ЭКОНОМИКА 1968
И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ том IV, вып. 1

ПРИНЦИПЫ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ УПРОЩЕННОЙ СИСТЕМЫ ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ *

М. Г. ЗАВЕЛЬСКИЙ

(Москва)

I. ИСХОДНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В последние годы развитие экономико-математических методов в СССР направлено в русло создания единой системы оптимального планирования и управления народным хозяйством. Предлагаются различные концепции такой системы, основанные на теории оптимального планирования [1—3 и др.]. Авторы большинства из них едины во мнении, что такая система должна быть иерархически организована и ей соответствует многоступенчатый процесс планирования, обеспечивающий оптимальное сочетание централизованного руководства народным хозяйством с целенаправленным саморегулированием его отдельных звеньев. Основное различие концепций обнаруживается при обсуждении подхода к построению подобной системы планирования и управления. Некоторые исследователи предлагают использовать для этого принцип разложения и основывающиеся на нем методы блочного программирования, в частности алгоритм Данцига — Вулфа, заманчивый своей естественной экономической интерпретацией [2]. Серьезным препятствием на этом пути является необходимость иметь дело с единой «глобальной» моделью плановой экономики, которая содержала бы весьма детальное (вплоть до производственных операций) описание хозяйства. Между тем даже в более благоприятных реальных обстоятельствах сходимость методов блочного программирования вряд ли можно считать приемлемой с точки зрения объективной ограниченности сроков планирования.

Другой подход к созданию системы оптимального планирования и управления использует принцип синтеза в единую систему совокупности локальных экономико-математических моделей [4, 5]. Каждая из моделей описывает то или иное экономическое явление на определенном уровне народного хозяйства, а система в целом отражет развитие плановой экономики. При этом наличие и прямых, и обратных связей между моделями позволяет корректировать решения, принимаемые по любой модели в зависимости от результатов реализации других моделей. Такой итеративный процесс планирования можно назвать композиционным планированием.

В данной статье рассматривается возможный алгоритм композиционного планирования производственно-экономического комплекса с иерархической организацией. Модели, применяемые на отдельных уровнях такой системы, намеренно упрощены и по форме, и по содержанию и приводятся в самом общем виде. Эти и другие оговариваемые далее упрощения не оказывают существенного влияния на алгоритм композиционного планирования, но позволяют отвлечься от деталей, в данном случае второстепенных.

---

* В порядке постановки вопроса.

II. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ОБЪЕКТА ПЛАНИРОВАНИЯ

В качестве объекта планирования рассматривается производственно-экономический комплекс, состоящий из r отраслей ($s = 1, \ldots, r$) и способный произвести N продуктов ($i = 1, \ldots, N$), которые предназначены для удовлетворения потребностей M видов ($\mu = 1, \ldots, M$). В процессе функционирования s-я отрасль в состоянии изготовить посредством m разных производственно-технологических способов ($j = 1, \ldots, m$) на k предприятиях, которые действовали в базовом году или могут быть введены в эксплуатацию в течение планового периода ($l = 1, \ldots, k$), n различных продуктов ($i = 1, \ldots, n$; $n \in N$). На любом предприятии с использованием ρ технологических способов может производиться g продуктов. При условии, что это предприятие принадлежит s-й отрасли ($l \in s$), $\rho \in m$ и $g \in n$ *.

На каждом уровне производственно-экономического комплекса имеется орган управления, который осуществляет планирование в рамках соответствующей подсистемы. Для всего комплекса — это Госплан, для отдельных отраслей — министерства, на предприятиях — заводоуправления. Совокупность таких органов образует управляющую систему комплекса с иерархической структурой. Вещественные (энергетические) потоки и производственные процессы, происходящие внутри комплекса, отражаются в виде информационных потоков и процессов переработки информации в его управляющей системе. Важнейшими из них являются процедуры планирования развития и организации комплекса.

Введем определения показателей, исчисляемых в процессе планирования комплекса. Назовем:

1) вектор $Y = (Y_1, Y_2, \ldots, Y_s, \ldots, Y_r)$, каждая компонента которого представляет собой размер конечного продукта комплекса в стоимостном выражении, производимого определенной отраслью,— отраслевой структурой конечного продукта народного хозяйства;

2) вектор $y = (y_1, y_2, \ldots, y_i, \ldots, y_n, \ldots, y_N)$, компоненты которого — суть количества изделий каждого наименования, образующие конечный продукт комплекса,— натуральной структурой конечного продукта народного хозяйства;

3) вектор $X = (X_1, X_2, \ldots, X_s, \ldots, X_r)$, характеризующий валовые выпуски продукции отраслей, исчисленные в народнохозяйственных ценах,— экономической структурой комплекса;

4) вектор $x^s = (x_1^s, x_2^s, \ldots, x_i^s, \ldots, x_n^s)$, каждая компонента которого — объем производства в натуре некоторого продукта s-й отрасли,— экономической структурой отрасли:

5) вектор $Z^s = (Z_1^s, \ldots, Z_j^s, \ldots, Z_m^s)$, компоненты которого показывают интенсивность использования каждого производственно-технологического способа, применяемого в s-й отрасли,— производственно-технологической структурой отрасли:

6) матрицу $u^s = \|u_{il}^s\|$, любой элемент которой — объем производства определенного продукта на конкретном предприятии s-й отрасли,— организационной структурой отрасли;

7) вектор $d^s = (d_1^s, \ldots, d_i^s, \ldots, d_n^s)$, i-я компонента которого показывает количество одноименного продукта s-й отрасли, идущее на образование конечного продукта народного хозяйства и поступающее для производственного потребления в другие отрасли,— структурой товарного выпуска отрасли;

8) матрицу $U^s = \|U_{lw}^{is}\|$, каждый элемент которой показывает размер поставки определенному потребителю конкретного продукта, произведен-

* В дальнейшем символ $j \in i$ означает, что j-й производственно-технологический способ используется для изготовления i-го продукта, $i \in j$ — что i-й продукт производится j-м способом, $i \in s$ — что i-й продукт производится s-й отраслью и т. п.

ного на l-м предприятии s-й отрасли,— структурой производственно-экономических связей отрасли;

9) вектор $V^s = (V_1{}^s, \ldots, V_\pi{}^s, \ldots, V_N{}^s)$, характеризующий размер ресурсов различных ингредиентов, выделяемых данной отрасли,— структурой ее материально-технической базы;

10) матрицу $A_l = \|A_l{}^{ij}\|$, каждый элемент которой — максимально-возможный на некотором предприятии товарный выпуск определенного продукта, производимого посредством конкретного технологического способа,— производственным потенциалом предприятия;

11) вектор $z^l = (z_1{}^l, \ldots, z_j{}^l, \ldots, z_\rho{}^l)$, компоненты которого характеризуют интенсивность использования на предприятии различных технологических способов,— производственно-технологической структурой предприятия;

12) компоненты вектора $C = (C_1, \ldots, C_i, \ldots, C_N)$, являющегося планом двойственной задачи оптимального развития хозяйства комплекса,— народнохозяйственными ценами;

13) компоненты вектора $\delta = (\delta_1, \ldots, \delta_l, \ldots, \delta_\nu)$, $\nu \in N$, являющиеся прокатными оценками производственных фондов различных видов,— нормами платы за фонды;

14) компоненты матрицы $\sigma = \|\sigma_{li}\|$, являющиеся потенциалами различных предприятий комплекса как поставщиков определенных продуктов,— нормами рентных платежей;

15) прокатную оценку капитальных вложений в оптимальном плане развития производственно-экономического комплекса λ — их нормальной эффективностью.

Управление народным хозяйством осуществляется на основании следующих утверждаемых плановых показателей:

а) для всего комплекса — экономическая структура народного хозяйства, народнохозяйственные цены, нормальная эффективность капиталовложений;

б) для отдельных отраслей — отраслевые товарные выпуски их продукции, структура материально-технической базы отрасли;

в) для отдельных предприятий — нормы платы за фонды и рентные платежи.

При функционировании комплекс, а равно его управляющая система в процессе планирования, руководствуются определенным критерием оптимальности. Для комплекса в целом таковым является максимизация некоторой функции благосостояния народа, который при упрощающей предпосылке о фиксированности конечного спроса в полезных свойствах продукции комплекса выражается в сведении к минимуму народнохозяйственных затрат на удовлетворение этого спроса *. Для отдельных отраслей критерий оптимальности — минимизация затрат каждой из них на требуемый товарный выпуск ее продукции. Любое предприятие руководствуется критерием получения максимума прибыли от реализации своей продукции.

III. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ В УПРАВЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМЕ

Для простоты полагаем, что конечный спрос на продукцию комплекса по видам потребностей в приведенных единицах, его территориальная структура и допустимый объем капитальных вложений в народное хозяй-

* Конечный спрос в данном случае отличается от конечного продукта в натуральном выражении тем, что потребность во взаимозаменяемых продуктах показывается в общих условных (приведенных) единицах измерения, т. е. в виде потребностей в некоторых полезных свойствах продукции комплекса.

ство задаются внешней средой. В принципе для этого можно использовать известные модели [6, 7 и др.].

Согласно распределению функций в управляющей системе комплекса высший орган (Госплан) планирует экономическую структуру всего народного хозяйства, народнохозяйственные цены, отраслевые товарные выпуски продукции и структуру материально-технической базы каждой отрасли, а также определяет нормальную эффективность капитальных вложений в народное хозяйство. Для этого ему приходится решать следующие задачи: 1) определение оптимальной отраслевой структуры конечного продукта народного хозяйства; 2) построение межотраслевого баланса производства и распределения продукции народного хозяйства в стоимостном выражении; 3) построение баланса капитальных вложений в народное хозяйство *.

Министерства планируют нормы рентных платежей и платы за фонды. Для этого им приходится решать задачи: 1) определения оптимальной натуральной структуры конечного продукта комплекса в части образующих его изделий данной отрасли и необходимых валовых выпусков продуктов отрасли в натуре; 2) оптимизации производственно-технологической структуры отрасли; 3) определения оптимальной организации отрасли, размещения, специализации и комбинирования производства ее изделий.

