параметров.

Временные ряды, отражающие экономическую динамику в отчетном периоде и последовательность оценок этих показателей в будущем, являются случайными последовательностями в теоретико-вероятностном смысле. Такая трактовка экономического процесса вполне естественна, если последний рассмотреть хотя бы в двух аспектах.

Реальный экономический процесс характеризуется определенным изменением численных параметров во времени. Характер таких изменений можно описать некоторой дискретно изменяющейся функцией времени $\tilde{\xi} = \tilde{\xi}_t$, которую можно представить как композицию некоторой неслучайной функции и случайной компоненты, т. е.

$$\tilde{\xi}_t = \tilde{\eta}_t + \tilde{\varepsilon}_t, \quad t = 1, 2, \ldots, n, \tag{1}$$

где неслучайная функция $\tilde{\eta}_t$ отражает воздействие на процесс факторов более или менее регулярного характера и функция $\tilde{\varepsilon}_t$ — случайное воздействие прочих факторов. В этом выражении неслучайная функция $\tilde{\eta}_t$ характеризует тренд — основную тенденцию экономического развития, тогда как случайная функция $\tilde{\varepsilon}_t$ показывает колебания фактической реализации процесса $\tilde{\xi}_t$ вокруг тренда, которые объясняются случайным воздействием множества причин.

С теоретической точки зрения тренд экономического процесса является результатом воздействия на процесс основных закономерностей причинно-следственного характера, регулирующих данную сторону, аспект воспроизводства. Воздействие прочих факторов самой разнообразной природы носит в определенной мере случайный характер и количественно находит свое выражение в случайной функции времени $\tilde{\varepsilon}_t$.

Плановое, целенаправленное регулирование общественного производства означает наличие некоторого систематического тренда $\tilde{\eta}_t$, складывающегося под воздействием главной, основной закономерности, регулирующей данную сторону процесса воспроизводства или воспроизводство в целом. Однако ясно, что детерминированное рассмотрение экономического процесса (или, что то же самое, лишь его систематического тренда $\tilde{\eta}_t$) представляет идеализацию последнего, абстрагирование от множества причин, реально воздействующих на процесс воспроизводства. Поэтому успешное использование математических моделей детерминированного типа, в частности для прогнозирования экономических процессов, возможно лишь при сравнительно малой флуктуации реализации процесса вокруг значений тренда. Задача в этом случае состоит в том, чтобы выявить и экономически обосновать возможность существования подобной ситуации.

Дополнительный анализ случайной компоненты $\tilde{\varepsilon}_t$ в выражении (1) оправдан тем, что ее присутствие в экономическом процессе $\tilde{\xi}_t$ является отражением возможных неточностей планового регулирования вследствие неполного предсказания будущего.

Достаточно указать на то, что реализация народнохозяйственных планов всегда вносит коррективы в первоначальные наметки. Но это, конечно, ни в малейшей степени не является отрицанием общей целенаправленности экономических процессов при плановом способе производства. Более того, стохастическая интерпретация экономической динамики по-настоящему плодотворна именно в условиях планового способа производства, так как только здесь встает во всем своем значении проблема экономического предсказания, для которой теория оптимального прогнозирования дает эффективные и обоснованные методы решения.

Знание реального экономического процесса по существу основано на измерении фактической его реализации для рассматриваемого периода, следовательно, процесс $\tilde{\xi}_t$ становится вероятностным уже хотя бы потому, что его представление (например, в виде дискретного временного ряда) содержит ошибки измерения, являющиеся случайными величинами для каждого фиксированного момента времени $t = 1, 2, \ldots, n$.

В этом случае анализируется и предсказывается процесс

$$\xi_t = \eta_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \ldots, n, \tag{2}$$

где ξ_t — эмпирический временной ряд экономических показателей; η_t — тренд эмпирического ряда; ε_t — случайные ошибки измерения.

Соотношения (1) и (2) находятся в соответствии, характеризуя природу экономического процесса и его эмпирическую реализацию.

ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ ЭКОНОМИЧЕСКОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

Итак, на предварительном этапе планирования практически единственным источником информации являются динамические ряды важнейших экономических показателей, которые отображают условия воспроизводства лишь отчетного периода. Математически оценки будущих значений ξ_{t+L} по известному прошлому процесса ξ_t могут быть определены, если автокорреляция между величиной ξ_{t+L} и значениями функции ξ_t для $t - i \leqslant t$ не нулевая. При этом подобная задача решается аналитически при трех основных предположениях: 1) случайный процесс ξ_t — стационарный либо сводится к стационарному; 2) критерий ошибки прогнозирования среднеквадратический; 3) оператор прогнозирования линейный.

При этом решающее значение имеет первое условие — стационарность случайного процесса ξ_t. Это условие означает, что статистический параметр процесса, усредненный по всему известному прошлому, даст ту же самую величину, как этот же параметр, усредненный по будущему. Для первых двух моментов процесса ξ_t, если этот процесс стационарен, выполняются условия:

$$\begin{aligned} m_\xi(t) &= M[\xi_t] = m = \text{const}, \\ D_\xi(t) &= M[\xi_t]^2 = d = \text{const}, \\ B_\xi(t, t+\tau) &= M[\xi_t \xi_{t+\tau}] = B(\tau), \end{aligned} \tag{3}$$

где M — знак математического ожидания; $D(t)$ — дисперсия; $B(\tau)$ — автокорреляционная функция. Значения экономического процесса ξ_t здесь и в дальнейшем будем считать центрированными.

Экономически условие стационарности произвольного экономического процесса ξ_t означает, что условия воспроизводства в наблюдаемом отчетном периоде, т. е. для $t - i \leqslant t$, сохраняются и для плановой перспективы, определяемой моментом времени $t + L$. Ясно поэтому, что условие стационарности в применении к произвольному экономическому процессу является слишком жестким, практически невыполнимым требованием.

