О МЕТОДИКЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДОХОДОВ СЕМЕЙ РАБОЧИХ И СЛУЖАЩИХ

Н. Е. РАБКИНА, Н. М. РИМАШЕВСКАЯ

(Москва)

Вопрос о том, как распределяются доходы среди трудящихся и каковы перспективы их распределения в будущем, давно перестал быть предметом интереса лишь узкого круга специалистов. Не утратив своего огромного познавательного значения (в качестве одного из критериев экономических успехов страны), он стал вместе с тем насущной проблемой народнохозяйственного планирования. Не случайно поисками конструктивного метода расчета ожидаемого распределения доходов занимаются самые различные институты и ведомства, начиная от центральных плановых органов и кончая органами, изучающими конъюнктуру и торговлю.

Как видно из ряда работ, посвященных исследованию процессов распределения в условиях социализма, многие авторы считают наиболее приемлемой для анализа и планирования этих процессов формализацию их при помощи логарифмически нормальной модели [1—4]. Существуют и другие взгляды на этот счет, но в последнее время все большее признание среди экономистов получают очевидные преимущества данной модели с точки зрения ее логической обоснованности, простоты и удобства использования в плановой работе. Отражая внутренний механизм и закономерности распределения при социализме, а также принципы действующей системы оплаты труда, логнормальная модель отличается в то же время небольшим числом параметров, что очень важно для прогнозов: ведь определить динамику одного — двух показателей всегда гораздо легче, чем предсказать поведение множества факторов и величин. В общем случае, как известно, логнормальная функция определяется двумя параметрами: математическим ожиданием логарифмов признака (его аналог — средняя арифметическая логарифмов) и дисперсией, измеряющей вариацию $\ln x$ вокруг средней. Отсюда — возможность построения ряда по заданным координатам любых двух точек, которая используется в методике, разработанной в НИИ труда [5].

Как показали исследования, при переходе от заработной платы к семейным доходам близость распределения к логнормальному виду не утрачивается, а наоборот, становится еще явственнее, наглядней. Но удостовериться в правильности принятой гипотезы о логнормальной форме кривой недостаточно, чтобы строить прогнозы на будущее: надо знать еще способы нахождения числовых значений параметров на плановый период. Для заработной платы эта задача облегчается существованием гарантированного минимума, величина которого может быть взята в качестве одной из отправных точек при прогнозах. Иначе обстоит дело с расчетами ожидаемого распределения доходов. В этом процессе принимают участие демографические факторы, влияние которых учесть довольно сложно. Описываемый ниже метод позволяет обойти это затруднение путем установления зависимости между параметрами распределения заработной платы, с одной

стороны, и доходов — с другой. Существование такой зависимости можно утверждать априори, поскольку заработная плата составляет важнейшую часть доходов рабочих и служащих, а демографическая структура общества достаточно стабильна. Во всех дальнейших рассуждениях мы исходим из предпосылки (подтверждаемой большим эмпирическим материалом), что параметры обоих распределений меняются в одном и том же направлении, а именно: дисперсия логарифмов заработной платы и доходов сокращается, а математическое ожидание растет. В этом находит отражение объективная закономерность непрерывного роста заработной платы и доходов при одновременном сокращении их дифференциации.

По смыслу рассматриваемой модели (взятой в ее общем виде) частоты логарифмически нормально распределенной величины x с параметрами m и σ равны частотам нормального распределения $\ln x$ с теми же параметрами, т. е.

$$F(x/m, \sigma) = \Phi\left(\frac{\ln x - m}{\sigma}\right), \quad (1)$$

где $\Phi(u)$ — функция стандартизованного нормального распределения с математическим ожиданием, равным нулю, и дисперсией, равной единице.

