

НАУЧНЫЕ КОНСУЛЬТАЦИИ

МЕТОД АППРОКСИМАЦИИ В ОПТИМАЛЬНОМ ПЛАНИРОВАНИИ

Б. П. СУВОРОВ

(Москва)

У читателя, регулярно знакомящегося с содержанием раздела консультаций нашего журнала, может возникнуть впечатление, что его авторы взяли на себя труд указать легкие пути решения сложных экономических задач. Секрет, по-видимому, заключается в специфике этого раздела, основная задача которого состоит не столько в том, чтобы продемонстрировать сложности, подстерегающие исследователя на каждом шагу, сколько в том, чтобы дать своего рода рецепты борьбы с трудностями или уклонения от них. Будем, однако, реалистичны. В практике постановки и решения экономических задач встречаются такие проблемы, решить которые не помогают ни умудренность опытом, ни блестящая теоретическая подготовка авторов. Общеизвестны, например, трудности практической реализации расчетов по моделям, существенным фактором в которых являются нелинейность, стохастика, целочисленность или динамика. С другой стороны, в неуспехе большей доли практических расчетов повинны сами экономисты, не всегда оказывающиеся в состоянии обеспечить предоставление надежных исходных данных или, в частном случае, хорошо наладить нормативное хозяйство моделируемого объекта. Наконец, известное число проблем ставит перед внедрением относительное несовершенство вычислительной техники. Традиционным же камнем преткновения как теории, так и практики экономико-математических расчетов является проблема, которую американский математик Р. Беллман не без оснований назвал «проклятием размерности». В экономике, как правило, моделируются сложные объекты, требующие учета многочисленных факторов, которые могут оказать влияние на результаты расчетов, в противном случае исследователь рискует попасть в положение стрелка из пушки по воробью. Это приводит к тому, что объект описывается большой системой математических зависимостей, и с этих пор разговоры о неисчерпаемых возможностях вычислительной техники начинают приобретать для искушенного человека пронычливый оттенок.

Однако хорошо информированный пессимист мог бы стать в этом случае оптимистом. С одной стороны, чрезвычайно большими темпами растут мощности вычислительной техники. В мировой практике уже известны примеры решения задач линейного программирования, насчитывающих до 8000 уравнений*. С другой стороны, интенсивно разрабатываются методы экономного использования мощностей ЭВМ при решении экстремальных задач. Так, при определенной структуре моделей линейного программиро-

* Об этом факте сообщил автору В. А. Маш (ЦЭМИ АН СССР), знакомившийся в 1967 г. с работой компании «Шелл» в Голландии.

вания для расчетов может использоваться так называемый метод декомпозиции Данцига — Вулфа. Имеются указания на то, что применение этого метода в одной из фирм США позволило решить задачу из 30 тыс. уравнений и более миллиона переменных*. Большие надежды вселяют предложенные в последние годы рядом советских математиков итеративные методы решения задач большой размерности.

В этой статье будет рассмотрен еще один подход к решению проблемы размерности, основанный на так называемом методе аппроксимации**. Давно замечено, что сложные проблемы целесообразно решать по частям. Однако решение по частям может оказаться успешным только в случае, когда надежно обеспечены стыки между частными решениями. Аппроксимационный метод исходит из того, что на уровне вышестоящего звена необходимо иметь такое приближенное представление о возможностях руководимых объектов, которое требовало бы минимального объема информации и было бы достаточным для принятия качественных решений. Это определение можно было бы подкрепить математическими выкладками и доказательствами. Однако автору остается лишь отметить, что это уже сделано Пугачевым, предложившим идеи аппроксимационного метода в работе [1]. Наша задача состоит в том, чтобы, по возможности не прибегая к математической абстракции, продемонстрировать действие этого метода.

Обратимся к условному примеру. Предположим, что рассматривается производственно-транспортный комплекс, включающий два завода-производителя, три потребителя и железнодорожную сеть, соединяющую их. Транспортные средства имеются в избытке и поэтому в задаче не учитываются. Заданы: а) максимально возможный объем поставок сырья каждому из заводов, определяемый их производственной мощностью; б) технологическая схема и внутренние технологические параметры каждого из заводов; в) спрос потребителей на продукцию заводов; г) удельные затраты на транспортировку каждого из продуктов от производителя до потребителя.

