

СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ОСНОВНЫХ ФОНДОВ В УСЛОВИЯХ РАСШИРЕННОГО ВОСПРОИЗВОДСТВА *

А. В. ЖДАНКО

(Москва)

1. Модель 3 как обобщение моделей 1 и 2. Для синтеза системы оптимального функционирования социалистической экономики необходимо использовать локальные модели поведения не только хозяйственных звеньев (комплексов), но и экономических ресурсов. Последние можно разбить на два крупных подкласса: модели функционирования и модели движения ресурсов. Такие модели позволяют оптимизировать важные аспекты функционирования экономики в динамике, связанные с особенностями ресурсов как производственных факторов и как экономических величин, имеющих размерность «запаса». Среди них важное место занимают модели движения и амортизации основных фондов, отражающие специфические черты динамики этого ресурса в прямом и двойственном аспектах.

В [1, 2] рассмотрены две модели этого типа. В [1] (модель 1) предполагалось, что входной поток-ввод постоянен, а срок службы единицы фондов — случайная переменная с известным неизменным законом распределения. В [2] (модель 2), напротив, принято допущение, что ввод возрастает во времени по показательному закону, а срок службы имеет нулевую дисперсию и не зависит от времени. Предлагаемая модель 3 синтезирует две предшествующие, заимствуя из первой предположение случайности срока службы, а из второй — условие роста входного потока по экспоненте. Такой синтез, на наш взгляд, существенно приближает модель к реальным условиям воспроизводства основных фондов [3—7].

Здесь используется совокупность предположений экономического и математического характера, изложенных в моделях 1 и 2. В частности, для упрощения исследования предполагается устойчивый режим роста основных фондов. Это позволяет свести анализ модели к исследованию устойчивых параметров.

2. Основные характеристики динамики возрастной группы. Все переменные и постоянные показатели движения основных фондов в целом являются суммарными или средними значениями соответствующих характеристик динамики отдельных возрастных групп, состоящих из одновременно введенных в строй единиц. Эти характеристики исследованы в [1]. Напомним лишь о самых существенных из них, без которых невозможно дальнейшее изложение.

Пусть τ — положительная случайная временная переменная, выражающая возраст выбывшей (т. е. срок службы) или дожившей единицы и всей совокупности одновременно введенных единиц, а $f(\tau)$ — плотность вероятностей срока службы, которую можно интерпретировать как дифференциальную функцию выбытия из единичной совокупности. Тогда

* Модель 3.

дожившая численность совокупности выразится дополнительной функцией распределения сроков службы $G(\tau) = 1 - F(t) = \int_{\tau}^{\infty} f(\xi) d\xi$, оставшееся (ожидаемое) суммарное число единиц фондовремени, которое отработает единичная совокупность в будущем, — показателем $H(\tau) = \int_{\tau}^{\infty} G(\xi) d\xi$, а средний оставшийся срок службы дожившей единицы —

другим показателем $\theta(\tau) = H(\tau) / G(\tau)$, равным частному от деления оставшегося времени работы на дожившую численность.

Эти два показателя позволяют выразить изменение остаточной стоимости единичной возрастной группы и средней дожившей единицы (при сделанных в [1 и 2] предположениях) через временные коэффициенты:

$$h(\tau) = H(\tau) / T_a \text{ и } \vartheta(\tau) = \theta(\tau) / T_a, \quad \left(T_a = \int_0^{\infty} \tau f(\tau) d\tau = \int_0^{\infty} G(\tau) d\tau - \right.$$

среднее значение срока службы любой новой единицы основных фондов), так как $H(0) = \theta(0) = T_a$. Через указанные коэффициенты можно также выразить долю суммарного выбытия, обесценения совокупности и средней дожившей единицы в виде разностей $1 - G(\tau)$, $1 - h(\tau)$, $1 - \vartheta(\tau)$. Кроме интегральных показателей выбытия и дожития, обесценения и остаточной стоимости совокупности и единицы, существенной характеристикой этих процессов могут служить также соответствующие дифференциальные показатели, выражающие абсолютную и относительную скорость изменения интегральных показателей (возрастания отрицательных показателей — выбытия и обесценения, и убывания положительных — дожития и остаточной стоимости). Из них для дальнейшего изложения особенно важное значение имеет скорость роста обесцененности возрастной группы (и ее амортизационного фонда), равная $f_h(t) = -h'(\tau) = G(\tau) / T_a$.

3. Физическое движение основных фондов. Кроме введенных выше используются обозначения: t — время; K_0 , $K(t)$ — ввод в моменты $t=0$, $t>0$; $\Phi^*(t)$ — основные фонды; $\phi(t, \tau)$ — возрастная группа в возрасте τ ; $R^*(t)$, $C^*(t)$ — выбытие, или равное ему возмещение (восстановительный ввод), и приростной ввод (прирост фондов); k^* , r^* — нормы валового ввода и возмещения; c^* , ρ^* — коэффициенты приростного и восстановительного вводов; m_{ϕ}^* — фондовый множитель*.

Как и в [1], предполагается, что $f(\tau) \geq 0$ определена на бесконечном положительном полуинтервале $0 \leq \tau \leq +\infty$, дифференцируема в любой точке и интегрируема на любом интервале в этих пределах. Устойчивый режим в этом случае предполагает, что фонды существуют уже бесконечное время. Поэтому все параметры являются несобственными интегралами, сходящимися на указанном интервале, а значит, — постоянными, не зависящими от времени. Время в модели отсчитывается от некоторого $t=0$, для которого принято $K(t) = K_0$ (базисный момент). Поэтому интегральные величины, переменные во времени, определяются, строго говоря, на интервале $(-\infty, t)$.

* В целях сопоставления трех моделей одинаковые показатели обозначены одними и теми же символами с тем отличием, что в обозначениях стохастических величин добавлен верхний индекс: 0 — для стационарной модели, * — для предельных по t значений стабильной модели (т. е. для показателей движения в режиме устойчивого роста).

