

## ВОПРОСЫ ОБРАЗОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ЦЕН НА УСЛУГИ ОРГАНОВ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОГО СНАБЖЕНИЯ

С. В. АНЦЫШКИН, Б. Л. ГЕРОНИМУС, В. П. КОХАНОВ

(Москва, Тула)

В ходе успешного проведения экономической реформы приводятся в соответствие методы управления промышленностью и материально-техническим снабжением, создаются такие взаимоотношения между этими отраслями народного хозяйства, при которых каждая организация, входящая в одну из этих отраслей, могла бы получать материальную выгоду и несли бы материальную ответственность. Такие отношения возможны только при условии введения хозрасчета во всех органах материально-технического снабжения, основой которого являются экономические нормы (платы в бюджет, оплаты труда и др.). Среди них определяющую роль играют цены, по которым данный хозрасчетный орган получает платежи за результаты своей хозяйственной деятельности.

Органы материально-технического снабжения имеют возможность так распределить заказы между промышленными предприятиями, что будут минимизированы суммарные издержки производства продукции и ее транспортировки до потребителя, т. е. можно получить народнохозяйственный эффект, а не эффект отдельных предприятий или отраслей. Решение такой комплексной задачи пока связано с вычислительными трудностями. Однако даже раздельное решение задач загрузки мощностей (без учета транспортных затрат) и прикрепления (без учета производственных затрат) дает значительный народнохозяйственный эффект.

Пока союзглавснаббыты экономически никак не заинтересованы ни в лучшем использовании производственных мощностей, ни в сокращении транспортных затрат, так как получаемый от решения указанных задач экономический эффект не используется для стимулирования работы этих органов снабжения и сбыта. Аналогичное положение имеет место и в территориальных управлениях материально-технического снабжения на местах, решающих важнейшие вопросы складского или транзитного снабжения, управления запасами и др., от которых зависит уровень народнохозяйственных затрат. Такое положение приводит к тому, что, несмотря на полную очевидность народнохозяйственной эффективности, практическая реализация названных вопросов весьма затруднена. Устранение этих противоречий требует перевода органов материально-технического снабжения и сбыта на хозяйственный расчет.

Для установления зависимости между размером доходов, получаемых системой материально-технического снабжения, и размером народнохозяйственного эффекта, приносимого ею, следует построить адекватную систему цен за услуги на основе двойственных оценок, получаемых при решении задач, оптимизирующих процесс управления материально-техническим снабжением.

Экономический смысл двойственных оценок очень близок к смыслу категории цены. До настоящего времени все усилия были направлены на поиск возможности использования двойственных оценок для расчета цен на продукцию. В данной статье делается попытка использовать двойственные оценки задач линейного программирования, моделирующих процесс обращения средств производства, для определения размеров цен за соответствующие виды услуг органов материально-технического снабжения. При этом наилучшим образом цены за услуги будут соответствовать экономическому смыслу двойственных оценок, если они будут установлены пропорционально о.о. оценкам.

В [1] указано, что цены должны быть равны двойственным оценкам (предельным затратам), в [2] предлагается система цен, основанная на двойственных оценках в соответствии с нормой труда для общества.

Особенность изложенного ниже подхода к использованию двойственных оценок для ценообразования состоит в том, что при введении оптимальных цен в одной отрасли народного хозяйства — материально-техническом снабжении — при отсутствии оптимальных цен в других отраслях они должны строиться на затратах этой отрасли по оптимальному плану в действующих ценах и нормативах заработной платы. Затраты должны быть возмещены за счет платежей по ценам, *прямо пропорциональным двойственным оценкам.*

Равенство цен о.о. оценкам возможно только при наличии оптимального плана для всего народного хозяйства в целом. При отсутствии такого плана приравнивание цен о.о. оценкам, полученным из решения локальных отраслевых задач, в частности материально-технического снабжения, приводит к рассогласованию экономических интересов данной отрасли с другими отраслями. Основываясь на существующих ценах в других отраслях (транспортных тарифах, оптовых ценах и т. д.) и исчисляя сумму затрат данной отрасли на основе этих цен, можно координировать указанные интересы, если цены на услуги, оказываемые этой отраслью другим, строить пропорционально получаемым при решении оптимальных отраслевых задач о.о. оценкам. Таким образом, предполагается система цен на услуги материально-технического снабжения, оптимальная для периода, переходного от существующей к оптимальной системе ценообразования во всем народном хозяйстве.

Рассмотрим конкретные задачи оптимизации процесса обращения средств производства.

