

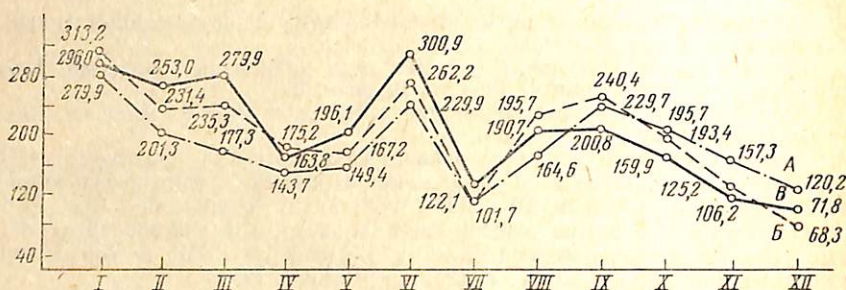
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СЕЗОННЫХ ЦЕН НА СЫРЬЕ

А. И. РАДЗИЕВСКИЙ

(Киев)

В настоящей статье предлагается динамическая модель определения сезонных закупочных цен на сельскохозяйственную продукцию, являющуюся сырьем для предприятий промышленности. Применение такой модели обусловливается динамическим характером как производства сырья, так и его переработки. В качестве конкретного объекта исследования служит мясная отрасль промышленности.

Внутригодовые заготовки мяса происходят неравномерно (см. рисунок), что вызывает неравномерное использование производственных мощностей мясной отрасли промышленности УССР со всеми вытекающими отсюда отрицательными экономическими и социальными (проблема тру-



Динамика внутригодовых заготовок мяса по УССР (тыс. т в живом весе) без учета привеса от откорма, нагула и дорастивания и расхода на питание рабочих и служащих совхозов: А — 1966 г., Б — 1967 г., В — 1968 г.

довых ресурсов) последствиями. Существующая же система заготовительных цен в мясной отрасли промышленности очень слабо связана с динамикой заготовок — цены меняются лишь один раз в год * и, следовательно, не может оказывать такого стимулирующего воздействия, которое приводило бы к согласованию интересов промышленности и сельского хозяйства.

Нахождение оптимального режима поступления сырья может осуществляться как совместным, так и отдельным изучением сельскохозяйственного и промышленного производства, при котором совмещение их интересов достигается установлением соответствующей системы цен на сырье.

Первый путь предусматривает необходимость включения в экономико-математическую модель двух отраслей народного хозяйства, представляющих как бы одну систему. Режим поступления сырья определяется из поиска оптимального режима ее функционирования, а заготовительные цены на сырье не рассматриваются. В этом случае работа системы оценивается единым критерием. Перераспределение же прибыли по подсисте-

* С 1970 г. заготовительная цена не меняется.

мам (отраслям) является внутренней проблемой, близкой к проблеме распределения прибыли предприятия между отдельными его подразделениями.

Использование такого подхода в настоящее время затруднительно в связи с тем, что значительная часть сельскохозяйственных предприятий является коллективной собственностью, а предприятия промышленности — государственной. Такие отношения между сельскохозяйственными и промышленными производствами получают развитие в будущем, в рамках аграрно-промышленных объединений.

Второй путь предполагает добиться согласования интересов промышленного и сельскохозяйственного производств варьированием закупочных цен на сельскохозяйственную продукцию, т. е. цены как бы устанавливаются промышленностью таким образом, чтобы подчинить своим интересам сельскохозяйственное производство. Сельское хозяйство, в свою очередь, на изменение закупочных цен отвечает сокращением или увеличением производства (поставок) продукции, что заставляет промышленное производство учесть интересы сельского хозяйства соответствующим корректированием цен.

Возникает процесс согласования интересов рассматриваемых производств, аналогичный по своей сущности итеративному процессу алгоритма Данцига — Вулфа и соответствующий основным положениям разрабатываемой в ЦЭМИ АН СССР теории оптимального функционирования народного хозяйства. Применение такого подхода к регулированию отношений между сельскохозяйственным и промышленным производствами возможно при известной самостоятельности этих экономических систем в выработке решений относительно объемов производства и закупки сельскохозяйственного сырья. Однако эти решения принимаются под воздействием закупочной цены, устанавливаемой в плановом порядке и, таким образом, гарантирующей согласование интересов сельскохозяйственного и промышленного производств.