Так как по условию $K(t) = K_0 e^{\lambda t}$, а размер возрастной группы (дожившая численность) и выбытие из нее в единицу времени определяются в виде

$$\phi(t, \tau) = K(t - \tau) G(\tau) = K(t) e^{-\lambda \tau} G(\tau), \quad (1)$$

$$R(t, \tau) = K(t - \tau) f(\tau) = K(t) e^{-\lambda \tau} f(\tau), \quad (2)$$

то для наличных, выбывающих и приростных фондов получаем

$$\Phi^*(t) = \int_0^\infty \phi(t, \tau) d\tau = K(t) \int_0^\infty e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau, \quad (3)$$

$$R^*(t) = \int_0^\infty R(t, \tau) d\tau = K(t) \int_0^\infty e^{-\lambda \tau} f(\tau) d\tau, \quad (4)$$

$$C^*(t) = d\Phi^*(t)/dt = K(t) \lambda \int_0^\infty e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau, \quad (5)$$

$$C^*(t) = K(t) - R^*(t) = K(t) \left[1 - \int_0^\infty e^{-\lambda \tau} f(\tau) d\tau \right]. \quad (5a)$$

Прирост фондов описывается различными, на первый взгляд, формулами (5) и (5a). Возникает важный вопрос о соотношении между двумя параметрами, выражающимися интегралами с подынтегральными функциями дожития и дифференциального выбытия. Этот вопрос имеет значение не только для вывода параметров модели 3 и установления соотношений между ними, но и для их преобразования в вид, сопоставимый с аналогичными показателями моделей 1 и 2. Используя подстановку

$f(\tau) d\tau = -dG(\tau)$ и интегрируя $\int_0^\infty e^{-\lambda \tau} f(\tau) d\tau$ по частям, можно получить тождественные выражения

$$\int_0^\infty e^{-\lambda \tau} f(\tau) d\tau = 1 - \lambda \int_0^\infty e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau \quad (6)$$

или

$$\int_0^\infty e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau = \frac{1 - \int_0^\infty e^{-\lambda \tau} f(\tau) d\tau}{\lambda}. \quad (6a)$$

Подставляя (6), (6a) соответственно в (5), (5a), получим тождественные выражения $C^*(t)$ через $K(t)$, λ и один из двух интегральных параметров (см. (9) и (12)).

Рассмотренные в (1)–(5) абсолютные показатели движения основных фондов в натуре (или в постоянных ценах) позволяют вывести важные характеристики этого движения, выражающие через неизменные структурные параметры соотношение между потоками ввода и выбытия и основными фондами в устойчивом режиме роста, а также физическую воспроизводственную структуру ввода. Структуру движения фондов выражают нормы валового ввода и выбытия

$$k^* = \frac{K(t)}{\Phi^*(t)} = \frac{1}{\int_0^\infty e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau}, \quad (7)$$

$$r^* = \frac{R^*(t)}{\Phi^*(t)} = \frac{\int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau} f(\tau) d\tau}{\int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau} G(\tau) d\tau}, \quad (8)$$

а воспроизводственную структуру ввода характеризуют коэффициенты

$$\rho^* = \frac{R^*(t)}{K(t)} = \int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau} f(\tau) d\tau, \quad (9)$$

$$c^* = \frac{C^*(t)}{K(t)} = \lambda \int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau} G(\tau) d\tau, \quad (10)$$

причем по определению $c^* + \rho^* = 1$.

Выражая числитель r^* в (8) через $G(\tau)$ на основании (6), получаем равенство

$$r^* = k^* - \lambda \text{ или } k^* = \lambda + r^*, \quad (11)$$

играющее важную роль в практическом применении моделей движения.

Полезной характеристикой модели является параметр

$$m_{\Phi}^* = \frac{\Phi^*(t)}{K(t)} = \frac{1}{k^*} = \int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau} G(\tau) d\tau, \quad (12)$$

позволяющий привязать основные фонды к такой важной управляемой переменной модели, как входной поток $K(t)$. Этот тип параметров, не рассмотренный в [2], представляет не только практический, но и теоретический интерес, показывая, что любая интегральная величина в пределе превышает соответствующую дифференциальную величину в 1/λ раз.

4. Временные параметры. Обозначим через $\varphi^*(\tau)$ — плотность распределения возрастов; $\bar{\tau}^*$, $\bar{\theta}^*$ — средние значения возраста и оставшегося срока службы единицы наличных фондов; $\bar{\eta}^*$, $\bar{\vartheta}^*$ — соответствующие им коэффициенты; $W^*(t)$ — ожидаемая в будущем работа (суммарное фондоремя) основных фондов, имеющихся на данный момент t .

Плотность распределения возрастов, по определению, равна

$$\varphi^*(\tau) = \frac{\dot{\Phi}(t, \tau)}{\Phi^*(t)} = \frac{K(t - \tau) G(\tau)}{K(t) \int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau} G(\tau) d\tau} = \frac{e^{-\lambda\tau} G(\tau)}{\int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau} G(\tau) d\tau}. \quad (13)$$

Соответственно средний предстоящий срок службы и средний возраст определяются как средние взвешенные групповых показателей $\theta(\tau)$ (см. п.2) и τ

$$\bar{\theta}^* = \int_0^{\infty} \theta(\tau) \varphi^*(\tau) d\tau = \frac{\int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau} H(\tau) d\tau}{\int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau} G(\tau) d\tau}, \quad (14)$$

$$\bar{\tau}^* = \int_0^{\infty} \tau \varphi^*(\tau) d\tau = \frac{\int_0^{\infty} \tau e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau}{\int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau}. \quad (15)$$

Для сравнения $\bar{\theta}^*$ с $\bar{\tau}^*$ необходимо преобразовать числитель в (15), используя подстановку $-dH(\tau) = G(\tau)d\tau$ и интегрирование по частям. Получим

$$\int_0^{\infty} \tau e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau = \int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} H(\tau) d\tau - \lambda \int_0^{\infty} \tau e^{-\lambda \tau} H(\tau) d\tau, \quad (16)$$

откуда $\bar{\theta}^* > \bar{\tau}^*$, как и следовало ожидать для случая $\lambda > 0$. Этот факт отражает неизбежный сдвиг структуры фондов в пользу более молодых возрастов. Аналогичное соотношение встречается и в детерминированной модели [2]. Однако, в отличие от последней, здесь имеет место неравенство $\bar{\theta}^* + \bar{\tau}^* \neq T_a$. То же самое характерно и для стационарной стохастической модели, в которой $\bar{\theta}^0 + \bar{\tau}^0 > T_a$ [1].