Сколько-нибудь длинные временные ряды экономических показателей отражают воздействие нестационарного тренда — это существенно эволюционные ряды — и, следовательно, не удовлетворяют условию стационарности. Поэтому для того, чтобы использовать методы математической теории прогнозирования, которые развиты применительно к стационарным случайным процессам, необходимо предварительно преобразовать исходную информацию о реальных народнохозяйственных процессах. Можно поступить двояко: либо исключить из временных рядов тренд, либо наложить некоторые дополнительные ограничения на характер временных рядов.

Например, в отношении экономических процессов естественно считать, что это — нестационарные вообще процессы со стационарными приращениями произвольного k-го порядка, $k = 1, 2, \ldots, K$.

Практически достаточно потребовать стационарности второго приращения исходного процесса, т. е.

$$\psi_t = \Delta^2\xi_t = \Delta[\xi_{t+1} - \xi_t] = \xi_{t+2} - 2\xi_{t+1} + \xi_t, \tag{4}$$

пренебрегая приращениями более высокого порядка. Экономически такое требование означает, что в среднем скорость изменения приростов значений экономических показателей постоянна на рассматриваемом участке времени*. Иными словами, для анализируемого временного интервала протекание экономического процесса происходит в среднем с постоянным ускорением.

В таком случае методы оптимального в среднем квадратичном линейного прогнозирования применяются к процессу $\psi_t = \Delta^2\xi_t$, а затем по формуле (4) результаты сводятся к исходному процессу ξ_t.

Таким образом, можно констатировать, что использование методов оптимального прогнозирования экономических показателей не приводит к механическому перенесению условий отчетного периода на плановую перспективу. Неизменность условий воспроизводства — результат требования стационарности исходного экономического процесса — может быть заменена более слабым и экономически более приемлемым требованием стационарности k-х приращений анализируемого процесса.

Для прогнозирования экономической динамики, кроме известных временных рядов, требуется знание корреляционной зависимости между значениями этого процесса в прошлом и будущем. Вообще прогнозирование будущего осуществляется в меру знания автокорреляционной функции $B_\xi(\tau)$, которая может быть определена на основе эмпирической информации по формуле:

$$B_\xi(\tau) = \frac{1}{N}\sum_{t=\tau}^{N} \xi_t\xi_{t+\tau}, \qquad \tau = 0, 1, 2, \ldots, N-1,$$

где процесс ξ_t является центрированным.

Для анализа и расчетов удобнее пользоваться нормированной автокорреляционной функцией, определяемой как отношение

$$\rho_\xi(\tau) = \frac{B_\xi(\tau)}{B_\xi(0)}, \tag{5}$$

значения которой заключены между нулем и единицей.

* Это предположение в известном смысле является обобщением гипотезы А. А. Конюса о постоянстве вторых разностей временного ряда капитальных вложений [5].

Для автокорреляционной функции $\rho_\xi(\tau)$ выполняется предельное соотношение

$$\lim_{\tau\to\infty} \rho_\xi(\tau) = 0. \tag{6}$$

В тех случаях, когда зависимости между различными циклами производства предстают как ограниченные определенными временными рамками, можно считать, что соотношение (6) на бесконечном участке времени для экономических процессов выполняется.

Рассмотрим, как может быть решена задача экономического прогнозирования [6—11]. Считаем, что некоторый экономический процесс приводится к стационарному либо исключением тренда, либо взятием разностей соответствующего порядка. При известных значениях процесса ξ_t в n точках

$$\xi_{t-n}, \xi_{t-n+1}, \ldots, \xi_t \tag{7}$$

требуется предсказать значение ξ_{t+L} при условии минимальности среднеквадратической ошибки предсказания σ^2.

Прогноз ξ^p_{t+L} значения процесса ξ_{t+L} определяется как линейная комбинация наблюдаемых значений, т. е.

$$\xi^p_{t+L} = \sum_{i=1}^{n} a_i \xi_{t-i}, \tag{8}$$

где a_i — веса, которые придаются прошлым значениям процесса ξ_{t-i}. Следовательно, для предсказания будущего значения процесса ξ_{t+L} необходимо определить неизвестные веса a_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$ при выполнении условия

$$\sigma^2 = M \left| \xi_{t+L} - \sum_{i=1}^{n} a_i \xi_{t-i} \right|^2 = \min. \tag{9}$$

Вычислим, как выражается среднеквадратическая ошибка через значения корреляционной функции процесса ξ_t:

$$\sigma^2 = M \left| \xi_{t+L} - \sum_{i=1}^{n} a_i \xi_{t-i} \right|^2 = M|\xi_{t+L}|^2 -$$

$$- 2M \left| \sum_{i=1}^{n} a_i \xi_{t+L} \xi_{t-i} \right| + M \left| \sum_{i=1}^{n} a_i \xi_{t-i} \right|^2 =$$

$$= B(0) - 2 \sum_{i=1}^{n} a_i B(L+i) + \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} a_i a_k B(i-k),$$

так как экономический процесс ξ_t вещественный и стационарный и его корреляционная функция определяется равенством

$$M[\xi_t \xi_s] = B(t, s) = B(\tau) \text{ и } B(t, t) = B(0).$$

Очевидно, что значения $a_1, a_2, \ldots, a_n$, удовлетворяющие условию (9), определятся из системы линейных уравнений

$$\frac{\partial \sigma^2}{\partial a_i} = -2B(L+i) + 2 \sum_{k=1} a_k B(i-k) = 0, \quad i = 1, 2, \ldots, n,$$

или

$$\sum_{k=1}^{n} B(i-k)a_k = B(i+L), \quad i = 1, 2, \ldots, n. \tag{10}$$

Нормируя систему (10), получаем векторно-матричное уравнение

$$R(\tau)\bar{a} = \bar{\rho}(\tau + L), \quad \tau = 0, 1, 2, \ldots, n-1 \tag{10'}$$

относительно вектора весовых коэффициентов для наблюдений, участвующих в прогнозе.

