и δ_{cj}*. Коэффициенты исходной (a_{ij}) и, следовательно, обратной (u_{ij}) матрицы будем считать детерминированными величинами. Предположим также независимость случайных величин b_i и c_j и неизменность коэффициентов u_{ij} при изменении b_i, c_j в пределах их погрешности (последнее предположение справедливо лишь при малых значениях относительной погрешности δ_{bi}, δ_{cj}).

При этих условиях, применяя к выражению (1) известные теоремы сложения и умножения вероятностей [7], получим следующее приближенное выражение для относительной погрешности функционала:

$$\delta_\Phi = \frac{1}{\bar{\Phi}} \sqrt{\sum_i \sum_j u_{ij}^2 \bar{b}_i^2 \bar{c}_j^2 (\delta_{b_i}^2 + \delta_{c_j}^2)}, \qquad (2)$$

где $\bar{\Phi}$ — оптимальное значение функционала задачи линейного программирования, полученное при математических ожиданиях величин b_i, c_j.

При выводе выражения (2) использовалось спорное предположение, что изменение коэффициентов u_{ij} вследствие колебаний b_i, c_j в пределах их погрешности несущественно сказывается на значении погрешности функционала. Экспериментальная проверка подтвердила правильность этого предположения: расчет по выражению (2) и статистическая обработка случайных изменений функционала (определенных согласно приложению I), дали значения погрешности функционала соответственно 4,6 и 4,5%. Для наших целей такое различие можно считать допустимым.

Как было упомянуто, для определения рациональной детализации модели необходимо знать абсолютные погрешности отдельных составляющих функционала и среднюю абсолютную погрешность его составляющих. Нетрудно показать, что при принятых предпосылках они определяются следующими выражениями:

$$\varepsilon_{ij} = |u_{ij} \bar{b}_i \bar{c}_j (\delta b_i + \delta c_j)| \quad \text{и} \quad \bar{\varepsilon} = \sum_i \sum_j \varepsilon_{ij}/p, \qquad (3)$$

где p — число слагаемых в числителе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Методы математического моделирования в энергетике. Под ред. Л. А. Мелентьева, Л. С. Беляева. Иркутск, 1966.
2. Л. А. Мелентьев. Основные проблемы оптимизации сложных экономических систем. Экономика и мат. методы, 1967, т. III, вып. 4.
3. Ю. А. Кузнецов, Л. А. Мелентьев, А. П. Меренков, А. С. Некрасов. Определение оптимальной структуры перспективного энергетического баланса с использованием ЭВМ. Теплоэнергетика, 1962, № 5.
4. А. А. Макаров. Математическая модель для планирования развития топливно-энергетического хозяйства СССР. Известия АН СССР. Энергетика и транспорт, 1964, № 3.
5. Л. С. Беляев. Вопросы оптимизации больших систем в вероятностных ситуациях. Статья печатается в этом номере.
6. M. Courtillon. On varying all the parameters in linear programming problem. Opns Res., v. 10, № 4, 1962.
7. Е. С. Вентцель. Теория вероятностей. М., Физматиздат, 1962.

Поступила в редакцию
23 XII 1966

---

* При нормальном законе распределения относительная погрешность определяется из выражений [7]: $\delta_{b_i} = 1/b_i \Phi_p \sqrt{2D_{b_i}}$ и $\delta_{c_j} = 1/c_j \Phi_p \sqrt{2D_{c_j}}$, где: D_{b_i}, D_{c_j} — дисперсия случайных величин b_i и c_j; Φ_p — функция Лапласа при заданной вероятности, с которой определяется величина относительной погрешности.

ЭКОНОМИКА
И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

1967
том III, вып. 6

ВОПРОСЫ ОПТИМИЗАЦИИ БОЛЬШИХ СИСТЕМ В ВЕРОЯТНОСТНЫХ СИТУАЦИЯХ

Л. С. БЕЛЯЕВ

(*Иркутск*)

Практически все задачи оптимизации процесса развития или работы энергетических* систем приходится решать в условиях, когда часть исходной информации носит вероятностный характер. Если влияние случайных факторов бывает малосущественным, то путем ряда упрощений задачу удается решать детерминированными методами. Однако в наиболее важных случаях пренебрегать вероятностными факторами уже нельзя, так как это может привести к значительному ущербу для народного хозяйства.