Это подводит к важному вопросу о соотношении между средними значениями возраста, оставшегося и начального срока службы. Выражая $\bar{\tau}$ в (15) через $f(\tau)$ и учитывая $\int_0^{\infty} (T_a - \tau) f(\tau) d\tau = 0$, можно показать, что для любого $f(\tau)$ и $\lambda > 0$ имеют место неравенства $T_a > \bar{\theta}^* > \bar{\tau}^*$ и $\bar{\tau}^* > T_a - \bar{\theta}^*$.

В дальнейшем полезной характеристикой служат коэффициенты, выражающие отношение $\bar{\theta}^*$ и $\bar{\tau}^*$ к T_a ,

$$\bar{\eta}^* = \frac{\bar{\theta}^*}{T_a} = \frac{\int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} H(\tau) d\tau}{T_a \int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau}, \quad (17)$$

$$\bar{\eta}^* = \frac{\bar{\tau}^*}{T_a} = \frac{\int_0^{\infty} \tau e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau}{T_a \int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau} < \bar{\eta}^*. \quad (18)$$

Наконец, остановимся на экономическом смысле величин $\bar{\theta}^*$ и $\bar{\tau}^*$ и их коэффициентов. $\bar{\theta}^*$ легко интерпретируется в выражении (14). Эту формулу можно получить другим, более ясным с экономической точки зрения путем. Логически средний предстоящий срок службы должен быть частным от деления всей суммы оставшегося фондвремени, которое работают в будущем все возрастные группы в целом, на их суммарную численность. Это суммарное фондвремя

$$W^*(t) = \int_0^{\infty} K(t - \tau) H(\tau) d\tau = K(t) \int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} H(\tau) d\tau. \quad (19)$$

Очевидно, $W^*(t) / \Phi^*(t) = \bar{\theta}^*$. Так же интерпретируется смысл параметра $\bar{\tau}^*$.

5. Стоимостные характеристики движения основных фондов. Добавим обозначения: $S(t, \tau)$, $\bar{S}^*(t)$, $S^*(t)$ — остаточная стоимость возрастной

группы, основных фондов в целом и прирост остаточной стоимости в единицу времени; $\bar{U}(t, \tau)$, $\hat{U}(t, \tau)$, $U(t, \tau)$ — обесценение ввода года $t - \tau$ и дожившей его части (т. е. возрастной группы) к моменту t и обесценение возрастной группы в единицу времени; $\bar{U}^*(t)$, $U_{\Delta}^*(t)$, $U^*(t)$ — обесценение основных фондов в целом, прирост ее и общее обесценение в единицу времени; $\bar{s}^*$, $\bar{u}^*$ — коэффициенты остаточной (чистой) стоимости и обесценения (износа в стоимостной форме) основных фондов в целом; s^* , v^* , v_{Δ}^* — коэффициенты чистого и компенсационного вводов и избыточной компенсации износа; u^0 — стационарная норма износа (обесценения).

Остаточная стоимость возрастной группы (см. [1] и п.2)

$$S(t, \tau) = K(t) e^{-\lambda \tau} h(\tau),$$

откуда

$$\bar{S}^*(t) = \int_0^{\infty} S(t, \tau) d\tau = K(t) \frac{\int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} H(\tau) d\tau}{T_a}. \quad (20)$$

Для независимого вывода обесценения основных фондов нельзя использовать показатель потери начальной стоимости возрастной группы $\bar{U}(t, \tau) = K(t) e^{-\lambda \tau} [1 - h(\tau)]$, так как последний отражает не только обесценение доживших единиц, но и выбытие. Поэтому из $\bar{U}(t, \tau)$ необходимо вычесть полную начальную стоимость выбывших единиц $\bar{R}(t, \tau) = K(t) e^{-\lambda \tau} [1 - G(\tau)]$. Следовательно, обесценение (в силу износа) дожившей части возрастной группы $\hat{U}(t, \tau) = \bar{U}(t, \tau) - \bar{R}(t, \tau) = K(t) e^{-\lambda \tau} [G(\tau) - h(\tau)]$. Отсюда

$$\bar{U}^*(t) = \int_0^{\infty} \hat{U}(t, \tau) d\tau = K(t) \frac{T_a \int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau - \int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} H(\tau) d\tau}{T_a}. \quad (21)$$

Как видно, $\bar{U}^*(t) = \Phi^*(t) - S^*(t)$ или $\bar{U}^*(t) + \bar{S}^*(t) = \Phi^*(t)$.

Соответствующие коэффициенты остаточной стоимости и обесценения выражаются в виде

$$\bar{s}^* = \frac{S^*(t)}{\Phi^*(t)} = \frac{\int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} H(\tau) d\tau}{T_a \int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau}, \quad (22)$$

$$\bar{u}^* = \frac{U^*(t)}{\Phi^*(t)} = \frac{T_a \int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau - \int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} H(\tau) d\tau}{T_a \int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau}, \quad (23)$$

причем $\bar{s}^* + \bar{u}^* = 1$. Сопоставление (20) и (15) дает

$$\bar{s}^* = \bar{\theta}^* \text{ и } \bar{u}^* = 1 - \bar{\theta}^* \neq \eta^*. \quad (24)$$

Следовательно, в модели 3, как и в двух предыдущих, коэффициенты остаточной стоимости и обесценения основных фондов выражаются через временные параметры, но с тем отличием, что для стохастических мо-

делей в этом выражении участвует только будущий срок службы средней дожившей единицы, тогда как в детерминированной модели обесценение прямо можно выразить через коэффициент среднего возраста, ибо возраст равен разности между сроком службы и оставшимся временем эксплуатации единицы.