Оптимальное прикрепление потребителей к поставщикам может быть осуществлено на основе решения транспортной задачи линейного программирования по критерию минимума транспортных затрат. При отсутствии экономических стимулов оптимального прикрепления союзглавснабсыты, осуществляющие прикрепление, не заинтересованы в переходе к решению этих задач. Не заинтересованы в оптимальном прикреплении и некоторые потребители, которые в результате использования методов оптимизации при минимизации общих транспортных затрат могут оказаться вынужденными нести дополнительные расходы, так как оказываются прикрепленными к более удаленным поставщикам, чем до применения таких методов.

Перевод союзглавснабсытов по этой функции на хозрасчет и построение системы оплаты за прикрепление пропорционально потенциалам (двойственным оценкам транспортной задачи, решаемой методом потенциалов) позволяют снять эти противоречия.

Оптимальному решению транспортной задачи соответствуют такие потенциалы  $u_i$  относительно каждого поставщика  $A_i$  и такие потенциалы  $v_j$  относительно каждого потребителя  $B_j$ , которые отвечают условиям

$v_j - u_i \leq c_{ij}$ , причем это соотношение превращается в строгое равенство, если  $x_{ij} > 0$ .

Воспользуемся потенциалами  $v_j$  для определения размеров оплаты потребителями услуг союзглавснаббытов по прикреплению. В данном случае используется свойство потенциалов как частных производных функционала (минимума затрат на транспортировку) по ограничениям потребности в соответствующем виде ресурса, т. е. потенциал — оценка единицы потребностей с точки зрения минимума транспортных затрат. Это обеспечивает связь потенциалов  $v_i$  с ценами за транспортировку и прикрепление.

Если общие затраты на транспортировку продукции данного вида по оптимальному плану прикреплению составляют  $P$  и затраты союзглавснаббыта, связанные с определением и реализацией этого оптимального плана, —  $Q$ , то размеры цен за услуги по прикреплению и транспортировке можно определить из системы уравнений

$$\sum_j b_j c_j = P + Q; \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

$$\frac{c_1}{c_j} = \frac{v_1}{v_j}, \quad (2)$$

где  $c_j$  — размер оплаты за услуги прикреплению и транспортировки для  $j$ -го потребителя, пропорциональный его потенциалу.

Выражая  $c_2, c_3, \dots, c_j$  через  $c_1$  и подставляя эти значения в (1), получим уравнение с одним неизвестным  $c_1$

$$c_1 \frac{\sum_j b_j v_j}{v_1} = P + Q, \quad (3)$$

откуда легко определяется  $c_1$ , подставляя которое в (2), находим остальные  $c_j$ .

Эти цены являются для каждого потребителя единственными, независимо от каких поставщиков идут поставки. Союзглавснаббыт заинтересован при таких ценах обеспечить оптимальное прикрепление потребителей к поставщикам, так как загруженным по оптимальному плану клеткам матрицы соответствуют наибольшие разности между ценами и транспортными тарифами, т. е. наибольшие доходы.

В случае небольших изменений, которые необходимо будет вносить в план поставок при его реализации, можно определить, какое изменение целесообразно с позиций союзглавснаббыта и народного хозяйства в целом.

Рассмотрим условный пример. В табл. 1 дана итоговая матрица транспортной задачи, решенной методом потенциалов. Приведены потенциалы поставщиков  $u_i$  и потребителей  $v_j$ . В правых верхних углах каждой клетки проставлен соответствующий размер транспортного тарифа  $c_{ij}$ , в середине клеток — объемы перевозок  $x_{ij}$ .

В табл. 2 приведены цены за услуги по прикреплению, пропорциональные потенциалам потребителей  $v_j$ , включающие транспортные расходы. В правых нижних углах клеток указаны разницы между ценой за прикрепление по данному потребителю и соответствующим транспортным тарифом. Можно заметить, что для тех клеток, где  $x_{ij}$  по оптимальному плану больше нуля, получается наибольшая положительная (или наименьшая по абсолютной величине отрицательная) разница, т. е. при таких ценах оптимальному плану будет соответствовать наибольший доход союзглавснаббытов.

Таблица 1

Потребитель	Потенциал $v_j$	Поставщики				Потребность в грузе ( $b_j$ ), т
		$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	
		потенциал $u_i$				
		7	3	1	0	
Б <sub>1</sub>	15	15	8 25	12 15	23	40
Б <sub>2</sub>	11	7	10	14	11 40	40
Б <sub>3</sub>	14	10	11 50	19	14 30	80
Б <sub>4</sub>	17	16	14 10	16 30	18	40
Б <sub>5</sub>	20	17	20	19 10	20	10
Наличие ( $a_i$ ) груза, т		15	85	40	70	210