Существует центральный орган, координирующий работу заводов и перевозку их продукции. (К сожалению, эта ситуация не всегда имеет прототип в действительности, где процесс планирования производства и перевозок сплошь и рядом оказывается разорванным). Этот орган ставит перед собой цель — установить такой план заводам-производителям и соответствующий ему план перевозок, чтобы транспортные затраты в целом сложились к минимуму при удовлетворении спроса на продукты.

Критерий может показаться странным: почему только транспортные затраты? Действительно, далеко не во всех случаях такая постановка задачи окажется правомерной, но она может иметь место в отраслях, где в себестоимости продукции транспортные затраты занимают большой удельный вес, а колебания переменных производственных затрат оказываются незначительными при сдвигах в соотношениях между выпускаемыми продуктами. Такое положение, в частности, характерно для нефтеперерабатывающей промышленности, к примерам из которой мы будем далее обращаться. Однако ничто, кроме стремления упростить постановку задачи, не мешает нам учесть текущие производственные затраты.

Возможны неясности, связанные с формулировкой пункта б), который, по-видимому, требует прозаических разъяснений.

* Мощность ЭВМ складывается в основном из двух факторов: ее быстродействия и объема памяти. Справедливость требует отметить, что метод декомпозиции, экономно используя память, предъявляет чрезмерно высокие требования к быстродействию. Каким образом удалось в указанном случае преодолеть этот недостаток, — остается секретом фирмы.

** Аппроксимация (от англ. approximation) — приближенное представление.

Технологические схемы заводов 1 и 2 представлены соответственно на рис. 1 и 2. Рассмотрим первую из них. Завод состоит из двух технологических установок *I* и *II* и участка смешения *III*. Установка *I* предназначена для разделения сырья *a* на компонент смешения *h* и полуфабрикат *c*. Установка *II* предназначена для разделения полуфабриката на компонент смешения *d* и товарные продукты *f* и *g*. Товарный продукт получается путем смешения компонентов *h* и *d*. На установке *I* можно работать по двум ва-

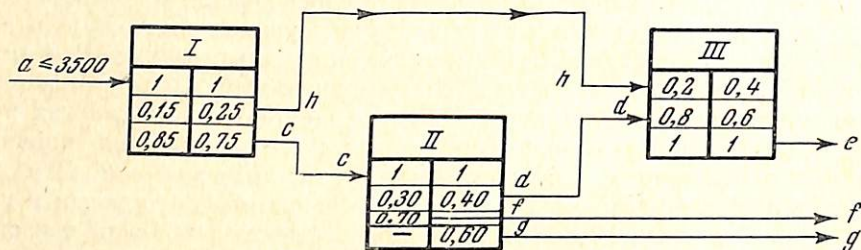


Рис. 1. Технологическая схема завода 1

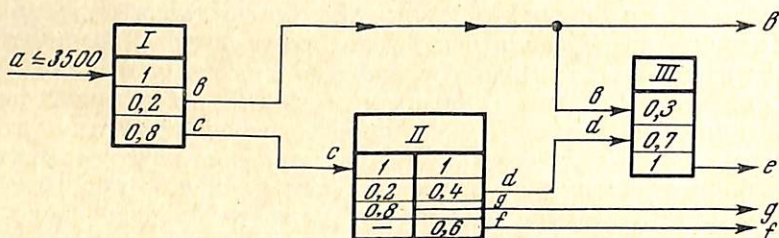


Рис. 2. Технологическая схема завода 2

риантам. Благодаря различию создаваемых технологических условий из единицы сырья *a* по одному варианту можно получать 0,15 ед. компонента *h* и 0,85 полуфабриката *c*, а по второму варианту — 0,25 и 0,75 ед. соответственно (потери не учитываются). На установке *II* также можно работать по двум вариантам. По одному из них из единицы полуфабриката *c* может быть получено 0,3 ед. компонента смешения *d* и 0,7 ед. товарного продукта *f*, по другому — 0,4 ед. компонента *d* и 0,6 ед. продукта *g*.

На участке *III* получают товарный продукт *e* путем смешения компонентов *h* и *d* по двум рецептам, один из которых предусматривает соотношение компонентов в смеси, равное 0,2 : 0,8, а другой — 0,4 : 0,6. Мощность завода, определяемая количеством перерабатываемого сырья *a*, не превышает 3500 ед. в течение планового периода.