Рост $\bar{S}^*(t)$ и $\bar{U}^*(t)$ во времени происходит за счет валового ввода. ($\bar{U}^*(t)$ можно рассматривать не только отрицательно — как утраченную основными фондами начальную стоимость, но и положительно — как стоимость, перенесенную ими на произведенную за тот же период продукцию.) В связи с этим возникает проблема стоимостной воспроизводственной структуры валового ввода, которая определяется распадом ввода на чистый, идущий на прирост остаточной (или чистой) стоимости основных фондов, и компенсационный, который лишь покрывает обесценение фондов в единицу времени. Это деление имеет важное значение и с точки зрения анализа источников финансирования валового ввода (см. п. 6).

Для разложения валового ввода на указанные две части необходимо вывести значения прироста остаточной стоимости и обесценения основных фондов в единицу времени. Проще всего определить прирост остаточной стоимости и общую величину обесценения в виде

$$S^*(t) = d\bar{S}^*(t)/dt = K(t) \frac{\lambda \int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau} H(\tau) d\tau}{T_a}, \quad (25)$$

$$U^*(t) = K(t) - S^*(t) = K(t) \frac{T_a - \lambda \int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau} H(\tau) d\tau}{T_a}. \quad (26)$$

Прямое определение величины $U^*(t)$ тем же способом, что и $S^*(t)$, невозможно, так как $U^*(t)$ выражает весь размер износа (в стоимостной форме) основных фондов, тогда как $\bar{U}^*(t)$ — накопленный итог только некомпенсированной его части. Поэтому дифференцирование $\bar{U}^*(t)$ по t дает нам величину лишь этой части обесценения

$$U_{\Delta}^*(t) = d\bar{U}^*(t)/dt = K(t) \frac{\lambda \left[T_a \int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau} G(\tau) d\tau - \int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau} H(\tau) d\tau \right]}{T_a}. \quad (27)$$

Различие между общим и приростным обесценением определяется тем, что часть обесценения $U^*(t)$ компенсируется восстановительным вводом $R^*(t)$. Прирост обесценения возможен лишь при условии $U^*(t) > R^*(t)$. Размер $R^*(t)$ известен из (4). Величина же $U^*(t)$ равна сумме обесценения всех возрастных групп в единицу времени. Так как обесценение группы в единицу времени (см. [1] и п. 2) $U(t, \tau) = K(t - \tau)f_h(\tau) = = K(t)e^{-\lambda\tau}G(\tau)/T_a$, то

$$U^*(t) = \int_0^{\infty} U(t, \tau) d\tau = K(t) \frac{\int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau} G(\tau) d\tau}{T_a} = \frac{\Phi^*(t)}{T_a} \quad (26a)$$

и значит

$$U_{\Delta}^*(t) = U^*(t) - R^*(t) = K(t) \frac{\int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau} G(\tau) d\tau - T_a \int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau} f(\tau) d\tau}{T_a}. \quad (27a)$$

Полученные новые выражения для $U^*(t)$ и $U_{\Delta}^*(t)$, на первый взгляд, резко отличны от (26) и (27). Однако легко доказать их тождественность, если учесть (6), (6a), а также следующую связь интегральных параметров, выраженных через $G(\tau)$ и $H(\tau)$, которую можно получить подстановкой

$$G(\tau) d\tau = -dH(\tau) \text{ и интегрированием по частям } \int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau} G(\tau) d\tau$$

$$\int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau} G(\tau) d\tau = T_a - \lambda \int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau} H(\tau) d\tau \quad (28)$$

или

$$\int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau} H(\tau) d\tau = \frac{T_a - \int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau} G(\tau) d\tau}{\lambda}. \quad (28a)$$

Анализ показывает, что любой метод расчета дает одни и те же значения для $S^*(t)$, $U^*(t)$ и $U_{\Delta}^*(t)$, причем $S^*(t) + U^*(t) = K(t)$. Этим определяются и относительные характеристики (структурные параметры) процесса стоимостного движения основных фондов.

Стоимостная воспроизводственная структура вводимых фондов (капиталовложений) описывается коэффициентами, выражающими доли $S^*(t)$ и $U^*(t)$ (рассматриваемого как компенсационный ввод) в валовом вводе $K(t)$

$$\sigma^* = \frac{S^*(t)}{K(t)} = \frac{\lambda \int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau} H(\tau) d\tau}{T_a}, \quad (29)$$

$$v^* = \frac{U^*(t)}{K(t)} = \frac{\int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau} G(\tau) d\tau}{T_a}, \quad (30)$$

причем $\sigma^* + v^* = 1$.

Так как $U_{\Delta}^*(t) > 0$, при интерпретации $U^*(t)$ как компенсационной части валового ввода сталкиваемся с фактом превышения этого ввода над необходимым размером физического возмещения. Отсюда вытекает вывод о финансировании части физического прироста за счет компенсационного ввода. Сущность этого явления заключается в том, что основные фонды всегда включают частично изношенные средства труда и потому их физический объем больше чистой стоимости, а физический прирост больше прироста чистой (остаточной) стоимости. Из этого факта превышения компенсационного ввода над возмещением следует различие между физической и стоимостной воспроизводственной структурой валового ввода. При $\lambda > 0$ равенства, характерные для простого воспроизводства: $U(t) = R(t) = K(t)$, $C(t) = S(t) = 0$, обращаются в неравенства $U(t) > R(t)$ и $C(t) > S(t) > 0$, и поэтому вместо $\rho^0 = v^0$, $c^0 = \sigma^0 = 0$ мы имеем $\rho < v$, а $c > \sigma > 0$. Это имеет силу как для детерминированной [2], так и для вероятностной моделей. Следовательно, существенной характеристикой стоимостного движения фондов является также показатель избыточной компенсации

$$v_{\Delta}^* = \frac{U_{\Delta}^*(t)}{K(t)} = \frac{T_a \int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau} G(\tau) d\tau - \int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau} H(\tau) d\tau}{T_a} = c^* - \sigma^*. \quad (31)$$

Вопрос о компенсационном вводе и его соотношении с возмещением непосредственно подводит к проблеме амортизации, а тем самым и к анализу соотношения между нею и чистым накоплением как двумя различными источниками финансирования валового ввода.