Таблица 2

## Размеры оплаты, пропорциональные потенциалам

Потребитель	Размер оплаты ( $c_j$ ), руб.	Поставщики				Потребность в грузе ( $b_j$ ), т	Результаты, руб.
		$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$		
Б <sub>1</sub>	13,4	15 +5,4	25 +1,4	-1,6	-9,6	40	+114
Б <sub>2</sub>	9,8	+2,7	-0,3	-4,3	40 -1,2	40	-47
Б <sub>3</sub>	12,5	+2,5	50 +1,5	-6,5	30 -1,5	80	+36
Б <sub>4</sub>	15,2	-0,8	10 +1,2	30 -0,8	-2,8	40	-12
Б <sub>5</sub>	17,9	+0,9	-2,1	10 -1,1	-2,1	10	-11
Наличие груза, ( $a_i$ ), т		15	85	40	70	210	+80
Расходы на прикрепление, ( $Q$ ), руб.							80

Предположим, что в процессе оперативного управления у поставщика  $A_2$  появилась возможность дополнительно выпустить пять единиц продукции. Исходя из разниц между ценами за прикрепление и транспортными тарифами, союзглавснабсбыту выгоднее отдать эти пять единиц третьему потребителю и снять поставки с четвертого поставщика (неудобного с точки зрения географического положения). В результате будет получена при-

быль союзглавнабсбытом (а значит, и всем народным хозяйством) в размере 15 руб. и сохранена структура оптимального плана прикрепления. Если же пользоваться только транспортными тарифами (или средними ценами за прикрепление), то эти дополнительные пять единиц, казалось бы, следовало отдать второму потребителю и снять поставки этому потребителю с четвертого поставщика. В этом случае нарушается структура оптимального плана прикрепления: появляется новая загруженная клетка  $x_{22} > 0$ , и экономия народного хозяйства составит 5 руб. вместо 15 в первом случае.

Таким образом, цены за прикрепление, пропорциональные потенциалам, стимулируют союзглавнабсбыты в процессе планирования принимать оптимальные планы прикрепления, а в процессе оперативного управления — обеспечивать устойчивость этих планов при небольших изменениях параметров, т. е. стимулируют этот орган снабжения принимать наиболее эффективные для народного хозяйства решения.

Задача загрузки мощностей поставщиков решается в настоящее время симплекс-методом. При этом мощность  $i$ -го поставщика получает свою о.о. оценку  $u_i$  при выпуске  $k$ -х видов продукции. Оценки в этой задаче показывают эффективность использования каждой единицы мощности поставщика в заданных условиях всей системы производства этих видов продукции.

При определении размеров оплаты услуг за загрузку мощностей поставщиков используются не непосредственно полученные двойственные оценки, а отношение величины каждой из этих оценок к минимальной (но не равной нулю). Такая возможность вытекает из свойств оценок, так как они показывают, в каких пропорциях увеличение или уменьшение отдельных мощностей можно считать в условиях данной задачи эквивалентными. В случае, если о.о. оценка равна нулю, отношение этой оценки к минимальной принимается равным единице. Это допущение оправдывается тем, что, кроме оценок, на размер цены за загрузку влияет показатель использования мощности, а при нулевой оценке коэффициент загрузки оборудования будет меньше (равен) единицы, в то время как в остальных случаях — всегда равен единице.

Определение размеров оплаты по рассматриваемому виду услуг может быть произведено, исходя из системы уравнений

$$\sum_{ik} c_i x_{ik} = Q', \quad (4)$$

$$\frac{c_1}{c_i} = \frac{\alpha_1 \beta_1}{\alpha_i \beta_i}, \quad (5)$$

где  $Q'$  — общие затраты союзглавнабсбыта по загрузке мощностей поставщиков данной группой продуктов;  $c_i$  — размер оплаты загрузки единицей продукции мощности  $i$ -го поставщика;  $x_{ik}$  — объем загрузки  $i$ -го поставщика  $k$ -й продукцией;  $\alpha_i$  — отношение  $u_i$  к  $\min u > 0$ ,

$$\alpha_i = \frac{u_i}{\min u},$$

где  $u_i$  — о.о. оценка мощности  $i$ -го поставщика;  $\beta_i$  — коэффициент загрузки мощностей  $i$ -го поставщика;

$$\beta_i = \sum_k p_{ik} x_{ik} / T_i,$$

где  $p_{ik}$  — затраты мощности  $i$ -го поставщика на выпуск единицы  $k$ -й продукции;  $T_i$  — мощность  $i$ -го поставщика.