Применение вероятностных методов сдерживается в настоящее время по двум основным причинам. Первая состоит в том, что такие методы исключительно трудоемки и еще мало разработаны. Вторая заключается в трудности получения функций распределения вероятностей для некоторых случайных величин, и задачи оптимизации часто приходится решать в условиях неопределенности.

Некоторые пути решения состоят в получении хотя и приближенных, но более обоснованных решений, чем в случае пренебрежения вероятностным характером исходной информации.

Излагаемый ниже материал носит в основном постановочный характер, а ряд положений, развиваемых в статье, дискуссионен.

ОБЩИЕ УСЛОВИЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ

При оптимизации больших систем с учетом вероятностного характера исходной информации необходимо уяснить: 1) цель решения данной конкретной задачи, т. е. что должно рассматриваться в качестве управлений или возможных наших действий; 2) характер исходной информации: какая ее часть может рассматриваться как объективно детерминированная и какая как вероятностная, с объективным математическим описанием или без него (в последнем случае информация может задаваться лишь диапазонами возможных значений соответствующих случайных величин без указания вероятностей каждого конкретного значения); 3) форму (конкретный вид) результатов расчетов и возможные математические методы решения.

Указанные три момента тесно связаны между собой. Рассмотрим это подробнее, главным образом на динамических задачах.

Процесс развития или работы больших энергетических систем, в принципе, является непрерывным во времени. Однако практически почти всегда можно предполагать, что состояние системы изменяется либо скачками, либо равноверно от интервала к интервалу, выбранным по условиям задачи. Например, при оптимизации структуры электроэнергетических систем длительность интервала (шага) может приниматься равной одному

* Статья основана на опыте решения энергетических задач.

Таблица 1

Условия, формы и методы решения задач оптимизации

Условия оптимизации	Форма задания исходной информации	Форма решения: задачи статистические или 1-й «шаг» динамических	Форма решения: 2-й и последующие «шаги» динамических задач	Критерии оптимальности	Возможные методы решения
Определенные	Однозначная (точкой)	Однозначный оптимальный вариант То же	Однозначный оптимальный вариант	Экстремум целевой функции	Детерминированные расчеты оптимального варианта
Вероятностно-определенные	Вероятностная (см. рис. 1)		Зависимости вида $u_i^{*k} = f_i^k(x_1^{k-1}, \ldots, x_n^{k-1})$	Экстремум математического ожидания целевой функции	1) Вероятностные — в общем случае 2) Детерминированные при: а) линейных моделях; б) использовании метода Монте-Карло
Неопределенные	Отрезком	Матрица затрат для намеченных вариантов	?	Специальные критерии теории игр	Детерминированные расчеты с последующим анализом и выбором рационального варианта

или двум-трем годам, а при оптимизации их годового режима работы — одному месяцу, декаде или неделе.

Оптимизация такого пошагового процесса состоит в выборе наилучших значений управляющих параметров во всех интервалах времени рассматриваемого периода. Для детерминированного процесса можно получить оптимальные однозначные значения всех управлений * во всех интервалах времени. Если процесс вероятностный, то оптимальный вариант будет зависеть от конкретных значений случайных величин в том или ином интервале времени. Форма и цели решения задачи оптимизации будут определяться характером исходной информации (числом и значимостью случайных величин, наличием для них объективного вероятностого описания).

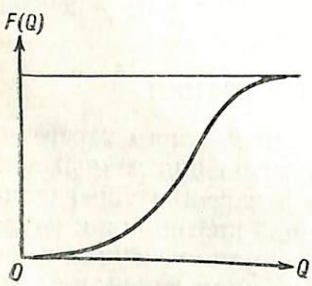

Рис. 1. Вероятностная форма задания исходной информации

В соответствии с характером исходной информации условия оптимизации могут быть (табл. 1 и рис. 1): определенные (вся информация задана детерминированно); вероятностно-определенные (имеются случайные величины, однако для каждой из них известны вероятностные характеристики) **; неопределенные (для одной или нескольких случайных величин отсутствует объективное вероятностное описание).

В дальнейшем рассмотрим второе и третье условия.

* Для функционалов, пологих в области экстремума, учитывая возможную практическую точность расчетов, можно получить несколько отличающиеся оптимальные варианты в зависимости от направления движения и степени приближения к экстремуму. Кроме того, может возникнуть проблема поиска абсолютного экстремума для многоэкстремальных задач.