Каждое заводоуправление определяет производственный потенциал предприятия и оптимизирует его производственно-технологическую структуру. Решением этих задач оно выполняет свои функции как часть целого — управляющей системы всего комплекса — в процессе планирования народного хозяйства. Предполагается, что в отношении новых предприятий аналогичные функции выполняют соответствующие проектные организации. После же получения утвержденных министерством норм рентных платежей и платы за фонды предприятие само определяет остальные показатели своего развития и в процессе функционирования заключает договоры на поставки сырья, материалов и т. д. и на сбыт готовой продукции.

IV. СИСТЕМА МОДЕЛЕЙ ПЛАНИРОВАНИЯ

Решение перечисленных задач осуществляется органами управления при помощи системы экономико-математических моделей. Головной в этой системе является модель определения оптимальной организационной структуры конечного продукта хозяйства комплекса (модель I). Далее следуют модели: определения оптимальной натуральной структуры конечного продукта народного хозяйства в части его образования из продукции некоторой отрасли (II); межотраслевого баланса производства и распределения продукции комплекса в стоимостном выражении (III); определения необходимых объемов производства (валовых выпусков) продуктов отрасли в натуре (IV); оптимизации производственно-технологической структуры отрасли (V); оптимального размещения производства продукции отрасли и наиболее экономичных производственных связей ее предприятий (VI).

На нижнем уровне управляющей системы комплекса используется несколько моделей. В действительности оптимизация технико-экономического планирования на предприятии, по крайней мере, в настоящее время возможна лишь с помощью системы взаимосвязанных моделей. Однако с точки зрения управления всем комплексом представляет интерес не та информация, которая циркулирует внутри предприятия, а та, которая подается на вход предприятия или снимается с его выхода как системы. Упрощенно

* В статье опущены вопросы об обеспечении баланса трудовых ресурсов и занятости населения. Это является одним из упомянутых выше упрощений.

предполагается, что эта информация может быть получена посредством реализации моделей VII—IX.

Модель I. Требуется найти вектор $Y = (Y_1, Y_2, \ldots, Y_s, \ldots, Y_r)$ такой, чтобы при условиях

$$\sum_s h_{\mu s} Y_s \geqslant \psi_\mu, \quad \mu = 1, \ldots, M, \tag{1}$$

$$Y_s \geqslant 0, \quad s = 1, \ldots, r \tag{2}$$

функционал

$$L(Y) = \sum_s p_s Y_s \to \min. \tag{3}$$

Здесь Y_s — конечный продукт народного хозяйства в стоимостном выражении в доле, падающей на его производство s-й отраслью; ψ_μ — размер потребности μ-го вида, относящейся к конечному спросу, в соответствующих (приведенных) единицах измерения; $h_{\mu s}$ — степень удовлетворения потребности μ-го вида за счет единицы народнохозяйственного конечного продукта, создаваемого s-й отраслью, в стоимостном выражении; p_s — народнохозяйственные затраты на единицу конечного продукта комплекса в стоимостном выражении, создаваемую s-й отраслью.

Модель II. Требуется найти вектор $y^s = (y_1{}^s, y_2{}^s, \ldots, y_i{}^s, \ldots, y_n{}^s)$ такой, чтобы при условиях

$$\sum_{i \in s} h_{\mu i}{}^s y_i{}^s \geqslant \varphi_\mu{}^s, \quad \mu = 1, \ldots, M, \tag{4}$$

$$y_i{}^s \geqslant 0, \quad i = 1, \ldots, n \tag{5}$$

функционал

$$L(y) = \sum_{i \in s} p_i{}^s y_i{}^s \to \min. \tag{6}$$

Здесь $y_i{}^s$ — поступление i-го продукта s-й отрасли для конечного использования в натуральном выражении; $\varphi_\mu{}^s$ — размер потребности μ-го вида, относящейся к конечному спросу и удовлетворяемой за счет продукции s-й отрасли; $h_{\mu i}{}^s$ — степень удовлетворения потребности μ-го вида за счет единицы i-го продукта s-й отрасли; $p_i{}^s$ — народнохозяйственные затраты на производство продукции i-го вида.

Модель III. Найти вектор $X = (X_1, X_2, \ldots, X_s, \ldots, X_r)$ из условий:

$$X_s - \sum_\eta a_{s\eta} X_\eta = Y_s, \quad s = 1, \ldots, \eta, \ldots, r, \tag{7}$$

где X_s — валовый выпуск продукции s-й отрасли, $a_{s\eta}$ — коэффициент прямых затрат продукции s-й отрасли на производство единицы продукции η-й отрасли.

Модель IV. Найти вектор $x^s = (x_1{}^s, x_2{}^s, \ldots, x_i{}^s, \ldots, x_n{}^s)$ при условиях

$$x_i{}^s = \sum_\eta a_{i\eta}^s X_\eta + y_i{}^s, \quad i \in s, \tag{8}$$

где $x_i{}^s$ — объем производства i-го продукта s-й отрасли в натуральном выражении; $a_{i\eta}{}^s$ — коэффициент прямых затрат i-го продукта s-й отрасли на производство единицы продукции η-й отрасли.

Модель V. Найти вектор $Z^s = (Z_1{}^s, \ldots, Z_j{}^s, \ldots, Z_m{}^s)$ такой, чтобы при условиях

$$\sum_{j \in s} b_j{}^i Z_j{}^s = d_i{}^s, \quad i \in s, \tag{9}$$

$$\sum_{j \in s} b_j{}^\pi Z_j{}^s \leqslant V_\pi{}^s, \quad \pi \in \eta, \quad \eta \neq s, \tag{10}$$

$$Z_j{}^s \geqslant 0, \quad j = 1, \ldots, m \tag{11}$$

функционал

$$L(Z) = \sum_{j \in s} p_j Z_j{}^s \to \min. \tag{12}$$

Здесь $Z_j{}^s$ — интенсивность использования в s-й отрасли j-го технологического способа *; $b_j{}^i$ — объем производства i-го продукта при использовании j-го способа с единичной интенсивностью; $(-b_j{}^i)$ — размер потребления i-го продукта при единичной интенсивности j-го способа $(j \in i)$; $b_j{}^\pi$ — размер потребления π-го продукта других отраслей при единичной интенсивности использования j-го способа; p_j — народнохозяйственные затраты при единичной интенсивности использования j-го способа; $d_i{}^s$ — необходимый отраслевой товарный выпуск i-го продукта; $V_\pi{}^s$ — ресурсы π-го продукта других отраслей, выделенные данной отрасли: $\pi \in N$.

Модель VI. Найти набор значений $\{U_{lw}{}^{ij}\}$ такой, чтобы функционал

$$L(U) = \sum_{j,l,w} p_{lw}{}^{ij} U_{lw}{}^{ij} \tag{13}$$

обращался в минимум при условиях:

$$\sum_{l,j} U_{lw}{}^{ij} = A_w{}^i, \quad w = 1, 2, \ldots, \tag{14}$$

$$\sum_{w} U_{lw}{}^{ij} \leqslant A_l{}^{ij}, \quad l = 1, \ldots, k; \; j = 1, \ldots, m, \tag{15}$$

$$\sum_{l,w} U_{lw}{}^{ij} = b_j{}^i Z_j, \quad j \in i, \tag{16}$$

$$U_{lw}{}^{ij} \geqslant 0, \quad l = 1, \ldots, k; \quad w = 1, 2, \ldots; \quad j = 1, \ldots, m, \tag{17}$$

где

$$\sum_{l,j} A_l{}^{ij} > \sum_{w} A_w{}^i.$$

Здесь U_{lw}^{ij} — объем поставки i-го продукта отрасли, произведенного j-м способом на l-м предприятии, в w-й пункт; p_{lw}^{ij} — народнохозяйственные затраты франко-пункт назначения на поставку единицы i-го продукта, произведенного j-м способом на l-м предприятии отрасли; $A_w{}^i$ — размер спроса на i-й продукт в w-м пункте; $A_l{}^{ij}$ — максимально возможный годо-

* Способы в данном случае могут различаться не только техническими приемами переработки сырья и полуфабрикатов, но и видами используемого сырья и полупродуктов, типом мощностей, на которых реализуется процесс (старые или новые) и т. п.

вой объем производства i-го продукта посредством j-й технологии на l-м предприятии отрасли *.

Модель VII. Найти вектор $z^l = (z_1{}^l, \ldots, z_j{}^l, \ldots, z_m{}^l)$ такой, чтобы при условиях

$$\sum_{j \in i} \beta_j{}^{\gamma l} z_j{}^l \leqslant B_\gamma{}^l, \quad \gamma = 1, 2, \ldots, \tag{18}$$

$$z_j{}^l \geqslant 0, \quad j \in i; \quad z_j{}^l = 0, \quad j \notin i \tag{19}$$

функционал

$$L(z) = \sum_{j \in i} \beta_j{}^{il} z_j{}^l \to \max. \tag{20}$$

Здесь $z_j{}^l$ — интенсивность использования j-го производственного способа на l-м предприятии; $\beta_j{}^{\gamma l}$ — расход разного рода лимитирующих ингредиентов (машинного времени, воды, пара и т. п.) при единичной интенсивности использования j-го способа; $\beta_j{}^{il}$ — объем производства i-го продукта при единичной интенсивности использования j-го способа; $B_\gamma{}^l$ — ресурсы лимитирующих ингредиентов при данном варианте развития предприятия.

Модель VIII. Найти вектор $z^l = (z_1{}^l, \ldots, z_j{}^l, \ldots, z_m{}^l)$ такой, чтобы при условиях

$$\sum_{j=1}^{m} \beta_j{}^{\gamma l} z_j{}^l \leqslant B_\gamma{}^l, \quad \gamma = 1, 2, \ldots, \tag{21}$$

$$z_j{}^l \geqslant 0, \quad j = 1, \ldots, m \tag{22}$$

функционал

$$L(z) = \min_i \frac{\sum_{j \in i} \beta_j{}^{il} z_j{}^l}{\xi_i{}^l} \to \max, \tag{23}$$

где $\xi^l = (\xi_1{}^l, \ldots, \xi_i{}^l, \ldots, \xi_n{}^l)$ — вектор, задающий ассортимент производства продукции на данном предприятии.