Технология производства на заводе 2, по-видимому, не требует разъяснений, поскольку никаких принципиальных особенностей она не имеет, за исключением того, что продукт *b*, с одной стороны, может быть использован как компонент смешения, а с другой — может реализоваться в качестве товарного продукта.

При хорошем воображении нефтяник, химик, работник целлюлозно-бумажной или фармацевтической промышленности, возможно, найдет в этих простых технологических схемах элементы, характерные для его сферы производства (непрерывность процессов, вариантность режимов ра-

боты оборудования, фактор смешения продуктов и т. п.). Дело, однако, не столько в аналогиях, сколько в том, что для большого класса предприятий, как правило, характерна гибкость в соотношениях между выпускаемыми продуктами. План производства товарных продуктов в рамках рассмотренных технологических схем зависит от того, в каких режимах будут работать установки, как будут количественно организованы потоки полуфабрикатов и какие рецепты смешения будут использованы. При измене-

Таблица 2

Продукты	Потребители			Итого
	1	2	3	
<i>b</i>	300	0	0	300
<i>e</i>	600	1250	1100	2950
<i>f</i>	450	600	400	1450
<i>g</i>	290	900	1000	2190

Таблица 1

Заводы-поставщики	Продукты					
	<i>b, e, f</i>			<i>g</i>		
	потребители					
	1	2	3	1	2	3
1	1,7	1,0	1,3	1,9	1,8	1,6
2	1,5	2,0	1,4	1,7	1,7	1,8

нии соотношений между этими параметрами будут меняться и соотношения между товарными продуктами. Как же в этих условиях определить план, отвечающий сформулированному критерию? Здравомыслящий человек скажет, что для этого нужно построить экономико-математическую модель и произвести необходимый расчет. Последуем его совету, обратив предварительно внимание на данные о спросе на продукты (в ед.) в плановый период (табл. 1) и транспортных издержках (в руб./ед.) (табл. 2).

Введем обозначения неизвестных: x_1, x_2 — количество сырья *a*, перерабатываемое* при 1-м и 2-м вариантах работы установки II завода 1; x_3, x_4 — количество полуфабриката *b*, перерабатываемое при 1-м и 2-м вариантах работы установки II завода 1; x_5, x_6 — количество товарного продукта *e*, получаемое в результате смешения по 1-му и 2-му граничным рецептам на заводе 1; y_1 — количество сырья *a*, перерабатываемое на установке I завода 2; y_2, y_3 — количество полуфабриката *c*, перерабатываемое при 1-м и 2-м вариантах установки II завода 2; y_4, y_5 — количество товарных продуктов *e* и *b*, вырабатываемое на заводе 2; z_1, z_2, z_3 — величина поставки продуктов *e, f, g* с завода 1 потребителю 1; z_4, z_5, z_6, z_7 — величина поставки продуктов *b, e, f, g* с завода 2 потребителю 1; z_8, z_9, z_{10} — величина поставки продуктов *e, f, g* с завода 1 потребителю 2; z_{11}, z_{12}, z_{13} — величина поставки продуктов *e, f, g* с завода 2 потребителю 2; z_{14}, z_{15}, z_{16} — величина поставки продуктов *e, f, g* с завода 1 потребителю 3; z_{17}, z_{18}, z_{19} — величина поставки продуктов *e, f, g* с завода 2 потребителю 3.

Матрица коэффициентов соответствующей модели линейного программирования приведена в табл. 3. Автор чрезвычайно стеснен рамками определенного ему размера статьи, и поэтому возлагает большие надежды на пытливость и любознательность читателя, в связи с чем описание модели, приводимое ниже, сводится к элементарному перечню ограничений:

I — ограничения на производство и распределение продукции завода 1:

1 — завод 1 может переработать сырье *a* в количестве, не превышающем заданного;

2 — весь произведенный компонент смешения *b* должен быть использован в процессе производства;

3 и 4 — аналогичные условия для полуфабриката *c* и компонента смешения *d*;

* Здесь и далее в перечне неизвестных подразумевается слово «соответственно».