Рассмотрим следующий пример (используя ретроспективный анализ). Пусть в анализируемом периоде — году динамика поступления скота на предприятия промышленности $p(k)$, причем заготовительные цены принимают два значения — u_1 для отрезка времени $1/\text{I} - 30/\text{VI}$ и u_2 — для $1/\text{VII} - 31/\text{XII}$. Тогда выручка сельскохозяйственного производства за сданный промышленности скот составит

$$C = \sum_{R=1/\text{I}}^{30/\text{VI}} u_1 p(k) + \sum_{R=1/\text{VII}}^{31/\text{XII}} u_2 p(k). \quad (1)$$

Пусть далее оптимизация функционирования мясной отрасли промышленности ведется на базе математической модели планирования управления по критерию «прибыль» [4]. Тогда $p(k)$ может быть поставлена в соответствие динамике получения в мясной отрасли промышленности прибыли в k -й период времени — $\Pi(k)$, причем

$$\Pi = \sum_k \Pi(k), \quad (2)$$

где Π — суммарная прибыль (за год) мясной отрасли промышленности при оптимальном ее функционировании в условиях режима поступления скота $p(k)$.

Итак, существующий режим поступления скота может быть оценен для сельского хозяйства размером выручки C , а для промышленности — Π . В результате такого режима поступления скота производственные мощности промышленности используются неравномерно, что отрицательно сказыв-

вается на экономических показателях работы промышленности и, в частности, уменьшает ее прибыль. Найдем режим поступления скота, наилучшим образом отвечающий интересам промышленности. На первый взгляд кажется, что им может быть равномерная сдача скота. Но это не совсем верно, так как спрос на мясо и мясопродукцию не равномерен на протяжении года (сезонность спроса), а кроме того, в мясной промышленности осуществляется откорм скота и хранение продукции на холодильниках. Поэтому объективное, отвечающее интересам мясной промышленности с учетом основных вышеперечисленных особенностей ее функционирования определение оптимального режима сдачи скота $p^*(k)$ возможно на основе той же математической модели планирования управления отраслью по критерию «прибыль», по которой определялся режим ее функционирования при заданном режиме поступления скота $p(k)$, однако с тем отличием, что $p(k)$ в этом случае превращается из заданного параметра в параметр управления [1]. Одновременно с параметром $p^*(k)$ находится динамика изменения прибыли мясной отрасли промышленности в оптимальном режиме сдачи скота $\Pi^*(k)$, причем

$$\Pi^* = \sum_k \Pi^*(k). \quad (3)$$

Полученные параметры сопоставляются с параметрами неоптимального с точки зрения промышленности поступления сырья

$$\Delta p(k) = p^*(k) - p(k), \quad (4)$$

$$\Delta \Pi(k) = \Pi^*(k) - \Pi(k), \quad (5)$$

$$\Delta \Pi = \Pi^* - \Pi. \quad (6)$$

Из (4) — (6) видно, что отклонение от оптимального режима поступления сырья, составляющее в k -й период величину $\Delta p(k)$, вызывает соответствующее изменение получаемой в этот период времени прибыли $\Delta \Pi(k)$. Суммарное же изменение размера прибыли составляет величину $\Delta \Pi$, причем $\Delta \Pi > 0$. Иными словами, $\Delta \Pi$ указывает, какие потери за год, а $\Delta \Pi(k)$ в каждый период времени несет промышленность в результате того, что динамика поступления сырья отклоняется от оптимальной с точки зрения промышленности.