Исходными данными для расчетов по модели доходов будут служить:

1) базисное отчетное распределение работников по заработной плате, на основе которого рассчитываются эмпирические значения параметров: $m = [\sum \ln x_i f_i] / 100$, $\sigma^2 = [\sum (\ln x_i - m)^2 f_i] / 100$ (f_i — процентные доли работников в соответствующих интервалах заработной платы, $\sum_{i=1}^n f_i = 100$);

2) базисное (для того же периода) распределение семей по размеру душевого дохода и его параметры: $a = \sum \ln y_j p_j / 100$, $S^2 = [\sum (\ln y_j - a)^2 p_j] / 100$ — процентные доли семей в группах с разным душевым доходом;

3) ожидаемое (плановое) распределение заработной платы с параметрами m' и $(\sigma')^2$, рассчитанное предварительно;

4) данные о фактических темпах роста средней заработной платы и среднедушевого дохода рабочих и служащих за длительный отрезок времени.

Искомыми величинами являются параметры ожидаемого распределения доходов a' и $(S')^2$.

Обозначим через $\bar{X}_1$ и $\bar{X}_2$ среднемесячную заработную плату за два достаточно отдаленных друг от друга периода и соответственно через $\bar{Y}_1$ и $\bar{Y}_2$ — относящиеся к тем же периодам уровни среднедушевого дохода (они имеются в отчетных балансах денежных доходов и расходов населения). На основе этих показателей может быть исчислен некоторый коэффициент k , отражающий соотношение темпов роста среднего дохода и средней заработной платы или (что то же самое) сдвиг в соотношении уровня доходов и уровня заработной платы

$$\frac{\bar{Y}_2}{\bar{X}_2} = \frac{\bar{Y}_1}{\bar{X}_1} k. \quad (2)$$

Далее находим среднегодовой коэффициент сдвига; если, например, второй период отделяет от первого 10 лет, то он будет равен $C = \sqrt[10]{k}$.

От указанных величин следует отличать средние арифметические заработной платы и доходов, исчисляемые по рядам распределения; обозначим их через $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{x}^1$, $\bar{y}^1$ для базисного и планового периодов. Они будут отклоняться от соответствующих показателей генеральной совокупности по

многим причинам (по заработной плате из-за того, что учет распределения охватывает только лиц, проработавших полностью данный месяц, по доходам — из-за условий проведения выборочного обследования). Но если принять, что отклонение средней арифметической распределения от генеральной средней относительно постоянно, то между выборочными средними базисного и планового периодов будет иметь место соотношение

$$\frac{\bar{y}'}{\bar{x}'} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} K, \quad (3)$$

где $K = C^t$, t — срок прогнозирования (число лет).

Воспользуемся теперь формулой, связывающей среднюю арифметическую логнормальной кривой с ее основными параметрами, и подставим ее в наше уравнение. Речь идет об известном в математической статистике выражении, которое в терминах заработной платы и доходов запишется следующим образом:

$$\bar{x} = \exp \left\{ m + \frac{\sigma^2}{2} \right\}, \quad \bar{y} = \exp \left\{ a + \frac{S^2}{2} \right\}. \quad (4)$$

После подстановки будем иметь

$$\frac{\exp \left\{ a' + \frac{(S')^2}{2} \right\}}{\exp \left\{ m' + \frac{(\sigma')^2}{2} \right\}} = \frac{\exp \left\{ a + \frac{S^2}{2} \right\}}{\exp \left\{ m + \frac{\sigma^2}{2} \right\}} K.$$

Прологарифмировав левую и правую части, получим

$$a' + \frac{(S')^2}{2} - m' - \frac{(\sigma')^2}{2} = a + \frac{S^2}{2} - m - \frac{\sigma^2}{2} + \ln K$$

или

$$a' - a + m - m' = \frac{1}{2} [(S^2 - (S')^2) - (\sigma^2 - (\sigma')^2)] + \ln K. \quad (5)$$

Рассмотрим правую часть уравнения и его первое слагаемое. Это — полуразность двух величин, одна из которых равна абсолютному сокращению дисперсий логарифмов заработной платы, другая — сокращению дисперсий логарифмов доходов. Из практики известно, что в подобных распределениях, имеющих умеренную правостороннюю скошенность, дисперсия, исчисленная по логарифмам признака, сама по себе достаточно мала (в распределениях доходов и заработной платы она не превышает обычно двух — трех десятых). В связи с одинаковым направлением сдвига дисперсий σ^2 и S^2 будет еще меньшей величиной указанная полуразность. По сравнению с математическим ожиданием a' она составляет пренебрежимо малую величину (около сотой доли) и будет становиться все меньше по мере увеличения математического ожидания и сокращения дисперсий.