Для нахождения  $\bar{c}_i$  выражаем  $c_i$  через  $c_1$ , используя (4), (5), получаем сначала  $c_1$ , а затем все остальные  $c_i$

$$c_1 = \frac{Q' \alpha_1 \beta_1}{\sum_{ik} \alpha_i \beta_i x_{ik}}, \quad (6)$$

$$c_i = \frac{c_1 \alpha_i \beta_i}{\alpha_1 \beta_1}. \quad (7)$$

Полученные размеры оплаты будут тем больше, чем больший народно-хозяйственный эффект приносит загрузка дополнительной единицы мощности. В этих условиях союзглавснаббыт будет заинтересован в первую очередь загрузить наиболее эффективные мощности.

Кроме того, цена за загрузку мощностей будет большей в том случае, если обеспечивается наибольшая загрузка мощности. Поэтому поставщик заинтересован заплатить за загрузку больше. При оперативном управлении в случаях изменения параметров производства или процесса снабжения союзглавснаббыт будет проводить политику загрузки наиболее эффективных мощностей, если действуют цены за загрузку, определенную по изложенному методу.

Приведем условный пример расчета.

Пусть имеются три поставщика и при оптимальном решении задачи их загрузки были приняты следующие исходные данные и получены результаты (табл. 3).

Таблица 3

Данные	Условные обозначения	Поставщики		
		I	II	III
Исходные				
Размеры мощности, час.	$T_i$	150	200	280
Затраты мощности на единицу выпуска, час./ед. прод.				
По первому виду продукции	$p_{i1}$	0,5	1,5	1,0
По второму виду продукции	$p_{i2}$	1,0	0,5	1,5
Результативные				
Объем выпуска шт., $\tau$				
По первому виду продукции	$x_{i1}$	200	60	120
По второму виду продукции	$x_{i2}$	50	220	40
О. О. оценки, шт., $\tau/\text{час}$	$u_i$	30	20	0

Исходя из табл. 3, коэффициент загрузки мощности первого поставщика равен  $\beta_1 = (200 \times 0,5 + 50 \times 1,0) / 150 = 1$ , второго  $\beta_2 = (60 \times 1,5 + 220 \times 0,5) / 200 = 1$  и третьего  $\beta_3 = (120 \times 1 + 40 \times 1,5) / 280 = 0,64$ , а отношения о.о. оценок каждого поставщика к минимальной, но больше нуля о.о., оценке будут соответственно  $\alpha_1 = 30/20 = 1,5$ ,  $\alpha_2 = 20/20 = 1$ , и так как  $\alpha_3 = 0/20$ , то принимается  $\alpha_3 = 1$ .

Зная, что затраты союзглавснаббыта по загрузке этих поставщиков составляют  $Q' = 1200$ , по (6) находим цену, по которой необходимо оказывать услуги по загрузке мощности первого поставщика выпуском единицы продукции

$$c_1 = \frac{1200 \times 1,5 \times 1}{1,5 \times 1 \times (200 + 50) + 1 \times 1 \times (60 + 220) + 1 \times 0,64 \times (120 + 40)} = 2,37.$$

Цена за такую же услугу второму и третьему поставщикам определится по (7)

$$c_2 = \frac{2,37 \times 1 \times 1}{1,5 \times 1} = 1,58 \quad \text{и} \quad c_3 = \frac{2,37 \times 1 \times 0,64}{1,5 \times 1} = 1,02.$$

При таких ценах за загрузку поставщикам безразлично, какой вид продукции им придется выпускать, так как цена одинакова и их интересы не противоречат интересам союзглавнабсбыта.

Если определить общую сумму доходов союзглавнабсбыта за размещение заказов по поставщикам, то, умножая указанные цены на количество единиц продукции, планируемых к выпуску каждым поставщиком, можно видеть, что эта сумма будет равна планируемым затратам по закреплению (1200 руб.).

Из примера видно, что наибольшая цена за загрузку у первого поставщика, наименьшая — у третьего. Это вполне логично, так как у первого поставщика наиболее эффективные мощности, а у третьего наименее эффективные.

С народнохозяйственной точки зрения союзглавнабсбыт должен быть заинтересован загрузить прежде всего наиболее эффективные мощности. Размер оплаты услуг по загрузке, пропорциональный о.о. оценкам и удельному весу загруженных мощностей, позволяет достичь этого, что подтверждается приведенным примером.

Важнейшей функцией территориальных органов снабжения является выбор формы снабжения (транзитом или с базы) и организация снабжения по каждой из этих форм.

В связи с транзитной формой поставок должны возникать хозрасчетные взаимоотношения контор снабжения с потребителями. При складской форме поставок такие взаимоотношения возникают как между базами и потребителями, так и между конторами и базами, т. е. 1) потребитель оплачивает конторе услуги по транзитным поставкам; 2) потребитель оплачивает базам услуги по складским поставкам; 3) база оплачивает услуги конторе по прикреплению к ней потребителей на складское снабжение.