Матрица коэффициентов модели производства

Группы ограничений	Наименования ограничений	№ ограничений	Производство											
			завод 1						завод 2					
			производство				смещение		производство			смещение		
			I		II		e		I	II		b	e	
			1	2	1	2	1	2		1	2			
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	
I	Завод 1	Сырье a	1	1										
		п/ф b	2	0,15	0,25			-0,20	-0,40					
		c	3	0,85	0,75	-1	-1							
		d	4			0,30	0,40	-0,80	-0,60					
		Конечный e	5					1	1					
		продукт f	6			0,70								
		g	7				0,60							
II	Завод 2	Сырье a	8						1					
		b	9						0,20					
		п/ф c	10						0,80	-1	-1	-1	-0,30	
		d	11							0,20	0,40		-0,70	
		Конечный b	12									1		
		продукт e	13										1	
		f	14							0,80				
		g	15								0,60			
III	Потребитель 1	b	16											
		e	17											
		f	18											
		g	19											
IV	Потребитель 2	b	20											
		f	21											
		g	22											
V	Потребитель 3	e	23											
		f	24											
		g	25											
	Целевая функция													
	Значения переменных		3199	301	1162	1783	458	1158	3500	933	1867	300	1333	

5—7 — объем производства товарных продуктов c, f и g должен быть не меньше объема поставок этих продуктов всем потребителям;

II — аналогичная группа ограничений, относящихся к производству и распределению продукции завода 2:

8 — по сырью a;

9—11 — по компонентам смешения и полуфабрикатам b, c и d;

12—15 — по товарным продуктам b, e, f и g.

достигается минимальный уровень затрат на транспортировку продукции, составляющий 9547 руб. При этом распределение плана выпуска товарных продуктов между предприятиями должно быть установлено следующим образом (табл. 4).

Необходимо отметить, что в соответствии с этим планом продукт f производится в количестве, превышающем суммарный спрос (ср. с данными табл. 1). Это допускалось постановкой задачи в предположении, что разница будет откладываться в запас. План перевозок товарных продуктов также легко может быть получен из решения.

Таблица 4

Продукт	План выпуска (в ед.)		итого
	завод 1	завод 2	
b	—	300	300
e	1617	1333	2950
f	813	747	1560
g	1070	1120	2190

Таблица 5

Продукты	Аппроксимирующие планы (выпуск в ед.)				
	завод 1			завод 2	
	max f	max g	max e	max f, b	max g, e
b	—	—	—	460	220
e	1417	1715	1842	800	1600
f	2083	—	—	2240	—
g	—	1785	1658	—	1680

Можно удовлетвориться этими результатами и поставить здесь точку, если закрыть глаза на то, что между условным примером и практически задачами существует «дистанция огромного размера». Попробуем грубо оценить эту дистанцию, хотя бы в отношении размерности. Обращаясь к нефтеперерабатывающей промышленности, можно отметить, что наш условный пример в миниатюре имитирует общепромышленные условия производства и распределения продукции при фиксированных поставках сырья. Опыт показывает, что для описания внутризаводских технологических взаимосвязей среднесоюзного нефтеперерабатывающего предприятия требуется разработка модели линейного программирования, включающая около 70 ограничений. Отрасль объединяет около 40 предприятий. Следовательно, общее количество ограничений на производство и распределение продукции в отраслевой модели составит около 2800! Оставим в стороне вопросы определения размерности остальной части модели: во-первых, трезвая оценка количества ограничений на спрос в разрезе продуктов и потребителей приведет нас к еще менее утешительным результатам, а во-вторых, и это более существенно, методы сокращения размерности этой части модели не являются предметом нашей консультации.

Мы уже отмечали, что при реализации практических расчетов предпочтительнее решить много малоразмерных задач, чем споткнуться на одной многомерной. Пессимист скажет, что это правило звучит слишком естественно, чтобы быть легко реализуемым. Действительно, решение вопроса о том, каким способом, не уклоняясь далеко от оптимума, превратить большую задачу в серию маленьких, означало бы, вероятно, решение проблемы размерности экстремальных задач планирования. К сожалению, однако, к настоящему времени предложены методы разложения только таких задач, которые имеют специфическую структуру. Этим, в частности, характеризуется уже упоминавшийся алгоритм Данцига — Вульфа. Определенная ограниченность свойственна и методу аппроксимации Пугачева. Однако имеет смысл рассмотреть на нашем при-

мере самую идею метода, прежде чем перейти к перечислению его недостатков.