Модель IX. Найти вектор $z^l = (z_1{}^l, \ldots, z_j{}^l, \ldots, z_m{}^l)$ такой, чтобы функционал

$$L(z) = \sum_j (C_i \beta_j{}^{il} - p_j{}^l) z_j{}^l \to \max, \quad \beta_j{}^{il} > 0 \tag{24}$$

при условиях:

$$\sum_j \beta_j{}^{il} z_j{}^l = \sum_{\omega, j} U_{lw}{}^{ij}, \quad \beta_j{}^{il} > 0, \tag{25}$$

$$\sum_j \beta_j{}^{\gamma l} z_j{}^l \leqslant B_\gamma{}^l, \quad \gamma = 1, 2, \ldots, \tag{26}$$

$$z_j{}^l \geqslant 0, \quad j = 1, \ldots, m. \tag{27}$$

Здесь C_i — народнохозяйственная цена i-го продукта; $p_j{}^l$ — приведенные затраты на производство продукции при единичной интенсивности использования j-го способа на l-м предприятии.

---

* Эта самая упрощенная модель выбрана по причинам, упомянутым выше. В общем случае в качестве модели VI может фигурировать любая более совершенная модель оптимального размещения производства, например [8].

Во всех случаях, когда это необходимо, затраты на производство продукции исчисляются по формуле:

$$p = S + \lambda\tau, \tag{28}$$

где S — текущие затраты, τ — капитальные вложения, λ — норма эффективности капитальных вложений.

V. СВЯЗИ МЕЖДУ МОДЕЛЯМИ И ПОРЯДОК ПЛАНИРОВАНИЯ

Система экономико-математических моделей, используемая для достижения единой цели — построения оптимального плана развития народного хозяйства комплекса, представлена на рис. 1.

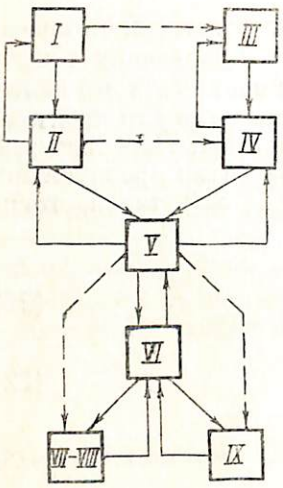

Рис. 1. Система моделей планирования развития и размещения народного хозяйства комплекса: *I* — модель формирования оптимальной отраслевой структуры конечного продукта комплекса; *II* — модель формирования оптимальной натуральной структуры конечного продукта комплекса; *III* — модель определения оптимальной экономической (отраслевой) структуры хозяйства комплекса; *IV* — модель определения оптимальной экономической (натуральной) структуры отраслей комплекса; *V* — модель определения оптимальной производственно-технологической структуры отраслей; *VI* — модель оптимального размещения и специализации предприятий комплекса; *VII — VIII* — модели определения производственного потенциала предприятий; *IX* — модель определения оптимальной производственно-технологической структуры предприятий

Рассмотрим связи между отдельными образующими ее моделями.

Модель I связана с моделью II прямо (сверху вниз) через показатели $\varphi_\mu{}^s$. Эта связь выражается соотношением

$$\varphi_\mu{}^s = h_{\mu s} Y_s. \tag{29}$$

Обратная связь между ними опосредствуется показателями $h_{\mu s}$ и p_s и выражается соотношениями:

$$h_{\mu s} = \sum_{i \in s} h_{\mu i} y_i \Big/ \sum_{i \in s} C_i y_i, \tag{30}$$

$$p_s = \sum_{i \in s} p_i y_i \Big/ \sum_{i \in s} C_i y_i. \tag{31}$$

Связь между моделями I и III, используемыми на одном и том же уровне, носит односторонний (прямой) характер и осуществляется через показатели Y_s.

Модели III и IV связаны как прямо, через показатели X_η, так и наоборот (снизу вверх), посредством показателей $a_{s\eta}$.

Эта обратная связь выражается соотношением:

$$a_{s\eta} = \sum_{i \in s} C_i a_{i\eta}, \quad a_{i\eta} = \sum_{\pi \in \eta} a_{i\pi} x_\pi \Big/ \sum_{\pi \in \eta} C_\pi x_\pi, \tag{32}$$

где C_i — цена i-го продукта.

Связь между моделями II и IV, которые применяются на одном уровне,— односторонняя (прямая), через показатели y_i^s.

Модель II связана с моделью V как прямо, через показатели p_j, так и посредством обратной связи, через показатели p_i. Связь сверху вниз осуществляется так, что

$$p_j = \sum_i C_i b_j^i, \quad j \notin i. \tag{33}$$

Обратная связь выражается в том, что p_i принимается равным Θ_i:

$$p_i = \Theta_i, \tag{34}$$

где Θ — о.о. оценка i-го продукта при решении по модели V, а C_i — о.о. оценка того же продукта при решении по модели II.

Модель IV связана с моделью V сверху вниз через показатели d_i^s и V_π^s посредством соотношений:

$$d_i = \sum_\eta a_{i\eta} x_\eta + y_i, \quad \eta \neq s, \tag{35}$$

$$V_\pi = a_{\pi s} X_s, \quad \pi \in \eta \tag{36}$$

и снизу вверх — через показатели $a_{i\eta_i}$ посредством соотношений

$$a_{i\eta} = \sum_{\pi \in \eta} a_{i\pi} x_\pi \Big/ \sum_{\pi \in \eta} C_\pi x_\pi,$$

где

$$a_{i\pi} = \sum_{j \in \pi} b_j Z_j^\eta \Big/ \sum_{j \in \pi} b_j^\pi Z_j^\eta. \tag{37}$$

Прямая связь между моделями V и VI осуществляется через правые части уравнений (16) — показатели $b_j^i Z_j$, а обратная — посредством соотношений

$$p_j = \sum_{i \in j} b_j^i \sum_{l,w} \Theta_w{}^i U_{lw}{}^{ij} \Big/ \sum_{l,w} U_{lw}{}^{ij}, \tag{38}$$

$$b_j^\pi = \sum_{i \in j} b_j^i \sum_{l,w} b_l^{\pi j} U_{l,w}^{ij} \Big/ \sum_{l,w} U_{l,w}^{ij};$$

$$b_j^\zeta = b_j^i \sum_{l,w} \beta_l^{\zeta j} U_{l,w}^{ij} \Big/ \sum_{l,w} U_{l,w}^{ij}, \quad \zeta \in j, \quad b_j^i = 1, \tag{39}$$

где $\Theta_w{}^i$ — о.о. оценка (потенциал) w-го пункта потребления.

Модель V связана также односторонне с моделью IX через C_i — народнохозяйственные цены условием

$$C_i = \Theta_i. \tag{40}$$

Модели VII и VIII представляют собой единый комплекс. Модель VI связана с ним прямо через ассортиментный вектор ξ^l соотношением

$$\xi^l = \Big(\sum_{w,j} U_{l,w}^{ij} : \ldots : \sum_{w,j} U_{l,w}^{ij} : \ldots : \sum_{w,j} U_{lw}^{nj} \Big). \tag{41}$$

Обратная связь осуществляется через показатели максимально возможного объема производства i-го продукта с использованием j-й технологии

на l-м предприятии A_l^{ij} и удельных материальных и приведенных затрат β_{lj}^{π} и p_{lw}^{ij} ($p_{lw}^{ij} = p_l^{ij} + t_{lw}^{i}$, где t_{lw}^{i} — удельные транспортные расходы на перевозку i-го продукта).

С моделью IX модель VI связана прямо через показатели заданного товарного выпуска продукции:

$$\sum_{w,j} U_{lw}^{ij} = u_l^i \tag{42}$$

и наоборот — посредством показателей A_l^{ij} и β_{lj}^{π}, p_{lw}^{ij}.

Вследствие характера используемой системы моделей планирование развития хозяйства производственно-экономического комплекса является итеративным процессом, основывающимся на предпосылке, что план, который обеспечивает равенство оценок произведенной продукции и имеющихся ресурсов,— оптимален [9]. Применительно к перспективному плану развития хозяйства это выражается в обеспечении выпуска заданного конечного продукта с минимальными затратами при полном использовании допустимого объема капитальных вложений [10].

Рассматриваемый далее процесс планирования состоит из генеральных и малых циклов, переходов и итераций. *Итерация* представляет собой однократную реализацию любой из описанных выше моделей. *Переход* — это процесс переработки информации, который состоит из многих итераций и приводит к получению соответствующих друг другу решений для двух моделей с многосторонними связями. *Малый цикл* состоит из нескольких переходов. В итоге его осуществления соответствующие друг другу решения получаются по нескольким взаимосвязанным моделям. *Генеральный цикл* является совокупностью малых циклов и переходов. В результате его реализации по всем моделям системы получаются решения, соответствующие друг другу при определенном значении нормы эффективности капитальных вложений.

Процесс планирования помимо этих элементов включает *критерий сходимости*. Таковым является баланс капитальных вложений в хозяйство производственно-экономического комплекса:

$$\left| \sum_s \tau_s X_s - Q \right| \leqslant \varepsilon, \tag{43}$$

где τ_s — удельные капитальные вложения в производство продукции s-й отрасли; Q — допустимый объем капитальных вложений в хозяйство комплекса; ε — величина, задающая точность процесса планирования.

