

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ АНАЛИЗА СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ПРЕДПРИЯТИЯМИ

М. П. ОСЕНМУК

(МОСКВА)

В настоящее время все большее количество научно-исследовательских и проектных организаций приступает к проектированию комплексных систем автоматизированного управления предприятиями. Разработка проекта такой системы невозможна без детального анализа исходной системы управления производством и ее взаимосвязи с самим объектом управления — производством. Тем не менее к настоящему времени практически нет разработанных методов анализа взаимосвязи производства и системы управления производством. Нет также методов синтеза систем управления производством, вследствие чего проектирование комплексных систем управления предприятиями ведется в большинстве случаев с привлечением «интуиции» эвристическими методами, без достаточно четкого обоснования выбора структуры органов управления.

В предлагаемой статье рассматривается один из возможных методов подхода к изучению взаимного влияния производства и органов управления, основанный на использовании методов анализа и синтеза систем автоматического управления.

1. ПРОИЗВОДСТВО КАК ОБЪЕКТ РЕГУЛИРОВАНИЯ

Очень большой класс производств можно с достаточной степенью точности представить непрерывной динамической моделью. Это непрерывные (например, химическое) производства, массовые «почти непрерывные» производства (в частности, легкая промышленность), серийные производства машиностроения, приборостроения и т. д. Для последних (существенно дискретных) производств возможность представления непрерывной моделью вытекает из малости дискретности выпуска продукции по сравнению с периодом выпуска (т. е. достаточно устойчивой номенклатуры выпуска в течение длительного времени).

В идеальном случае при отсутствии значительных возмущений — внешних (например, изменение номенклатуры выпускаемой продукции) и внутренних (таких, как изменение характеристик производства вследствие изменения технологии, выхода из строя оборудования и т. п.) — процесс производства можно считать стационарным. Анализ подлежат причины отклонения от стационарности, способы регулирования производства с целью сокращения длительности переходных процессов, способы повышения устойчивости производства к возмущениям, влияние различных возмущений на производство и систему управления предприятием. Будем предполагать, что управление предприятием детерминировано в том смысле,

что процессы управления однозначно определяются поведением объекта управления и состоянием системы в целом. В этом случае систему управления предприятием можно рассматривать как систему «автоматического» управления с обратной связью по выходной функции объекта управления.

Входным воздействием системы управления предприятием является утвержденный план как функция времени. Цель управления предприятием — получение выходного сигнала, равного заданному входному воздействию, т. е. обеспечение выполнения плана. Органы управления производством на основании данных о входном воздействии, данных о движении производства (т. е. о поведении объекта управления — производства), данных о внутреннем состоянии системы управления и внешних возмущениях должны вырабатывать по правилам, которые определяются функциями этих органов управления, корректирующие воздействия на объект управления. В этом смысле органы управления производством являются «регулятором» системы управления предприятием.

На рис. 1 дана укрупненная структурная схема системы управления производством.

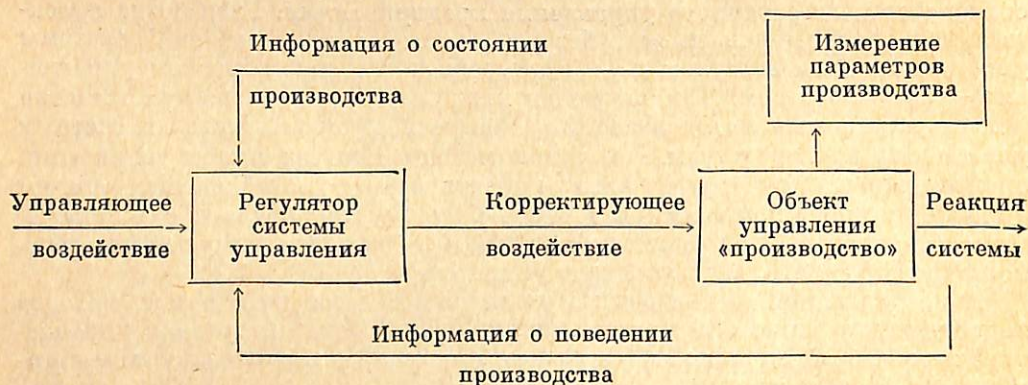


Рис. 1. Укрупненная структурная схема системы управления производством

Система управления предприятием имеет ряд особенностей. Одной из особенностей является то, что объект управления может реагировать на корректирующее воздействие только в определенном диапазоне величины этого воздействия, т. е. является звеном с насыщением. Наличие звена с насыщением делает систему управления предприятием нелинейной. Другая особенность системы управления производством заключается в переменности (в зависимости от времени) параметров производства, что приводит к существенной нестационарности системы управления предприятием.