Приближенное описание объектов всегда используется при их моделировании. Например, в модели линейного программирования нефтеперерабатывающего завода технологические процессы, имеющие непрерывный характер, описываются дискретными вариантами. От этого в известной мере страдает точность результатов, но выигрывает практическая сторона дела: задача общезаводского текущего планирования становится разрешимой. Точность же результатов зависит от качества представления дискретных вариантов в модели линейного программирования. Качество вариантов, в свою очередь, определяется методами их получения. Среди этих методов можно назвать, в частности, статистическую обработку данных о поведении объекта в прошлом, использование результатов активного или пассивного эксперимента, получение экспертных оценок, расчеты по модели объекта. В случае, когда модель описывает объект достаточно подробно, последний метод можно считать наиболее точным. Все это в полной мере можно отнести и к модели линейного программирования предприятия.

Для демонстрации точности и подробности описания внутризаводских технологических взаимосвязей необходимы примеры из реальной жизни. В нашем случае мы можем лишь сказать, что условная модель идеально описывает условный завод, и никто не докажет нам, что это не так: в условных примерах мирно соседствуют их преимущества и недостатки.

Перечень ограничений по сырью, полуфабрикатам, компонентам смешения и товарным продуктам для каждого из двух заводов легко может быть извлечен из общей модели. Сделаем это по отношению к заводу 1:

$$x_1 + x_2 \leq 3500, \quad (1)$$

$$0,5x_1 + 0,25x_2 - 0,20x_5 - 0,40x_6 = 0, \quad (2)$$

$$0,85x_1 + 0,75x_2 - x_3 - x_4 = 0, \quad (3)$$

$$0,3x_3 + 0,4x_4 - 0,8x_5 - 0,6x_6 = 0, \quad (4)$$

$$0,7x_3 \geq 0, \quad (5)$$

$$0,6x_4 \geq 0, \quad (6)$$

$$x_5 + x_6 \geq 0. \quad (7)$$

Ограничения (5) — (7) являются лишними (как известно, в задачах линейного программирования значения неизвестных не могут быть отрицательными) и приведены здесь для полноты описания предприятия.

Как использовать эту модель для приближенного описания производственных возможностей завода 1? Прежде всего, нужно твердо сказать, что на уровне отраслевого планирования нас не должны интересовать внутризаводские технологические связи. Завод связан с внешним миром только поставками сырья и выпуском товарных продуктов. Поскольку, однако, поставки сырья по условиям задачи не являются лимитирующим фактором, и их ограничивает лишь производственная мощность самого завода, следует рассматривать только варианты возможности предприятия по выпуску продукции.

Кажется естественным определить такие варианты его работы (аппроксимирующие планы), при которых максимизируется производство каждого товарного продукта в отдельности. Технически это можно сделать различными способами, и для людей, знакомых с практикой расчетов по моделям линейного программирования, разработка аппроксимационных планов не составит труда. Отметим один из возможных спосо-

бов, при котором в качестве критерия служит максимум выпуска продукции в заданных ценах, а структура цен задается таким образом, чтобы искусственно стимулировать производство того или иного продукта. Если допустить полный произвол в выборе структуры цен, то, не затрудняя себя сложными рассуждениями, для завода 1 можно предложить три расчета со следующими целевыми функциями:

$$100x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = \max, \quad (8)$$

$$x_3 + 100x_4 + x_5 + x_6 = \max, \quad (9)$$

$$x_3 + x_4 + 100x_5 + 100x_6 = \max. \quad (10)$$

Нетрудно заметить, что первый расчет предполагает максимизацию производства продукта f , второй — продукта g и третий — продукта e .

Таблица 6

Критерий расчета аппро- ксимирующего плана	Значения переменных					
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
$\max f$	3500	0	2975	0	210	1207
$\max g$	3500	0	0	2975	805	910
$\max e$	1382	2118	0	2763	0	1842

В результате такого рода расчетов по моделям заводов 1 и 2 получаем следующую информацию об их производственных возможностях по выпуску продукции (табл. 5).

Приведем также таблицу значений переменных соответствующих условиям разработки каждого из аппроксимирующих планов завода 1 (табл. 6).