Если в результате некоторого генерального цикла соотношение (43) выполняется, решения на отдельных уровнях системы моделей представляют собой оптимальные планы развития соответствующих звеньев производственно-экономического комплекса, а значение нормы эффективности капитальных вложений при этом цикле — их нормальную эффективность. Одновременно народнохозяйственные цены на продукты, которые следует производить согласно полученному плану развития всего комплекса, оказываются равными о.о. оценкам этих продуктов. Это формально проявляется в том, что все коэффициенты p_s в линейной форме (3) оказываются равными единице, и критерием сходимости процесса при текущем планировании служит:

$$|1 - p_s| \leqslant \varepsilon, \quad s = 1, \ldots, r. \tag{44}$$

Рассмотрим генеральный цикл планирования, который дает представление о порядке планирования при использовании управляющей системой комплекса описанных моделей. Он начинается с фиксации определенного

значения нормы эффективности капитальных вложений на диапазоне ее возможных значений [11]. Затем реализуется модель I при предположениях, что $h_{\mu i}{}^s$, $y_i{}^s$, C_i и $p_i{}^s$ сохраняются на уровне базового года. Далее получается решение по модели II при аналогичных предположениях относительно $p_i{}^s$. Если оказывается, что решения по моделям I и II не соответствуют друг другу, осуществляется первый переход с целью ликвидации этой невязки. После этого реализуются модели III и IV. Взаимоувязка получаемых решений является предметом второго перехода. Затем реализуется модель V. Третий переход состоит во взаимоувязке решений по моделям IV и V. Упомянутые три перехода образуют первый малый цикл, в итоге осуществления которого приводятся в соответствие друг другу решения по моделям I—V. Далее реализуется модель VI при исходных значениях $A_l{}^{ij}$ и $p_{lw}{}^{ij}$, получаемых при решении модели VII *. Четвертый переход состоит во взаимоувязке решений по моделям V и VI. Затем реализуется модель VIII. Вследствие пятого перехода ее решение оказывается соответствующим решению по модели VI. После этого реализуется модель IX. Ее взаимоувязка с моделью VI осуществляется посредством шестого перехода. Четвертый, пятый, шестой переходы образуют второй малый цикл, в результате которого приводятся в соответствие друг другу решения, получаемые по моделям V—IX. Генеральный цикл состоит в многократной реализации обоих малых циклов до тех пор, пока не окажется, что получаемые при этом решения модели V равны друг другу. Затем в соответствии с выражением (43) подсчитывается объем капитальных вложений, необходимых для выполнения полученного плана развития комплекса, и проверяется, удовлетворяет ли этот план признаку сходимости процесса оптимального планирования. Если условие (43) (а при текущем планировании (44)) выполняется, план — оптимален, и процесс планирования завершен. В противном случае норма эффективности капитальных вложений корректируется. Ее новое значение определяется по формуле:

$$\lambda^{(q)} = \left(\sum_s \tau_s^{(q-1)} X_s^{(q-1)} / Q \right) \lambda^{(q-1)}, \qquad (45)$$

где $\lambda^{(q-1)}$ — прежнее значение нормы эффективности капитальных вложений. После этого начинается новый генеральный цикл процесса планирования.

VI. АЛГОРИТМИЗАЦИЯ ПЕРЕХОДОВ

Элементарными актами процесса планирования в управляющей системе комплекса являются, таким образом, реализации моделей и переходы. Поскольку модели I—IX — типовые, методы реализации каждой из них известны. Интерес представляют алгоритмы переходов. На них мы и остановимся.

Эти алгоритмы рассматриваются далее в операторной форме.

Переход I. (Алгоритм взаимоувязки отраслевой и натуральной структуры конечного продукта комплекса.)

Оператор 1. Формирование номера итерации $q = (q-1) + 1$.

Оператор 2. Проверка условия $q > 1$. Если $q = 1$, управление передается оператору 3, в противном случае — оператору 4.

Оператор 3. Формирование величин $h_{\mu s}^{(q)} = \bar{h}_{\mu s}$, $p_s^{(q)} = \bar{p}_s$, где $\bar{h}_{\mu s}$ и $\bar{p}_s$ — значения $h_{\mu s}$ и p_s в базовом году. Обращение к оператору 5.

* Модель VII является вспомогательной, предназначена для определения начальных значений $A_l{}^{ij}$ и $p_{lw}{}^{ij}$ и потому реализуется раньше модели VI.

Оператор 4. Вычисление $h_{\mu s}^{(q)}$ и $p_s^{(q)}$ по формулам (30) и (31) при

$$p_i = p_i^{(q-1)}, \quad C_i = C_i^{(q-1)}, \quad y_i = y_i^{(q-1)}, \quad h_{\mu i} = h_{\mu i}^{s(q-1)}.$$

Оператор 5. Вычисление $Y^{(q)} = (Y_1^{(q)}, Y_2^{(q)}, \ldots, Y_s^{(q)}, \ldots, Y_r^{(q)})$ по модели I при условиях (1) — (3).

Оператор 6. Извлечение из регистра 1 вектора

$$Y^{(q-1)} = (Y_1^{(q-1)}, Y_2^{(q-1)}, \ldots, Y_s^{(q-1)}, \ldots, Y_r^{(q-1)}).$$

Оператор 7. Проверка условия $|Y_s^{(q)} - Y_s^{(q-1)}| \leqslant \varepsilon, \quad s = 1, \ldots, r.$

Если $|Y_s^{(q)} - Y_s^{(q-1)}| \leqslant \varepsilon, \quad s = 1, \ldots, r,$ управление передается оператору 8, в противном случае — оператору 9.

Оператор 8. Конец вычислений. Вывод на печать

$$Y^{(q)} = (Y_1^{(q)}, \ldots, Y_s^{(q)}, \ldots, Y_r^{(q)});$$

$$y^{s(q-1)} = (y_1^{s(q-1)}, \ldots, y_i^{s(q-1)}, \ldots, y_n^{s(q-1)}), \quad s = 1, \ldots, r;$$

$$C^{s(q-1)} = (C_1^{s(q-1)}, \ldots, C_i^{s(q-1)}, \ldots, C_n^{s(q-1)}), \quad s = 1, \ldots, r.$$

Оператор 9. Вычисление $\varphi_{\mu}^{s(q)}$ по формуле (29) при

$$h_{\mu s} = h_{\mu s}^{(q)}, \quad Y_s = Y_s^{(q)}, \quad s = 1, \ldots, r.$$

Оператор 10. Формирование $p_i^{(q)} = C_i^{(q-1)}$ и $h_{\mu i}^{s(q)}, \quad s = 1, \ldots, r.$

Оператор 11. Формирование $s = (s - 1) + 1.$

Оператор 12. Проверка условия $s < r$. Если $s < r$ — переход к оператору 13, в противном случае — к оператору 1.

Оператор 13. Вычисление векторов $y^{s(q)} = (y_1^{s(q)}, \ldots, y_i^{s(q)}, \ldots, y_n^{s(q)})$ и $C^{s(q)} = (C_1^{s(q)}, \ldots, C_i^{s(q)}, \ldots, C_n^{s(q)})$ по модели II при условиях (4) — (6).

Оператор 14. Запись векторов $y^{s(q)}$ и $C^{s(q)}$ в регистр II. Передача управления оператору 11.

Блок-схема алгоритма представлена на рис. 2.

Переход II. (Алгоритм взаимоувязки экономической структуры отраслей с экономической структурой комплекса.) *

Оператор 1. Формирование номера итерации $q = (q - 1) + 1.$

Оператор 2. Проверка условия $q > 1$. Если $q = 1$, управление передается оператору 3, в противном случае — оператору 4.

Оператор 3. Формирование величин $a_{s\eta}^1 = \bar{a}_{s\eta}, \; s = 1, \ldots, r, \; C_i = \bar{C}_i,$ где $\bar{a}_{s\eta}$ — значение $a_{s\eta}$ в базовом году.

Оператор 4. Вычисление $a_{s\eta}^{(q)}$ по формуле (32) при $C_i = \bar{C}_i, a_{i\eta} = a_{i\eta}^{(q-1)}.$

Оператор 5. Вычисление $X^{(q)} = (X_1^{(q)}, \ldots, X_s^{(q)}, \ldots, X_r^{(q)})$ по модели III при условиях (7).

Оператор 6. Извлечение из регистра 1 вектора

$$X^{(q-1)} = (X_1^{(q-1)}, \ldots, X_s^{(q-1)}, \ldots, X_r^{(q-1)}).$$

* В основе этого алгоритма лежит метод, предложенный в [12].

Оператор 7. Проверка условия $|X_s^{(q)} - X_s^{(q-1)}| \leqslant \varepsilon, \quad s = 1, \ldots, r.$

Если $|X_s^{(q)} - X_s^{(q-1)}| \leqslant \varepsilon$, переход к оператору 8, в противном случае — к оператору 9.

Оператор 8. Конец вычислений. Вывод на печать

$$X^{(q)} = (X_1^{(q)}, \ldots, X_s^{(q)}, \ldots, X_r^{(q)});$$

$$x^{s(q-1)} = (x_1^{s(q-1)}, \ldots, x_i^{s(q-1)}, \ldots, x_n^{s(q-1)}), \quad s = 1, \ldots, r.$$

Оператор 9. Запись в регистр I вектора

$$X^{(q)} = (X_1^{(q)}, \ldots, X_s^{(q)}, \ldots, X_r^{(q)}).$$

Оператор 10. Формирование $s = (s-1) + 1$.

Оператор 11. Проверка условия $s < r$. Если $s < r$, управление передается оператору 12, в противном случае — оператору 1.

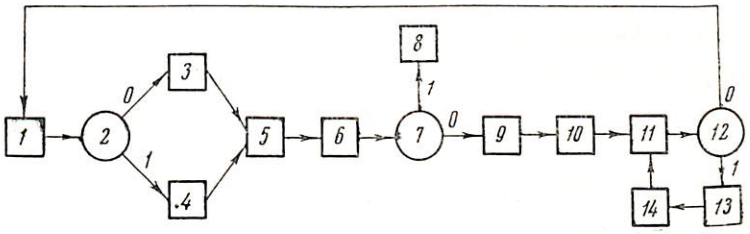

Рис. 2. Блок-схема алгоритма перехода I

Оператор 12. Вычисление $a_{i\eta}^{s(q)}$ по формуле (32) при $\alpha_{i\pi} = \bar{\alpha}_{i\pi}$, $x_\pi = x_\pi^{\eta(q-1)}$, $C_\pi = \bar{C}_\pi$.

Оператор 13. Вычисление вектора $x^{s(q)} = (x_1^{s(q)}, \ldots, x_i^{s(q)}, \ldots, x_n^{s(q)})$ по модели IV при условиях (8).

Оператор 14. Запись вектора $x^{s(q)}$ в регистр II. Передача управления оператору 10.

Блок-схема алгоритма представлена на рис. 3.

Переход III. (Алгоритм взаимоувязки экономической и производственно-технологической структур отраслей.)

Оператор 1. Формирование номера итерации $q = (q-1) + 1$.

Оператор 2. Проверка условия $q > 1$. Если $q = 1$, управление передается оператору 3, в противном случае — оператору 4.

Оператор 3. Формирование $\alpha_{i\pi}^{(q)} = \bar{\alpha}_{i\pi}$, $x_\pi^{(q)} = \bar{x}_\pi$, $C_\pi = \bar{C}_\pi$, где $\bar{\alpha}_{i\pi}$, $\bar{x}_\pi$ и $\bar{C}_\pi$ — значения $\alpha_{i\pi}$, x_π и C_π в базовом году. Передача управления оператору 6.