** Эти условия называют иногда «при риске» [1].

ФОРМЫ И МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ ПРИ ВЕРОЯТНОСТНО-ОПРЕДЕЛЕННЫХ УСЛОВИЯХ

При таких условиях (табл. 1) случайная информация бывает задана в виде функций распределения вероятностей соответствующих величин. Могут применяться также и другие вероятностные характеристики: кривые обеспеченности или кривые плотности распределения вероятностей.

При решении задач оптимизации в вероятностно-определенных условиях можно искать экстремум математического ожидания целевой функции.

В общем случае вероятностные методы расчета состоят в рассмотрении всего множества возможных значений случайных величин и в определении для каждого сочетания этих значений соответствующего экономического эффекта, учитываемого с коэффициентом, равным вероятности данного сочетания. Трудоемкость таких расчетов возрастает во много раз. Исключение составляют линейные модели при отсутствии ограничений, приводящих к ущербам, когда вероятностный расчет можно заменить детерминированным, приняв для случайных величин значения их математических ожиданий. В ряде случаев возможно решение детерминированными методами с применением метода статистических испытаний (Монте-Карло) [2]. В принципе же, можно найти значения параметров управления, при которых достигается экстремум математического ожидания целевой функции.

Все сказанное относилось к статическим задачам, где имеют место не случайные процессы, а случайные величины. Решение статической вероятностной задачи может быть найдено в такой же форме, как для детерминированных задач — в виде однозначного оптимального варианта значений управляющих параметров (рис. 1). Для динамических вероятностных задач возможная форма решения будет иной.

Для первого ближайшего шага процесса можно найти вариант значений управляющих параметров, при которых достигается экстремум математического ожидания целевой функции за весь рассматриваемый период времени. Это будет однозначный вариант управления системой, наилучший по средневзвешенному (по вероятностям) эффекту.

Для второго и последующих шагов решение уже не будет однозначным, так как состояние системы в конце первого шага может оказаться различным в зависимости от конкретных значений случайных величин на первом шаге. Поэтому решение для второго и последующих шагов нужно искать в форме некоторых зависимостей или правил.

Применяя, например, методы стохастического динамического программирования [3], решения для второго и последующих шагов будем получать в виде зависимостей (рис. 2):

$$\overset{*}{u}_i^k = f_i^k(x_1^{k-1}, x_2^{k-1}, \ldots, x_m^{k-1}), \qquad (1)$$

где $\overset{*}{u}_i^k$ — оптимальное значение i-го управляющего параметра на k-м шаге; $x_1^{k-1}, \ldots, x_m^{k-1}$ — фактические значения параметров, характеризующие состояние системы, в конце предыдущего шага.

Конкретные формы решения для второго и последующих шагов (в виде аппроксимаций полиномами, «диспетчерских» графиков и правил, таблиц и т. п.) следует выбирать исходя из методов решения задачи и соображений удобства практического применения.

Очень часто нахождение оптимальных действий на первом шаге может являться главной целью решения задачи. Так, при планировании развития

энергетической системы или ее эксплуатации нужно в первую очередь наметить объекты, строительство которых должно начинаться в ближайшее время, или установить оптимальный режим работы электростанций на ближайший интервал времени. Учитывая же динамический характер задач, приходится рассматривать значительно бóльший период времени для правильной оценки последствий различных действий на первом шаге. При вероятностном характере информации, как правило, нецелесообразно (а иногда и невозможно) устанавливать для последующих интервалов оптимальные зависимости для всех возможных значений случайных величин, оказывающихся на первом и последующих шагах. Это особенно относится к задачам, где длительность одного интервала достаточно велика для того, чтобы все расчеты для последующих шагов повторять с учетом уточнившейся обстановки и с «просмотром» новых, более поздних дополнительных интервалов (сдвигая вперед расчетный период каждый раз на один шаг).

ПУТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

При наличии случайной информации, не имеющей вероятностного описания, форма и пути оптимизации больших систем еще более усложняются (табл. 1). В этом случае некоторые случайные величины бывают заданы лишь отрезками их возможных значений.

Строгое решение такой задачи становится невозможным. Подобное положение вполне объяснимо — неопределенность исходной информации естественно приводит и к неопределенности решения. В этих условиях при принятии окончательного решения неизбежен «субъективный» выбор, однако он должен быть в максимальной степени обоснованным.