Изменения параметров производства учитываются регулятором системы управления. С другой стороны, регулятор может сам воздействовать на некоторые параметры производства с целью направленного их изменения. Эту функцию органов управления — регулирование параметров управляемого объекта — имеет смысл выделить в отдельное звено системы управления и назвать «регулятором параметров».

Управляющее воздействие системы управления предприятием представляет собой совокупность сигналов, являющихся функциями времени: план-задание по выпуску продукции $u^*(t)$; задания по технико-экономическим показателям производства $v_1^*(t)$, $v_2^*(t)$, ..., $v_l^*(t)$ (например, производительность труда, себестоимость, использование оборудования и т. п.).

Реально эти сигналы являются кусочно-постоянными («ступенчатыми») функциями времени.

Реакция (или выход) системы управления предприятием также является набором функций времени: текущий выпуск продукции, $u(t)$, текущие значения технико-экономических показателей производства $v_1(t), v_2(t), \dots, v_l(t)$.

Целью управления можно считать (в терминах теории автоматического управления) минимизацию интегральной квадратичной ошибки системы, т. е. минимизацию интегралов

$$J_0 = \int_0^{\infty} [u(t) - u^*(t)]^2 dt,$$

$$J_i = \int_0^{\infty} [v_i(t) - v_i^*(t)]^2 dt, \quad i = 1, 2, \dots, l.$$

Фактически это означает требование максимального приближения значений выходных функций к значениям входных функций во все моменты времени.

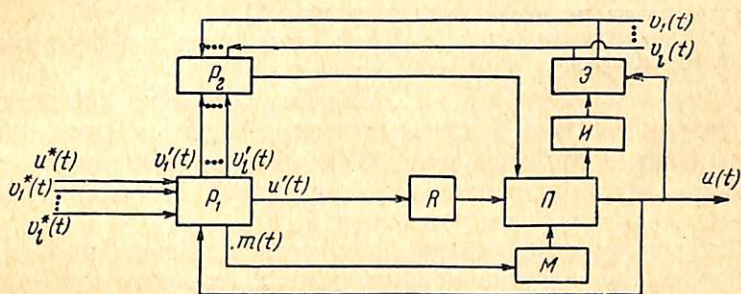


Рис. 2. Связь технико-экономических показателей и параметров производства: Π — оператор блока производства, который под воздействием корректирующего сигнала и сигналов от блока M и блока с оператором P_2 формирует выходную функцию $u(t)$; R — оператор отдельно выделенного нелинейного блока, характеризующего ограничение корректирующего воздействия в связи с насыщением; P_1 — оператор регулятора системы управления производством, который по заданным управляющим воздействиям $u^*(t); v_1^*(t), \dots, v_l^*(t)$ и результатам работы производства формирует корректирующее воздействие в текущие задания по технико-экономическим показателям производства; P_2 — оператор регулятора параметров, изменяющий значения параметров производства на основе анализа выполнения заданий по технико-экономическим показателям производства; $\mathcal{E}$ — оператор блока определения технико-экономических показателей производства по измеренным значениям параметров и выходной функции производства; Π — оператор блока измерения (контроля) параметров производства; M — оператор подсистемы материально-технического снабжения производства

Технико-экономические показатели производства связаны между собой зависимостями, поэтому к разделению системы управления предприятием на отдельные подсистемы регулирования отдельных технико-экономических показателей нужно подходить с осторожностью. То же относится и к анализу системы регулирования технико-экономических показателей изолированно от системы управления производством, так как существует определенная зависимость технико-экономических показателей от параметров производства и движения производства.

Принцип суперпозиции гласит, что

$$A \left\{ \sum_{i=1}^n c_i x_i(t) \right\} = \sum_{i=1}^n c_i A \cdot x_i(t),$$

где c_i — произвольные постоянные числа.

Пусть $\delta(t)$ обозначает единичный импульс, т. е. функцию, равную нулю при всех t , кроме $t = 0$, где она принимает бесконечное значение, причем

$$\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \delta(t) dt = 1$$

при любых как угодно малых значениях ε . Реакция системы на единичный импульс, поданный в момент времени θ , называют импульсной переходной функцией системы $a(t, \theta)$:

$$a(t, \theta) = A_t \delta(t - \theta)$$

(индекс t у оператора A поставлен для того, чтобы подчеркнуть, что переменной является t , а не θ). Смысл импульсной переходной функции заключается в том, что она характеризует поведение системы с оператором A , выведенной из состояния равновесия импульсом $\delta(t - \theta)$ в момент времени θ .