6. Амортизация в условиях стабильного расширения фондов. Анализ обеспечения показывает, что, как и в предшествующих моделях 1 и 2, амортизация может правильно отражать ценообразующую роль основных фондов лишь при условии, если она отчисляется по стационарной линейной норме $a_0 = 1/T_a$. Это условие является необходимым и достаточным при сделанных предположениях. Однако при $\lambda > 0$ амортизация в силу равенства компенсационному вводу оказывается источником финансирования не только возмещения, но и физического прироста основных фондов. В связи с этим возникает проблема воспроизводственной структуры амортизационных отчислений, показывающая в относительных числах ее двойную роль в процессе воспроизводства основных фондов. Характеристики амортизационного процесса и, в более широком плане, финансирования валового ввода из разных источников можно кратко описать, опираясь на результаты пп. 3, 5. Введем обозначения: $A^*(t)$, $A_{\Delta}^*(t)$, $\bar{A}^*(t)$ — общая величина и избыточная часть амортизационных отчислений в единицу времени и свободный фонд амортизации; ρ_a^* , α_a^* — доли возмещения и избытка в общих амортизационных отчислениях; α^* , α_{Δ}^* — доли всех и избыточных отчислений в финансировании валового ввода; $\hat{\alpha}_{\Delta}^*$, $\hat{\sigma}^*$ — доли амортизации и чистого накопления в финансировании прироста основных фондов.

Исходя из условия $a^* = u^0 = 1/T_a$, получаем тождества

$$A^*(t) \equiv U^*(t); \quad A_{\Delta}^*(t) \equiv U_{\Delta}^*(t), \quad (32)$$

$$\alpha^* = \frac{A^*(t)}{K(t)} \equiv v^*; \quad \alpha_{\Delta}^* = \frac{A_{\Delta}^*(t)}{K(t)} \equiv v_{\Delta}^*. \quad (33)$$

Воспроизводственная структура амортизационных отчислений определяется показателями

$$\rho_a^* = \frac{R^*(t)}{A^*(t)} = \frac{T_a \int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} f(\tau) d\tau}{\int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau}, \quad (34)$$

$$\alpha_a^* = \frac{A_{\Delta}^*(t)}{A^*(t)} = \frac{\lambda \left[T_a \int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau - \int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} H(\tau) d\tau \right]}{\int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau}, \quad (35)$$

а роль накопления и избыточной амортизации в финансировании прироста основных фондов характеризуется параметрами

$$\hat{\sigma}^* = \frac{S^*(t)}{C^*(t)} = \frac{\int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} H(\tau) d\tau}{T_a \int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau}, \quad (36)$$

$$\hat{\alpha}_{\Delta}^* = \frac{A_{\Delta}^*(t)}{G^*(t)} = \frac{T_a \int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau - \int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} H(\tau) d\tau}{T_a \int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau}. \quad (37)$$

По определению имеем $\rho_a^* + \alpha_a^* = 1$ и $\hat{\sigma}^* + \hat{\alpha}_\Delta^* = 1$. Сопоставление (36), (37) с (24) показывает, что

$$\hat{\sigma}^* = \bar{s}^* = \bar{v}^*; \quad \bar{\alpha}_\Delta^* = \bar{u}^* = 1 - \bar{v}^* \neq \bar{\tau}^*, \quad (38)$$

как и в модели 2 (см. [2]), что позволяет выразить через временной параметр v^* не только остаточную стоимость и обесценение основных фондов, но и структуру финансирования приростного ввода.

Экономико-математический анализ параметров амортизационного процесса, выражающих связь его с финансированием валового, восстановительного и приростного ввода, предполагает немедленное (мгновенное) реинвестирование получаемых отчислений. При отсутствии реинвестирования амортизации (это возможно в рамках отрасли или района, а при учете внешних торговых и финансовых связей частично и в народном хозяйстве в целом) должен возникнуть фонд неиспользованной, так называемой, «свободной амортизации» в размере

$$\bar{A}^*(t) = \int_{-\infty}^t A_\Delta^*(u) du = K(t) \frac{T_a \int_0^\infty e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau - \int_0^\infty e^{-\lambda \tau} H(\tau) d\tau}{T_a}. \quad (39)$$

7. Сравнение моделей 1, 2 и 3 (см. таблицу). Модель 3 является комбинацией моделей 1 и 2. Поэтому ее полезно сопоставить с этими более простыми моделями. Такое сравнение охватывает как принципиальные особенности моделей, так и частные закономерности, характеризующие физическое, стоимостное и амортизационное движение в каждой из них через соответствующие структурные параметры и соотношения между ними.

Для полноты анализа — особенно в отношении используемых принципов моделирования — необходимо особо выделить наиболее простой тип: модель 0, отражающую условия простого воспроизводства при детерминированном сроке службы. Она является предельным состоянием модели 2 при $\lambda \rightarrow 0$ (см. [2]), подобно модели 1, представляющей собой предел модели 3 при том же условии. Однако модель 0 можно рассматривать и как предельное состояние модели 1 (см. [1]) при условии, что мера рассеяния сроков службы, например, дисперсия $\sigma_\tau^2 \rightarrow 0$. Поэтому модель 0 является самой простой в данном классе моделей и может рассматриваться как исходный пункт их исследования. Напротив, модели 1 и 2 можно интерпретировать как равные по степени сложности, но различные обобщения модели 0, совмещенные лишь в модели 3, которую следует рассматривать как двойное обобщение последней.

Сравнение параметров и соотношений моделей 1, 2, 3 требует преобразования их выражений для детерминированных и стохастических моделей в сопоставимую форму, позволяющую выявить сходство и сущность различия между ними. В связи с этим предварительно требуется остановиться на принципах преобразования формул модели 2 (см. [2]) в сопоставимый вид.

Здесь нужно обратить внимание на два обстоятельства. Во-первых, в детерминированных моделях срок службы можно представить как сумму приростов возраста единицы в пределах ее функционирования: $T = \int_0^T d\tau$.