Мы далеки, однако, от того, чтобы пропагандировать способ расчета аппроксимирующих планов, основанный на свободном выборе соотношений между коэффициентами целевой функции: в нашем условном примере не учитывается гамма факторов, которые в реальной обстановке могут играть решающую роль, да и с точки зрения наиболее полного отображения производственных возможностей предприятий такой подход к аппроксимации страдает рядом недостатков, которые требуют специального рассмотрения. С другой стороны, нельзя предложить и строгую инструкцию, позволяющую действовать однозначно в тех или иных обстоятельствах. Поэтому приходится полагаться главным образом на опыт, искусство и интуицию исследователя, его знание объекта и внешних условий, его умение интерпретировать результаты расчетов и использовать их для совершенствования модели. В тех случаях, когда известны пределы в изменении структуры выпуска продукции на предприятии, можно в границах допустимого задавать в относительных величинах варианты соотношения между товарными продуктами и максимизировать — для каждого варианта — выпуск продукции в целом. Набор полученных планов производства товарных продуктов и даст необходимую информацию для включения в отраслевую модель. В других случаях оказывается более предпочтительным устанавливать границы в соотношениях между оценками продуктов в целевой функции. Может быть допущено и свободное установление этих оценок при заданных нижних пределах выпуска каждого из продуктов: все зависит от конкретных условий.

В своем расчете мы использовали частный случай последнего способа, когда нижние пределы выпуска равны нулю: условный пример дал нам возможность избежать демонстрации своего опыта, искусства и интуиции. Если же говорить серьезно, то, возможно, что именно эта сторона метода аппроксимации является наиболее уязвимой. Во всяком случае предварительная оценка качества аппроксимирующих планов представляет собой еще не до конца решенную проблему.

Вернемся, однако, к нашему примеру. Нетрудно доказать, что если каждый из аппроксимирующих планов является допустимым для данного предприятия, то и их выпуклая линейная комбинация также является допустимой. Это свойство аддитивности может быть выражено и другими словами: задание, полученное взвешиванием аппроксимирующих планов, является выполнимым для данного предприятия. Вопрос состоит в том, как найти эти веса; ответ на него позволяет найти модифицированная модель линейного программирования, представленная в табл. 7.

Особенность этой модели заключается в том, что в ней в явном виде не отображены внутривзаводские технологические связи предприятий, их заменяют аппроксимирующие планы по выпуску товарной продукции, учитывающие технологию производства. Кроме того, в модель введены ограничения на интенсивность использования этих планов. Поэтому в разделе «производство» искомыми неизвестными являются коэффициенты (в долях от единицы), по которым нужно взвешивать аппроксимирующие планы для того, чтобы определить задания предприятиям по выпуску товарной продукции. Назовем эти искомые коэффициенты, или веса, интенсивностями использования аппроксимирующих планов завода 1 (x_1', x_2', x_3') и завода 2 (y_1', y_2'). Остальные переменные в модифицированной модели сохраняют прежний смысл. Будучи последовательными, перечислим и новые ограничения:

I — группа ограничений на распределение продукции завода 1:

1 — объем производства товарного продукта e должен быть не меньше объема поставок этого продукта всем потребителям;

2—3 — то же для продуктов f и g ;

II (4—7) — аналогичная группа ограничений на распределение продуктов b, e, f и g , производимых заводом.

III — группа ограничений на интенсивность использования аппроксимирующих планов:

8 — суммарная интенсивность использования аппроксимирующих планов завода 1 должна быть не больше единицы;

9 — то же по отношению к заводу 2.

Ограничения 10—19 в модифицированной модели соответствуют ограничениям 16—25 в старом ее варианте и сохраняют прежний смысл. В нижней строке таблицы приведены значения переменных, которые позволяют определить задания заводам по выпуску товарной продукции. Так, завод 1 должен произвести продукт b в количестве $(0,391 \cdot 1417 + 0,467 \cdot 1715 + 0,143 \cdot 1842) = 1617,2$ ед. Продолжив такого рода расчеты, мы убедимся, что решение дает абсолютно те же показатели заводских планов по выпуску товарной продукции, которые были получены по расширенной модели. В связи с этим найденный ранее план перевозок не изменяется, а минимальная сумма транспортных расходов, как и прежде, составляет 9547 руб.