Известно, что зависимость реакции системы от входного воздействия можно выразить через импульсную переходную функцию системы:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} a(t, \theta) x(\theta) d\theta.$$

В реальных системах $a(t, \theta) = 0$ при $t < \theta$, т. е. система не может реагировать на еще не поданное возмущение. Поэтому

$$y(t) = \int_{-\infty}^t a(t, \theta) x(\theta) d\theta.$$

Если входное возмущение начинает действовать только в момент t_0 , то

$$y(t) = \int_{t_0}^t a(t, \theta) x(\theta) d\theta.$$

Система управления называется стационарной, если ее реакция на воздействие не зависит от того, в какой момент времени подано воздействие, а зависит лишь от того, сколько времени прошло от начала воздействия. В этом случае импульсная переходная функция зависит лишь от разности аргументов $t - \theta$:

$$a(t, \theta) = a(t - \theta) = a(\tau).$$

Тогда

$$y(t) = \int_0^{t-t_0} a(\tau) x(t - \tau) d\tau.$$

При применении аппарата преобразования Лапласа

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt,$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} F(p) e^{pt} dp,$$

где $F(p)$ называется изображением (по Лапласу) функций $f(t)$, соотношения между входом и выходом системы значительно упрощаются:

$$Y(p) = A(p) \cdot X(p),$$

где $Y(p)$, $A(p)$, $X(p)$ есть просто изображения функции $y(t)$, $a(t)$, $x(t)$ соответственно.

$A(p)$ носит название *передаточной функции* системы управления.

В случае идеализированной стационарной системы управления производством часть блоков структурной схемы, изображенной на рис. 2, оказывается ненужной, так как стационарность системы означает постоянство параметров оператора Π . Действительно, тогда следует исключить влияние оператора P_2 на параметры производства и для регулирования производства не нужно измерение параметров производства. Для упрощения задачи исключим блок материально-технического снабжения. Тогда структурная схема системы управления производством примет вид, показанный на рис. 4.

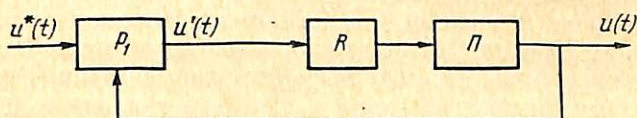


Рис. 4. Упрощенная структурная схема системы управления производством

При значениях $u'(t)$, не превосходящих величины насыщающего воздействия u_0 , систему можно считать линейной.

Представим себе структуру регулятора P_1 следующим образом. Пусть регулятор P_1 производит обработку входного воздействия $u^*(t)$ звеном с передаточной функцией $Q(p)$, обработку результатов работы производства звеном с передаточной функцией $H(p)$ и затем формирует $u'(t)$ как сумму результатов обработки $u^*(t)$ и $u(t)$. В терминах изображений это соотношение выглядит так:

$$U'(p) = Q(p)U^*(p) + H(p)U(p),$$

где $U'(p)$, $U^*(p)$ и $U(p)$ есть изображения функций $u'(t)$, $u^*(t)$ и $u(t)$ соответственно. В этом случае структурная схема системы управления производством примет вид, представленный на рис. 5, где $\Pi(p)$ обозначает передаточную функцию блока производства, и передаточная функция системы управления, характеризующая зависимость выходной переменной $u(t)$ от входного воздействия $u^*(t)$, примет вид

$$\Phi(p) = \frac{U(p)}{U^*(p)} = \frac{\Pi(p)Q(p)}{1 - \Pi(p)H(p)}.$$

Если импульсную переходную функцию системы обозначить $\varphi(t)$, причем

$$\varphi(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \Phi(p) e^{pt} dp,$$

то выходную функцию системы управления производством можно найти по формуле

$$u(t) = \int_0^{\infty} \varphi(\tau) u^*(t - \tau) d\tau.$$

В такой упрощенной постановке задачи можно проанализировать систему управления производством с точки зрения качества управления. По передаточной функции системы управления производством $\Phi(p)$ можно

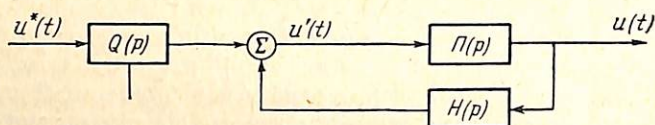


Рис. 5. Расчленение регулятора системы управления: $Q(p)$ — передаточная функция оператора преобразования входного воздействия; $H(p)$ — передаточная функция оператора обработки выходного сигнала

судить об устойчивости процесса управления. Импульсная переходная функция характеризует переходный процесс в системе, в частности, по $\varphi(t)$ можно определить время установления процесса управления. Такой анализ позволит улучшить структуру органов управления (во всяком случае, передаточные функции $Q(p)$ и $H(p)$ можно синтезировать оптимальным образом, исходя из требований к качеству управления).