Следовательно, с небольшой погрешностью относительно величины a' мы можем принять допущение, что

$$\frac{1}{2} [(S^2 - (S')^2) - (\sigma^2 - (\sigma')^2)] = 0,$$

а значит:

$$a' = a + m' - m + \ln K. \quad (6)$$

Тем самым определяется один из параметров искомого ряда — математическое ожидание a' . При $K = 1$ расчет упрощается: в уравнении (6) отпадает последний член. Как было отмечено, коэффициент K характери-

зует сдвиги в соотношении среднего уровня доходов и средней заработной платы определенной совокупности рабочих и служащих. Чем могут быть вызваны эти сдвиги? Заметим, что здесь рассматриваются лишь денежные доходы населения, включающие, помимо заработной платы, денежные выплаты из общественных фондов потребления (типа пенсий, стипендий, пособий) и некоторые дополнительные поступления в бюджет семьи. Основная часть этих доходов находится в определенной зависимости от заработной платы, так что темпы их роста не могут существенно отличаться от темпов роста заработной платы. Но на величину среднего душевого дохода влияют еще состав и размер семей. Так, например, сокращение среднего размера семьи и числа иждивенцев, приходящихся на одного работающего, увеличит численное значение дроби $\bar{y} / \bar{x}$ и тогда показатель K будет больше единицы. С другой стороны, известно, что демографические сдвиги происходят крайне медленно и могут сказаться лишь по истечении многих лет. Поэтому при краткосрочных прогнозах можно пользоваться упрощенной моделью, которая предполагает соблюдение следующего правила: *абсолютный прирост математического ожидания логарифмов заработной платы равен абсолютному приросту аналогичного показателя в распределении доходов данной совокупности рабочих и служащих.*

При долгосрочных прогнозах величина K определяется по фактическим среднегодовым темпам роста доходов и заработной платы с учетом срока прогнозирования. Одновременно из пропорции (3) находим $\bar{y}'$ — среднюю арифметическую планового распределения доходов. Если же размер среднедушевого дохода на плановый период задан, то величина K может быть определена непосредственно путем сопоставления прироста заработной платы и доходов в плановом периоде по сравнению с базисным*. В сущности, $\ln K$ представляет собой лишь небольшую поправку к математическому ожиданию a' . Если даже предположить, что за планируемый период темпы роста среднедушевого дохода превысят темпы роста средней заработной платы вдвое (что мало вероятно), то и тогда эта поправка составит всего $\ln 2 = 0,69315$; при $K = 2,2$ она возрастет до 0,78845, т. е. на 0,1. Это значит, что некоторая неточность при исчислении K не внесет сколько-нибудь серьезной погрешности в расчет величины a' .

Что касается второго параметра распределения $(S')^2$, то он может быть найден из предположения о равенстве сдвига дисперсий $(S^2 - (S')^2) - (\sigma^2 - (\sigma')^2) = 0$, откуда следует, что

$$(S')^2 = S^2 + (\sigma')^2 - \sigma^2. \quad (7)$$

Однако надо иметь в виду, что по отношению к малой величине $(S')^2$ ошибка, связанная с этим предположением, может оказаться более ощутимой, чем при определении a' (к тому же она удваивается, так как здесь мы берем не полуразность, а разность дисперсий). Принять данную предпосылку позволяет то обстоятельство, что основным источником сдвигов в дифференциации доходов рабочих и служащих является сокращение дифференциации заработной платы. Поэтому указанная разность, как правило, действительно равна или очень близка к нулю, что подтверждается фактическими данными.