В условиях неопределенности можно говорить лишь о выборе наиболее целесообразного (рационального) варианта. Это ни в коей мере не означает, что может приниматься любое произвольное решение. Должны быть выявлены именно рациональные альтернативы, т. е. варианты, эффективные в том или ином отношении. Трудность состоит в отсутствии единого критерия для сравнения рациональных вариантов. Поэтому из нескольких имеющихся рациональных вариантов приходится каким-то образом выбирать один, который будет непосредственно осуществляться.

В динамических задачах оптимизации в условиях неопределенности решение для всех шагов рассматриваемого периода нельзя получить, по-видимому, ни в какой практически приемлемой форме. Целью решения задачи можно поставить выбор целесообразного варианта управляющих параметров лишь для первого ближайшего шага. Для второго и последующих шагов вообще не имеет смысла принимать заранее какое-либо «твердое» решение, так как оно наверняка окажется «поспешным». Это положение иллюстрируется сопоставлением возможной формы решения динамических задач для второго и последующих шагов в различных ситуациях (табл. 1): при однозначно определенных условиях можно получить однозначный оптимальный вариант; в вероятностно-определенных условиях решение ищется уже в виде некоторых зависимостей; для неопределенных условий пришлось бы предусматривать почти бесконечно большое число вариантов решения.

Для условий неопределенности можно рекомендовать следующий путь оптимизации больших систем.

Основными принимаются детерминированные модели. По ним проводится серия расчетов оптимальных вариантов развития (или режима работы) системы для различных действий на первом шаге при варьировании случайными исходными данными в имеющихся диапазонах. Сочетания

исходных данных для отдельных расчетов должны включать благоприятные, неблагоприятные и некоторые средние ситуации. В результате будет получена таблица (матрица), в которой содержатся минимально (или максимально) возможные значения целевой функции при рассмотренных действиях на первом шаге и сочетаниях случайных величин *.

Выбор целесообразного варианта управления системой на первом шаге осуществляется на основе тщательного анализа полученной матрицы. Следует использовать критерии, рекомендуемые теорией игр и статистических решений для условий неопределенности [1]. Они в общем случае дают не совпадающие рекомендации. Поэтому необходимо оценить возможные «потери» и «выигрыш» при выборе действий по тому или иному критерию. В результате будут выявлены особенности рассматриваемой системы, которые с учетом практического опыта и инженерной интуиции позволят принять хотя и «волевое», но достаточно обоснованное окончательное решение для первого шага. Для второго и последующих шагов необходимо повторять все расчеты и анализ.

Положительной стороной предлагаемого пути решения является систематизированный и достаточно полный анализ вероятностных ситуаций, позволяющий осуществлять в максимальной степени обоснованные действия. Несмотря на трудоемкость, такой путь почти всегда возможен для оптимизации больших систем при применении современных ЭВМ.

Подобным образом можно решать многомерные задачи оптимизации и для вероятностно-определенных условий, если строгие вероятностные методы окажутся неприемлемыми из-за трудоемкости. При этом анализ матрицы результатов и выбор оптимального действия упрощаются, так как можно определить вероятности отобранных сочетаний случайных величин.

КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ, ОБУСЛОВЛЕННОЙ ВЕРОЯТНОСТНЫМ ХАРАКТЕРОМ ИСХОДНОЙ ИНФОРМАЦИИ

При вероятностном характере исходной информации любое принятое решение связано с «риском»,— практически всегда оно окажется не наилучшим. Поэтому интересно получить количественную оценку для объективно неизбежной ошибки, которая обусловлена вероятностной информацией. Ниже изложен один из возможных методов определения такой оценки для простейшего случая и указаны некоторые пути для нахождения подобных оценок в сложных ситуациях.

Рассмотрим задачу выбора оптимальной величины некоторого управляющего параметра u, который может принимать любое из m дискретных значений

$$u_1, u_2, \ldots, u_i, \ldots, u_m, \tag{2}$$

причем минимизируемая целевая функция (например, расчетные затраты)

$$З(u, Q) \tag{3}$$

зависит от u_i и некоторой случайной величины Q. Для последней предполагаются известными вероятности

$$p_1, p_2, \ldots, p_j, \ldots, p_n, \tag{4}$$

с которыми она может принимать дискретные значения

$$Q_1, Q_2, \ldots, Q_j, \ldots, Q_n \tag{5}$$

* Она будет примерно такой же, как табл. 2, приведенная ниже. Разница в том, что величины u_i и Q_j нужно понимать как варианты управлений на первом шаге и сочетания значений случайных величин, а строка вероятностей p_j, последняя колонка и две последние строки таблицы будут отсутствовать.