Все эти виды оплат могут быть определены на основе решения экономико-математической задачи.

Введем обозначения:  $x_{ij}^t$  — складские поставки с  $i$ -й базы  $j$ -му потребителю в  $t$ -й промежуток времени;  $y_j^t$  — транзитные поставки  $j$ -му потребителю в  $t$ -й промежуток времени;  $b_j^t$  — потребность  $j$ -го потребителя в  $t$ -й промежуток времени;  $A_i^0$  — остатки материалов на  $i$ -й базе на начало планового периода;  $z_i^t$  — поставки на  $i$ -ю базу в  $t$ -й период времени;  $Q_i^t$  — пропускная способность  $i$ -й базы в  $t$ -й промежуток времени;  $A_j^0$  — остатки материалов на складе  $j$ -го потребителя на начало планового периода;  $Q_j^t$  — пропускная способность склада  $j$ -го потребителя в  $t$ -й промежуток времени;  $M^t$  — максимальный объем поставок продукции в данный район в  $t$ -й промежуток времени;  $c_{ij}$  — транспортный тариф за доставку продукции от  $i$ -й базы  $j$ -му потребителю;  $d_j$  — затраты на хранение у  $j$ -го потребителя;  $a_j$  — транспортный тариф за доставку продукции транзитом от границы района до  $j$ -го потребителя;  $a_i$  — транспортный тариф за доставку продукции от границы района до  $i$ -й базы;  $d_i$  — затраты на хранение у  $i$ -й базы.

Задача решается при следующих ограничениях.

1) Потребность каждого  $j$ -го потребителя в  $t$ -м периоде должна быть полностью удовлетворена за счет складских и транзитных поставок в  $t$ -м периоде

$$\sum_i (x_{ij}^t + y_j^t) = b_j^t. \quad (8)$$

2) Оборот за  $t$ -й период времени через  $i$ -й склад не может быть отрицательным и не должен превышать пропускную способность склада в этот промежуток времени

$$0 \leq A_i^0 + \sum_{\tau=1}^T z_i^{\tau} - \sum_{\tau=1}^{T-1} \sum_{j=1}^m x_{ij}^{\tau} \leq Q_i^t. \quad (9)$$

3) Оборот за  $t$ -й промежуток времени на складе каждого  $j$ -го потребителя не может быть отрицательным и не должен превышать его пропускную способность в этот промежуток времени

$$0 \leq A_j^0 + \sum_{\tau=1}^T \sum_{i=1}^n x_{ij}^{\tau} + \sum_{\tau=1}^T y_j^{\tau} - \sum_{\tau=1}^{T-1} b_j^{\tau} \leq Q_j^t. \quad (10)$$

4) Объем поставок транзитом на склады и потребителям не должен превышать запланированных поставок от поставщика в  $t$ -й промежуток времени

$$\sum_i z_i^t + \sum_j y_j^t \leq M^t. \quad (11)$$

Необходимо минимизировать общую сумму затрат на транспортировку и хранение при поставках данного вида материалов за весь промежуток времени

$$F = \sum_{i=1}^T \left[ \sum_{ij} (c_{ij} + d_j) x_{ij}^t + \sum_j (a_j + d_j) y_j^t + \sum_i (a_i + d_i) z_i^t \right]. \quad (12)$$

Указанная задача может быть решена на основе алгоритма из [3]. При этом можно получить двойственные оценки (о.о. оценки) ограничений (8) — (11).

Двойственные оценки  $v_j^t$  ограничения (8) дают возможность определить эффективность складской и транзитной формы снабжения каждого  $j$ -го потребителя, а о.о. оценки  $s_i^t$  ограничения (9) — эффективность  $i$ -го промежуточного склада.

$v_j^t$  показывает, на сколько увеличится (уменьшится) численное значение функционала (12) при увеличении (уменьшении) объема потребления  $b_j^t$  на единицу, т. е. отражает влияние данного потребителя на общую сумму затрат на хранение и транспортировку материалов.

Оценка  $s_i^t$  отражает, насколько увеличится или уменьшится численное значение функционала (12) при увеличении или уменьшении оборота  $i$ -го склада, т. е. отражает влияние оборота, проходящего через  $i$ -й склад, на функционал (12).

Расчет цен за услуги в каждом конкретном случае должен проводиться с обязательным выполнением принципа возмещения расходов конкретной базы и конторы за счет платежей тех предприятий, которые прикреплены к данному звену системы материально-технического снабжения, т. е. расчет цен за услуги должен вестись отдельно по каждой  $i$ -й базе, отдельно по транзитной форме поставок и по складской.