Система (10′) имеет единственное решение, которое и определяет оптимальный в среднем квадратичном линейный прогноз ξ_{t+L}^{p} экономического процесса ξ_t по формуле (8).

НЕКОТОРЫЕ РАСЧЕТЫ ПО ЭКОНОМИЧЕСКОМУ ПРЕДСКАЗАНИЮ *

Для построения системы уравнений (10′) необходимо знать значения автокорреляционной функции в $n + L$ точках, тогда как по формуле (5) она определена лишь для n точек.

Для нахождения остальных значений поступают обычно следующим образом. Сглаживают по некоторой функции эмпирические значения автокорреляции и сглаженные значения экстраполируют на L точек вперед. Однако это необходимо делать только тогда, когда в прогнозировании участвуют все значения временного ряда, следовательно, когда прогноз определяется равенством (8).

Однако для экономических процессов, которые характеризуют изменения некоторых структурных (а в ряде случаев и абсолютных) показателей, как правило, в предсказании участвуют лишь последние несколько наблюдений. Например, очень мало оснований полагать, что структурные технологические соотношения, наблюдаемые, например, в 1950 г., будут определять технологию общественного производства для 1970 г., поскольку за столь длительный период времени пропорции народного хозяйства существенно изменились вследствие ряда причин и прежде всего воздействия технического прогресса. Напротив, структурные параметры экономики 1964 г., очевидно, очень важны для определения основных тенденций их изменения к 1970 г., так как при эволюционном развитии технического прогресса вряд ли возможно резкое изменение глобальных народнохозяйственных пропорций за сравнительно короткий период.

Это обстоятельство дает возможность прогнозировать экономические процессы на основе эмпирических значений автокорреляционной функции, что существенно упрощает расчеты.

Рассмотрим конкретный экономический процесс — динамику темпов прироста совокупного общественного продукта СССР $\lambda_t = \Delta x_t / x_t$ ($t = 1, 2, \ldots, 15$) за период 1950—1964 гг., полученную пересчетом динамики темпов роста за указанный период по [12]. Центрированные временные ряды $\mathring{\lambda}_t = \lambda_t - \bar{\lambda}$, $\Delta\mathring{\lambda}_t = \Delta\lambda_t - \overline{\Delta\lambda}$ и $\Delta^2\mathring{\lambda}_t = \Delta^2\lambda_t - \overline{\Delta^2\lambda}$, где $\bar{\lambda} = 0{,}0875$, $\overline{\Delta\lambda} = 0{,}0028$ и $\overline{\Delta^2\lambda} = 0{,}0037$, представлены в табл. 1. Из теории макроэкономического моделирования [13—16] известно, что темп прироста λ_t является обобщенной структурной характеристикой процесса

* Расчеты, приведенные в статье, являются предварительными и были проделаны сотрудниками ЦЭМИ АН СССР Л. В. Беловой, З. А. Жилкиной, Н. В. Масловой и Б. М. Широковым.

Таблица 1

Временные ряды $\mathring{\lambda}_t$, $\Delta\mathring{\lambda}_t$ и $\Delta^2\mathring{\lambda}_t$

Годы	1950	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959	1960	1961	1962	1963	1964
$\mathring{\lambda}_t = \lambda_t - \bar{\lambda}$	0,0226	0,0207	0,0097	0,0310	0,0190	0,0258	−0,0036	0,0118	−0,0042	−0,0039	−0,0178	−0,0258	−0,0412	−0,0176	−0,0174
$\Delta\mathring{\lambda}_t = \Delta\lambda_t - \Delta\bar{\lambda}$	0,0013	−0,0082	0,0242	−0,0092	0,0097	−0,0300	0,0213	−0,0132	−0,0029	−0,0051	−0,0052	−0,0126	0,0264	0,0030	
$\Delta^2\mathring{\lambda}_t = \Delta^2\lambda_t = \Delta^2\bar{\lambda}$	−0,0132	0,0287	−0,0371	0,0151	−0,0430	0,0471	−0,0382	0,0036	−0,0060	−0,0038	−0,0011	0,0353	0,0197		

Таблица 2

Нормированные автокорреляционные функции $\rho(\tau)$ процессов $\mathring{\lambda}_t$, $\Delta\mathring{\lambda}_t$ и $\Delta^2\mathring{\lambda}_t$

τ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$\rho_{\lambda}(\tau)$	1	0,6543	0,6041	0,3446	0,2023	−0,0431	−0,1619	−0,3067	−0,3468	−0,4203	−0,3197	−0,3099	−0,2101	−0,1090	−0,0561
$\rho_{\Delta\lambda}(\tau)$	1	−0,5597	0,3432	−0,3680	0,3006	−0,3154	0,2942	−0,2792	0,0598	−0,1475	0,2173	−0,0497	0,0031	0,0012	
$\rho_{\Delta^2\lambda}(\tau)$	1	−0,6415	0,5110	−0,4546	0,4066	−0,3644	0,2256	−0,0877	0,0069	−0,1282	0,0430	0,0096	−0,0263		

Таблица 3

Матрицы $R^{-1}(\tau)$ временных рядов $\mathring{\lambda}_t$ и $\Delta\mathring{\lambda}_t$

2,10354	−1,04015	−1,01753	0,36756	0,30648	1,54297	0,80763	0,12449	0,35415	−0,01109
−1,04016	2,57553	−0,59128	−1,05087	0,35753	0,80764	1,96560	0,87532	0,31075	0,35414
−1,01753	−0,59127	3,00299	−0,59130	−1,01751	0,12450	0,87532	1,89436	0,87536	0,12452
0,36754	−1,05091	−0,59125	2,57561	−1,04023	0,35416	0,31076	0,87536	1,96565	0,80765
0,30653	0,35756	−1,01754	−1,04021	2,10659	−0,01109	0,35416	0,12452	0,80765	1,54297

расширенного воспроизводства. Поэтому в известном смысле прогнозирование темпов может предшествовать предсказанию (но, конечно, не заменять собой) норм материалоемкости, приростной фондоемкости и «нагрузки» на экономику.