Моделирование системы управления производством стационарной моделью автоматического управления является слишком грубым приближением. Реальное производство имеет существенно переменные параметры и поэтому нестационарно. Однако некоторые результаты можно получить и при таком моделировании. Кроме того, сейчас разрабатываются методы анализа линейных систем с переменными параметрами, которые могут оказаться полезными при анализе системы управления предприятием.

Рассмотрим более детально структурную схему системы управления предприятием, представленную на рис. 2. Оператор Π имеет два регулируемых параметра: k_{Π} и τ_{Π} . Остальные параметры производства пока рассматривать не будем, а будем считать, что все характеристики производства $x_1(t)$, $x_2(t)$, ..., $x_q(t)$, участвующие в формировании технико-экономических показателей, вычисляются оператором Π на основе значений параметров k_{Π} и τ_{Π} посредством блоков с передаточными функциями $H_r^k(p)$ и $H_r(p)$, т. е. положим

$$X_r(p) = H_r^k(p) \cdot K(p) + \tilde{H}_r(p) \cdot T(p), \quad r = 1, 2, \dots, q.$$

Такое упрощение несущественно. Можно было бы взять полный перечень переменных параметров производства, что сказалось бы лишь на громоздкости выкладок.

Положим, далее, что расчет технико-экономических показателей $v_1(t)$, $v_2(t)$, ..., $v_l(t)$ осуществляется оператором $\mathcal{E}$ посредством передаточных

функций $\mathcal{D}_{ir}(p)$ ($i = 1, 2, \dots, l; r = 1, 2, \dots, q$) и $\mathcal{D}_i(p)$ ($i = 1, 2, \dots, l$), т. е.

$$V_i(p) = \sum_{r=1}^q \mathcal{D}_{ir}(p) X_r(p) + \mathcal{D}_i(p) U(p).$$

Регулятор параметров будем считать линейным и положим, что регулирование параметров k_{Π} и τ_{Π} осуществляется посредством передаточных

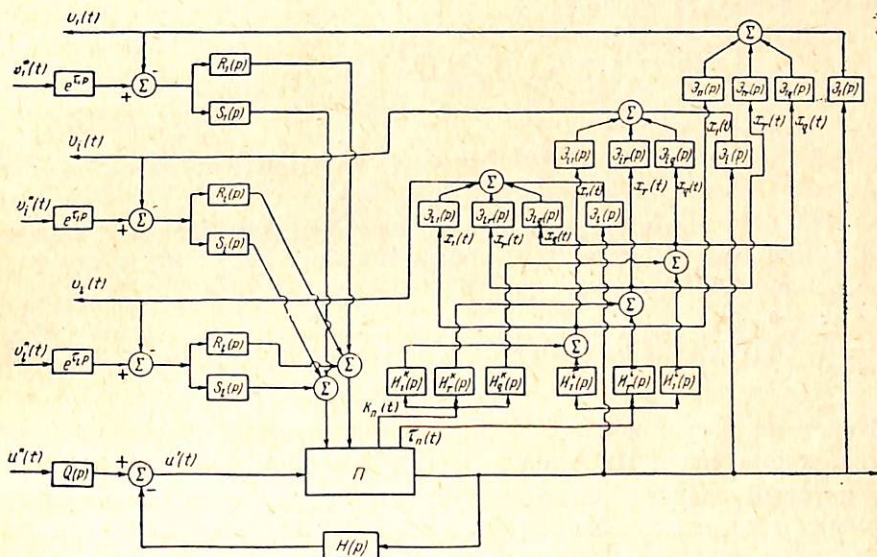


Рис. 6. Схема регулирования технико-экономических показателей производства

функций $R_i(p)$ и $S_i(p)$ ($i = 1, 2, \dots, l$) соответственно, т. е.

$$K(p) = \sum_{i=1}^l R_i(p) [V'_i(p) - V_i(p)],$$

$$T(p) = \sum_{i=1}^l S_i(p) [V'_i(p) - V_i(p)],$$

а функции $v'_i(t)$ получаются из $v_i^*(t)$ экстраполяцией на время τ_i регулятором P_2 , т. е.

$$V'_i(p) = V_i^*(p) e^{\tau_i p}.$$

Поскольку материально-техническое снабжение на процесс управления производством влияет слабо, мы можем этот блок не рассматривать.