Оператор 4. Формирование $b_j^i = b_j^{i(q-1)}$, $Z_j = Z_j^{(q-1)}$, $x_\pi = x_\pi^{(q-1)}$, $\Theta_\pi = \Theta_\pi^{(q-1)}$.

Оператор 5. Вычисление $\alpha_{i\pi}^{(q)}$ по формуле (37), $i = 1, \ldots, N$.

Оператор 6. Вычисление $a_{i\eta}^{(q)}$ по формуле (37), $i = 1, \ldots, N$; $\eta = 1, \ldots, r$.

Оператор 7. Формирование номера отрасли $s = (s-1) + 1$.

Оператор 8. Вычисление вектора $x^{s(q)} = (x_1^{s(q)}, \ldots, x_i^{s(q)}, \ldots, x_n^{s(q)})$ по модели IV при условиях (8). Запись в регистр I.

Оператор 9. Проверка условия $s < r$. Если $s < r$, управление передается оператору 7, в противном случае — оператору 10.

Оператор 10. Проверка условия $|x_i^{s(q)} - x_i^{s(q-1)}| \leqslant \varepsilon, \quad i = 1, \ldots, N.$ Если оно выполняется, управление передается оператору 11, в противном случае — оператору 12.

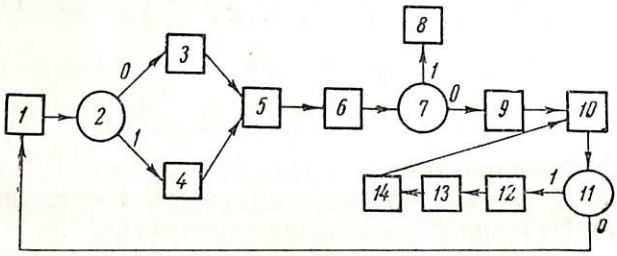

Рис. 3. Блок-схема алгоритма перехода II

Оператор 11. Конец вычислений. Вывод на печать

$$x^{s(q)} = (x_1^{s(q)}, \ldots, x_i^{s(q)}, \ldots, x_n^{s(q)}), \quad s = 1, \ldots, r,$$

$$Z^{s(q)} = (Z_1^{s(q-1)}, \ldots, Z_j^{s(q-1)}, \ldots, Z_m^{s(q-1)}), \quad s = 1, \ldots, r,$$

$$\Theta^{s(q-1)} = (\Theta_1^{s(q-1)}, \ldots, \Theta_i^{s(q-1)}, \ldots, \Theta_n^{s(q-1)}), \quad s = 1, \ldots, r.$$

$$\delta^s = (\delta_1{}^s, \ldots, \delta_1{}^s, \ldots, \delta_\nu{}^s), \quad s = 1, \ldots, r.$$

Оператор 12. Вычисление показателей $d_i^{(q)}$ и $V_\pi^{(q)}$ $(i = 1, \ldots, N, \pi = 1, \ldots, N)$ по формулам (35) и (36) при $a_{i\eta} = a_{i\eta}^{(q)}$, $a_{\pi s} = a_{\pi s}^{(q)}$, $X_\eta = X_\eta^{(q)} = \sum_{\pi \in \eta} C_\pi^{(q)} x_\pi^{(q)}$.

Оператор 13. Формирование $s = (s - 1) - 1$.

Оператор 14. Вычисление $Z^{s(q)} = (Z_1^{s(q)}, \ldots, Z_1^{s(q)}, \ldots, Z_m^{s(q)})$ по модели V при условиях (9) — (12). Запись в регистр II.

Оператор 15. Проверка условия $s < r$. Если $s < r$, управление передается оператору 13, в противном случае — оператору 1.

Блок-схема алгоритма представлена на рис. 4.

Переход IV. (Алгоритм взаимоувязки производственно-технологической и организационной структур отраслей.)

Оператор 1. Формирование номера итерации $q = (q - 1) + 1$.

Оператор 2. Проверка условия $q > 1$. Если оно выполняется — переход к оператору 4, в противном случае — к оператору 3.

Оператор 3. Формирование $b_{ij}^{(q)} = \bar{b}_{ij}$, $b_{\pi j}^{(q)} = \bar{b}_{\pi j}$, $p_j^{(q)} = \bar{p}_j$, где $\bar{b}_{ij}$, $\bar{b}_{\pi j}$ и $\bar{p}_j$ — значения b_{ij}, $b_{\pi j}$ и p_j в базовом году. Переход к оператору 5.

Оператор 4. Вычисление $b_{ij}^{(q)}$, $b_{\pi j}^{(q)}$ и $p_j^{(q)}$ по формулам (38) и (39) при

$$\beta_l^{ij} = \beta_l^{sj(q-1)}, \quad \beta_l^{\pi j} = \beta_l^{\pi j(q-1)}, \quad U_{lw}^{ij} = U_{lw}^{ij(q-1)}, \quad \Theta_w^i = \Theta_w^{i(q-1)}$$

Оператор 5. Формирование $s = (s - 1) + 1$.

Оператор 6. Вычисление $Z^{s(q)} = (Z_1^{s(q)}, \ldots, Z_j^{s(q)}, \ldots, Z_m^{s(q)})$ по модели V при условиях (9) — (12). Запись в регистр I.

Оператор 7. Проверка условия $s < r$. Если $s < r$, управление передается оператору 5, в противном случае — оператору 8.

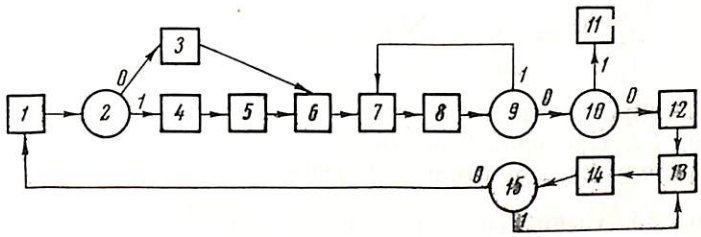

Рис. 4. Блок-схема алгоритма перехода III

Оператор 8. Проверка условия $|Z_j^{s(q)} - Z_j^{s(q-1)}| \leqslant \varepsilon, \quad s = 1, \ldots, r;$ $j = 1, \ldots, m$. Если оно выполняется, управление передается оператору 9, в ином случае — оператору 10.

Оператор 9. Конец вычислений. Вывод на печать

$$\sigma^s = \|\sigma_{li}^s\|, \; Z^{s(q)}, \; \Theta^{s(q)}, \; \|U_{lw}^{ij}\|^{(q-1)}, \; \Theta_w^{i(q-1)}, \quad i = 1, \ldots, N.$$

Оператор 10. Вычисление показателей $b_j^{i(q)} \; Z_j^{s(q)}, \quad s = 1, \ldots, r.$

Оператор 11. Формирование номера итерации $\Upsilon = (\Upsilon - 1) + 1$ *.

Оператор 12. Формирование номера отрасли $s = (s - 1) + 1$.

Оператор 13. Формирование номера продукта $i = (i - 1) + 1$.

Оператор 14. Проверка условия $s < r$. Если $s < r$, управление передается оператору 15, в противном случае — оператору 20.

Оператор 15. Проверка условия $\Upsilon > 1$. Если $\Upsilon > 1$, управление передается оператору 16, в противном случае — оператору 17.

Оператор 16. Вычисление показателей

$$A_w^{i(q)(\Upsilon)} = \sum_{\pi \in j} b_j^{\pi(q)} \sum_l b_w^{ij} U_{wl}^{\pi j(q)(\Upsilon-1)}, \quad w \in [s+1, r], \; \pi \notin s.$$

Оператор 17. Проверка условия $q > 1$. Если $q > 1$, управление передается оператору 18, в противном случае — оператору 19.

Оператор 18. Вычисление показателей

$$A_w^{i(q)(\Upsilon)} = A_w^{i(q-1)}, \; w \in [s+1, r], \; A_w^{i(q-1)} = f(U_{wl}^{\pi j(q-1)}), \; \pi \notin s.$$

Передача управления оператору 20.

Оператор 19. Формирование $A_w^{i(q)(\Upsilon)} = \bar{A}_w{}^i$, т. е. на уровне базового года, $w \in [s+1, r]$, $\bar{A}_w{}^i = f(U_{wl}{}^{\pi j})$, $\pi \notin 8$.

Оператор 20. Вычисление показателей

$$A_w^{i(q)(\Upsilon)} = \sum_{\pi \in j} b_j{}^{\pi} \sum_l \beta_w{}^{ij} U_{wl}^{\pi j(q)(\Upsilon)}, \quad \pi \notin s.$$

* Υ — номер итерации (цикла) по увязке решений по модели VI для всех продуктов, производимых в комплексе.

Оператор 21. Проверка условия $i < n$. Если $i < n$, управление передается оператору 22, в противном случае — оператору 27.

Оператор 22. Проверка условия $\Upsilon > 1$. Если оно выполняется, управление передается оператору 23, в противном случае — оператору 24.

Оператор 23. Вычисление показателей

$$A_l^{i(q)(\Upsilon)} = \sum_{\pi \in j} b_j^{\pi} \sum_w \beta_l^{ij} U_{lw}^{\pi j(q)(\Upsilon-1)}, \quad \pi > i; \ \pi \in s.$$

Передача управления оператору 27.

Оператор 24. Проверка условия $q > 1$. Если $q > 1$, управление передается оператору 25, в противном случае — оператору 26.

Оператор 25. Вычисление показателей $A_l^{i(q)(\Upsilon)} = A_l^{i(q-1)}$, $l \in s$, $A_l^{i(q-1)} = f(U_{lw}^{\pi j(q-1)})$, $\pi > i$; $\pi \in s$. Передача управления оператору 27.

Оператор 26. Формирование $A_l^{i(q)(\Upsilon)} = \bar{A}_l^i$, т. е. на уровне базового года, $A_l^i = f(\bar{U}_{lw}^{\pi j})$, $\pi > i$, $\pi \in s$.