Таблица 2

Матрица значений целевой функции З (u_i, Q_j)

Значения случайной величины Их вероятности	Q_1 p_1	Q_2 p_2	...	Q_j p_j	...	Q_n p_n	$M_i = \sum_{j=1}^{n} p_j\, З_{ij}$
Значения управляющего параметра:							
u_1	$З_{11}$	$З_{12}$	...	$З_{1j}$	...	$З_{1n}$	M_1
u_2	$З_{21}$	$З_{22}$	...	$З_{2j}$	...	$З_{2n}$	M_2
⋮							
u_i	$З_{i1}$	$З_{i2}$	...	$З_{ij}$	...	$З_{in}$	M_i
⋮							
$u^{опт}$	$З_1^{опт}$	$З_2^{опт}$	...	$З_j^{опт}$	...	$З_n^{опт}$	$M^{опт} = \min_i M_i$
⋮							
u_m	$З_{m1}$	$З_{m2}$	...	$З_{mj}$	...	$З_{mn}$	M_m
$З_j^* = \min_i З_{ij}$	$З_1^*$	$З_2^*$	...	$З_j^*$	...	$З_n^*$	$M[З^*]$
$\Delta З_j = З_j^{опт} - З_j^*$	$\Delta З_1$	$\Delta З_2$	...	$\Delta З_j$	...	$\Delta З_n$	$M[\Delta З] = \sum_{j=1}^{n} p_j \Delta З_j$

(для непрерывных величин u и Q можно разбить диапазон возможных их изменений соответственно на m и n интервалов).

Зная конкретный вид функции З, можно заполнить «платежную матрицу» (табл. 2), строки которой соответствуют действиям u_i, а столбцы — состояниям Q_j. Математическое ожидание целевой функции для каждого действия u_i равно

$$M[З]_i \equiv M_i = \sum_{j=1}^{n} p_j З_{ij} \quad (6)$$

и записывается в правом столбце табл. 1.

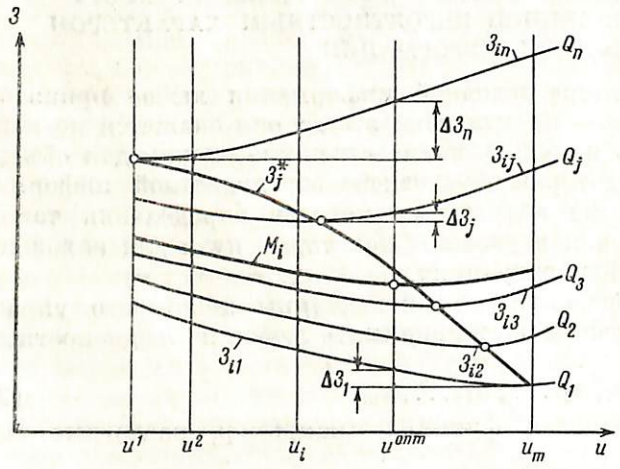

Рис. 2. Графики изменения целевой функции для различных состояний $З_{i1}$, $З_{i2}$, $З_{i3}$, $З_{ij}$, $З_{in}$, математического ожидания M_i и минимально возможных ее значений $З_i^*$ в зависимости от предпринимаемых действий u_i

Разумным будет предпринять действие $u^{опт}$, которое дает минимум математического ожидания целевой функции З:

$$M^{опт} = \min_i M_i. \quad (7)$$

Действие $u^{опт}$ является самым лучшим в данной вероятностной ситуации. Однако, если бы заранее было известно конкретное состояние, то можно было бы выбрать лучшее действие, обеспечивающее минимум функции З при этом конкретном состоянии (значении случайной величины Q). Поясним это графически.

На рис. 2 показаны линии $З_{i1}$, $З_{i2}$, $З_{i3}$, ..., $З_{ij}$, ..., $З_{in}$ изменения значений целевой функции З для различных состояний $Q_1, Q_2, Q_3, \ldots, Q_j, \ldots$ ..., Q_n в зависимости от предпринимаемых действий. Там же нанесена

линия M_i значений математического ожидания целевой функции, которое достигает минимума при действии $u^{\text{опт}}$.