Структурная схема системы управления предприятием после введения указанных выше обозначений и предположений примет вид, представленный на рис. 6.

Из структурной схемы видно, что связь между системой регулирования технико-экономических показателей и системой регулирования производства осуществляется в двух точках: первая система изменяет параметры производства, а выход второй системы является одним из входов первой. В первом приближении анализ системы управления производ-

ством можно проводить без анализа системы регулирования параметров, задав лишь характер их изменения во времени и рассматривая оператор Π как линейный оператор с переменными параметрами. В этом случае система управления производством нестационарна и импульсная переходная функция системы существенно зависит от момента подачи сигнала на вход системы.

Обозначим импульсную переходную функцию блока производства через $\pi(t, \theta)$. Тогда выходную переменную $u(t)$ можно найти из системы интегральных уравнений

$$\begin{cases} u(t) = \int_{-\infty}^t \pi(t, \theta) u'(\theta) d\theta \\ u'(t) = \int_0^t h(\tau) u^*(t - \tau) d\tau - \int_0^t q(\tau) u(t - \tau) d\tau, \end{cases}$$

где $q(\tau)$ и $h(\tau)$ — импульсные переходные функции блоков с передаточными функциями $Q(p)$ и $H(p)$ соответственно. Иначе эту систему уравнений можно записать в виде одного уравнения:

$$u(t) = \int_{-\infty}^t \left\{ \int_0^{\theta} \pi(t, \theta) h(\theta - \tau) u^*(\tau) d\tau \right\} d\theta - \int_{-\infty}^t \left\{ \int_0^{\theta} \pi(t, \theta) q(\theta - \tau) u(\tau) d\tau \right\} d\theta.$$

В системе регулирования технико-экономических показателей производства, кроме основных входов $v_i^*(t)$, имеется дополнительный вход $u(t)$, который зависит от промежуточных параметров рассматриваемой системы: k_{Π} и τ_{Π} . Если бы такой зависимости не было, или если можно считать $u(t)$ заданной функцией времени, то анализ системы регулирования технико-экономических показателей можно производить изолированно, исключив из структурной схемы рис. 6 операторы Π , Q и H . В этом случае для определения передаточных функций по каждому из регулируемых показателей получится система алгебраических уравнений в области изображений функций:

$$\begin{aligned} V_i(p) = \sum_{r=1}^q \partial_{ir}(p) \left\{ H_r^h(p) \sum_{j=1}^l R_j(p) [V_j'(p) - V_j(p)] + \right. \\ \left. + H_r^{\tau}(p) \sum_{j=1}^l S_j(p) [V_j'(p) - V_j(p)] \right\} + \partial_i(p) U(p) \quad (i = 1, 2, \dots, l). \end{aligned}$$

или, после преобразований,

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^l \left\{ \sum_{r=1}^q \partial_{ir}(p) [R_j(p) H_r^h(p) + S_j(p) H_r^{\tau}(p)] \right\} V_j(p) + V_i(p) = \\ = \sum_{j=1}^l \left\{ \sum_{r=1}^q \partial_{ir}(p) [R_j(p) H_r^h(p) + S_j(p) H_r^{\tau}(p)] \right\} V_j'(p) + \partial_i(p) U(p) \\ (i = 1, 2, \dots, l). \end{aligned}$$

В этой системе уравнений неизвестными являются $V_i(p)$. Решение системы можно представить в виде:

$$V_i(p) = \sum_{j=1}^l \Phi_{ij}(p) V_j'(p) + \Phi_i(p) U(p) \quad (i = 1, 2, \dots, l),$$

где

$$\begin{aligned}\Phi_{ii}(p) &= 1 - \frac{A_{ii}(p)}{\Delta(p)}, & \Phi_{ij}(p) &= -\frac{A_{ij}(p)}{\Delta(p)}, \\ & & & (i \neq j), \\ \Phi_i(p) &= \frac{\sum_{j=1}^l A_{ij}(p)}{\Delta(p)} \mathcal{E}_i(p).\end{aligned}$$

Здесь $\Delta(p)$ обозначает определитель системы, а $A_{ij}(p)$ — алгебраическое дополнение элемента i -й строки и j -го столбца определителя $\Delta(p)$.

3. О ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ПРЕДЛАГАЕМОГО МЕТОДА МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПРЕДПРИЯТИЕМ

Реальное предприятие безусловно отличается от теоретической модели, рассмотренной выше. Принципиальное отличие реального предприятия от его теоретической модели заключается прежде всего в том, что в предложенной методике моделирования совершенно не рассматриваются сами участники процессов производства и управления и их взаимоотношения и поведение. Безусловно, даже при очень высоком уровне организации системы управления предприятием люди не будут действовать идеально и взаимодействие их друг с другом не может быть описано точно математическими соотношениями.