Между тем мы сократили число ограничений по производству и распределению продукции с 15 до 9, т. е. на 40%. Пессимист не преминет отметить, что мы имеем дело с условным примером, далеким от реальной жизни, и он будет прав. Однако обращения к примерам из практики может обескуражить пессимиста. В табл. 8 представлены данные, по-

Матрица коэффициентов модифицированной

Группы ограничений	Наименования ограничений	№ ограничений	Производство					потребители		
			завод 1			завод 2		завод 1		
			1	2	3	1	2	e	f	g
			x_1'	x_2'	x_3'	u_1'	u_2'	z_1	z_2	z_3
I	Завод 1	e	1	1417	1715	1842			-1	
		f	2	2083	0	0			-1	
		g	3	0	1785	1658			-1	
II	Завод 2	b	4				460	220		
		e	5				800	1600		
		f	6				2240	0		
		g	7				0	1680		
III	Интенсивность	№1	8	1	1	1				
		№2	9				1	1		
IV	Потребитель 1	b	10							
		e	11					1		
		f	12						1	
		g	13							1
V	Потребитель 2	e	14							
		f	15							
		g	16							
VI	Потребитель 3	e	17							
		f	18							
		g	19							
	Целевая функция							1,7	1,7	1,9
	Значения переменных			0,3905	0,4676	0,1419	0,3333	0,6667	0	0

казывающие соотношение между общим количеством ограничений и количеством ограничений на выпуск товарных продуктов в моделях линейного программирования ряда нефтеперерабатывающих заводов СССР.

Эти данные весьма показательны: на долю ограничений по товарной продукции в среднем приходится около 20%. Это означает, в частности, что раздел отраслевой модели нефтеперерабатывающей промышленности, который отражает условия производства и распределения продукции, может быть сокращен по строкам примерно на 80% и представлен в общем случае 560 ограничениями вместо упоминавшихся 2800. Отметим попутно, что это еще не все резервы уменьшения размерности: предприятия можно объединять в модели по географическому признаку, не говоря уже об обычных методах агрегирования. Пессимизм оправдан в другом отношении: нельзя поручиться, что результаты расчета, основанного на использовании аппроксимирующих планов, будут так же

Таблица 7

модели производства и транспортировки продуктов

Транспортировка																	Ограничения
завод 1				потребитель 2						потребитель 3							
завод 2				завод 1			завод 2			завод 1			завод 2				
b	e	f	g	e	f	g	e	f	g	e	f	g	e	f	g		
z ₄	z ₅	z ₆	z ₇	z ₈	z ₉	z ₁₀	z ₁₁	z ₁₂	z ₁₃	z ₁₄	z ₁₅	z ₁₆	z ₁₇	z ₁₈	z ₁₉		
				-1	-1	-1				-1	-1	-1				≥0 ≥0 ≥0	
-1	-1	-1	-1				-1	-1	-1				-1	-1	-1	≥0 ≥0 ≥0 ≥0	
																≤1 ≤1	
1	1	1	1													≥300 ≥600 ≥450 ≥290	
				1	1	1	1	1	1							≥1250 ≥600 ≥900	
										1	1	1	1	1	1	≥1100 ≥400 ≥1000	
1,5	1,5	1,5	1,7	1,0	1,0	1,8	2,0	2,0	1,7	1,3	1,3	1,6	1,4	1,4	1,8	min	
300	600	450	290	1250	600	70	0	0	830	367	213	1000	733	187	0		

идеально близки к истинному оптимуму, как это показывает условный пример. Эта проблема достойна подробного рассмотрения, но для этого нам пришлось бы обратиться к аппарату использования оценок оптимального плана и итеративной процедуре улучшения набора аппроксимирующих вариантов, что — увы! — невозможно осуществить в рамках одной консультации. Вообще нужно отметить, что наша статья не может претендовать на полное освещение всех сторон метода аппроксимации, который, кстати говоря, далеко выходит за рамки чисто расчетной техники. Мы преследуем другую цель: грубо очертить основную идею метода и предоставить читателю возможность самому интерпретировать его.

Для достижения своей цели автору остается лишь осветить некоторые вопросы разверстки общезаводских планов выпуска продукции, полученных в результате оптимального решения по отраслевой модели.