Анализ динамических рядов $\mathring{\lambda}_t$, $\Delta\mathring{\lambda}_t$ и $\Delta^2\mathring{\lambda}_t$ интересен в том отношении, что для них характерно отсутствие систематического тренда. На рис. 1 представлены временные ряды показателей λ_t, $\Delta\lambda_t$ и $\Delta^2\lambda_t$. Ясно, что гипотеза о стационарности темпов прироста не противоречит эволюционности структурных параметров экономической системы.

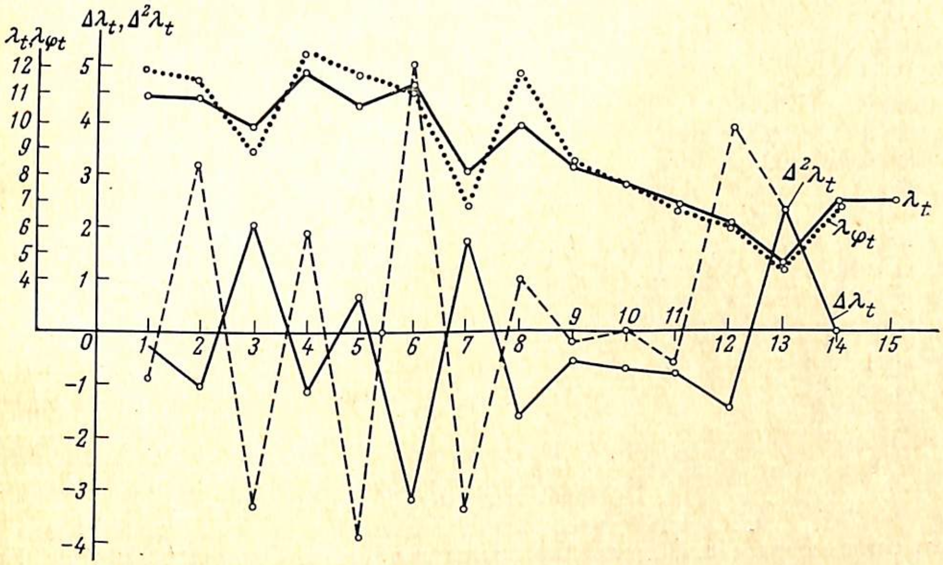

Рис. 1. Динамика процессов λ_t, λ_{φ_t}, $\Delta\lambda_t$ и $\Delta^2\lambda_t$

К сожалению, в экономике отсутствуют длительные временные ряды, и гипотеза стационарности рядов $\mathring{\lambda}_t$, $\Delta\mathring{\lambda}_t$ и $\Delta^2\mathring{\lambda}_t$ покоится скорее на качественном утверждении, что социалистической экономике присущи высокие и устойчивые темпы роста, чем на анализе достаточно большого числа наблюдений. Впрочем, это утверждение вполне согласуется с приведенными эмпирическими данными.

Для центрированных временных рядов $\mathring{\lambda}_t$, $\Delta\mathring{\lambda}_t$ и $\Delta^2\mathring{\lambda}_t$ были просчитаны нормированные автокорреляционные функции $\rho(\tau)$, которые представлены в табл. 2. Интересно отметить, что коррелограммы этих процессов (см. рис. 2), и особенно $\Delta\mathring{\lambda}_t$ и $\Delta^2\mathring{\lambda}_t$, показывают явную зависимость функций от периода τ, что указывает на их стационарность. Однако, учитывая очень ограниченное число наблюдений, наше исследование проведем только применительно к временным рядам $\mathring{\lambda}_t$ и $\Delta\mathring{\lambda}_t$.

Ограничимся эмпирическими значениями автокорреляционных функций $\rho_{\mathring{\lambda}_t}(\tau)$ и $\rho_{\Delta\mathring{\lambda}}(\tau)$ для $\tau < 6$, что можно обосновать двояким образом. Во-первых, в силу ограниченности числа наблюдений значения автокорреляции для больших величин τ статистически ненадежны и, следовательно, ненулевая корреляция объясняется «шумами» и ошибками измерения. Во-вторых, взаимосвязи между различными циклами воспроизводства не превышают периода в 4—5 лет. В этом случае в соответствии с формулой (8) оптимальный прогноз по временному ряду $\mathring{\lambda}_t$ на $(t+1)$-й год задается как $\overset{\circ}{\lambda}{}^p_{t+1} = \sum_{i=1}^{5} a_t{}^1 \overset{\circ}{\lambda}_{t-i}$ и вектор $\bar{a}^1 = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ находится из решения векторно-матричного уравнения (10′).