Во-вторых, множитель $e^{-\lambda \tau}$, участвующий в выражении всех сложных параметров модели 2, легко разлагается по формуле

$$e^{-\lambda \tau} = 1 - \lambda \int_0^\tau e^{-\lambda \tau} d\tau = 1 - \int_0^\tau \lambda e^{-\lambda \tau} d\tau \quad (40)$$

Таблица

Параметры моделей 2 и 3

№№ пп	Параметр *	Модель 2 **	Модель 3
1	$k =$	$\frac{1}{\int_0^T e^{-\lambda\tau} d\tau}$	$\frac{\lambda}{1 - \int_0^\infty e^{-\lambda\tau} f(\tau) d\tau} = \frac{1}{\int_0^\infty e^{-\lambda\tau} G(\tau) d\tau}$
2	$r =$	$\frac{1 - \lambda \int_0^T e^{-\lambda\tau} d\tau}{\int_0^T e^{-\lambda\tau} d\tau}$	$\frac{\lambda \int_0^\infty e^{-\lambda\tau} f(\tau) d\tau}{1 - \int_0^\infty e^{-\lambda\tau} f(\tau) d\tau} = \frac{1 - \lambda \int_0^\infty e^{-\lambda\tau} G(\tau) d\tau}{\int_0^\infty e^{-\lambda\tau} G(\tau) d\tau}$
3	$\rho =$	$1 - \lambda \int_0^T e^{-\lambda\tau} d\tau$	$\int_0^\infty e^{-\lambda\tau} f(\tau) d\tau = 1 - \lambda \int_0^\infty e^{-\lambda\tau} G(\tau) d\tau$
4	$c =$	$\lambda \int_0^T e^{-\lambda\tau} d\tau$	$1 - \int_0^\infty e^{-\lambda\tau} f(\tau) d\tau = \lambda \int_0^\infty e^{-\lambda\tau} G(\tau) d\tau$
5	$v = a =$	$\frac{\int_0^T e^{-\lambda\tau} d\tau}{T}$	$\frac{1 - \int_0^\infty e^{-\lambda\tau} f(\tau) d\tau}{\lambda T_a} = \frac{\int_0^\infty e^{-\lambda\tau} G(\tau) d\tau}{T_a}$
6	$v_\Delta = a_\Delta$	$\frac{(\lambda T + 1) \int_0^T e^{-\lambda\tau} d\tau - T}{T}$	$\frac{1 - \int_0^\infty e^{-\lambda\tau} f(\tau) d\tau - \lambda T_a \int_0^\infty e^{-\lambda\tau} f(\tau) d\tau}{\lambda T_a} =$ $\frac{(\lambda T_a + 1) \int_0^\infty e^{-\lambda\tau} G(\tau) d\tau - T_a}{T_a}$
7	$\sigma =$	$\frac{T - \int_0^T e^{-\lambda\tau} d\tau}{T}$	$\frac{\lambda T_a - 1 + \int_0^\infty e^{-\lambda\tau} f(\tau) d\tau}{\lambda T_a} = \frac{T_a - \int_0^\infty e^{-\lambda\tau} G(\tau) d\tau}{T_a}$

* Аналогичные параметры моделей 2 и 3 обозначены одинаковыми символами.

** Другой вид параметров модели 2, аналогичный первой формуле в столбце параметров модели 3, показан в таблице в [2].

Таблица (продолжение)

№№ пп	Параметр	Модель 2	Модель 3
8	$\hat{a}_\Delta = \bar{u} =$ $= 1 - \bar{\theta} =$	$\frac{(\lambda T + 1) \int_0^T e^{-\lambda \tau} d\tau - T}{\lambda T \int_0^T e^{-\lambda \tau} d\tau}$	$\frac{1 - \int_0^\infty e^{-\lambda \tau} f(\tau) d\tau - \lambda T_a \int_0^\infty e^{-\lambda \tau} f(\tau) d\tau}{\lambda T_a \left[1 - \int_0^\infty e^{-\lambda \tau} f(\tau) d\tau \right]} =$ $= \frac{(\lambda T_a + 1) \int_0^\infty e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau - T_a}{\lambda T_a \int_0^\infty e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau}$
9	$\hat{\sigma} = \bar{s} = \bar{\theta} =$	$\frac{T - \int_0^T e^{-\lambda \tau} d\tau}{\lambda T \int_0^T e^{-\lambda \tau} d\tau}$	$\frac{\lambda T_a - 1 + \int_0^\infty e^{-\lambda \tau} f(\tau) d\tau}{\lambda T_a \left[1 - \int_0^\infty e^{-\lambda \tau} f(\tau) d\tau \right]} = \frac{T_a - \int_0^\infty e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau}{\lambda T_a \int_0^\infty e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau}$
10	$\rho_a =$	$\frac{T - \lambda \int_0^T e^{-\lambda \tau} d\tau}{\int_0^T e^{-\lambda \tau} d\tau}$	$\frac{\lambda T_a \int_0^\infty e^{-\lambda \tau} f(\tau) d\tau}{1 - \int_0^\infty e^{-\lambda \tau} f(\tau) d\tau} = \frac{T_a - \lambda \int_0^\infty e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau}{\int_0^\infty e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau}$
11	$\alpha_a =$	$\frac{(\lambda T + 1) \int_0^T e^{-\lambda \tau} d\tau - T}{\int_0^T e^{-\lambda \tau} d\tau}$	$\frac{1 - \int_0^\infty e^{-\lambda \tau} f(\tau) d\tau - \lambda T_a \int_0^\infty e^{-\lambda \tau} f(\tau) d\tau}{1 - \int_0^\infty e^{-\lambda \tau} f(\tau) d\tau} =$ $= \frac{(\lambda T_a + 1) \int_0^\infty e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau - T_a}{\int_0^\infty e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau}$
12	$T - \bar{\theta} =$	$\frac{(\lambda T + 1) \int_0^T e^{-\lambda \tau} d\tau - T}{\lambda \int_0^T e^{-\lambda \tau} d\tau}$	$\frac{1 - \int_0^\infty e^{-\lambda \tau} f(\tau) d\tau - \lambda T_a \int_0^\infty e^{-\lambda \tau} f(\tau) d\tau}{\lambda \left[1 - \int_0^\infty e^{-\lambda \tau} f(\tau) d\tau \right]} =$ $= \frac{(\lambda T_a + 1) \int_0^\infty e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau - T_a}{\lambda \int_0^\infty e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau}$