За редким исключением все линии $З_{ij}$ достигают минимума при некоторых других действиях, отличных от $u^{\text{опт}}$. Через точки минимумов этих линий проведена кривая $З_j^*$. Величина $З_j^*$ означает минимально возможное значение функции З при соответствующем состоянии Q_j:

$$З_j^* = \min_i З_{ij}. \tag{8}$$

В табл. 2 значения $З_j^*$ для каждого состояния записаны в предпоследней строке.

Если бы конкретное состояние было заранее известно, то можно было бы провести детерминированный расчет и определить оптимальное значение управляющего параметра. Однако, не зная конкретного состояния, приходится предпринять действие $u^{\text{опт}}$, наилучшее «в среднем» по математическому ожиданию затрат.

При этом для всех состояний Q_j, которые окажутся фактически, будет перерасход

$$\Delta З_j = З_j^{\text{опт}} - З_j^* \geqslant 0, \tag{9}$$

где $З_j^{\text{опт}}$ — значение функции З при действии $u^{\text{опт}}$ и состоянии Q_j. Значения перерасхода $\Delta З_j$ записаны в нижней строке табл. 1 и показаны на рис. 2 для состояний Q_1, Q_j и Q_n.

Так как вероятности различных состояний известны, можно определить математическое ожидание перерасхода, обусловленного вероятностным характером величины Q:

$$M[\Delta З] = \sum_{j=1}^{n} p_j \Delta З_j. \tag{10}$$

Оно характеризует минимально возможную объективную погрешность решения задачи, вызванную вероятностным характером исходной информации. Величина $M[\Delta З]$ может служить основой для оценки допустимых погрешностей от упрощения математических моделей, для суждения о требуемой точности решения задачи оптимизации и других целей.

Некоторые свойства величины $M[\Delta З]$:

1) она всегда не отрицательна:

$$M[\Delta З] \geqslant 0, \tag{11}$$

так как $\Delta З_j \geqslant 0$. В силу этого не требуется оценивать погрешность решения другими критериями типа среднеквадратического отклонения или суммы абсолютных значений;

2) учитывая (7), (8) и (10), можно записать:

$$M[\Delta З] = \min_i M[З_{ij}] - M[\min_i З_{ij}], \tag{12}$$

где $M[\cdots]$ — математическое ожидание величины, заключенной в квадратные скобки;

3) $M[\Delta З]$ при действии $u^{\text{опт}}$, обеспечивающем минимум M_i, будет меньше, чем при всех других действиях. Это вытекает из (12), где второй член не зависит от предпринимаемого действия;

4) $M[\Delta З]$ зависит от конкретного вида функции З и функции распределения случайной величины. Поэтому, решая одну и ту же задачу, например, для разных лет, следует заново определять величину погрешности $M[\Delta З]$, так как абсолютная величина ее будет различной. Возможно, что относительное значение погрешности

$$\mu = \frac{M[\Delta З]}{M^{\text{опт}}} = 1 - \frac{M[З^*]}{M^{\text{опт}}} \tag{13}$$

окажется достаточно устойчивым для каждой отдельной задачи. Однако это требует специальной проверки.

Для сложных задач, где варьируется несколько управляющих параметров и имеется несколько случайных величин, определение $M[\Delta З]$ связано с большой вычислительной работой. Трудоемкость расчетов по определению погрешностей решения, вызываемых случайной информацией, по-видимому, будет даже несколько большей, чем у самих вероятностных методов оптимизации. Положение существенно облегчается тем, что погрешность может определяться, как правило, непосредственно в процессе выполнения вероятностных оптимизационных расчетов. При варьировании значениями случайных величин и управляющих параметров можно находить не только само значение целевой функции, но и ее приращения, что позволяет оценить погрешность, обусловленную вероятностным характером исходной информации. Поэтому при составлении алгоритмов и программ решения вероятностных задач оптимизации следует предусматривать одновременное определение и величины указанной погрешности.