Для временных рядов $\overset{\circ}{\lambda}_t$ и $\Delta\overset{\circ}{\lambda}_t$ обратные матрицы к матрицам ковариации представлены в табл. 3. Значения вычисленных векторов $\bar{a}^i$ $(i = 1, 2, \ldots, 5)$, определяющих веса наблюдений при прогнозе по пяти точ-

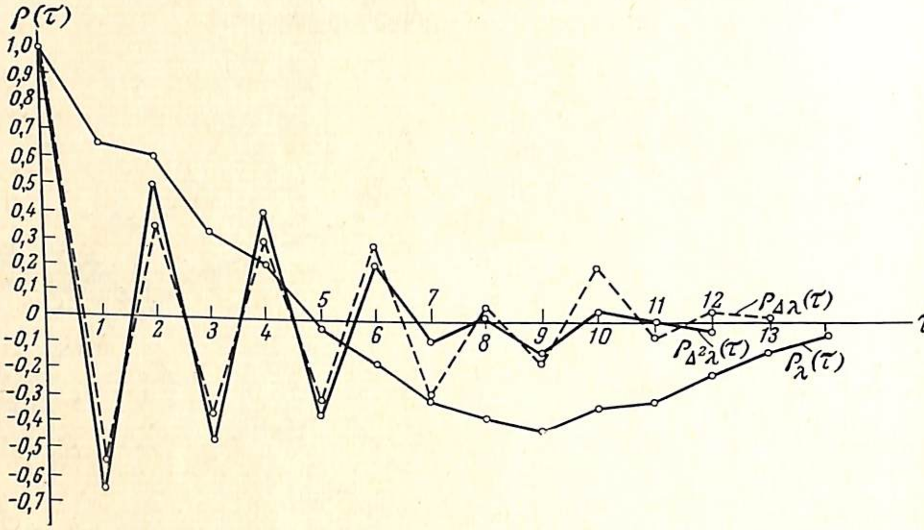

Рис. 2. Коррелограммы $\rho_\lambda(\tau)$, $\rho_{\Delta\lambda}(\tau)$, $\rho_{\Delta^2\lambda}(\tau)$

кам процессов $\overset{\circ}{\lambda}_t$ и $\Delta\overset{\circ}{\lambda}_t$, представлены в табл. 4. Окончательные результаты расчетов даны в табл. 5.

В этой таблице прогнозируемые значения темпов прироста $\lambda_t{}^p$ определяются по формуле $\lambda_t{}^p = \overset{\circ}{\lambda}_t{}^p + \bar{\lambda}$ и $\lambda_t{}^p = \lambda_0 + t\overline{\Delta\lambda} + \sum_{i=0}^{t-1} \Delta\overset{\circ}{\lambda}_i$ для случаев прогнозирования по временным рядам $\overset{\circ}{\lambda}_t$ и $\Delta\overset{\circ}{\lambda}_t$ соответственно. Анализ этой таблицы позволяет заключить, что предсказание темпов прироста по этим рядам имеет тенденции к возрастанию (ряд $\overset{\circ}{\lambda}_t$) и падению (ряд $\Delta\overset{\circ}{\lambda}_t$) при совпадении результатов прогноза для 1965 г., которые являются наиболее надежными. Различия в трендах прогнозирования, на наш взгляд, объясняются (помимо чисто формальных моментов) различными тенденциями наблюдаемой динамики темпов прироста за последние пять лет. За этот период падающая тенденция темпов прироста λ_t сменилась возрастающей, а затем стабилизировалась. Это нашло свое отражение в процессах $\overset{\circ}{\lambda}_t$ и $\Delta\overset{\circ}{\lambda}_t$ и, следовательно, в результатах их предсказания. Отметим, что экспоненциальное прогнозирование по переменному числу точек также отражает различные тенденции наблюдаемой динамики экономических параметров. И в этом случае осреднение различных тенденций дает наилучшее предсказание эмпирического временного ряда. С экономической точки зрения противодействие этих тенденций на период предсказания является следствием существенной инерционности параметров глобальной экономической структуры, которые сравнительно медленно изменяются под воздействием хозяйственно-технических мероприятий. Поэтому весьма естественно считать наиболее вероятным прогнозом математическое ожидание этих тенденций $m^p{}_{\lambda_t}$, которое является несмещен-

Таблица 4

Векторы весов для прогноза временных рядов $\mathring{\lambda}_t$ и $\Delta\mathring{\lambda}_t$

$$\bar{a}^1 = (0,46047,\ \ 0,44302,\ -0,06380,\ -0,03230,\ -0,22921)$$
$$\bar{a}^2 = (0,64271,\ \ 0,12539,\ -0,02082,\ -0,20230,\ -0,19018)$$
$$\bar{a}^3 = (0,40590,\ \ 0,24534,\ -0,19180,\ -0,15831,\ -0,25392)$$
$$\bar{a}^4 = (0,41658,\ -0,03076,\ -0,13221,\ -0,21389,\ -0,20066)$$
$$\bar{a}^5 = (0,13346,\ \ 0,01926,\ -0,14884,\ -0,12045,\ -0,28516)$$

$$\bar{a}^1 = (-0,52226,\ -0,11786,\ -0,24259,\ -0,07758,\ -0,16191)$$
$$\bar{a}^2 = (0,15479,\ -0,17690,\ \ 0,05060,\ -0,11199,\ \ 0,10255)$$
$$\bar{a}^3 = (-0,25705,\ \ 0,01010,\ -0,15735,\ \ 0,03982,\ -0,12196)$$
$$\bar{a}^4 = (0,14619,\ -0,18517,\ \ 0,08176,\ -0,23154,\ -0,21158)$$
$$\bar{a}^5 = (-0,26093,\ \ 0,04557,\ -0,27668,\ -0,26618,\ -0,10630)$$

Таблица 5

Прогноз по временным рядам $\mathring{\lambda}_t$ и $\Delta\mathring{\lambda}_t$ и средняя арифметическая результатов

Годы	$\mathring{\lambda}_t^p$	λ_t^p	$\Delta\mathring{\lambda}_t^p$	$\Delta\lambda_t^p$	λ_t^p	$m_{\lambda_t^p}$
1964			0,00378	0,00095		
1965	−0,01244	0,07507	−0,00317	−0,00600	0,07105	0,07306
1966	−0,00696	0,08055	0,00392	0,00109	0,06705	0,07380
1967	0,00154	0,08905	−0,00758	−0,01041	0,06814	0,07860
1968	0,00607	0,09358	−0,00279	0,00562	0,05773	0,07566
1969	0,01033	0,09784			0,05211	0,07498

ной оценкой тенденций λ_t^p по временным рядам $\mathring{\lambda}_t$ и $\Delta\mathring{\lambda}_t$. Как видно из табл. 5, средняя арифметическая $m_{\lambda_t^p}$ для периода предсказания сравнительно стабильна и определяет средний темп прироста примерно в 7,5%.

ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЕ ЭКОНОМИЧЕСКОЕ ПРЕДСКАЗАНИЕ

К изложенным методам прогнозирования по автокорреляционным функциям экономических процессов тесно примыкают методы экспоненциального сглаживания (см. [17—21]), особенно однопараметрический метод Р. Г. Брауна. Метод Брауна дает возможность предсказать будущие значения некоторого процесса в зависимости от результатов сглаживания эмпирических временных рядов по формулам:

$$\begin{aligned} S_t^{(1)}(\lambda) &= \alpha\lambda_t + \beta S_{t-1}^{(1)}(\lambda), \\ S_t^{(2)}(\lambda) &= \alpha S_t^{(1)}(\lambda) + \beta S_{t-1}^{(2)}(\lambda), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ S_t^{(n)}(\lambda) &= \alpha S_t^{(n-1)}(\lambda) + \beta S_{t-1}^{(n)}(\lambda), \end{aligned} \tag{11}$$

где $S_t^{(i)}$ — сглаженное значение i-го порядка процесса λ_t в точке t; α — параметр сглаживания; $\beta = 1 - \alpha$.

Метод экспоненциального сглаживания Брауна позволяет осуществлять предсказание процесса по наблюдениям, веса которых экспоненциально убывают по мере удаления точки процесса от данного момента времени. Так, если сглаженное значение $S_t^{(1)}(\lambda)$ процесса λ_t представить через всю предысторию процесса, то получаем

$$\begin{aligned} S_t^{(1)}(\lambda) = \alpha\lambda_t + \beta S_{t-1}^{(1)}(\lambda) = \alpha\lambda_t + \alpha\beta\lambda_{t-1} + \beta^2 S_{t-2}^{(1)}(\lambda) = \ldots \\ \ldots = \alpha\sum_{k=0}^{n-1}\beta^k\lambda_{t-k} + \beta^t\lambda_{t-n}. \end{aligned} \tag{12}$$

Интересно отметить, что идея экспоненциального сглаживания является своеобразным компромиссом прогнозирования по скользящей средней

$$M_t = M_{t-1} + \frac{\lambda_t - \lambda_{t-n+1}}{n}$$

и прогнозирования корреляционно-марковских процессов. В первом случае все значения временного ряда имеют равный вес $a = 1/n$, где n — число наблюдений. Во втором случае последнее наблюдение имеет вес, равный единице, а все остальные — нулю. Последнее сразу же вытекает из формулы (10′), так как автокорреляционная функция марковского процесса есть $\rho_\lambda(\tau) = Aa^{|\tau|}$, где $|a| < 1$.

Для экспоненциального сглаживания, как это видно из формулы (12), все наблюдения имеют ненулевой вес, но вес наиболее ранних наблюдений пренебрежимо мал по сравнению с весом последних значений временного ряда.

Поэтому с теоретико-экономической точки зрения прогноз по методу экспоненциального сглаживания наиболее обоснован, так как он позволяет учесть основные тенденции изменения народнохозяйственной структуры по нескольким последним значениям процесса и предсказать их на несколько периодов в будущее. При этом основное влияние на предсказание оказывают несколько последних наблюдений, а не только самое последнее, которое может экономически дезориентировать плановые проектировки.

Вместе с тем метод экспоненциального сглаживания позволяет существенно уменьшить объем информации для предсказания, поскольку ранними значениями временного ряда можно пренебречь вследствие малости весов, им соответствующих.

Параметр сглаживания α вообще определяется статистикой исследуемого процесса, причем можно подобрать α оптимальным в зависимости от определенного критерия. В работе [20] показывается, что для любого временного ряда прогнозирующий полином P порядка n может быть получен методом экспоненциального сглаживания при условии

$$\sigma^2 = \alpha \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i (\lambda_{t-i} - P_{t-i})^2 = \min.$$

Параметр α, реализующий этот критерий, наилучшим образом соответствует данному процессу λ_t и участвует в определении прогноза по формуле

$$\overset{p}{\lambda}_{t+L} = P_{t+L} = \lambda_t + a_1 L + a_2 L^2 + \ldots + a_n L^n, \tag{13}$$

где

$$a_1 = \frac{d\lambda}{dt}, \quad a_2 = \frac{1}{2!}\frac{d^2\lambda}{dt^2}, \ldots, a_n = \frac{1}{n!}\frac{d^n\lambda}{dt^n}.$$

Фундаментальная теорема, доказанная Брауном и Мейером [18], устанавливает, что коэффициенты $a_1, a_2, \ldots, a_n$ предсказывающего полинома P из (13) могут быть выражены через сглаженные значения $S_t^{(k)}(\lambda)$ ($k = 1, 2, \ldots, n$) процесса λ_t. Практически, однако, удовлетворительный прогноз может быть сделан на основе модели предсказания не выше второго порядка, причем порядок модели определяется в зависимости от качественных характеристик конкретного временного ряда.