Оператор 27. Вычисление показателей

$$A_l^{i(q)(\Upsilon)} = \sum_{\pi \in j} b_j^{\pi(q)} \sum_w \beta_l^{ij} U_{lw}^{\pi j(q)(\Upsilon)}, \quad \pi < i; \ \pi \in s.$$

Оператор 28. Формирование показателей $\bar{A}_w^{i(q)(\Upsilon)} = \bar{A}_w^i$, где $\bar{A}_w^i$ — объемы непроизводственного потребления.

Оператор 29. Формирование показателей A_l^{ij} и p_{lw}^{ij}.

Оператор 30. Вычисление матрицы $\| U_{lw}^{ij(q)(\Upsilon)} \|$ и вектора $\Theta_w^{i(q)(\Upsilon)}$ по модели VI при условиях (13)—(17).

Оператор 31. Проверка условия $|\,\| U_{lw}^{ij(q)(\Upsilon)} \| - \| U_{lw}^{ij(q)(\Upsilon-1)} \|\,| \leqslant \| \varepsilon_{lw}^{ij} \|$. Если оно выполняется, управление передается оператору 32, в противном случае — оператору 11.

Оператор 32. Проверка условия $i < n$. Если $i = n$, управление передается оператору 33. Если $i < n$, то оператору 13.

Оператор 33. Проверка условия $s < r$. Если $s = r$, управление передается оператору 34, в противном случае — оператору 12.

Оператор 34. Запись в регистр $\mathrm{II} \| U_{lw}^{ij} \|^{(q)} = \| U_{lw}^{ij(q)(\Upsilon)} \|$; $\Theta_w^{i(q)} = \Theta_w^{i(q)(\Upsilon)}$. Передача управления оператору 1.

Блок-схема алгоритма приведена на рис. 5.

Переход V. (Алгоритм взаимоувязки организационной структуры отрасли с производственными потенциалами предприятий.)

Оператор 1. Формирование номера итерации $q = (q-1) + 1$.

Оператор 2. Проверка условия $q > 1$. Если $q = 1$, управление передается оператору 3, в противном случае — оператору 6.

Оператор 3. Вычисление $z^{l(q)} = (z_1^{l(q)}, \ldots, z_j^{l(q)}, \ldots, z_m^{l(q)})$, $l = 1, 2, \ldots$, по модели VII при условиях (18)—(20).

Оператор 4. Вычисление показателей $A_l^{ij(q)}$ по формуле

$$A_l^{ij(q)} = \beta_l^{ij} z_j^{l(q)}, \quad j \in i.$$

Оператор 5. Вычисление показателей $p_{lw}^{ij(q)}$ по формуле

$$p_{lw}^{ij(q)} = p_l{}^{ij}(z_l^{(q)}) + t_{lw}^{ij}.$$

Передача управления оператору 8.

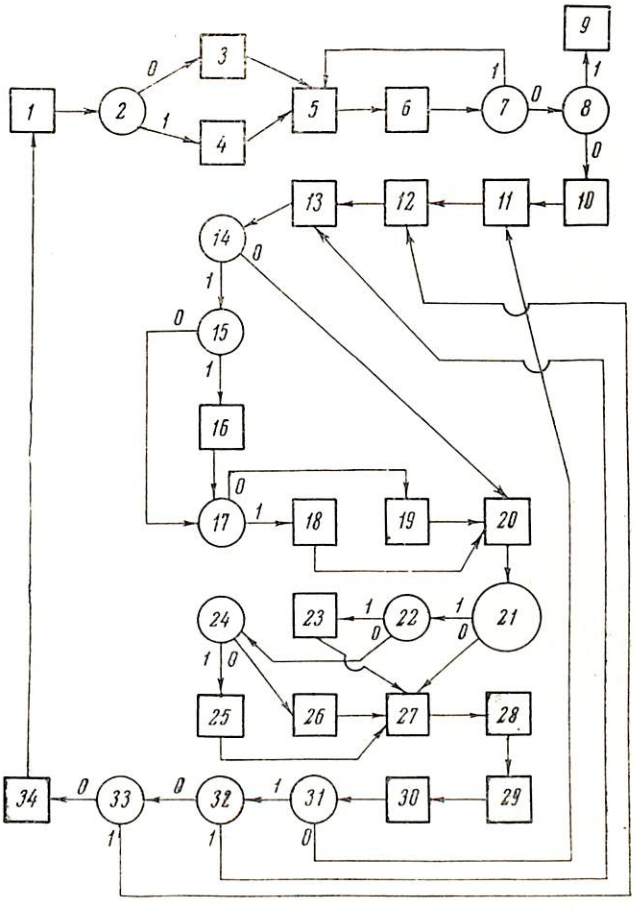

Рис. 5. Блок-схема алгоритма перехода IV

Оператор 6. Вычисление показателей

$$\xi^{l(q)} = f'\left(\sum_{w,j} U_{lw}^{ij(q-1)}, \ldots, \sum_{w,j} U_{lw}^{nj(q-1)}\right)$$

по формуле (41).

Оператор 7. Вычисление показателей $z_j^{l(q)}$, $j = 1, 2, \ldots$; $l = 1, 2, \ldots$ по модели VIII при условиях (21)—(23). Передача управления оператору 4.

Оператор 8. Формирование $s = (s-1) + 1$.

Оператор 9. Вычисление матрицы $\|U_{lw}^{ij}\|^{(q)}$ по модели VI при условиях (13)—(17), $i = 1, \ldots, n$.

Оператор 10. Проверка условия $s < r$. Если $s < r$, управление передается оператору 8, в противном случае — оператору 11.

Оператор 11. Проверка условия

$$|\,\|U_{lw}^{ij}\|^{(q)} - \|U_{lw}^{ij}\|^{(q-1)}| \leqslant \|\varepsilon_{lw}^{ij}\|, \quad i = 1, \ldots, N.$$

Если оно выполняется, управление передается оператору 12, в ином случае — оператору 13.

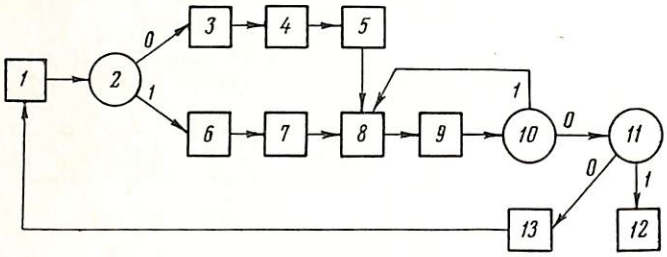

Рис. 6. Блок-схема алгоритма перехода V

Оператор 12. Конец вычислений. Вывод на печать $\|U_{lw}^{ij}\|^{(q)}$ и $\Theta_w^{i(q)}$.

Оператор 13. Запись $\|U_{lw}{}^{ij}\|^{(q)}$ в регистр I. Передача управления оператору 1.

Блок-схема алгоритма представлена на рис. 6.

Переход VI. (Алгоритм взаимоувязки организационной структуры отрасли с производственно-технологической структурой предприятий.)

Оператор 1. Формирование номера итерации $q = (q-1) + 1$.

Оператор 2. Проверка условия $q > 1$. Если $q = 1$, управление передается оператору 3, в противном случае — оператору 4.

Оператор 3. Формирование показателей $A_l^{ij(q)}$ и $p_{lw}^{ij(q)}$. (Осуществляется посредством предшествующего перехода.) Переход к оператору 7.

Оператор 4. Вычисление показателей

$$u_l{}^i = \sum_{w,j} U_{lw}^{ij(q-1)}, \; l = 1, 2, \ldots, \; i = 1, \ldots, N.$$

Оператор 5. Вычисление $z^{l(q)} = (z_1^{l(q)}, \ldots, z_j^{l(q)}, \ldots, z_m^{l(q)})$, $l = 1, 2, \ldots$ по модели IX при условиях (24) — (27).

Оператор 6. Вычисление показателей $A_l^{ij(q)}$ и $p_{lw}^{ij(q)}$ по формулам

$$A_l^{ij(q)} = \beta_{jl}{}^i z_l^{(q)}, \; j \in i; \; p_{lw}^{ij(q)} = p_l{}^{ij}(z_l^{(q)}) + t_{lw}^{ij}, \; l = 1, 2, \ldots; \; i = 1, \ldots, N.$$

Оператор 7. Формирование $s = (s-1) + 1$.

Оператор 8. Вычисление матриц $\|U_{lw}{}^{ij}\|^{(q)}$ и определение $\Theta_w{}^i$ по модели VI при условиях (13) — (17), $i = 1, \ldots, n$.

Оператор 9. Проверка условия $s < r$. Если $s < r$, передача управления оператору 7, в противном случае — оператору 10.

Оператор 10. Проверка условия

$$\|U_{lw}^{ij}\|^{(q)} - \|U_{lw}^{ij}\|^{(q-1)}| \leqslant \|\varepsilon_{lw}^{ij}\|, \quad i = 1, \ldots, N.$$

Если оно выполняется, управление передается оператору 11, в ином случае — оператору 12.

Оператор 11. Конец вычислений. Выдача на печать $\|U_{lw}^{ij}\|^{(q)}$, $\Theta_w^{i(q)}$.

Оператор 12. Запись $\|U_{lw}{}^{ij}\|^{(q)}$ в регистр I. Передача управления оператору 1.

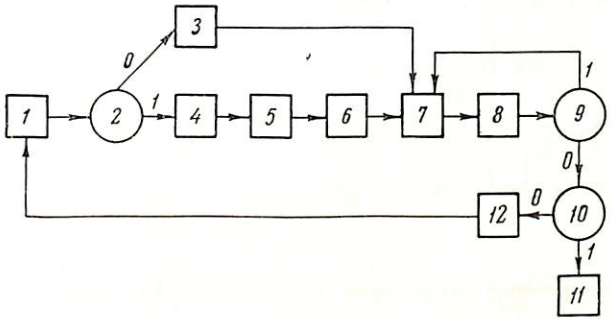

Рис. 7. Блок-схема алгоритма перехода VI

Блок-схема алгоритма приведена на рис. 7.

При образовании циклов переходы связываются между собой с помощью дополнительных (вспомогательных) операторов.

VII. АЛГОРИТМИЗАЦИЯ МАЛЫХ ЦИКЛОВ

При изложении алгоритмов малых циклов процесса планирования воспользуемся укрупненными блок-схемами. В них алгоритм каждого перехода представляется единым оператором.