Предлагаемый метод построения теоретической модели системы управления предприятием, являясь приближенным методом, может помочь выявить недостатки организационной структуры органов управления в идеальном случае, когда предполагается, что люди работают по наперед заданным алгоритмам. Это не значит, что влияние организационной структуры на качество управления является абсолютным. Работники органов управления в силу личных качеств и инициативы могут частично возмещать недостатки структуры органов управления. Это значит лишь, что при наличии таких недостатков структуру системы управления предприятием можно улучшить, облегчив тем самым работу людей по управлению предприятием и высвободить их инициативу для других целей.

Процесс построения модели системы заключается в отыскании приемлемого приближения реальных отношений оператором. Для этого необходимо изучить не только качественный характер отношений, но и количественные характеристики отдельных блоков системы.

В качестве первого приближения (быть может, довольно грубого) можно характеристики блоков представить в виде передаточных функций элементарных звеньев автоматического управления с линейными характеристиками (инерционное звено с передаточной функцией вида $\frac{k}{1+Tp}$, интегрирующее звено с передаточной функцией вида k/p , безынерционный усилитель с передаточной функцией k , звено чистого запаздывания с передаточной функцией вида $e^{-\tau p}$ и т. д.) или их простых комбинаций. Так, например, отдельные блоки подсистемы регулирования технико-экономических показателей производства будут в большинстве простыми усилительными звеньями и в некоторых случаях интегрирующими или инерционными.

В качестве иллюстрации изложенного подхода к анализу систем управления предприятиями построим упрощенную модель приборостроительного предприятия (на примере завода «Тизприбор»).

Завод «Тизприбор» является заводом смешанного типа производства, объединяющим мелко- и среднесерийное производства. В составе завода

имеются сборочные, механические, заготовительный цехи и вспомогательные: инструментальный и ремонтный. Несмотря на большую номенклатуру выпускаемых изделий, на заводе имеет место значительная (до 80%) унификация деталей. Применяются также нормализованные детали.

Производство завода можно условно разделить на две части: механическая обработка и сборка. Под механической обработкой будем понимать работу механических и заготовительного цехов.

Передаточную функцию блока механической обработки можно представить инерционным звеном с передаточной функцией

$$P_1(p) = \frac{k}{1 + T_1 p},$$

где коэффициент усиления k зависит от характеристик производства и может быть меньше единицы за счет потерь от брака, работы на создание заделов, недостатка рабочей силы и т. д. Постоянная времени T_1 определяется главным образом производственным циклом механической обработки деталей, что, в свою очередь, зависит от организации производства, технологии и пр.

Передаточную функцию блока сборки можно представить инерционным звеном с коэффициентом усиления 1:

$$P_2(p) = \frac{1}{1 + T_2 p}$$

Здесь постоянная времени T_2 диктуется циклом сборки изделия и может считаться постоянной в отличие от T_1 и k , которые могут меняться в процессе производства.

Необходимо учесть, что производство является объектом с насыщением, так как оно не может выполнить задание, превосходящее его технические возможности. Поэтому производство реагирует лишь на изменения управляющего воздействия в заранее заданных пределах, определяемых техническими возможностями (наличием мощностей).

Входом системы управления заводом является план производства, утвержденный вышестоящими организациями, и задания по технико-экономическим показателям производства. Органы управления, осуществляющие планирование работы предприятия (планово-экономический, производственно-диспетчерский отделы), распределяют план выпуска продукции по календарным периодам: кварталам, месяцам, декадам, суткам, т. е. формируют входное воздействие $u^*(t)$, экстраполированное на отрезок времени, равный кварталу или году. На основании этого экстраполированного воздействия передаточной функцией $Q_2(p)$ формируется текущее задание по выпуску продукции (количество продукции в единицу времени), экстраполированное на отрезок времени τ , равный расчетному значению цикла изготовления продукции. Это задание корректируется за счет обратной связи с выхода производства через блок с передаточной функцией $H_2(p)$, вырабатывающей отклонение текущего выпуска продукции от запланированного. Скорректированное задание по выпуску продукции поступает в блок с передаточной функцией $Q_1(p)$, предназначенной для расчета подетального плана запуска на механическую обработку. Подетальный план также корректируется обратной связью с выхода блока механической обработки через блок с передаточной функцией $H_1(p)$, вырабатывающий отклонение результатов обработки деталей от задания.