Для динамики темпов прироста λ_t нами были произведены ориентировочные расчеты по предсказанию на пять лет вперед на основе значений λ_{60}, λ_{61}, λ_{62}, λ_{63}, λ_{64} при следующих значениях параметра α:

$$\alpha_1 = 0{,}053; \quad \alpha_5 = 0{,}145; \quad \alpha_9 = 0{,}20;$$
$$\alpha_2 = 0{,}072; \quad \alpha_6 = 0{,}160; \quad \alpha_{10} = 0{,}25;$$
$$\alpha_3 = 0{,}1; \quad \alpha_7 = 0{,}165; \quad \alpha_{11} = 0{,}30;$$
$$\alpha_4 = 0{,}135; \quad \alpha_8 = 0{,}170; \quad \alpha_{12} = 0{,}35;$$
$$\alpha_{13} = 0{,}40.$$

Для прогноза использовалась следующая модель:

а) исходный процесс $\lambda_t = \hat{a}_0 + \hat{a}_s t + \frac{1}{2} a_2 t^2$;

б) оценки коэффициентов

$$a_0(t) = 3S_t^{(1)}(\lambda) - 3S_t^{(2)}(\lambda) + S_t^{(3)}(\lambda),$$

$$a_1(t) = \frac{\alpha}{2\beta}[(6-5\alpha)S_t^{(1)}(\lambda) - 2(5-4\alpha)S_t^{(2)}(\lambda) + (4-3\alpha)S_t^{(3)}(\lambda)],$$

$$a_2(t) = \frac{\alpha^2}{\beta^2}[S_t^{(1)}(\lambda) - 2S_t^{(2)}(\lambda) + S_t^{(3)}(\lambda)];$$

в) начальные условия

$$S_0^{(1)}(\lambda) = S_0^{(2)}(\lambda) = S_0^{(3)}(\lambda) = \lambda_{62};$$

г) предсказание

$$\lambda_{t+L}^{p} = a_0(t) + a_1(t)L + \frac{1}{2}a_2(t)L^2, \quad L = 1, 2, \ldots, 6.$$

Результаты расчетов представлены в табл. 6. Из анализа этих прикидочных вариантов можно заключить, что исследуемая динамика моделируется весьма чувствительной системой, быстро реагирующей на заданные возмущения. Ей соответствуют относительно большие значения параметров порядка $\alpha = 0{,}400$ по примерно трем наблюдениям (результаты надежны, следовательно, при заданных α до 1967 г.). Следует отметить также, что на качество предсказания влияет и предыстория процесса. Так, при увеличении предыстории до 1958 г. примерно такие же результаты были получены при меньших значениях α (при падающей тенденции, объясняемой предысторией процесса).

Интересно отметить также совпадение результатов прогнозирования процесса $\mathring{\lambda}_t$ по автокорреляционной функции (см. табл. 5) с результатами экспоненциального предсказания по параболической модели с параметром $\alpha = 0{,}4$.

Можно отметить, что примерно такие же результаты получены при прогнозировании по линейной модели с начальными условиями $S_0^{(1)} = S_0^{(2)} = \lambda_{60} = 0{,}069$ и параметром $\alpha = 0{,}5$. Результаты этих расчетов представлены в табл. 7. Как видно из сопоставления расчетов от 1965 до 1970 г. по табл. 6 и 7, оба варианта имеют возрастующую тенденцию при средних темпах $m_\lambda \approx 7{,}7\%$ по линейной модели и $m_\lambda \approx 8{,}6\%$ по квадратической модели.

Не следует полагать, что прогнозирование по квадратической модели эквивалентно простой экстраполяции параболической регрессии темпов по времени. Экстраполяция параболы, сглаженной методом наименьших квадратов за период 1956—1964 гг. со среднеквадратической ошибкой $\sigma_\lambda = 0{,}00955$ и коэффициентом вариации $v_\lambda = 13{,}1\%$, дает результаты,

Таблица 6

Прогноз по квадратической модели на 1960—1969 гг. ($\alpha = 0,4$, $\beta = 0,6$)

t	$\lambda_t^э$	$S_0^1 = S_0^2 = S_0^3$	$S_t^{(1)}$	$S_t^{(2)}$	$S_t^{(3)}$	a_0	a_1	a_2
1960	0,069	0,069	0,069000	0,069000	0,069000	0,069000	0	0
1961	0,061		0,065800	0,067720	0,068488	0,062728	—0,001843	—0,000512
1962	0,046		0,057880	0,063784	0,066607	0,048895	—0,005237	—0,001369
1963	0,070		0,062728	0,063361	0,065308	0,063409	0,000973	0,000584
1964	0,070		0,065637	0,064272	0,064894	0,068989	0,002400	0,000883

1960	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969
0,069000	0,060628	0,042974	0,064674	0,71830	0,075550	0,080158	0,085645	0,092014	0,099265

$m_\lambda = 0,063$; $\sigma_\lambda = 0,000008$; $\nu_\lambda = 4,49\%$

Таблица 7

Прогноз по линейной модели на 1960—1969 гг. ($\alpha = 0,5$)

t	$\lambda_t^э$	S_0^1	S_0^2	$S_t^{(1)}$	$S_t^{(2)}$	a_0	a_1
1960	0,069	0,069	0,069	0,069	0,069	0,069	0
1961	0,061			0,065	0,067	0,063	—0,002
1962	0,046			0,0555	0,06125	0,04975	—0,00575
1963	0,070			0,06275	0,062	0,0635	0,00075
1964	0,070			0,066375	0,0641875	0,0685625	0,0021875

1960	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969
0,069	0,061	0,04400	0,06425	0,0707500	0,0729375	0,0751250	0,0773125	0,0795000	0,0816875

$m_\lambda = 0,063$; $\sigma_\lambda = 0,000008$; $\nu_\lambda = 4,5\%$

существенно отличные от результатов экспоненциального предсказания с тем же периодом предыстории процесса. Табл. 8 позволяет сравнить эти результаты.