Таблица (продолжение)

№ п/п	Параметр	Модель 2	Модель 3
13	$\bar{\tau} =$	То же	$\frac{1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} f(\tau) d\tau - \lambda \int_0^{\infty} \tau e^{-\lambda \tau} f(\tau) d\tau}{\lambda \left[1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} f(\tau) d\tau \right]} =$ $\frac{\int_0^{\infty} \tau e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau}{\int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau}$
14	$\bar{\theta} =$	$\frac{T - \int_0^T e^{-\lambda \tau} d\tau}{\lambda \int_0^T e^{-\lambda \tau} d\tau}$	$\frac{\lambda T a - 1 + \int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} f(\tau) d\tau}{\lambda \left[1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} f(\tau) d\tau \right]} =$ $\frac{T a - \int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau}{\lambda \int_0^{\infty} e^{-\lambda \tau} G(\tau) d\tau}$

и получает четкую экономико-математическую интерпретацию: $e^{-\lambda T}$ представляет собой интегральный коэффициент отдаленности, показывающий, насколько единица в настоящий момент меньше такой же единицы в прошлом, отстоящей от данного момента на T лет. Величина $\lambda e^{-\lambda \tau}$ выражает дифференциальную отдаленность, т. е. прирост интегрального коэффициента отдаленности $e^{-\lambda \tau}$ (к которому относится все сказанное о $e^{-\lambda T}$) с увеличением возраста τ . Такой подход позволяет дать более глубокую интерпретацию показателей в моделях роста основных фондов 2 и 3.

Обзор выражений параметров моделей 0, 1, 3 приводит к следующим выводам.

1. Модель 1 отличается от модели 0 взвешиванием всех дифференциальных величин (подынтегральных функций) во времени по их вероятности, ибо случайная переменная — срок службы (возраст) — имеет размерность времени. Взвешивающей функцией служит или непосредственно $f(\tau)$, или $G(\tau) = \int_{\tau}^{\infty} f(\xi) d\xi$, выражающая интегральную вероятность достижения возраста τ любой единицей основных фондов.

2. Модель 2 отличается от модели 0 взвешиванием всех дифференциальных величин (под интегралом) во времени по их значению (объему). Это взвешивание вызвано ростом объема ввода во времени, т. е. условием $\lambda > 0$,

в силу чего разновременные величины любого экономического характера (физический объем, остаточная стоимость, амортизация и т. п.) оказываются неравноценными. Поэтому приведение прошлых величин возраста к единичному размеру настоящего момента совершается дифференциальным $\lambda e^{-\lambda \tau}$ и интегральным $e^{-\lambda \tau}$ (или $e^{-\lambda T}$) коэффициентами отдаленности. Эти коэффициенты обеспечивают приведение во времени, аналогичное дисконтированию. Отличие заключается в том, что при дисконтировании используется народнохозяйственная процентная ставка, которая выражает темп прироста чистого продукта общества (или является функцией этого прироста), тогда как в данной модели приведение во времени носит локальный характер, отражающий роль темпа прироста лишь вводимых и, в стабильном режиме, наличных основных фондов (и выбытия) в их движении.

3. Особенно ярко и наглядно эта аналогия и одновременно различие указанных двух процедур взвешивания величин во времени проявляется в модели 3, которая совмещает в себе оба усложнения модели 0, реализованные по отдельности в моделях 1 и 2. Этим определяется принципиальный смысл показателей этой модели: все они являются взвешенными во времени и по вероятности, и по величине (значению). Это двойное приведение во времени и является характерной чертой модели 3.

Анализ конкретного сопоставления моделей 0—3 включает две группы вопросов: а) сравнение параметров разных моделей по величине, б) сравнение зависимостей между параметрами внутри каждой модели. Зависимости между параметрами внутри модели с точки зрения их сравнения можно разбить на: а) действительные для любой модели, б) различные для детерминированных и стохастических моделей, в) разные для моделей простого и расширенного воспроизводства основных фондов. Недостаток места не позволяет рассмотреть этот вопрос подробно.

Проблема соотношения аналогичных параметров разных моделей по их величине более сложна и интересна при сопоставлении детерминированных и стохастических моделей для случая расширенного воспроизводства. Однако все выводы о сравнительных значениях аналогичных параметров моделей 2 и 3 существенно зависят от соотношения значений T и T_a . Последнее в частном случае — при расчетах по одним и тем же исходным данным — оказывается весьма существенным для использования модели 3. В связи с этим необходимо на этом остановиться подробнее.

Пусть имеются любые два из трех временных рядов — вводимых, наличных и выбывающих основных фондов. Согласно формулам для k^* , r^* , ρ^* и c^* , эти величины можно рассчитать на основе указанной информации без всякого знания вида $f(\tau)$ и значения T_a . Действительно, такая информация позволяет определить λ и $k^* = K(t) / \Phi^*(t)$, а затем $r^* = k^* - \lambda$, $\rho^* = r^* / k^*$ и $c^* = 1 - \rho^*$.

Но для расчета остальных величин требуется добавить еще один параметр — средний срок службы T_a . Поэтому с практической точки зрения принципиальной трудностью является определение T_a . В общем случае для этого требуется предварительно оценить параметры функций $f(\tau)$ или $G(\tau)$. Поскольку эти функции могут представить и самостоятельный интерес как выходная информация из такой модели, то в первую очередь желательно иметь методы их расчета. С другой стороны, важное значение имеет отыскание способов приближенной оценки T_a , минуя информацию в виде $f(\tau)$ или $G(\tau)$, так как это позволило бы наиболее простым путем получить параметры модели 3 из имеющейся статистической информации.