Если не рассматривать блоков контроля параметров производства и подсистемы регулирования технико-экономических показателей произ-

водства, то структурная схема системы управления заводом примет вид, представленный на рис. 7.

Предположим, что все параметры передаточных функций блоков постоянны и насыщение производства не наступает, и определим передаточную функцию изображенной системы управления.

Введем обозначения:

$u_1(t)$ — выход блока $Q_2(p)$; $u_2(t)$ — вход блока $Q_1(p)$; $u_3(t)$ — выход блока $Q_1(p)$; $u_4(t)$ — вход блока $\Pi_1(p)$; $u_5(t)$ — выход блока $\Pi_1(p)$ — вход блока $\Pi_2(p)$.

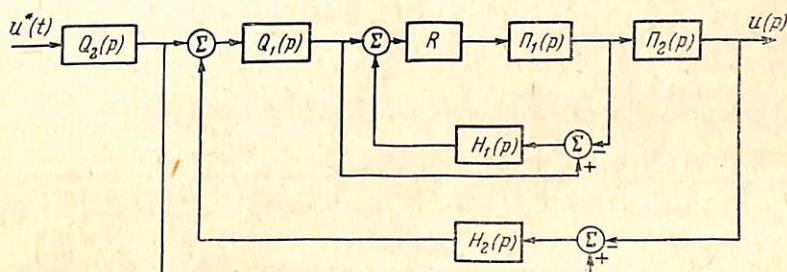


Рис. 7. Структурная схема системы управления заводом: $\Pi_1(p)$ — передаточная функция блока механической обработки; $\Pi_2(p)$ — передаточная функция блока сборки; $Q_1(p)$ — передаточная функция блока расчета подетальных планов запуска на механическую обработку; $H_1(p)$ — передаточная функция блока выработки отклонения результата механической обработки от задания; $Q_2(p)$ — передаточная функция блока формирования текущего задания по выпуску продукции; $H_2(p)$ — передаточная функция блока выработки отклонения текущего выпуска от плана

Уравнения системы имеют вид:

$$\begin{cases} U_1(p) = Q_2(p) U^*(p); \\ U_2(p) = U_1(p) + H_2(p) [U_1(p) - U(p)]; \\ U_3(p) = Q_1(p) U_2(p); \\ U_4(p) = U_3(p) + H_1(p) [U_3(p) - U_5(p)]; \\ U_5(p) = \Pi_1(p) U_4(p); \\ U(p) = \Pi_2(p) U_5(p). \end{cases}$$

Исключив функции $U_1(p) \div U_5(p)$, получим:

$$U(p) = \frac{[1 + H_1(p)][1 + H_2(p)] Q_1(p) Q_2(p) \Pi_1(p) \Pi_2(p)}{1 + \Pi_1(p) H_1(p) + \Pi_1(p) \Pi_2(p) Q_1(p) H_2(p) [1 + H_1(p)]} U^*(p).$$

Отсюда получаем передаточную функцию $\Phi(p)$ системы управления заводом:

$$\Phi(p) = \frac{U(p)}{U^*(p)} = \frac{\Pi_1(p) \Pi_2(p) Q_1(p) Q_2(p) [1 + H_1(p)][1 + H_2(p)]}{1 + \Pi_1(p) H_1(p) + \Pi_1(p) \Pi_2(p) Q_1(p) H_2(p) [1 + H_1(p)]}.$$

Проанализируем систему управления заводом в наших предположениях о характере передаточных функций.

Выше было принято:

$$\Pi_1(p) = \frac{k}{1 + T_1 p}, \quad \Pi_2(p) = \frac{1}{1 + T_2 p}.$$

Пусть передаточная функция $Q_2(p)$ не является идеальным экстраполятором, а имеет вид $Q_2(p) = 1 + \tau p$.

При формировании подетальной программы блоку механической обработки могут быть в какой-то мере учтены возможные потери производ-

ства. Тогда задание, формируемое передаточной функцией $Q_1(p)$, должно быть несколько завышенным. Пусть это завышение задания выражается некоторым усилением q . Тогда $Q_1(p) = q$.