Размер цен за складскую форму поставок, выплачиваемых потребителями, прикрепленными к  $i$ -й базе, определяется из следующей системы уравнений

$$\sum_{jt} c_j^{ck} x_{ij}^t = P_i, \quad (13)$$

$$\frac{c_1^{ck}}{c_j^{ck}} = \frac{\sum_t (v_1^t - v_{min})}{\sum_t (v_j^t - v_{min})}, \quad (14)$$

где  $P_i$  — затраты на снабжение  $i$ -й базы, приходящиеся на данный продукт с включением соответствующей части затрат на хранение, погрузку, разгрузку, подработку, а при централизованной доставке — и затрат на транспортировку;  $c_j^{ck}$  — цена для  $j$ -го потребителя, прикрепленного к  $i$ -й базе за складскую форму поставок;  $v_{min}$  — наибольшая по абсолютной величине отрицательная оценка из всего множества оценок  $v_j^t$ .

Размер цен за транзитную форму поставок, по которым потребители оплачивают услуги специализированному управлению или конторе, определяется из решения системы уравнений

$$\sum_{ji} c_j^{tp} y_j^t = Q^{tp}, \quad (15)$$

$$\frac{c_1^{tp}}{c_j^{tp}} = \frac{\sum_t (v_1^t - v_{min})}{\sum_t (v_j^t - v_{min})}, \quad (16)$$

где  $Q^{tp}$  — затраты конторы, приходящиеся на транзитный оборот по данному продукту (определяются пропорционально удельному весу транзитного оборота во всем товарообороте в районе по данному продукту);  $c_j^{tp}$  — цена за снабжение транзитом  $j$ -го потребителя;  $v_j^t$  и  $v_{min}$  аналогичны их значениям в предыдущей модели.

Размер цен за складскую форму поставок, выплачиваемых базами в пользу конторы, определяется из системы уравнений

$$\sum_{it} c_i^s z_i^t = Q^{ck}, \quad (17)$$

$$\frac{c_1^s}{c_i^s} = \frac{\sum_t s_1^t}{\sum_t s_i^t}, \quad (18)$$

где  $Q^{ck}$  — затраты конторы, приходящиеся на складской оборот по данному продукту;  $c_i^s$  — цена за складские поставки с  $i$ -й базы в пользу конторы.

Решение приведенных систем уравнений тривиально: 1)  $c_i$  и  $c_j$  выражаются через  $c_1$ ; 2) полученные значения  $c_i$  и  $c_j$  подставляются в уравнения (13), (15), (17). Получается уравнение с одним неизвестным, решая которое определяем  $c_1$ ; 3) через систему пропорций (уравнения (14), (16), (18)) определяются все остальные  $c_i$  и  $c_j$ .

Алгоритм решения задачи оптимального плана складских и транзитных поставок в районе часто приводит к отрицательным значениям оценок вида  $v_j^t$ . Поэтому в первых двух моделях расчета цен использовались пропорции типа  $(v_j^t - v_{min}) / (v_1^t - v_{min})$ . Введение разности оценок дает возможность сравнивать отрицательные и положительные оценки.

По алгоритму решения задачи оптимального плана складских и транзитных поставок в районе отрицательных значений оценок вида  $s_i^t$  быть не может. Поэтому сопоставление таких оценок производится непосредственно.

Цены, определенные изложенным способом, будут отражать народнохозяйственную эффективность снабжения, так как эту эффективность от-

Таблица 4

## Исходные данные для задачи оптимизации плана снабжения

Наименование показателей	Номер предприятий					Номер баз	
	1	2	3	4	5	1	2
Остатки на начало планового периода ( $A^0$ ), т	0	2	3	2	11	2	6
Стоимость транспортировки продукции от границ района до предприятий и без ( $a$ ), руб/т	0,5	0,4	0,6	0,3	0,3	0,2	0,2
Удельные затраты на хранение ( $d$ ), руб/т	1,5	1,3	1,4	1,7	0,8	1,0	0,8
Пропускная способность складских помещений на предприятиях и на базах МТС ( $Q$ ), т	5	8	8	8	60	20	20
Стоимость транспортировки продукции с базы № 1 ( $c_{1i}$ ), руб/т	1,2	1,0	0,4	0,6	1,1	—	—
Стоимость транспортировки продукции с базы № 2 ( $c_{2i}$ ), руб/т	0,5	0,7	1,5	1,3	2,0	—	—

Таблица 5

## Потребность каждого потребителя по кварталам, т

Квартал	Потребители					Итого по всем потребителям
	1	2	3	4	5	
1	1	4	4	4	25	38
2	1	5	4	6	27	43
3	1	4	4	5	28	42
4	1	5	4	7	28	45
Итого за год	4	18	16	22	108	168

ражают двойственные оценки, пропорционально которым определяются размеры цен за услуги органов снабжения района по складским и транзитным поставкам. Следовательно, такие цены будут стимулировать снабженческо-сбытовые территориальные органы в выполнении именно оптимального плана снабжения.