Примерно такой же путь возможен и в условиях неопределенности. Анализируя матрицу результатов, можно найти минимальные затраты для каждого сочетания случайных величин (аналогично предпоследней строке табл. 2), а затем сравнить их с затратами при других действиях в данном столбце. Полученные разности будут характеризовать перерасход затрат, а тем самым и погрешность решения *. В условиях неопределенности нельзя, очевидно, определить математическое ожидание перехода, так как не известны вероятности различных состояний. Однако можно найти максимальные значения перерасхода для рассмотренных сочетаний случайных величин.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приступая к оптимизации больших систем в вероятностных ситуациях, необходимо на основании предварительного анализа свойств исходной информации, особенностей задачи и возможных методов решения вполне четко установить цели решения и форму, в которой оно может быть получено. Для больших систем, имеющих большое число параметров управления и случайных факторов, следует стремиться к нахождению рационального решения лишь для первого ближайшего интервала (шага) рассматриваемого периода. Для последующих интервалов решения могут уточняться позднее по принципу непрерывного планирования. Искать в вероятностных условиях какой-либо единственный «оптимальный» вариант для всего рассматриваемого периода не имеет смысла и было бы неправильным.

Если по условиям задачи отыскивается оптимальный или целесообразный вариант только для первого шага, нужно четко определить этот «первый шаг». В общем случае это должны быть лишь те действия, которые мы вынуждены предпринимать уже сейчас и не сможем в дальнейшем изменить. Вполне возможно, что для выбора такого действия, например, принятия решения о начале проектирования и строительства какого-либо объекта, при расчетах придется принимать в качестве «первого шага» не самый ближайший предстоящий отрезок времени, а более отдаленный интервал, когда объект войдет в эксплуатацию. Все зависит от особенностей конкретной задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. Д. Льюс, Х. Райфа. Игры и решения. М. Изд-во иностр. лит., 1961.
2. Е. С. Вентцель. Введение в исследование операций. М., «Советское радио», 1964.
3. Р. Беллман. Динамическое программирование. М., Изд. иностр. лит., 1960.

Поступила в редакцию
23 XII 1966

* В таком виде погрешность (перерасход) совпадает, по существу, с понятиями «риска» или «сожаления», применяемыми в теории статистических решений.

ЭКОНОМИКА
И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

1967
том III, вып. 6

О ПЛАНИРОВАНИИ ПРОПОРЦИЙ ОБЩЕСТВЕННОГО ПРОИЗВОДСТВА*

Ю. М. СЕРГИЕНКО

(Москва)

В последнее время все большее внимание уделяется научному подходу ко всем вопросам, связанным с развитием народного хозяйства нашей страны. Одним из важнейших вопросов, в значительной мере определяющим успешность развития всей экономики, является установление оптимальных пропорций между I и II подразделениями общественного производства. Цель настоящей статьи заключается в построении экономико-математической модели для определения оптимального соотношения этих подразделений.

Полагая для упрощения задачи, что весь совокупный общественный продукт (СОП) реализуется в пределах изучаемого общественного производства, сформулируем аксиомы, на которых основывалась бы общая теория развития общественного производства.

1. Любое общественное производство, состоящее из конечного множества взаимосвязанных отраслей, может быть разбито на два непересекающихся подмножества, одно из которых включает в себя отрасли, производящие предметы потребления (II подмножество), а другое — все остальные отрасли (I подмножество).

2. Выходная величина любой отрасли, входящей в I и II подмножества, является функцией входных величин данной отрасли. Эти величины представляют собой в свою очередь части выходных величин отраслей, входящих в различные подмножества.

3. Результаты преобразования входных величин отрасли могут быть получены только с запаздыванием во времени.

Отрасль определим как совокупность операций, обеспечивающих выпуск продукции однородного целевого назначения. Операция — это процесс, происходящий при определенных условиях и связанный с потреблением и производством некоторых вещественных, энергетических или информационных компонентов [1].

Исходя из изложенных аксиом, построим простейшую модель общественного производства. В соответствии с аксиомой 1 общественное производство в предельном случае должно иметь не менее двух отраслей: одну, входящую в I подмножество и производящую средства производства, и вторую, входящую во II подмножество и производящую предметы потребления. Очевидно, что в связи с разделением общественного производства на две части так же на две части распадается и СОП. Обозначим часть СОП, производимого во II подмножестве, через X_2, а часть СОП, производимого в I подмножестве, через Y_2. Взаимосвязанность отраслей обусловливает то, что между I и II подмножествами должно быть не менее двух связей. Функционирование любого общественного производства показывает, что некоторая доля СОП, произведенного во II подмножестве, должна быть передана в I подмножество, а оставшаяся часть использована во II подмножестве. Определенная доля СОП, произведенного в I подмно-

* В порядке постановки вопроса.