Предположим, что в случае перехода с режима сдачи скота $p(k)$ на режим $p^*(k)$ часть получаемой дополнительной прибыли передается сельскохозяйственному, а часть — промышленному производствам, т. е.

$$\Delta \Pi_1(k) = \alpha(k) \Delta \Pi(k), \quad \Delta \Pi_1 = \sum_k \alpha(k) \Delta \Pi(k) \quad (7)$$

и

$$\Delta \Pi_2(k) = [1 - \alpha(k)] \Delta \Pi(k), \quad \Delta \Pi_2 = \sum_k [1 - \alpha(k)] \Delta \Pi(k), \quad (8)$$

где $\alpha(k)$ — коэффициент, определяющий долю дополнительной прибыли, передаваемую сельскохозяйственному производству в k -м периоде времени. Таким образом, возможности воздействия на характер связи между сельскохозяйственным и промышленным производствами со стороны промышленного производства выявлены. Теперь необходимо выяснить возможности воздействия размера закупочных цен на сельскохозяйственное производство, на режим производства (сдачи) скота. В пользу того, что между объемом производства (сдачи) скота и размером закупочной цены существует зависимость, помимо логических рассуждений, говорит приве-

денная за 1966—1968 гг. динамика заготовок мяса (см. рисунок), откуда видно, что в периоды изменения заготовительных цен в первый момент наблюдается резкое изменение объема заготовок скота. Затем сдача скота в известной степени выравнивается. Однако этот достаточный для качественной оценки пример, устанавливающий наличие зависимости между объемом заготовок и размером заготовительной цены, не может служить основой для вывода количественной закономерности. Вопрос об установлении количественной связи между размером заготовительной цены и объемом сдачи (производства) скота является самостоятельным и очень сложным, требующим для своего решения проведения комплекса исследований в области сельскохозяйственного производства, в частности, животноводства. Поэтому естественно, что в рамках настоящей статьи он не может быть решен, а общность, теоретическая значимость и содержательность проводимого исследования по вопросу установления сезонных цен несколько не пострадает от того, что связь между размером закупочной цены и объемом сдачи скота будет рассматриваться в общем виде, т. е.

$$p_r(k) = p_r[u(k)], \quad (9)$$

где $p_r(k)$ — объем сдачи скота в k -й период времени, $u(k)$ — закупочная цена на скот в этот же период.

Итак, нам известны последствия изменения закупочной цены на объем поставок скота промышленности и последствия отклонения фактического режима поставок скота от оптимального.

Обозначим через $c(k)$ выручку сельскохозяйственного производства от сдачи скота промышленности в k -й период времени, т. е.

$$c(k) = u(k)p_r[u(k)]. \quad (10)$$

Тогда математическая модель, отражающая влияние размера устанавливаемой в каждый период времени закупочной цены на скот, на динамику его заготовок и динамику доходов сельскохозяйственного производства, примет вид

$$p(k) = p_r[u(k)], \quad (11)$$

$$c(k+1) = c(k) + u(k)p_r[u(k)].$$

Естественно, что в начальный период времени ($t=0$) доходы сельскохозяйственного производства от сдачи скота равны нулю. Поэтому начальные условия для (11) можно записать в виде

$$c(t=0) = 0. \quad (12)$$

В качестве отрезка времени установления сезонных цен выступает год, т. е.

$$k = 0, 1, 2, \dots, N-1, \quad N = 365/\Delta. \quad (13)$$

В конце года выручка сельскохозяйственного производства должна быть больше выручки (1), полученной при режиме сдачи скота $p(k)$ на величину части дополнительной прибыли, передаваемой сельскому хозяйству. Поэтому конечные условия для (11)

$$c(N-1) = c + \sum_k \alpha(k) \Delta \Pi_r(k), \quad (14)$$

где $\Delta \Pi_r(k)$ — дополнительная прибыль, получаемая промышленностью при переходе от режима сдачи скота $p(k)$ на режим $p_r(k)$.