Приведем пример. Пусть известно, что снабжение предприятий района осуществляет один поставщик. В районе существует пять предприятий-потребителей и две базы системы материально-технического снабжения.

Тогда исходные данные по задаче оптимизации плана транзитных и складских поставок продукции предприятиям района можно представить в виде табл. 4 (показатели, не зависящие от времени) и табл. 5 (зависящие от времени).

Используя эти исходные данные, по специальному алгоритму, о котором упоминалось выше, находим оптимальный план транзитного и складского снабжения. При этом в алгоритм вводится дополнительное ограничение — объем транзитных поставок в каждый период времени должен быть кратным 10 т (транзитная норма поставки).

Получаем оптимальный план снабжения и соответствующие ему оценки  $v_j^*$  и  $s_i^*$  (см. табл. 6).

Таблица 6

Оптимальный план снабжения в районе

Промежуток времени, квартал (t),	Транзитный пункт получения	Остаток на начало года (A <sub>j</sub> <sup>0</sup> , A <sub>j</sub> <sup>0</sup> )	Потребители					Остаток на конец промежутка времени (x <sub>i0</sub> <sup>t</sup> )	Транзитные поставки	
			1	2	3	4	5		v <sub>j</sub> <sup>t</sup> , z <sub>i</sub> <sup>t</sup>	s <sub>i</sub> <sup>t</sup>
t = 1	5 потребитель	11						6	20	
	1-я база	2			1	2		9	10	0,2
	2-я база	6	1	2				3	0	0,2
	v <sub>j</sub> <sup>1</sup>		-0,6	-0,4	0,2	0,4	-0,3			
t = 2	5 потребитель							9	30	
	1-я база				4	7		8	10	0,2
	2-я база		1	5				7	10	1,1
	v <sub>j</sub> <sup>2</sup>		0,3	0,5	0,2	0,4	-0,3			
t = 3	5 потребитель							1	20	
	1-я база				4	5		9	10	0,2
	2-я база		1	4				2	0	0,2
	v <sub>j</sub> <sup>3</sup>		0,3	0,5	0,2	0,4	-0,3			
t = 4	5 потребитель							3	30	
	1-я база				4	7		8	10	0,2
	2-я база		1	5				6	10	0,2
	v <sub>j</sub> <sup>4</sup>		0,5	0,7	0,4	0,6	0,0			

В первом квартале второй, третий и четвертый потребители используют собственные остатки ресурсов на начало планового периода. Поэтому поставки с баз этим потребителям в первом квартале на сумму остатков будут меньше их потребности.

Исходя из v<sub>j</sub><sup>t</sup> и s<sub>i</sub><sup>t</sup>, рассчитываем цены за услуги органов снабжения района по транзитным и складским поставкам. Для этого потребуются дополнительные исходные данные.

Пусть постоянные расходы (не зависящие от объема хранения) на содержание каждой базы с определенным размером прибыли, приходящиеся на данный вид продукции, составляют в течение года 200 руб. Расходы на содержание конторы с определенным размером прибыли, приходящиеся на данный вид продукции, — 150 руб. Из них на транзитный оборот приходится около 100 руб., а на складской оборот — около 50 руб. (по удельному весу этих видов в общем товарообороте по данному продукту в районе).

По оптимальному плану на транзитную форму снабжения прикреплен пятый потребитель, третий и четвертый — прикреплены к первой базе, первый и второй — ко второй.

При этих условиях цены за снабжение предприятий с первой базы определяются по (13) и (14) и по данным табл. 4—6.

$$c_3^{ск} = \frac{(200 + 42 \times 0,8 + 4 + 13 \times 0,4 + 21 \times 0,6) \times (0,8 + 0,8 + 0,8 + 1,0)}{(0,8 + 0,8 + 0,8 + 1,0) \times 13 + (1,0 + 1,0 + 1,0 + 1,2) \times 21} =$$

$$= \frac{251,8 \times 3,4}{132,4} = 6,5 \text{ руб/т.}$$

$$c_4^{ск} = \frac{6,5 \times 4,2}{3,4} = 8,0 \text{ руб/т.}$$

По этим же формулам определяются цены за снабжение предприятий,

прикрепленных ко второй базе,

$$c_1^{\text{ск}} = \frac{(200 + 32 \times 1,0 + 4 \times 0,5 + 16 \times 0,7) \times (0 + 0,9 + 0,9 + 1,1)}{(0 + 0,9 + 0,9 + 1,1) \times 4 + (0,2 + 1,1 + 1,1 + 1,3) \times 16} =$$

$$= \frac{245,2 \times 2,9}{70,8} = 10,1 \text{ руб/т,}$$

$$c_2^{\text{ск}} = \frac{10,1 \times 3,7}{2,9} = 12,7 \text{ руб/т.}$$

Пятый потребитель должен оплачивать услуги по транзитному снабжению конторе по цене, которая определяется на основании (15) и (16)

$$c_5^{\text{тр}} = \frac{100 \times (0,3 + 0,3 + 0,3 + 0,6)}{(0,3 + 0,3 + 0,3 + 0,6) \times 98} = 1,02 \text{ руб/т.}$$