Передаточные функции $H_1(p)$ и $H_2(p)$ корректирующих цепей примем в виде простых усилителей с коэффициентами k_1 и k_2 соответственно:

$$H_1(p) = k_1, H_2(p) = k_2.$$

Тогда передаточная функция системы управления заводом примет вид:

$$\Phi(p) = \frac{kq(1+k_1)(1+k_2)(1+\tau p)}{1+k(k_1+k_2q+k_1k_2q)+(T_1+T_2+kk_1T_2)p+T_1T_2p^2}.$$

Коэффициент усиления этой передаточной функции равен:

$$\kappa = \frac{kq(1+k_1)(1+k_2)}{1+k(k_1+k_2q+k_1k_2q)} = 1 - \frac{1-kq}{1+k(k_1+k_2q+k_1k_2q)} + \frac{kk_1(q-1)}{1+k(k_1+k_2q+k_1k_2q)}.$$

Из выражения для κ видно, что при $q = 1$ никаким варьированием значений коэффициентов k_1 и k_2 нельзя добиться значения $\kappa = 1$, если $k < 1$. Из этого же выражения можно видеть, что $\kappa = 1$ при $k < 1$ лишь в том случае, когда

$$q = 1 + \frac{1-k}{k(k_1+1)}.$$

Последнее соотношение показывает, что исходная корректировка подетального плана на потери нужна тем меньшая, чем больше коэффициент усиления в обратной связи $H_1(p)$ (т. е. в случае более интенсивной оперативной корректировки запуска по отклонениям требуется меньшая корректировка плана). Так, при отсутствии коррекции по отклонениям от задания ($k_1 = 0$) в случае $k = 0,8$ исходное задание должно быть увеличено на 25% ($q = 1 + 0,25$); при коррекции с $k_1 = 1$ $q = 1,125$, т. е. исходное задание должно быть увеличено на 12,5%; при $k_1 = 4$ $q = 1,05$, т. е. дополнительное задание составляет 5% и т. д.

Для оценки характеристик переходного процесса в системе управления производством необходимо вычислить корни p_1 и p_2 знаменателя передаточной функции $\Phi(p)$ из уравнения

$$T_1T_2p^2 + (T_1 + T_2 + kk_1T_2)p + 1 + k(k_1 + k_2q + k_1k_2q) = 0.$$

Если корни p_1 и p_2 вещественны и различны, то переходный процесс $\varphi(t)$ имеет вид:

$$\varphi(t) = ae^{p_1t} + be^{p_2t},$$

где a и b являются коэффициентами разложения $\Phi(p)$ на простейшие дроби. В этом случае оба корня отрицательны, так как коэффициенты уравнения все положительны. $\varphi(t)$ является монотонно убывающей функцией и степень ее затухания определяется наименьшим по абсолютной величине корнем.

Чем большей является абсолютная величина этого корня, тем лучше затухает процесс. Наибольшая абсолютная величина корня достигается при условии:

$$(T_1 + T_2 + kk_1T_2)^2 - 4T_1T_2[1 + k(k_1 + k_2q + k_1k_2q)] = 0.$$

Рассмотрим некоторые частные случаи.

Если обратная связь по внешнему контуру (через $H_2(p)$) отсутствует, т. е. $k_2 = 0$, то

$$p_{1,2} = - \frac{T_1 + T_2 + kk_1T_2 \pm (T_2 - T_1 + kk_1T_2)}{2T_1T_2}$$

или

$$p_1 = -1/T_2, \quad p_2 = -\frac{1 + kk_1}{2T_1}.$$

Отсюда видно, что если $T_1 > T_2$, то при $k_1 \leq 1/k$ длительность переходного процесса определяется корнем p_2 и затухание переходного процесса может быть улучшено за счет увеличения коэффициента k_1 . Коэффициент q не влияет на качество переходного процесса, так как в этом случае он входит только как амплитудный коэффициент в передаточную функцию $\Phi(p)$.

При увеличении коэффициента k_2 от нулевого значения подкоренное выражение начинает убывать и корни p_1 и p_2 приближаются друг к другу. Можно подобрать такое значение k_2 , чтобы $p_1 = p_2$:

$$k_2 = \frac{(T_1 + T_2 + kk_1T_2)^2 - 4T_1T_2(1 + kk_1)}{4T_1T_2k(1 + k_1)q} = \frac{(T_2 - T_1 + kk_1T_2)^2}{4kq(1 + k_1)T_1T_2}.$$

В этом случае при заданных k , k_1 , q , T_1 , T_2 переходный процесс будет затухать быстрее.

Дальнейшее увеличение k_2 приводит к тому, что процесс начинает колебаться, т. е. может получиться перерегулирование.

При более сложных предположениях о передаточных функциях отдельных блоков системы управления предприятием, в частности, при предположении о переменности параметров производства и необходимости рассмотрения системы управления предприятием в целом, в соответствии со структурной схемой системы управления, приведенной на рис. 6 (т. е. при совместном рассмотрении подсистемы регулирования выпуска продукции и подсистемы регулирования технико-экономических показателей производства), имеет смысл проводить анализ системы посредством моделирования на электронной вычислительной машине.

Поступила в редакцию
6 VIII 1965