Первый малый цикл. (Алгоритм взаимоувязки отраслевой и натуральной структуры конечного продукта комплекса, его экономической структуры и экономической и производственно-технологической структуры отраслей.)

Оператор 1. Формирование номера цикла $q = (q-1)+1$.

Оператор 2. Проверка условия $q > 1$. Если $q = 1$, управление передается оператору 3, в противном случае — оператору 4.

Оператор 3. Формирование $h_{\mu s}^{(q)\mathrm{I}} = \bar{h}_{\mu s}$, $p_s^{(q)\mathrm{I}} = \bar{p}_s$, $p_i^{(q)\mathrm{I}} = \bar{p}_i$, $C_i^{(q)\mathrm{I}} = \bar{C}_i$, где $\bar{h}_{\mu s}$, $\bar{p}_s$ и $\bar{C}_i$, $\bar{p}_i$ — значения $h_{\mu s}$, p_s и C_i, p_i в базовом году. Передача управления оператору 5.

Оператор 4. Формирование $h_{\mu s}^{(q)\mathrm{I}} = h_{\mu s}^{(q-1)}$, $p_s^{(q)\mathrm{I}} = p_s^{(q-1)}$, $p_i^{(q)\mathrm{I}} = \Theta_i^{(q-1)}$, $C_i^{q(-1)\mathrm{I}} = C_i^{(q-1)}$.

Оператор 5. Переход I.

Оператор 6. Проверка условия $|Y_s^{(q)(\Upsilon)} - Y_s^{(q)(\Upsilon-1)}| \leqslant \varepsilon$, $s = 1, \ldots, r$, где Υ — номер итерации перехода 1. Если условие выполняется, управление передается оператору 7, в противном случае — оператору 5.

Оператор 7. Формирование

$$Y_s^{(q)\Upsilon} = Y_s^{(q)},\ y_i^{(q),(\Upsilon-1)} = y_i^{(q)},\ a_{s\eta}^{(q)\mathrm{I}} = a_{s\eta}^{(q-1)} = \bar{a}_{s\eta} \text{ при } q = 1;$$

$$a_{i\eta}^{(q)\mathrm{I}} = a_{i\eta}^{(q-1)} = \bar{a}_{i\eta} \text{ при } q = 1,\ C_i^{(q)\mathrm{I}} = C_i^{(q)(\Upsilon-1)}.$$

Оператор 8. Переход II.

Оператор 9. Проверка условия

$$|X_s^{(q)(\Upsilon)} - X_s^{(q)(\Upsilon-1)}| \leqslant \varepsilon, \quad s = 1, \ldots, r,$$

где Υ — номер итерации перехода II. Если условие выполняется, управление передается оператору 10, в ином случае — оператору 8.

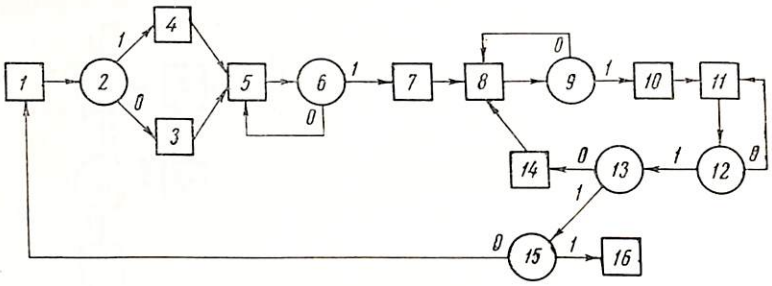

Рис. 8. Блок-схема алгоритма первого малого цикла

Оператор 10. Формирование

$$b_j^{i(q)\mathrm{I}} = b_j^{i(q-1)\mathrm{I}} = \bar{b}_j^i \quad \text{при} \quad q = 1, \; Z_j^{(q)\mathrm{I}} = Z_j^{(q-1)} = \bar{Z}_j \; \text{при} \; q = 1;$$

$$x_\pi^{(q)\mathrm{I}} = x_\pi^{(q-1)} = \bar{x}_\pi \quad \text{при} \quad q = 1; \quad p_j^{(q)\mathrm{I}} = \sum_\pi C_\pi^{(q)} b_j^{\pi(q)\mathrm{I}}, \quad \pi \notin j.$$

Оператор 11. Переход III.

Оператор 12. Проверка условия

$$|x_i^{s(q)(\Upsilon)} - x_i^{s(q)(\Upsilon-1)}| \leqslant \varepsilon, \quad i = 1, \ldots, N,$$

где Υ — номер итерации перехода III. Если условие выполняется, управление передается оператору 13, в противном случае — оператору 11.

Оператор 13. Проверка условия

$$|x_i^{s(q)(\Upsilon)\mathrm{II}} - x_i^{s(q)(\Upsilon)\mathrm{III}}| \leqslant \varepsilon, \quad i = 1, \ldots, N.$$

Если оно не выполняется, управление передается оператору 14, в противном случае — оператору 15.

Оператор 14. Формирование $a_{in}^{(q)\mathrm{I}} = f(Z_j^{(q)(\Upsilon)})$. Передача управления оператору 8.

Оператор 15. Проверка условия $C_i^{(q)} = \Theta_i^{(q)}$. Если оно выполняется, управление передается оператору 16, если нет — оператору 1.

Оператор 16. Конец вычислений. Выдача на печать

$$Y^{(q)}, \; y^{s(q)}, \; X^{(q)}, \; x^{s(q)}, \; Z_j^{s(q)}, \; \Theta^{s(q)}, \; \delta_1.$$

Блок-схема алгоритма показана на рис. 8.

Второй малый цикл. (Алгоритм взаимоувязки производственно-технологической и организационной структур отраслей, производственных потенциалов и производственно-технологических структур предприятий.)

Оператор 1. Формирование номера цикла $q = (q - 1) + 1$.

Оператор 2. Проверка условия $q > 1$. Если $q = 1$, управление передается оператору 3, в противном случае — оператору 4.

Оператор 3. Формирование $b_j^{i(q)\mathrm{I}} = \bar{b}_j{}^i$, $b_j^{\pi(q)\mathrm{I}} = \bar{b}_j{}^\pi$, $p_j^{(q)\mathrm{I}} = \bar{p}_j$, где $\bar{b}_j{}^i$, $\bar{b}_j{}^\pi$ и $\bar{p}_j$ — значения $b_j{}^i$, $b_j{}^\pi$ и p_j в базовом году. Передача управления оператору 5.

Оператор 4. Формирование $b_j^{i(q)\mathrm{I}} = b_j^{i(q-1)}$, $b_j{}^{\pi(q)\mathrm{I}} = b_j^{\pi(q-1)}$, $p_j{}^{(q)\mathrm{I}} = \bar{p}_j$.

Оператор 5. Реализация модели VII. Вычисление $A_l^{ij(q)\mathrm{I}}$.

Оператор 6. Переход IV.

Оператор 7. Проверка условия $|Z_j^{s(q)(\Upsilon)} - Z_j^{s(q)(\Upsilon-1)}| \leqslant \varepsilon$, $s = 1, \ldots, r$; $j = 1, \ldots, m$. Если оно не выполняется, управление передается оператору 6, в ином случае — оператору 8.

Оператор 8. Формирование $\xi^{l(q)\mathrm{I}} = f(U_{lw}^{ij(q)(\Upsilon-1)})$ и $A_w^{i(q)\mathrm{I}} = A_w^{i(q)(\Upsilon-1)}$.

Оператор 9. Переход V.

Оператор 10. Проверка условия $|\|U_{lw}^{ij}\|^{(q)(\Upsilon)} - \|U_{lw}\|^{(q)(\Upsilon-1)}| \leqslant \|\varepsilon_{lw}^{ij}\|$, $i = 1, \ldots, N$. Если условие не выполняется, управление передается оператору 9, в противном случае — оператору 11.

Оператор 11. Проверка условия $|\|U_{lw}^{ij}\|^{(q)(\Upsilon)\mathrm{V}} - \|U_{lw}^{ij}\|^{(q)(\Upsilon)\mathrm{IV}}| \leqslant \|\varepsilon_{lw}^{ij}\|^*$. $i = 1, \ldots, N$. При отрицательном исходе — передача управления оператору 12, при положительном — оператору 13.

Оператор 12. Формирование $b_j^{i(q)\mathrm{I}} = f(U_{lw}^{ij(q)(\Upsilon)\mathrm{V}}, z^{\mathrm{V}})$, $b^{\pi(q)\mathrm{I}} = f(U^{\mathrm{V}}\ z^{\mathrm{V}})$, $p_j^{(q)\mathrm{I}} = f(U_1{}^{\mathrm{V}}, z^{\mathrm{V}})$. Передача управления оператору 6.

Оператор 13. Формирование $u_{il}^{(q)\mathrm{I}} = f(U_{lw}^{ij(q)(\Upsilon)\mathrm{IV}})$, $C_i^{(q)\mathrm{I}} = \Theta_i^{(q)(\Upsilon)}$, $p_j^{l(q)\mathrm{I}} = f(\Theta_i^{(q)(\Upsilon)})$.

Оператор 14. Переход VI.

Оператор 15. Проверка условия $|\|U_{lw}^{ij}\|^{(q)(\Upsilon)} - \|U_{lw}^{ij}\|^{(q)(\Upsilon-1)}| \leqslant \|\varepsilon_{lw}^{ij}\|$, если оно не выполняется, управление передается оператору 14, в противном случае — оператору 16.

Оператор 16. Проверка условия $|\|U_{lw}^{ij}\|^{(q)(\Upsilon)\mathrm{VI}} - \|U_{lw}^{ij}\|^{(q)(\Upsilon)\mathrm{V}}| \leqslant \|\varepsilon_{lw}^{ij}\|$, $i = 1, \ldots, N$. При отрицательном исходе — передача управления оператору 17, при положительном — оператору 18.

Оператор 17. Формирование $\xi^{l(q)\mathrm{I}} = f(U^{\mathrm{VI}})$, $A_w^{i(q)\mathrm{I}} = A_w^{i(q)(\Upsilon)\mathrm{VI}}$. Передача управления оператору 9.

Оператор 18. Проверка условия $|p_j^{(q)(\Upsilon)} - p_j(z_j^{l(q)(\Upsilon)}, p_j{}^l)| \leqslant \varepsilon$, $s = 1, \ldots, r$, $j = 1, \ldots, m$. При выполнении — передача управления оператору 20, в ином случае — оператору 19.