Для нахождения $(S')^2$ можно воспользоваться также формулой, связывающей среднюю арифметическую логнормального распределения с его основными параметрами: $\bar{y} = \exp\{a + (S^2/2)\}$, откуда $(S')^2 = 2(\ln \bar{y}' - a')$. Результат при этом способе будет тем же, если базисные распределения строго подчиняются логнормальному закону; в противном случае

* В этом случае расчет будет более грубым, поскольку нормативные величины средисдушевого дохода и средней заработной платы не всегда увязаны между собой так, как соответствующие показатели распределений.

он будет несколько отличаться: в той мере, в какой отклонение от логнормальности нарушит обычную связь между показателями таких распределений. Поэтому, производя прогнозы, методически целесообразно для получения более надежных результатов *предварительно скорректировать* величину некоторых исходных параметров: например, вместо статистических оценок величин m и a ввести в модель их теоретические значения $m = \ln \bar{x} - (\sigma^2/2)$, $a = \ln \bar{y} - (S^2/2)$ и по ним определять недостающие показатели.

Такова простая методика для прогнозов распределения семей по размеру душевого дохода при условии, что ожидаемое распределение заработной платы на тот же период уже рассчитано. Дальнейшие операции сводятся к построению логнормального ряда по параметрам, найденным при помощи (6) и (7). Полученный описанным способом ряд будет сопоставим лишь с данными выборочного обследования, а не с рядом распределения генеральной совокупности, который остается неизвестным (то же самое, впрочем, было бы и при использовании любого другого метода, опирающегося на выборочные данные). Близость к генеральному распределению будет зависеть от точности исходной информации (представительности выборки и т. д.), что относится уже к другой области.

Остановимся кратко на методе расчета ожидаемого распределения заработной платы на отдаленную перспективу, который нами специально еще не рассматривался. Разработанная ранее методика краткосрочных прогнозов [5], использующая логнормальную модель, исходит из заданного уровня минимальной заработной платы и некоторого условного максимума, предполагаемого неизменным по отношению к базисному периоду. По этим двум точкам необходимые параметры рассчитываются при помощи системы уравнений, вытекающих из (1).

При прогнозах на период свыше пяти лет предположение о неизменном максимуме заработной платы становится недостаточно строгим, фактические данные свидетельствуют о постепенном возрастании максимальной заработной платы. Рекомендуемый ниже метод долгосрочных прогнозов опирается на другие исходные предпосылки: плановый уровень средней заработной платы (либо проектируемый минимум) и децильный коэффициент дифференциации, в динамике которого можно обнаружить весьма устойчивые закономерности.

Децильный коэффициент дифференциации Kd есть отношение девятого и первого децилей распределения, т. е. уровней заработной платы, выше и ниже которых получает 10% работников. Эти уровни могут быть представлены через параметры логнормальной функции и соответствующие квантили стандартного нормального распределения, т. е. квантили порядка 0,1 и 0,9. Найдем эти выражения:

$$\frac{\ln x_{0,1} - m}{\sigma} = U_{0,1}, \quad \frac{\ln x_{0,9} - m}{\sigma} = U_{0,9},$$

$$\ln x_{0,1} = U_{0,1}\sigma + m, \quad \ln x_{0,9} = U_{0,9}\sigma + m,$$

$$x_{0,1} = \exp \{U_{0,1}\sigma + m\}, \quad x_{0,9} = \exp \{U_{0,9}\sigma + m\}.$$

Отношение этих двух величин

$$Kd = \frac{x_{0,9}}{x_{0,1}} = \frac{\exp \{U_{0,9}\sigma + m\}}{\exp \{U_{0,1}\sigma + m\}} = \exp \{U_{0,9}\sigma - U_{0,1}\sigma\} = \exp \{2U_{0,9}\sigma\}^*.$$

* В стандартном нормальном распределении значения признака располагаются симметрично относительно нуля, поэтому каждому квантилю U_a соответствует равный ему по величине отрицательный квантиль $(-U_{1-a})$.

Табличное значение квантиля $U_{0,9} = 1,281552$, следовательно, $Kd = \exp\{2,5631\sigma\}$, $\ln Kd = 2,5631\sigma$.