Первый вопрос затронут в [7], где предложена оригинальная схема расчета плотности распределения сроков службы, которая, однако, на наш взгляд, имеет два недостатка. Авторы не исследовали проблему однозначности решения задачи оптимального выбора плотности вероятностей срока

службы по предлагаемым ими статистическим критериям. В практическом же отношении расчет по их методу может оказаться весьма трудоемким как в отношении сбора необходимой информации, так и при вычислениях. Поэтому, на наш взгляд, разумно использовать и другие пути отыскания функции $f(\tau)$, которые дают пусть более грубую, но зато быстрее и проще получаемую оценку ее параметров.

Предлагаемый нами метод основан на формуле $T = (\ln k - \ln r) / \lambda$ [2], позволяющей определить T по двум из трех аргументов: k , λ или r , связанных равенством $k = \lambda + r$. Рассмотрим теперь выражение для $m_\Phi = 1/k$ в обеих моделях. Получая $m_\Phi = \Phi(t) / K(t)$ из статистических данных о временных рядах $K(t)$ и $\Phi(t)$ и допуская две различные интерпретации — детерминированную и вероятностную — в отношении срока службы и тем самым характера движения основных фондов, можно записать

$$m_\Phi = m_\Phi^*$$

или

$$\int_0^T e^{-\lambda\tau} d\tau = \int_0^\infty e^{-\lambda\tau} G(\tau) d\tau. \quad (41)$$

Обозначим величину верхнего предела в левой части равенства через T_e . Какой экономический смысл она имеет? Если предполагается, что срок службы единицы фондов — величина детерминированная, то из (41) определяется $T_e = T$. Но если природе движения основных фондов больше соответствует предположение $f(\tau)$, для которого $\sigma_\tau^2 > 0$, то интерпретация меняется: эта величина выражает лишь такой верхний предел интегрирования функции $e^{-\lambda\tau}$, который балансирует интеграл этой функции на указанном интервале $(0, T_e)$ с интегралом $e^{-\lambda\tau} G(\tau)$ на всем интервале $(0, \infty)$ существования τ .

Поясним этот вывод. На интервале $(0, \infty)$ имеем

$$\int_0^\infty e^{-\lambda\tau} d\tau = \frac{1}{\lambda}, \quad \int_0^\infty e^{-\lambda\tau} G(\tau) d\tau < \frac{1}{\lambda}, \quad (42)$$

так как $G(\tau) \leq 1$. Следовательно, должно найтись $T_e < \infty$, удовлетворяющее равенству (41).

Этот факт дает нам возможность подойти к решению обоих поставленных выше вопросов. Так как величина $m_\Phi^* = 1/k^*$ нам известна из статистических данных, то можно попытаться найти значение $G(\tau)$ из (41) или $f(\tau)$ из тождественного ему уравнения

$$e^{-\lambda T_e} = \int_0^\infty e^{-\lambda\tau} f(\tau) d\tau, \quad (43)$$

которое легко получить из (41) согласно (6а).

К сожалению, это интегральное уравнение не имеет однозначного решения. Однозначности можно достигнуть, введя ограничение в виде заданного (на основе экономического анализа) класса $f(\tau)$. В частности, можно принять предположение, введенное в [7], что $f(\tau)$ относится к типу β -распределений, и определить из (43) его параметры a или m (один параметр задается). Оптимизационный характер процедуры расчета $f(\tau)$ можно придать, выравнивая предварительно $K(t)$ и $\Phi^*(t)$ методом наименьших квадратов по экспоненте (это дает также величину $\lambda_{\text{опт}}$) и определяя выравненное среднее значение $k_{\text{опт}}$ за отчетный период. Простота этого метода определения $f(\tau)$ достигается за счет огрубления ее оценки введением предположения устойчивого режима.

На непосредственную приближенную оценку величины T_a наталкивает возможность определения T_e по указанным данным. Некоторое представление о соотношении этих величин дает грубая оценка T_a по (43) при простейших предположениях экспоненциального $f(\tau) = e^{-\mu\tau}$ и равномерного $f(\tau) = 1/\omega$ (ω — максимально возможный срок службы единицы основных фондов) распределений. В этом случае $T_a^{(1)} = 1/\mu$ и $T_a^{(2)} = \omega/2$ легко определяются из

$$T_a^{(1)} = \frac{e^{\lambda T_e} - 1}{\lambda}, \quad e^{-\lambda T_e} = \frac{1 - e^{-\lambda\omega}}{\lambda\omega}. \quad (44)$$

Легко установить, что, во-первых, при малых λ и T_e вполне можно принять $T_a \approx T_e$. Напротив, при достаточно больших λ и T_e величина T_a существенно превышает T_e . Во-вторых, очевидно, чем круче вверх выгибается кривая плотности распределения сроков службы, тем ближе значение T_a к T_e при той же величине λ . Это заставляет предположить, что для довольно широкого диапазона возможных в действительности распределений имеет место приближенное равенство $T_a \approx T_e$. В таком случае методы расчета по модели 2 применимы и при определении параметров модели 3, т. е. допустимо практически отождествить эти две модели.

Дальнейшие конкретные исследования должны проверить указанное предположение. Это требует последующей разработки вопросов практического приложения и теоретического развития рассматриваемого типа моделей, поставленных также в [1, 2].

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Жданко. Стохастическая модель движения и амортизации основных фондов. Экономика и матем. методы, 1969, т. V, вып. 5.
2. А. В. Жданко. Детерминированная модель движения и амортизации основных фондов при расширенном воспроизводстве. Экономика и матем. методы, 1970, т. VI, вып. 2.
3. А. Я. Боярский. Математико-экономические очерки. М., Госстатиздат, 1962.
4. I. Koźniewska. Teoria odnowienia. Warszawa, PWE. 1965.
5. R. Frisch. The Theory of Production. The Netherlands, 1965.
6. E. Schiff. Gross Stocks Estimated from Past Installations. Review of Economics and Statistics, 1958, v. 40, N 2.
7. Ю. Н. Садохин, Б. В. Седелев. Вероятностная модель воспроизводства физического объема основных фондов. Экономика и матем. методы, 1969, т. V, вып. 1.

Поступила в редакцию
16 VI 1969