Под разверсткой плана мы понимаем установление производственных

заданий внутривзаводским технологическим подразделениям. В общем случае эта задача решается вполне понятным способом: каждый завод должен решить задачу внутривзаводского оптимального текущего планирования, установив для себя в качестве ограничений на выпуск товарных продуктов те показатели, которые получены из решения по отраслевой модели. Коэффициентами целевой функции при этом могут служить соответствующие оценки оптимального отраслевого плана (здесь возникает не рассматриваемая в статье проблема применения этих оценок для стимулирования производственной деятельности предприятий). Однако с точки

Т а б л и ц а 8

Объект моделирования	Количество ограничений в модели линейного программирования		3 в % от 2)
	всего	в том числе на выпуск товарных продуктов	
1	2	3	4
Уфимский НПЗ им. XXII съезда КПСС	90	15	16,7
Производственное объединение «Дрогобычнефтепереработка»	68	14	20,6
Горьковский НПЗ	56	13	23,2
Ухтинский НПЗ	38	10	26,6
Московский НПЗ	38	8	21,0
Рязанский НПЗ	49	8	16,3
Херсонский НПЗ	32	8	25,0
Ярославский НПЗ	34	8	23,5
Итого	405	84	20,7

зрения техники расчетов представляет интерес естественное свойство аддитивности аппроксимирующих планов распространяться и на соответствующие им векторы значений переменных. Оказывается, вовсе не обязательно решать новую задачу внутривзаводского планирования, так как можно ограничиться элементарными арифметическими расчетами. Величина переменной в оптимальном (с точки зрения отрасли) плане предприятия является средневзвешенной из значений этой переменной в решениях по нахождению аппроксимирующих вариантов. При этом взвешивание должно производиться по значениям интенсивностей, с которыми данные аппроксимирующие варианты вошли в оптимальный отраслевой план.

Поясним это правило на примере завода 1. Из табл. 7 можно заключить, что аппроксимирующие планы этого завода на максимум продуктов e , f и g вошли в оптимальное решение по отраслевой модели с интенсивностями соответственно 0,391; 0,467 и 0,143. Тогда, следуя нашему правилу, можно заключить, что в оптимальном внутривзаводском плане значение переменной x_1 равно $0,391 \cdot 3500 + 0,467 \cdot 3500 + 0,143 \cdot 1382 = 3199,4$ (см. таблицу значений переменных на стр. 800). Именно эта величина была получена нами ранее при расчете по разукрупненной модели (см. значение x_1 в нижней строке табл. 3). Аналогичные совпадения будут по-

лучены в результате такого же рода расчетов относительно всех значений неизвестных в разделе «производство».

Рассмотренное свойство может быть использовано для сокращения машинного времени при организации массовых расчетов.

Таким образом, применение метода аппроксимации позволяет значительно уменьшить размерность задач планирования производственной деятельности взаимосвязанных объектов и при этом обеспечивает возможность эффективной разверстки оптимального плана по элементам, составляющим эти объекты.

И здесь пессимист может воспользоваться своим неотъемлемым правом добавить в бочку меда ложку дегтя. Поэтому нам хотелось бы сразу отделить одно от другого. Вышеприведенное резюме совершенно справедливо, но, к сожалению, не при всех обстоятельствах. В нашей консультации речь шла о производственных объектах, которые характеризуются многовариантной реакцией на фиксированный вход. И это не случайно. Мы оказались бы в сомнительной позиции, если бы исходили из предположения о возможности многовариантных поставок сырья на завод. А между тем для ряда отраслей такая ситуация является скорее правилом, чем исключением. Если же в добавление к этому допустить возможность обмена полуфабрикатами между предприятиями, то ограниченность метода аппроксимации станет совершенно очевидной. Возможно, впрочем, что неформальный подход к его применению в такого рода условиях может дать положительные результаты, но для этого необходимо проведение большой экспериментальной работы. В этом отношении симпатии автора целиком принадлежат читателю-оптимисту.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Ф. Пугачев. Аппроксимационная схема многоступенчатого оптимального планирования народного хозяйства. В сб. Экономико-математические методы, вып. II. М., «Наука», 1965.
2. Математические методы и модели в планировании нефтеперерабатывающей промышленности. Под ред. Б. П. Суворова. М., «Наука», 1967, гл. III.
3. А. Б. Мандель. Аппроксимация производственных возможностей нефтеперерабатывающего завода в модели текущего планирования отраслевого комплекса. Материалы Всес. конф. по применению эконом.-матем. методов в отраслевом планировании и управлении. М., 1966 (ротاپринт).

Поступила в редакцию
21 III 1968