Оператор 19. Формирование $p_j^{(q)\mathrm{I}} = f(z_j^{l(q)(\Upsilon)}, p_j{}^l)$, $b_j^{i(q)\mathrm{I}} = f(\beta_j{}^{il}, z_j^{l(q)(\Upsilon)})$. Передача управления оператору 1. $b_j{}^\pi = f(\beta_j{}^{\pi l}, z_j^{l(q)(\Upsilon)})$.

---

* Римские цифры в индексах — номера моделей, при реализации которых получены сравниваемые величины.

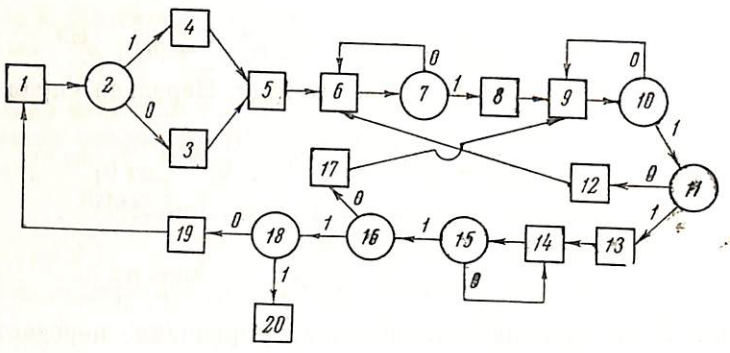

Рис. 9. Блок-схема алгоритма второго малого цикла

Оператор 20. Конец вычислений. Выдача на печать σ_{li}, $u^{s(q)}$, $U^{(q)}$, $z^{l(q)}$, $\Theta_l^{i(q)}$, $s = 1, \ldots, r$; $l = 1, 2, \ldots$; $i = 1, \ldots, N$. Блок-схема алгоритма представлена на рис. 9.

VIII. БЛОК-СХЕМА АЛГОРИТМА ПЛАНИРОВАНИЯ

Алгоритм всего процесса планирования может быть представлен в форме укрупненной блок-схемы (рис. 10). В ней каждый из малых циклов фигурирует в виде единого оператора.

Оператор 1. Формирование номера генерального цикла $q_1 = (q_1 - 1) + 1$.

Оператор 2. Формирование номера итерации генерального цикла $q_2 = (q_2 - 1) + 1$.

Оператор 3. Формирование номера первого малого цикла $q_3 = (q_3 - 1) + 1$.

Оператор 4. Первый малый цикл.

Оператор 5. Проверка условия $|C_i^{(q_3)} - \Theta_i^{(q_3)}| \leqslant \varepsilon$, $i = 1, \ldots, N$. Если оно выполняется — переход к оператору 5, в противном случае — к оператору 3.

Оператор 6. Формирование показателей

$$b_j^{i(\mathrm{I})} = b_j^{i(q_3)}; \quad b_j^{\pi(\mathrm{I})} = b_j^{\pi(q_3)}; \quad p_j^{(\mathrm{I})} = \sum_{\pi} b_j^{\pi(q_3)} C_{\pi}^{(q_3)}.$$

Оператор 7. Формирование номера второго малого цикла $q_4 = (q_4 - 1) + 1$.

Оператор 8. Второй малый цикл.

Оператор 9. Проверка условия $|p_j^{(q_4)(\mathrm{I})} - p_j(z_j^{l(q_4)(\mathrm{V})}, p_j^{l(q_4)(\mathrm{V})})| \leqslant \varepsilon$, $s = 1, \ldots, r$; $j = 1, \ldots, m$. Если оно выполняется, управление передается оператору 10, в ином случае — оператору 7.

Оператор 10. Проверка условия $|Z^{s(q_4)} - Z^{s(q_3)}| \leqslant \varepsilon$, $s = 1, \ldots, r$. При положительном исходе — передача управления оператору 12, при отрицательном — оператору 11.

Оператор 11. Формирование показателей

$$h_{\mu s} = f(h_{\mu i}, \Theta_i^{(q_4)}, y_i^{(q_3)}), \quad p_s = f(\Theta_i^{(q_4)}, y_i^{(q_3)}, C_i^{q_3}).$$

Переход к оператору 2.

Оператор 12. Вычисление по формуле $Q^{(q_1)} = \sum_s \tau_s^{(q_1)} X_s^{(q_1)}$.

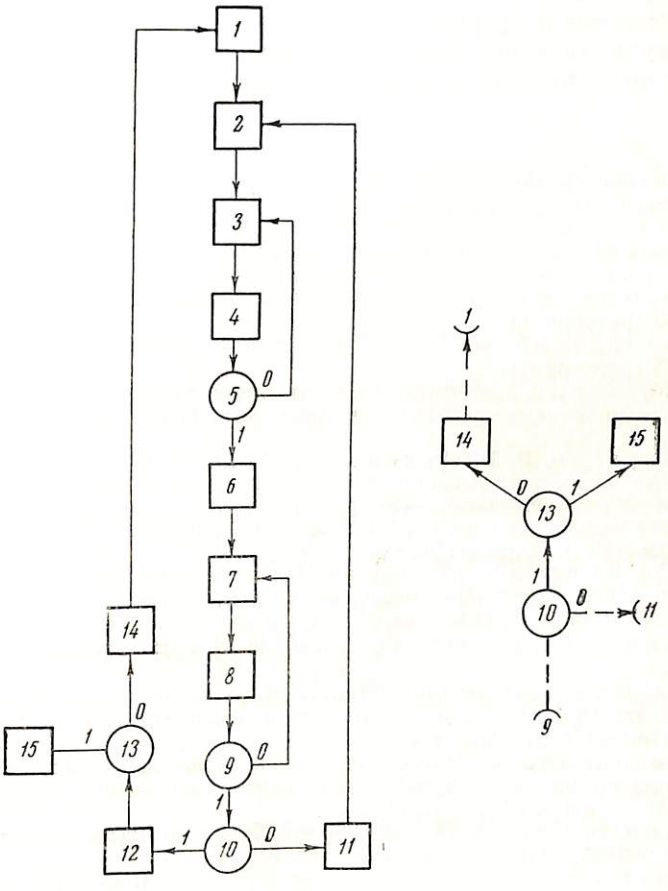

Рис. 10. Блок-схема алгоритма планирования

Оператор 13. Проверка условия (43). Если оно выполняется — переход к оператору 15, если не выполняется — к оператору 14.

Оператор 14. Вычисление $\lambda^{(q_1+1)}$ по формуле (45). Передача управления оператору 1.

Оператор 15. Конец вычислений. Выдача на печать утверждаемых X, C, d^s $(s = 1, \ldots, r)$, V^s $(s = 1, \ldots, r)$ δ, σ, λ и контрольных Y, y, x^s $(s = 1, \ldots, r)$, Z^s $(s = 1, \ldots, r)$, u^s $(s = 1, \ldots, r)$, U^s $(s = 1, \ldots, r)$, A_l $(l = 1, 2, \ldots)$, z^l $(l = 1, 2, \ldots)$ плановых показателей.

При текущем планировании в операторе 12 нет необходимости, а операторы 13 и 14 изменяются. Соответствующая часть блок-схемы алгоритма представлена на рис. 10.

Здесь оператор 13 — проверка условия $|C_i^{(q_3)} - \Theta_i^{(q_4)}| \leqslant \varepsilon$, $i = 1, \ldots, N$. Если оно выполняется, управление передается оператору 15, в противном случае — оператору 14.

Оператор 14. Формирование $C_i = \Theta_i^{(q_4)}$, $i = 1, \ldots, N$.

Оператор 15. Конец.

В заключение отметим, что принципы, положенные в основу рассмотренной упрощенной системы оптимального планирования, делают ее непротиворечивой с точки зрения дальнейшего развития и усложнения. Новые элементы оптимальности могут быть внесены в нее (через модели

экономического роста, формирования доходов и потребления и т. д.) без сколь-либо существенного изменения порядка ее функционирования. Это касается и учета динамики развития народного хозяйства.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. С. Немчинов. Социалистическое хозяйствование и планирование производства «Коммунист», 1964, № 5.
2. А. И. Каценелинбойген, Ю. В. Овсиенко, Е. Ю. Фаерман. Проблемы оптимизации экономической системы. М., ЦЭМИ АН СССР, 1965 (ротапринт).
3. В. Ф. Пугачев. Модель многоступенчатой системы оптимального планирования. В кн. Оптимальное планирование в условиях большой размерности. М., ЦЭМИ АН СССР, 1963 (ротапринт).
4. В. А. Волконский. Проблемы оптимального планирования. М., ЦЭМИ АН СССР, 1966 (ротапринт).
5. М. Г. Завельский. Некоторые вопросы оптимального планирования специализации промышленного производства. Канд. дис., МИНХ им. Г. В. Плеханова М., 1964.
6. Ю. Н. Гаврилец, Б. Н. Михалевский, Ю. Р. Лейбкинд. Линейная модель оптимального роста плановой экономики. В кн. Применение математики в экономических исследованиях. Под ред. В. С. Немчинова. М., «Мысль», 1965.
7. Применение математики и электронной техники в планировании. Под ред. А. Г. Аганбегяна и В. Д. Белкина. М., Соцэкгиз, 1961.
8. В. А. Маш. Оптимальное размещение производительных сил в народном хозяйстве. В кн. Математические методы и проблемы размещения производства. Под ред. И. Я. Бирмана и Л. Е. Минца. М., Экономиздат, 1963.
9. Д. Б. Юдин, Е. Г. Гольштейн. Линейное программирование. М., Физматгиз, 1963.
10. В. В. Новожилов. Измерение затрат и их результатов в социалистическом хозяйстве. В кн. Применение математики в экономических исследованиях. Под ред. В. С. Немчинова. М., Соцэкгиз, 1959.
11. М. Г. Завельский. О синтезе оптимального народнохозяйственного плана и определения нормальной эффективности капиталовложений. «Экономика и математические методы», 1966, т. II, вып. 1.
12. Л. Дудкин, Э. Ершов. Межотраслевой баланс и материальные балансы отдельных продуктов. «Плановое х-во», 1965, № 5.

Поступила в редакцию
6 III 1966