Как видно, прогнозы по этим двум методам имеют противоположные тенденции при относительном совпадении средних темпов прироста: $m_\lambda \approx 8{,}4\%$ по первому варианту, $m_\lambda \approx 7{,}2\%$ по второму варианту.

Несмотря на предварительный характер представленных расчетов, можно заключить, что метод экспоненциального сглаживания представляет большой интерес для прогнозирования основных тенденций изменения параметров глобальной структуры народного хозяйства. По этому методу в ЦЭМИ АН СССР в настоящее время проводится серия расчетов по оптимальному предсказанию основных экономических параметров народного хозяйства СССР с помощью электронной вычислительной машины БЭСМ-3М по программе, составленной Ю. Л. Селивановым.

Таблица 8

Сравнение простой и экспоненциальной экстраполяции на 1965—1970 гг.

№ п/п	Виды экстраполяции	Годы					
		1965	1966	1967	1968	1969	1970
1	Простая экстраполяция параболы $\lambda_t^p = 0{,}104153 - 0{,}010707t + 0{,}000703t^2$	0,067	0,071	0,077	0,084	0,092	0,102
2	Экспоненциальное предсказание $\alpha = 0{,}053$; $S_0^1 = -0{,}088011$; $S_0^2 = -0{,}390743$; $S_0^3 = -0{,}805537$	0,076	0,075	0,073	0,071	0,068	0,065

Так как подавляющее большинство экономических временных рядов носит существенно эволюционный, а не стационарный характер, то метод экспоненциального предсказания является, пожалуй, наиболее подходящим для экономического прогнозирования. В любом случае он более экономен, так как не требует предварительных трудоемких расчетов автокорреляционной функции и обращения матрицы $R(\tau)$. В ряде случаев оценки последних могут быть использованы для уточнения параметра сглаживания α, но не являются необходимыми, так как экспоненциальное сглаживание проводится по значениям самого временного ряда.

* * *

В настоящее время особенно сложные проблемы встают при реализации методов оптимального экономического предсказания в силу крайней сложности и изменчивости развития народного хозяйства и ограниченности и подчас ненадежности исходной экономической информации. Однако их использование в практике плановых расчетов уже сейчас поможет повысить обоснованность экономических решений.

В заключение автор считает своим долгом выразить глубокую благодарность В. А. Волконскому, А. И. Каценелинбойгену, Б. Н. Михалевскому и С. С. Шаталину за советы, оказавшие ему большую помощь в работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. П. Федоренко. О разработке научных методов управления народным хозяйством. Экономика и матем. методы, 1965, т. I, вып. 3.
2. А. Л. Лурье. Абстрактная модель перспективного оптимального планирования. Экономика и матем. методы, 1966, т. II, вып. 1.

3. А. И. Каценелинбойген, Ю. А. Овсиенко, Е. Ю. Фаерман. Некоторые теоретические вопросы оптимального планирования народного хозяйства. Вестн. АН СССР, 1965, № 12.
4. С. С. Шаталин. Темпы и пропорции экономического развития и эффективность общественного производства. Вопр. экономики, 1965, № 1.
5. А. А. Конюс. Перспективное планирование в предположении равномерного роста капиталовложений. В сб. Планирование и экономико-математические методы. М., «Наука», 1964.
6. А. М. Яглом. Введение в теорию стационарных случайных функций. Успехи матем. н., 1952, т. VII, вып. 5 (51).
7. Г. Боде, К. Шеннон. Упрощенное изложение линейной минимально-квадратической теории сглаживания и предсказания. В сб. Работы по теории информации и кибернетике. М., Изд-во иностр. лит., 1963.
8. А. Г. Ивахненко, В. Г. Лапа. Кибернетические предсказывающие устройства. Киев, «Наукова Думка», 1965.
9. S. Darlington. Linear Least — Squares Smoothing and Prediction, with Applications. The Bell System Techn. J., 1958, v. 37, № 5.
10. L. D. Davisson. Prediction of Time Series from Finite Past. J. Industr. and Appl. Mathem., 1965, v. 13, № 3.
11. F. P. Beer, R. Y. Sarubbi. Extrapolation in Time of Fields with Stationary Increments, etc. AIAA Journal, 1965, v. 3, № 3.
12. Народное хозяйство СССР 1958—1964 годы. Статистические сборники. М., «Статистика», 1959—1965.
13. О. Ланге. Теория воспроизводства и накопления, М., Изд-во иностр. лит., 1963.
14. Б. Н. Михалевский. Перспективные расчеты на основе простых динамических моделей. М., «Наука», 1964.
15. А. Д. Смирнов. Динамическая модель межотраслевого баланса. М., Изд. МИНХ им. Плеханова, 1964.
16. А. Д. Смирнов. Динамическая межотраслевая модель и плановые расчеты. Экономика и матем. методы, 1965, т. I, вып. 3.
17. R. G. Brown. Statistical Forecasting for Inventory Control. Mc-Grow Hill, 1959.
18. R. G. Brown. Smoothing, Forecasting and Prediction of Discrete Time Series. Prentice-Hall, 1963.
19. G. E. P. Box, G. M. Jenkins. Some Statistical Aspects of Adaptive Optimization and Control. J. R. Statist. Soc., v. 13, 24 (2), 297.
20. D. A. D'Esopo. A Note on Forecasting by the Exponential Smooting Operator. Opns. Res., 1961, v. 9, № 5.
21. R. J. Harrison. Short-Term Sales Forecasting. Appl. Statist., J. R. Statist. Soc., 1965, v. XIV, № 2 and 3.

Поступила в редакцию
17 I 1966