Цены за складские поставки, взимаемые с баз в пользу конторы, определяются по (17) и (18)

$$c_1^{\text{б}} = \frac{50 \times (0,2 + 0,2 + 0,2 + 0,2)}{(0,2 + 0,2 + 0,2 + 0,2) \times (10 + 10 + 10 + 10) + (0,2 + 1,1 + 0,2 + 0,2) \times (0 + 10 + 0 + 10)} =$$

$$= \frac{50 \times 0,8}{66} = 0,61 \text{ руб/т,}$$

$$c_2^{\text{б}} = \frac{0,61 \times (0,2 + 1,1 + 0,2 + 0,2)}{(0,2 + 0,2 + 0,2 + 0,2)} = \frac{0,61 \times 1,7}{0,8} = 1,27 \text{ руб/т.}$$

Такие цены будут стимулировать снабженческие организации района в выполнении того плана, из которого они получены, в данном случае — вышеприведенного плана снабжения.

Если план снабжения оптимальный, цены, определенные по этой методике, будут способствовать при незначительном изменении параметров снабжения проведению оптимальной политики снабжения с точки зрения народнохозяйственных интересов в процессе оперативного управления. Следовательно, получая большую прибыль, при этих ценах органы материально-технического снабжения района одновременно будут приносить наибольший эффект для народного хозяйства своей деятельностью, а это и является необходимым условием при определении методики расчета размеров цен за услуги как основного хозяйственного показателя.

Предположим, что имеется возможность в период оперативного управления увеличить на единицу поставки в данный район данного вида продукции, причем каждый потребитель одинаково заинтересован в ее получении. Тогда конторе выгодно отдать эту единицу дополнительного материала на вторую базу. В этом случае доход конторы составит 1 руб. 27 коп. за тонну, в то же время, если бы этот материал был отдан на первую базу, доход составил бы 61 коп., а при поставках пятому потребителю — 1 руб. 02 коп. Это соответствует народнохозяйственным интересам, так как на второй базе меньше затраты на хранение чем на первой, и она ближе расположена к поставщику, чем транзитный потребитель ( $a_2 \text{ базн} = 0,2 \text{ руб/т}$  против  $a_5 \text{ котр} = 0,3 \text{ руб/т}$ ).

Расчет цен по указанным моделям проверен на условных, а в некоторых случаях и на практических примерах.

Внедрение таких цен встречает определенные трудности, основная из которых состоит в том, что массив цен по каждому виду услуг слишком

велик и введение его потребовало бы значительного увеличения объема бухгалтерского учета на предприятиях и в органах материально-технического снабжения.

Только с полной автоматизацией финансовых расчетов и учета в этих звеньях станет возможным проведение такой работы. Поэтому сейчас необходимо разработать эффективные методы агрегации цен, пропорциональных двойственным оценкам, для практической их применимости в ближайшем будущем.

Естественно, агрегация цен уменьшит их стимулирующую роль в осуществлении методов оптимального планирования, но даже агрегированные цены за услуги органов материально-технического снабжения, пропорциональные двойственным оценкам, должны дать значительный эффект народному хозяйству.

Неисследованным остается вопрос о влиянии показателя устойчивости о.о. оценок на характер изменения цен. Так как цены на услуги органов материально-технического снабжения должны устанавливаться на достаточно продолжительный срок, решение задач по указанным выше моделям необходимо вести на основе данных на значительный (три-пять лет) плановый период, что также вызывает пока еще определенные трудности в получении соответствующих исходных данных. Эти вопросы должны быть решены в процессе дальнейших исследований.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Л. В. Канторович, А. Б. Горстко. Математическое программирование в экономике. М., «Знание», 1968.
2. В. В. Новожилов. Проблемы измерения затрат и результатов при оптимальном планировании. М., «Экономика», 1967.
3. С. С. Суриц, Г. В. Шалабин. Динамическая модель оптимального управления запасами нефтепродуктов на нефтебазах. В сб. Применение математики в экономике, вып. 3. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1965.

Поступила в редакцию  
29 VIII 1969