Очевидно, выручка сельскохозяйственного производства не может быть отрицательной. Поэтому фазовые ограничения на переменную $c(k)$

системы (11) имеют вид

$$0 \leq c(k), \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (15)$$

Закупочная цена на скот $u(k)$ есть искомая функция, т. е. на языке теории управления $u(k)$ — параметр управления. Так как цена не может принимать отрицательных значений, область управления будет

$$0 \leq u(k). \quad (16)$$

Отрезок времени определения функции $u(k)$ выводится из (13). Таким образом, выражение для управления системой (11) принимает вид

$$0 \leq u(k), \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1; \quad N = 365/\Delta. \quad (17)$$

Параметр $\alpha(k)$ зависит от закупочной цены $u(k)$ и определяется в процессе решения рассматриваемой задачи. В случае учета определенных, внешних по отношению к рассматриваемой экономической системе, требований может превращаться в параметр управления, область определения которого

$$0 \leq \alpha(k) \leq 1, \quad (18)$$

а отрезок времени определения — (13).

В рассматриваемом случае при отсутствии ограничений на скорость изменения параметров $u(k)$ и $\alpha(k)$ справедливо считать, что функции $u(k)$ и $\alpha(k)$ — кусочно-непрерывны и их значения могут (в момент разрыва) мгновенно перескакивать из одной точки области управления (16), (18) в другую, т. е. справедливо считать управления «безынерционными» [2]. В качестве критерия управления системой (11) могут быть выбраны среднеквадратичные отклонения получаемых в результате оптимизации сезонных цен режима сдачи скота $p_r(k)$ от оптимального режима $p^*(k)$ и динамики прибыли $\Pi_r(k)$ от оптимальной динамики прибыли $\Pi^*(k)$.

В соответствии с этими критериями цель управления системой (11) при условиях (12) — (18)

$$\min_k \sum [p_r(k) - p^*(k)]^2 \quad (19)$$

либо

$$\min_k \sum [\Pi_r(k) - \Pi^*(k)]^2. \quad (20)$$

Не трудно видеть, что (11) — (18) и (19) или (20) представляют собой типичную задачу управления с заданным отрезком времени рассмотрения и начальным значением фазовой координаты. Конечное значение фазовой координаты находится в процессе решения задачи.

Ряд параметров полученной задачи определения сезонных цен на сырье $\Pi_r(k)$, $\Delta\Pi_r(k)$, $p^*(k)$, $\Pi^*(k)$ можно найти из задачи оптимизации планирования управления мясной отраслью промышленности [2].

Характерной особенностью приведенной выше экономико-математической модели определения сезонных цен на сырье является учет интересов сельскохозяйственного производства. Действительно, условие (14) предусматривает, что выручка сельскохозяйственного производства не может быть меньше C , получаемого в режиме $p(k)$ сдачи скота.

Резюмируя вышеизложенное применительно к мясной отрасли промышленности, следует отметить, что предлагаемый экономико-математический подход к определению сезонных цен на сырье базируется на:

1) анализе влияния режима поступления сырья на экономические показатели работы изучаемой отрасли, причем эти показатели рассматриваются так же, как и поступление сырья во времени;

2) нахождении оптимального с точки зрения интересов промышленности режима поступления сырья и оценки потерь от несоблюдения этого режима (по сравнению с фактическим режимом поступления сырья);

3) анализе влияния закупочных цен на сырье, на размеры его производства (заготовок);

4) составлении на базе пп. 1) — 3) экономико-математической модели, в которой цена выступает в качестве параметра управления.

Изложенная математическая модель определения сезонных цен на сырье может быть использована при разработке конкретных методик расчета цен на многие виды сельскохозяйственного сырья, поступающего в промышленную переработку.

Проблема согласования интересов сельскохозяйственного и промышленного производства на примере мясной отрасли рассматривалась в ряде работ и, в частности, в [3]. Отличие предлагаемого в настоящей статье подхода состоит в том, что задача определения сезонных цен, согласующих интересы рассматриваемых производств, поставлена в форме задачи управления с заданным отрезком времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Радзиевский. Математическая модель планирования управления мясной отраслью промышленности. Экономика Советской Украины, 1970, № 1.
2. Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко. Математическая теория оптимальных процессов. М., Физматгиз. 1961.
3. Процессы регулирования в моделях экономических систем. Сб. статей, М., Изд-во иностр. лит., 1961.

Поступила в редакцию
6 VIII 1969