Таким образом, коэффициент дифференциации выражается однозначно через дисперсию логарифмов заработной платы и последняя, в свою очередь, есть функция от Kd

$$\sigma = \ln Kd : 2,5631, \text{ т. е. } \sigma = 0,39 \ln Kd. \quad (8)$$

Параметр m может быть найден из формулы $\bar{x} = \exp\{m + (\sigma^2/2)\}$, если известна средняя заработная плата в планируемом периоде, или из формулы $[\ln x_{\min} - m] / \sigma = U_{\alpha}$, если известен минимум (α — доля работников, оплачиваемых ниже минимума, взятая из наблюдения). Так, при $\alpha = 0,05$ значение $U_{0,05} = -1,644854$, тогда $m = \ln x_{\min} + 1,644854 \sigma$. При изменении удельного веса работников, получающих ниже установленного минимума (ученики, полуставочники и т. д.), соответственно изменится и коэффициент при σ , т. е. величина U_{α} .

Строя ожидаемое распределение по найденным параметрам m и σ , надо иметь в виду возможное отклонение статистических оценок различных показателей (средней арифметической, минимума, коэффициента дифференциации и др.), исчисленных по сгруппированному ряду, от их теоретических выражений через параметры логнормальной функции. Это отклонение вызывается ошибкой группировки (чем меньше интервалы, тем меньше ошибка), а в базисном ряде оно зависит, кроме того, от степени близости к логнормальному виду.

Децильный коэффициент дифференциации, участвующий в расчете, — один из удобных и наиболее часто применяемых на практике измерителей сложившихся различий в заработной плате. Как показали исследования фактических рядов распределения за 20 лет (1946—1966 гг.), во всех отраслях народного хозяйства и промышленности Kd из года в год сокращается, причем темпы этого сокращения становятся все более замедленными. Для прогноза децильного коэффициента могут быть применены средства регрессионного анализа, в частности, выравнивание кривой изменения Kd во времени. При этом используются экономические предпосылки, положенные в основу логнормальной модели заработной платы, и вытекающие из нее математические соотношения. Так, для описания зависимости Kd от времени нами выбрана двойная показательная функция:

$$Kd(t) = e^{cr^t}, \quad (9)$$

где в качестве c фигурирует уже известная величина $2,5631 \sigma = \ln Kd$, а r^t представляет не что иное, как «коэффициент сжатия» кривой распределения, определяющий сдвиг в дифференциации заработной платы. При обосновании общего вида зависимости (9) нашли отражение сформулированные ранее идеи о характере динамики заработной платы, о линейном преобразовании параметров распределения, экономическом смысле показателя σ и т. п. [6—8]. Выведенная априорно на основе логического анализа существования процесса, эта форма получила надлежащее подтверждение при проверке на фактическом материале.

Кроме того, удалось проследить определенную связь между динамикой коэффициента дифференциации и средней арифметической заработной платы, установив предварительно предполагаемую форму этой связи

$$Kd(\bar{x}) = e^{c(\ln \bar{x} - a)/b}, \quad (10)$$

которая служит некоторой модификацией выражения (9). Эта модификация вытекает из гипотезы роста заработной платы в геометрической про-

грессии, согласно которой и закон возрастания средней заработной платы выразится приближенно формулой $\bar{x}(t) = \bar{x}(0)q^t$. Проведенные расчеты свидетельствуют о том, что показательная функция лучше линейной аппроксимирует фактическую линию динамики средней заработной платы. Точно так же уравнения вида (10), построенные для различных отраслей народного хозяйства, с большой точностью воспроизводят наблюдаемые соотношения показателей Kd и $\bar{x}$ *

Предлагаемый метод представляется поэтому весьма надежным для прогнозов на отдаленную перспективу. Особенно важен, на наш взгляд, осмысленный, а не чисто эмпирический, выбор функции связи, так как он дает возможность выйти за рамки обследованного диапазона значений и использовать полученные уравнения регрессии для целей экстраполяции.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. Л. Герасимова. Моделирование распределения заработной платы с помощью логнормального закона. Экономика и матем. методы, 1966, т. II, вып. 1.
2. Жизненный уровень. Сб. статей. М., «Статистика», 1966.
3. J. Kordus, Możliwość zastosowania rozkładu logarytmiczno-normalnego przy badaniu rozkładu dochodów ludności według wysokości. Wiadomości statystyczne, 1966, No. 7.
4. О. Ланге. Введение в эконометрию (пер. с польск.). М., «Прогресс», 1964.
5. Методика расчета ожидаемого распределения рабочих и служащих по размерам заработной платы. М. Изд. НИИ труда, 1967.
6. Математические методы в экономике труда. Сб. статей. М., Изд. НИИ труда, 1966.
7. Н. Е. Равкина, Н. М. Римашевская. Дифференциация заработной платы и ее прогнозирование. Экономика и матем. методы, 1965, т. 6, вып. 6.
8. Н. Е. Равкина и Н. М. Римашевская. Статистический ряд распределения заработной платы, его особенности и методы изучения. В сб. Методологические вопросы статистики труда. М., «Наука», 1967.

Поступила в редакцию
19 III 1968

* Более подробно вопросы статистического исследования зависимости этих показателей рассматриваются в подготавливаемой авторами «Методике краткосрочных и долгосрочных прогнозов распределения заработной платы».

ФОНД ЛИЧНОГО ПОТРЕБЛЕНИЯ В СТАТИСТИЧЕСКОМ МЕЖОТРАСЛЕВОМ БАЛАНСЕ ОБЩЕСТВЕННОГО ПРОДУКТА

А. М. ВОЛКОВ

(Москва)

Определение объема и отраслевой структуры конечного продукта является в настоящее время наименее разработанной проблемой построения плановых межотраслевых балансов. Для того же, чтобы планировать отраслевую структуру конечного продукта, необходимо прежде всего разработать теоретические и методологические принципы учета и планирования материально-вещественной структуры фонда личного потребления.

Существующая практика учета и планирования позволяет выделять лишь основные группы предметов потребления: 1) продукты питания; 2) одежду и обувь; 3) предметы культурно-бытового назначения; 4) электроэнергию, воду и газ; 5) амортизацию жилищ (в сумме годовичного износа); 6) прочие предметы потребления. Планирование фонда потребления в разрезе отдельных продуктов носит преимущественно нормативный характер. Основной его недостаток состоит в отрыве от формирования отраслевой структуры всего общественного производства. Важнейшей особенностью расчета фонда личного потребления в межотраслевом балансе является то, что он дает возможность проследить весь процесс формирования фонда потребления, связывает результаты общественного производства (непроизводственное потребление) с производственным потреблением как в целом, так и в разрезе большого числа отраслей. Такая разработка представляет ценную информацию о материально-вещественном составе фонда личного потребления, что дает возможность выявить важнейшие тенденции и закономерности формирования отраслевой структуры фонда потребления и на этой основе разработать конкретные плановые задания по широким группам отраслей с учетом производственной программы их развития и конечного спроса.

Очевидно, что для правильного определения основных тенденций развития и перспективных сдвигов в фонде потребления, надо знать размер и сложившуюся отраслевую структуру фонда потребления за возможно больший промежуток времени.

Впервые расчет фонда личного потребления в разрезе 83 отраслей материального производства был проведен в связи с разработкой отчетного межотраслевого баланса за 1959 г. Позднее ЦСУ СССР впервые в практике советской статистики произвело разработку данных о материально-вещественном составе фонда потребления за 5 лет (с 1959 по 1963 г.). Разработанная работа была произведена по номенклатуре отраслей, принятой при составлении отчетного межотраслевого баланса 1959 г.* Показатели, характеризующие уровень, структуру и динамику непроизводственного потребления за 1959—1963 гг., были опубликованы в статистическом сборнике «Народное хозяйство СССР в 1964 г.». В первой половине 1968 г. ЦСУ

* Номенклатура отраслей межотраслевого баланса представляет собой агрегированные отрасли промышленности, выделяемые в народнохозяйственном учете и планировании. Например, отрасль межотраслевого баланса «Черные металлы» включает